UniEVANGÉLICA
UNIVERSIDADE EVANGÉLICA DE GOIÁS

CURSO DE ENGENHARIA

Disciplina: Limite e Derivada de uma Variável Real

Gráficos de funções e Interpretação do limite intuitivo.

Anápolis – 2021.2

CURSO DE ENGENHARIAS

Disciplina: Limite e Derivada de uma Variável Real

Gráficos de funções e Interpretação do limite intuitivo.

OBJETIVOS:

- Conceituar limites de uma função.
- Resolver limites por aproximações numéricas e gráficas.

CURSO DE ENGENHARIAS

Disciplina: Limite e Derivada de uma Variável Real

Gráficos de funções e Interpretação do limite intuitivo.

REFERÊNCIAS:

FLEMMING, D. M.; GONÇALVES, M. B. **Cálculo A: Funções, Limite, Derivação e Integração**. 6. ed. São Paulo: Pearson, 2006

Noção Intuitiva

Sucessões numéricas		Dizemos que:
1, 2, 3, 4, 5, ...		
$\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}, \ldots\ldots$		
1, 0, -1, -2, -3, ...		
$1, \frac{3}{2}, 3, \frac{5}{4}, 5, \frac{6}{7}, 7, \ldots$		

Noção Intuitiva

Sucessões numéricas		Dizemos que:
1, 2, 3, 4, 5, ...	Os termos tornam-se cada vez maiores, sem atingir um limite	$x \to +\infty$
$\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}, \ldots\ldots$	Os números aproximam-se cada vez mais de 1, sem nunca atingir esse valor	$x \to 1$
1, 0, -1, -2, -3, ...	Os termos tornam-se cada vez menor, sem atingir um limite	$x \to -\infty$
$1, \frac{3}{2}, 3, \frac{5}{4}, 5, \frac{6}{7}, 7, \ldots$	Os termos oscilam sem tender a um limite	

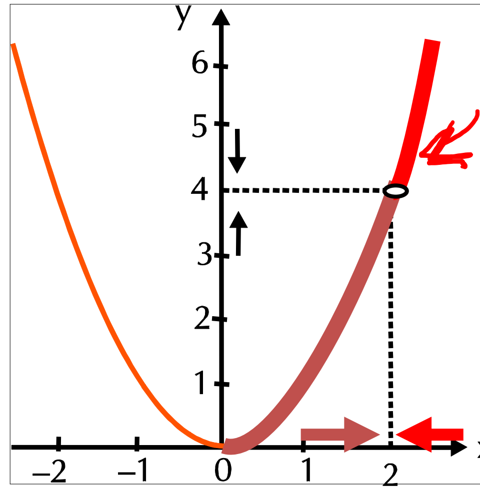
Limites Laterais

- Quando faz-se ***x*** tender para ***a***, por valores menores que ***a***, está se calculando o limite lateral esquerdo. $x \to a^-$
- Quando faz-se ***x*** tender para ***a***, por valores maiores que ***a***, está se calculando o limite lateral direito. $x \to a^+$
- Para o limite existir, os limites laterais devem ser iguais:

$$\lim_{x \to a^-} [f(x)] = \lim_{x \to a^+} [f(x)]$$

Noção Intuitiva de Limite Noção intuitiva de limite

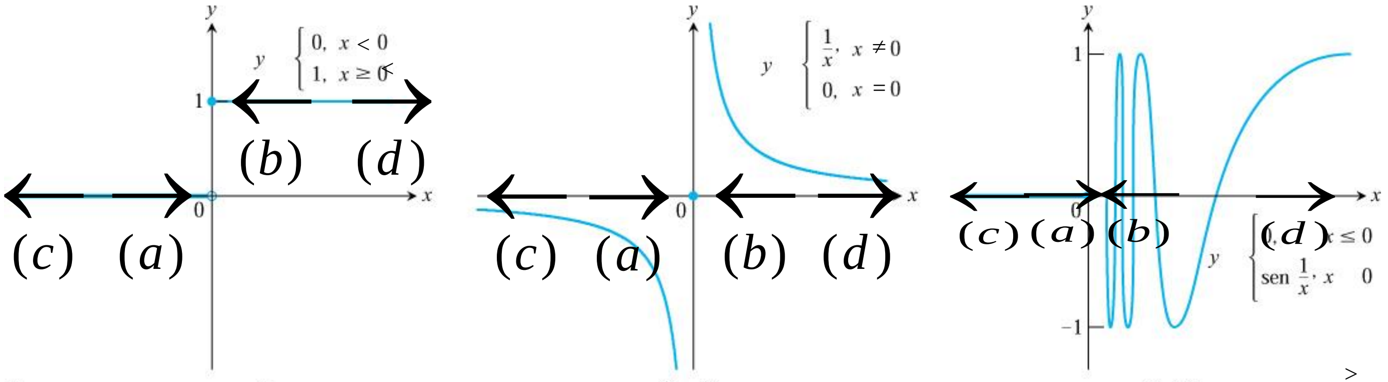
	x	f(x)
aproximação pela esquerda de 2	1,900	3,610000
	1,990	3,960100
	1,999	3,996001
	2,000	4,000000
aproximação pela direita de 2	2,001	4,004001
	2,010	4,040100
	2,100	4,410000



$$\therefore \lim_{x \to 2} (x^2) = 4$$

"O limite da função *f*(x) = x^2 quando x tende a 2 é 4".

Limites Intuitivos



(a) Função de salto unitário $U(x)$

(b) $g(x)$

(c) $f(x)$

$(a)\ \lim_{x\to 0^-} f(x) = 0$

$(b)\ \lim_{x\to 0^+} f(x) = 1$

$(c)\ \lim_{x\to -\infty} f(x) = 0$

$(d)\ \lim_{x\to +\infty} f(x) = 1$

$(a)\ \lim_{x\to 0^-} f(x) = -\infty$

$(b)\ \lim_{x\to 0^+} f(x) = +\infty$

$(c)\ \lim_{x\to -\infty} f(x) = 0$

$(d)\ \lim_{x\to +\infty} f(x) = 0$

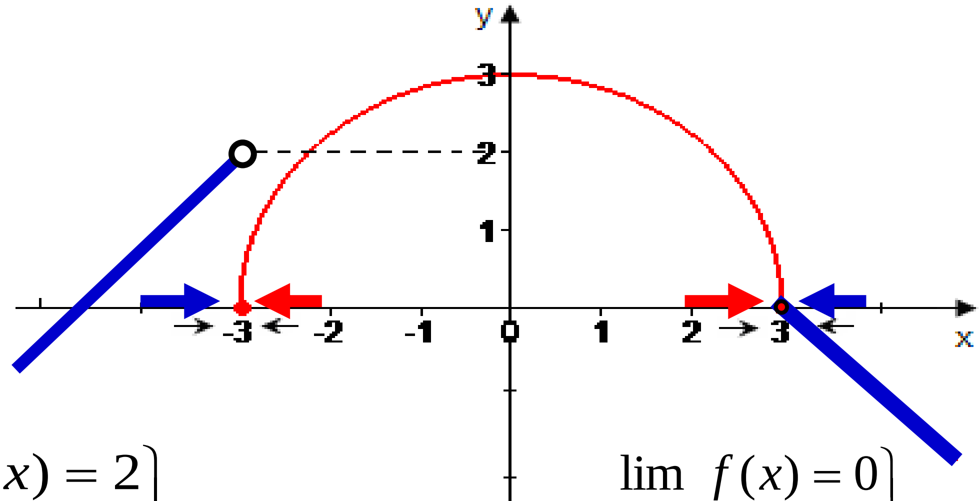
$(a)\ \lim_{x\to 0^-} f(x) = 0$

$(b)\ \lim_{x\to 0^+} f(x) = entre[-1,1]$

$(c)\ \lim_{x\to -\infty} f(x) = 0$

$(d)\ \lim_{x\to +\infty} f(x) = entre[-1,1]$

Limites laterais



$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to -3^-} f(x)=2 \\ \lim\limits_{x\to -3^+} f(x)=0 \end{array}\right\}\text{são diferentes}$$

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to 3^-} f(x)=0 \\ \lim\limits_{x\to 3^+} f(x)=0 \end{array}\right\}\text{são iguais}$$

$\therefore$ não existe $\lim\limits_{x\to 3} f(x)$

$$\therefore \lim_{x\to 3} f(x)=0$$

Questões- Limite Bilateral

1- Use o gráfico dado da f para determinar cada expressão, se ela existir.

(a) $\lim_{x\to -1^+} f(x)$

(b) $\lim_{x\to -1^-} f(x)$

(c) $\lim_{x\to -1} f(x)$

(d) $f(-1)$

(e) $\lim_{x\to 1^-} f(x)$

(f) $\lim_{x\to 1^+} f(x)$

(g) $\lim_{x\to 1} f(x)$

(h) $f(1)$

(i) $\lim_{x\to 0^+} f(x)$

(j) $\lim_{x\to 0^-} f(x)$

(k) $\lim_{x\to 0} f(x)$

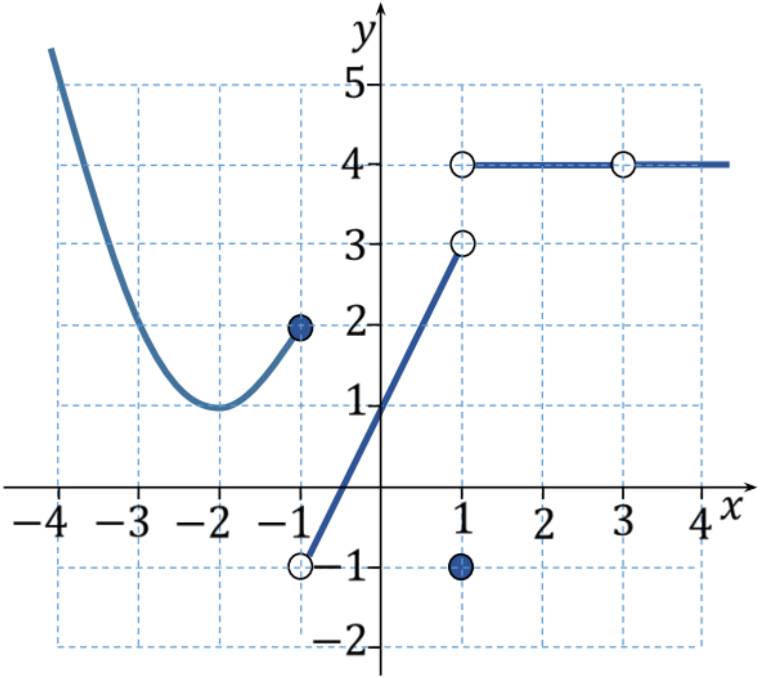
(l) $f(0)$

(m) $\lim_{x\to 3^-} f(x)$

(n) $\lim_{x\to 3^+} f(x)$

(o) $\lim_{x\to 3} f(x)$

(p) $f(3)$



Questões- Limite Bilateral

2- Em cada caso, use o gráfico da função identidade para determinar o valor do limite dado.

(a) $\lim_{x\to -1^+} x$

(b) $\lim_{x\to -1^-} x$

(c) $\lim_{x\to -1} x$

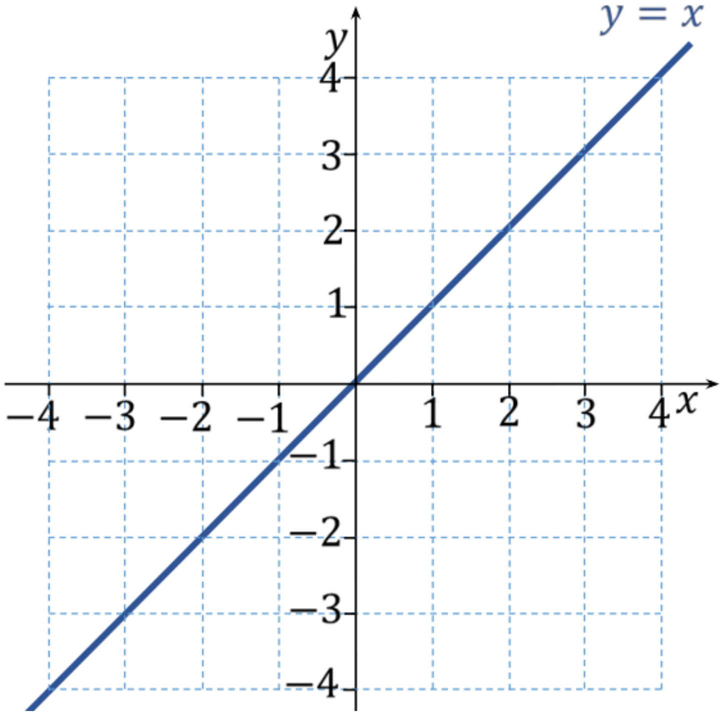
(d) $\lim_{x\to 0} x$

(e) $\lim_{x\to \pi} x$

(f) $\lim_{x\to \frac{1}{2}} f(x)$

(g) $\lim_{x\to -e} x$

(h) $\lim_{x\to \frac{\sqrt{3}}{2}} x$



Questões

3- De maneira Intuitiva encontre os Limites de:

$a)\ \lim_{x\to 0} \frac{1}{x}$

b) $\lim_{x\to \infty} \frac{1}{x}$

c) $\lim_{x\to 0} \frac{5}{x}$

d) $\lim_{x\to \infty} \frac{5}{x}$

e) $\lim_{x\to 0} \frac{2x+1}{x-1}$

f) $\lim_{x\to \infty} \frac{2x+1}{x-1}$

Questões

3- De maneira Intuitiva encontre os Limites de:

g) $\lim\limits_{x \to 0} \frac{2}{x-1}$

h) $\lim\limits_{x \to \infty} \frac{2}{x-1}$

i) $\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{2x+1}{x-1}$

j) $\lim\limits_{x \to 0} x^3$

l) $\lim\limits_{x \to \infty} x^3$

m) $\lim\limits_{x \to 0} \frac{1}{x^2}$