Lista 4: Limite e Derivada

Questão 1

Ciência Forense Os cientistas forenses usam a seguinte lei para determinar o instante da morte de vítimas de acidentes ou assassinatos. Se T denota a temperatura do corpo t horas após a morte, então

$$T = T_0 + (T_1 - T_0)(0{,}97)^t$$

onde T_0 é a temperatura do ar e T_1 é a temperatura do corpo no instante da morte. Um sujeito foi encontrado morto à meia-noite, em sua casa, quando a temperatura ambiente era de 70 °F e a temperatura de seu corpo era de 80 °F. Quando ele foi morto? Considere 98,6 °F a temperatura normal do corpo.

Questão 2

Lei do Resfriamento de Newton A temperatura de uma xícara de café t minutos após ser servida é dada por

$$T = 70 + 100e^{-0{,}0446t}$$

onde T é medido em graus Fahrenheit.

a. Qual era a temperatura do café quando foi servido?

b. Quando o café estará frio o suficiente para ser tomado (a aproximadamente 120 °F)?

Questão 3

Absorção de Fármacos A concentração de um fármaco em um órgão no instante t (em segundos) é dada por:

$$C(t) = \begin{cases} 0{,}3t - 18(1 - e^{-t/60}) & \text{se } 0 \leq t \leq 20 \\ 18e^{-t/60} - 12e^{-(t-20)/60} & \text{se } t > 20 \end{cases}$$

onde $C(t)$ é medido em gramas por centímetro cúbico (g/cm³).

a. Qual é a concentração inicial do fármaco no órgão?

b. Qual é a concentração do fármaco no órgão após 10 segundos?

c. Qual é a concentração do fármaco no órgão após 30 segundos?

Questão 4

Determine uma fórmula do tipo $y = b.a^x$, para cada função exponencial cujos valores são dados na tabela a seguir.

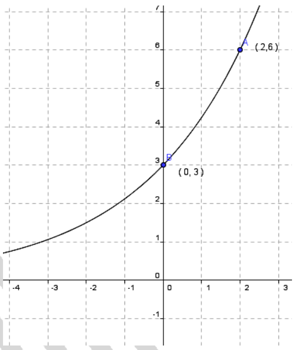
X	f(x)	g(x)
-2	1,472	-9,0625
-1	1,84	-7,25
0	**2,3**	**-5,8**
1	2,875	-4,64
2	3,59375	-3,7123

a) f(x) b) g(x)

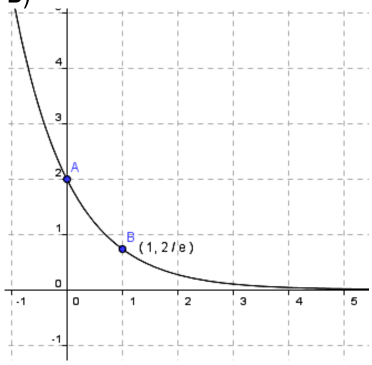
Questão 5

Determine uma fórmula para a função exponencial $y = b.a^x$, cujo gráfico é demonstrado na figura.

a)



B)



Questão 6

Observe a equação exponencial a seguir:

$$25 = 100 \cdot (0{,}5)^x$$

Assinale a alternativa que apresenta o valor para que x satisfaça a equação.

(A) 1
(B) 1,5
(C) 2
(D) 2,5
(E) 3

Questão 7

A produção de uma peça numa empresa é expressa pela função, $y = 100 - 100e^{-0,2d}$ onde y é o número de peças e d o número de dias. A produção de 87 peças será alcançada em quantos dias?

Questão 8

A quantidade, em gramas, de substância radioativa de uma amostra decresce segundo a fórmula

Q(t) = Q_0 e $^{-0,0001t}$, em que t representa o número de anos. Ao fim de 5 000 anos restavam 3 gramas de substância radioativa na amostra. Quantas gramas existiam inicialmente?

Questão

Um som de nível A de decibéis está relacionado com a sua intensidade i pela equação

A = 10 log i (com i > 0)

Com i expressa em unidades adequadas.

a) Um som com 1 000 unidades de intensidade atinge quantos decibéis?

b) De um local próximo os níveis de ruído provocados por um caminhão e por um avião a jato são, respectivamente, 100 e 120 decibéis. Qual é a razão entre a intensidade de ruído provocado pelo avião a jato e a do ruído do caminhão?

c) Exprima i em função de A.

Questão 10

O ouvido humano pode perceber uma extensa faixa de intensidades de ondas sonoras (som), desde cerca de 10^{-12} w/m² (que se toma usualmente como o limiar de audição) até cerca de 1w/m² (que provoca a sensação de dor na maioria das pessoas). Em virtude da enorme faixa de intensidades a que o ouvido é sensível usa-se uma escala logaritmo para descrever o nível de intensidade de uma onda sonora. O nível de intensidade G medido em decibéis (db) se define por $G = 10.\log\left(\frac{I}{10^{-12}}\right)$, onde I é a intensidade do som.

a) Calcule nessa escala, o limiar de audição.

b) Calcule nessa escala, o limiar de audição dolorosa.

11) Considere um algoritmo de busca em um software com uma função de complexidade dada por C(n) = 2n² + 3n + 10, onde n é o tamanho da entrada. Calcule a complexidade para uma entrada de tamanho 100 e interprete o resultado

12) A produtividade de uma equipe de desenvolvimento é modelada por P(t) = 15t + 50, onde t é o tempo em semanas de trabalho. Calcule o número de linhas de código produzidas após 3 semanas de trabalho.

13) A função R(t) = 150 + 5t - 0.1t² modela a quantidade de recursos de um servidor web em t minutos. Determine o momento em que a quantidade de recursos é máxima.

14) Uma equipe de desenvolvimento tem uma lista de tarefas a serem concluídas. A função T(d) = 10d² - 3d + 50 modela o tempo estimado em horas para concluir uma tarefa, onde d é a dificuldade da tarefa. Determine a tarefa de menor dificuldade e o tempo estimado para concluí-la.

15) Um projeto de desenvolvimento de software é estimado para levar 8 semanas. A função

S(t) = 100 - 10t modela a porcentagem de tarefas concluídas em relação ao tempo, onde t é o tempo em semanas. Determine o progresso do projeto após 5 semanas.

16) A vazão de água em um cano é modelada por uma função de fluxo Q(t) = 2t² + 5t, onde t é o tempo em minutos. Calcule a quantidade de água que passou pelo cano nos primeiros 3 minutos.

17) Um banco de dados perde informações ao longo do tempo devido a um processo de decaimento exponencial. A quantidade de informações (I) restante após t horas é dada por

I(t) = 200 . $e^{(-0.02t)}$, onde t é o tempo em horas. Em quanto tempo aproximadamente a quantidade de informações será reduzida para 50?

18) A taxa de crescimento de erros em um código de software é modelada por uma função logarítmica R(t) = 50 * ln(t + 1), onde t é o tempo em dias desde o lançamento. Qual é a taxa de crescimento de erros após 10 dias?