CURSO DE ENGENHARIA DE SOFTWARE

Disciplina: Limite e Derivada de uma Variável Real

Funções Polinomiais e Gráfico

Anápolis – 2022.2

CURSO DE ENGENHARIAS

Disciplina: Limite e Derivada de uma Variável Real

Funções Polinomiais e Gráfico

OBJETIVOS:

- Definir uma função do primeiro grau.
- Identificar os coeficientes angular e linear da função do primeiro grau.
- Definir uma função do segundo grau.
- Desenhar o gráfico da função do primeiro grau e do segundo grau

CURSO DE ENGENHARIAS

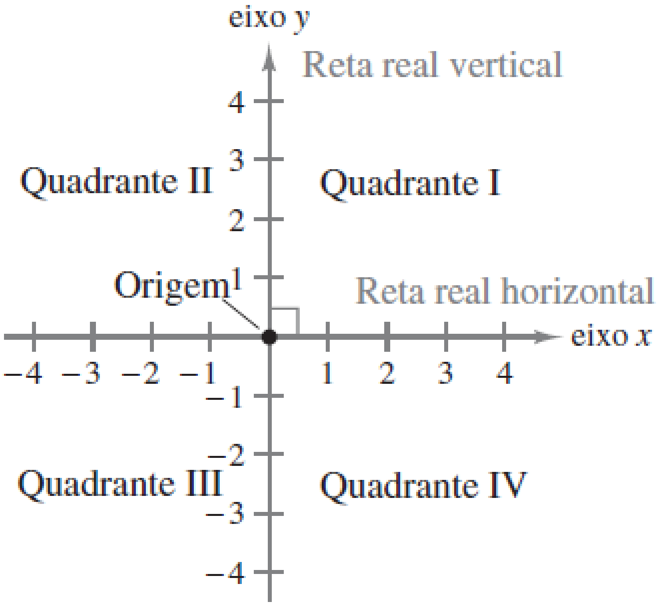
Disciplina: Limite e Derivada de uma Variável Real

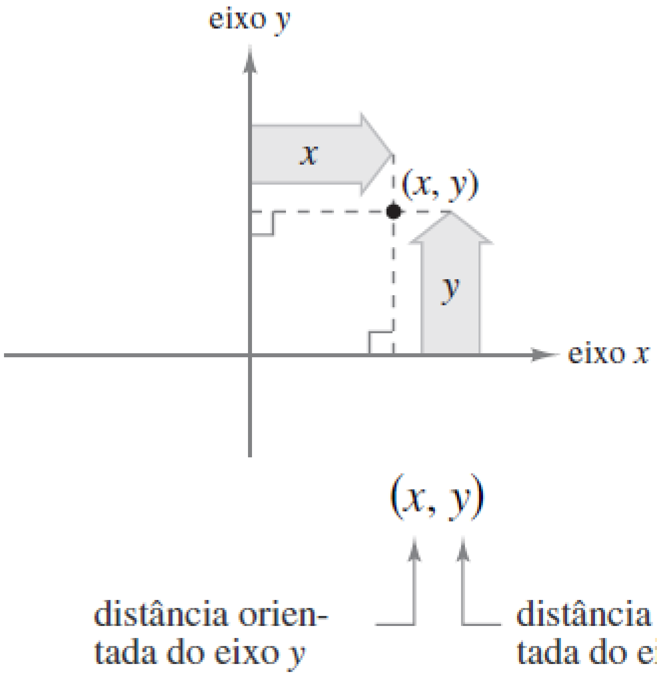
Funções Polinomiais e Gráficos

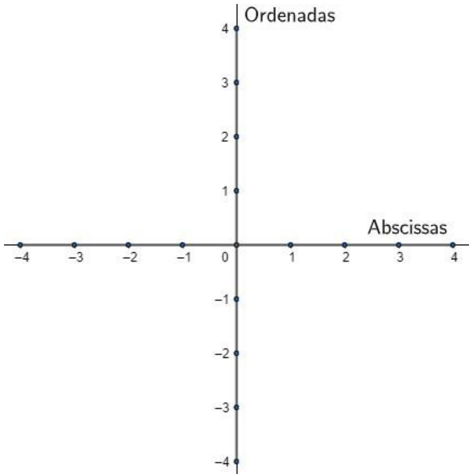
REFERÊNCIAS:

RATTAN, K. S.; KLINGBEIL, N. W. Matemática Básica para Aplicações de Engenharia, Tradução de J. R. Souza. Rio de Janeiro: LTC. Disponível em: https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/9788521633716/cfi/6/40!/4/2/4@0:0.

Plano cartesiano







Função do 1º grau

Noção do conceito de função

O canto dos grilos é um som familiar no campo numa noite quente. O ritmo no qual os grilos cantam depende da temperatura: quando está quente eles cricrilam mais do que em qualquer outro tempo. A tabela abaixo mostra como o ritmo e a temperatura estão relacionados.

Temperatura em Graus Farenheit (*)	50	60	70	80	......
Número de Cricrilos em quinze segundos	10	20	30	40	......

(*) A relação entre graus Farenheit, F, e graus Celsius, C, é dada pela equação:
$F = C \times 1{,}8 + 32$

FUNÇÃO POLINOMIAL DO 1º GRAU (FUNÇÃO AFIM)

Chama-se **função** a regra que leva um conjunto de valores de uma **variável independente** a um novo conjunto de valores, chamado de **imagens da função (variável dependente).**

Disponível em http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Jonata_Boy_with_headphone.svg, acesso em 24/06/2015

FUNÇÃO POLINOMIAL DO 1º GRAU (FUNÇÃO AFIM)

$$f(x) = ax + b$$

Exemplos:

f(x) = 5x – 3, onde a = 5 e b = – 3 (função afim)

f(x) = 6x, onde a = 6 e b = 0 (função linear)

f(x) = x, onde a = 1 e b = 0 (função identidade)

FUNÇÃO POLINOMIAL DO 1º GRAU (FUNÇÃO AFIM)

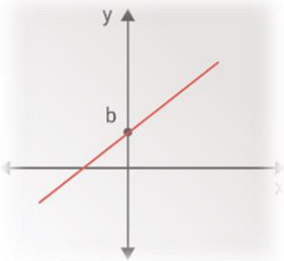
Gráfico da Função Afim

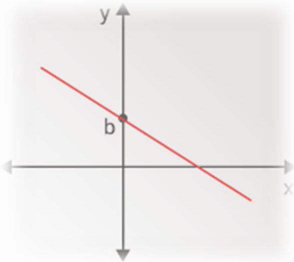
- Para construir o gráfico dessas funções deve-se:

a) Atribuir dois valores (quaisquer) ao x;

b) Calcular suas imagens y = f(x) através da função;

c) Localizar os pontos (x, y) obtidos no plano cartesiano.





FUNÇÃO POLINOMIAL DO 1º GRAU (FUNÇÃO AFIM)

Gráfico da Função Afim

Exemplo 1: Construir o gráfico da função y = $x - 4$

x	y
2	-2
5	1

Para x = 2 temos:

Y = 2 – 4

Y = -2

Para x = 5 temos:

Y = 5 – 4

Y = 1

FUNÇÃO POLINOMIAL DO 1º GRAU (FUNÇÃO AFIM)

Gráfico da Função Afim

Exemplo 1: Construir o gráfico da função $y = x - 4$

x	y
2	-2
5	1

Para x = 2 temos:

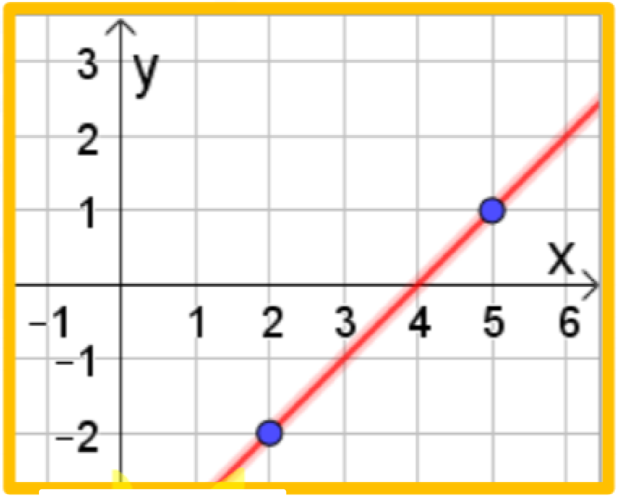
$Y = 2 - 4$

$Y = -2$

Para x = 5 temos:

$Y = 5 - 4$

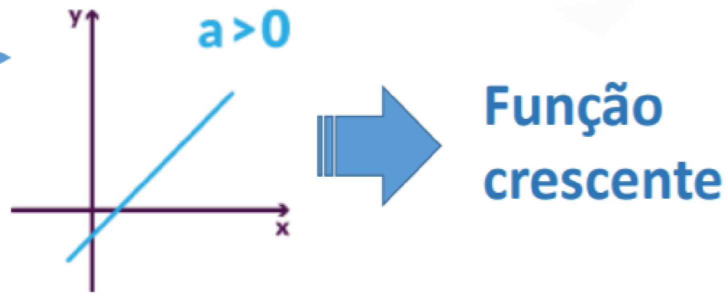
$Y = 1$



Coeficientes da Função Afim

$$f(x) = ax + b$$

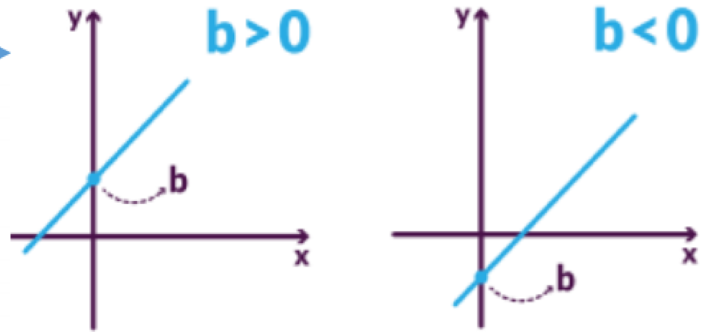
O coeficiente "a" é chamado de taxa de variação ou coeficiente angular. É ele o responsável pela declividade ou inclinação da reta. Se a > 0, a reta será crescente. Se a < 0, a reta será decrescente. Coeficiente angular da reta r é o número real a que expressa à tangente trigonométrica de sua inclinação α, ou seja, a = tgα



Coeficientes da Função Afim

$$f(x) = ax + b$$

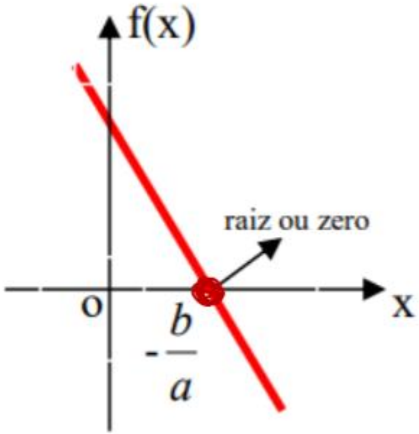
O coeficiente "b" é chamado de termo independente ou coeficiente linear. Graficamente, b é a ordenada do ponto onde a reta "corta" o eixo y. Se cortar acima do eixo x, "b" é positivo, se cortar abaixo do eixo x, "b" é negativo.



FUNÇÃO POLINOMIAL DO 1º GRAU (FUNÇÃO AFIM)

Zero ou raiz da função afim

Chama-se zero ou raiz da função do 1.º grau f(x) = ax + b o valor de x para o qual f(x) = 0, logo: ax + b = 0 ⇒ ax = -b ⇒ $x = -\frac{b}{a}$



Observação: geometricamente, o zero da função do 1º grau é a abscissa do ponto em que a reta corta o eixo x.

Tente fazer

Uma prestadora de serviços cobra pela visita à residência do cliente e pelo tempo necessário para realizar o serviço na residência.
O valor da visita é R$ 40 e o valor da hora para realização do serviço é R$ 20.
Crie expressão que indica o valor a ser pago (P) em função das horas (h) necessárias à execução do serviço.

FUNÇÃO POLINOMIAL DO 2º GRAU (FUNÇÃO QUADRÁTICA)

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

O gráfico da função quadrática é sempre uma parábola e possui elementos importantes, que são:

as raízes da função quadrática, calculadas pelo x’ e x”;

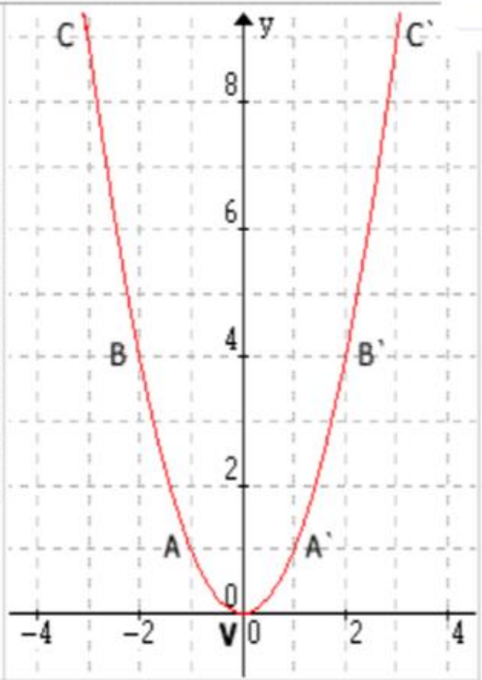
o vértice da parábola, que pode ser encontrado a partir de fórmulas específicas.

FUNÇÃO POLINOMIAL DO 2º GRAU (FUNÇÃO QUADRÁTICA)

Gráfico: as funções da forma $f(x)=ax^2+bx+c$ são representadas por uma curva aberta chamada <u>parábola</u>.

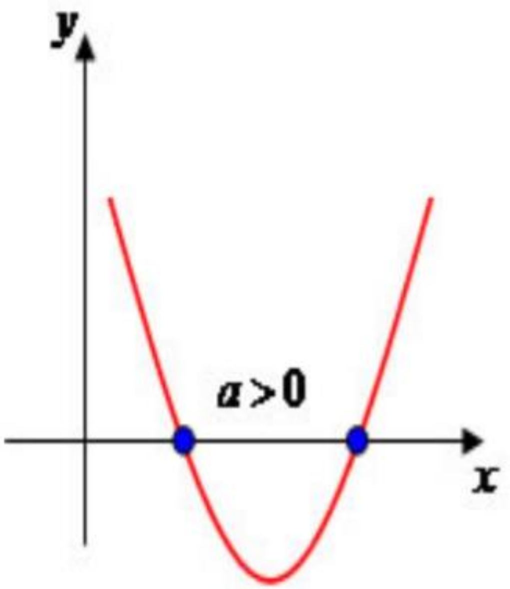
Exemplo:

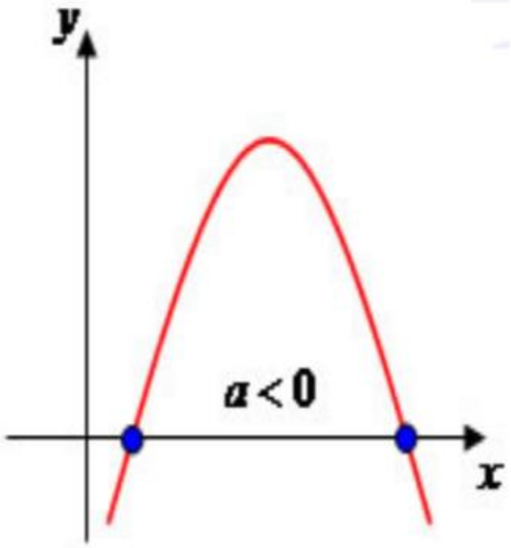
x	$y = f(x) = x^2$
-2	4
-1	1
0	0
1	1
2	4
3	9



FUNÇÃO POLINOMIAL DO 2º GRAU (FUNÇÃO QUADRÁTICA)

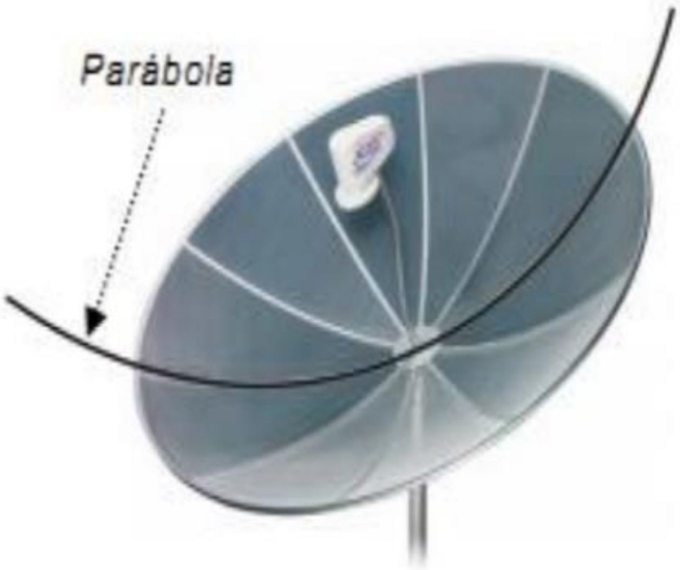
Obs.: a parábola pode ter concavidade para cima ou para baixo. Se a>0 ela será para cima. Se a<0 ela estará voltada para baixo.





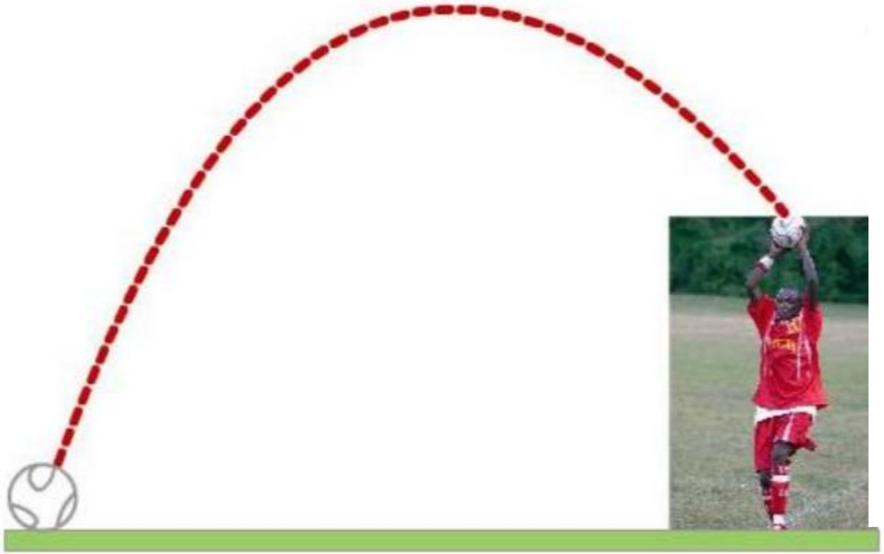
FUNÇÃO POLINOMIAL DO 2º GRAU (FUNÇÃO QUADRÁTICA)

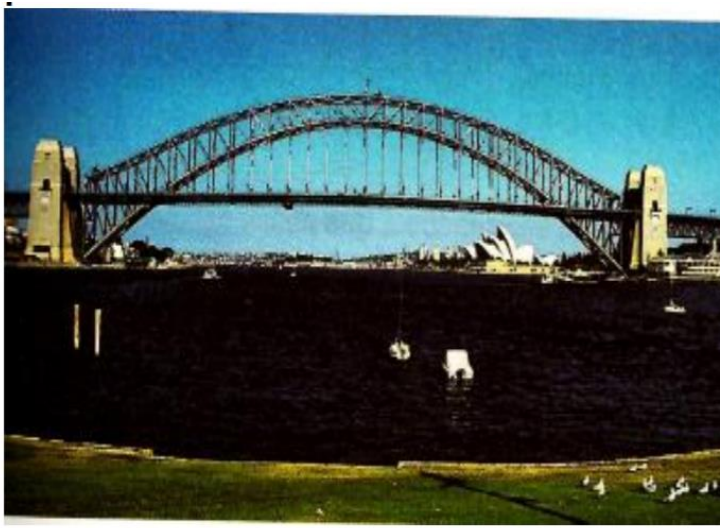
Exemplos na vida real:



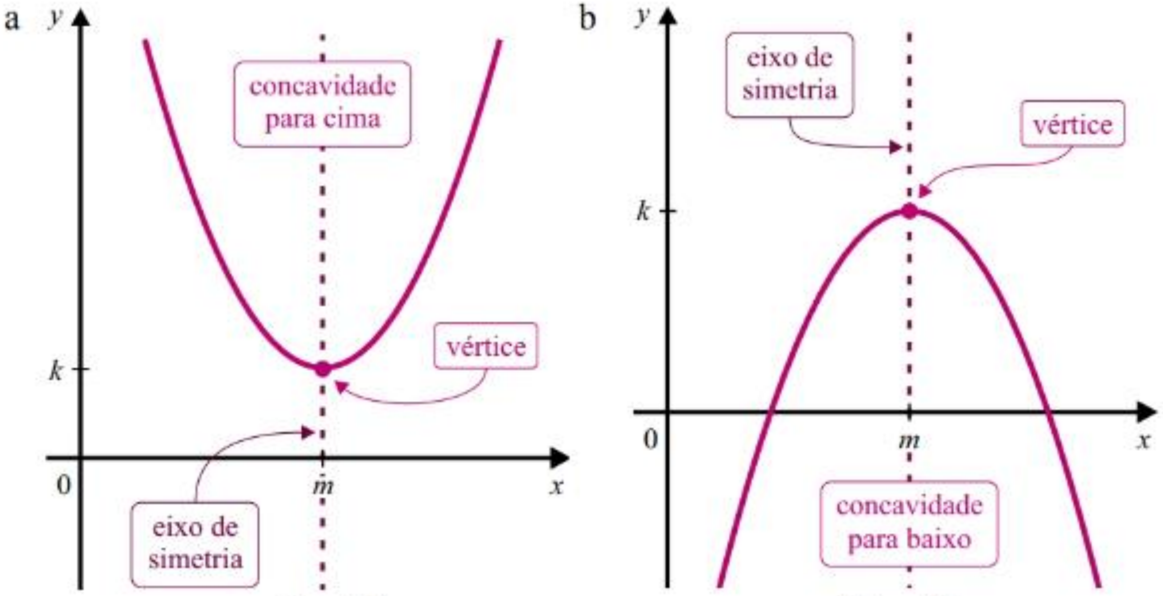
FUNÇÃO POLINOMIAL DO 2º GRAU (FUNÇÃO QUADRÁTICA)

Exemplos na vida real:



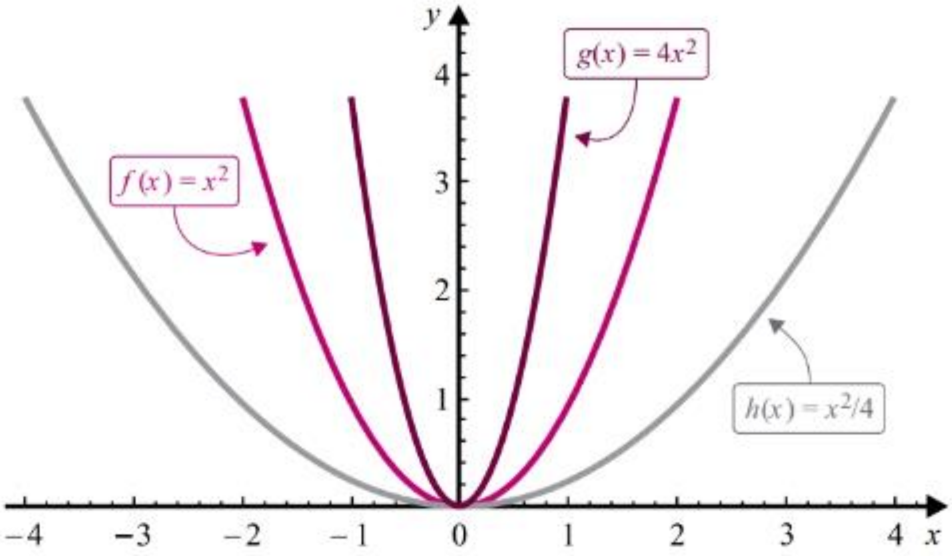


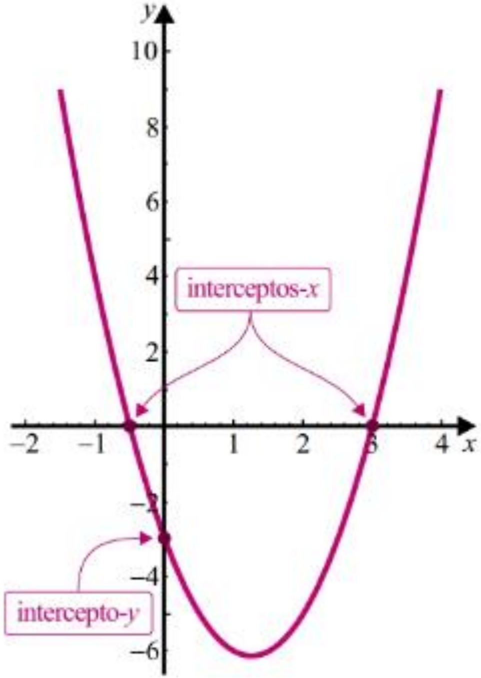
FUNÇÃO POLINOMIAL DO 2º GRAU (FUNÇÃO QUADRÁTICA)



(a) $a > 0$ (b) $a < 0$

FUNÇÃO POLINOMIAL DO 2º GRAU (FUNÇÃO QUADRÁTICA)





FUNÇÃO POLINOMIAL DO 2º GRAU (FUNÇÃO QUADRÁTICA)

Zeros (ou raízes) da função: são valores de "x" que substituídos na fórmula da função dão como resultado f(x)=0 (y=0). Geometricamente, os zeros da função são os pontos onde a parábola "corta" o eixo x.

No caso em que $\Delta=0$, a parábola tangencia (toca) o eixo em um ponto já que x'=x".

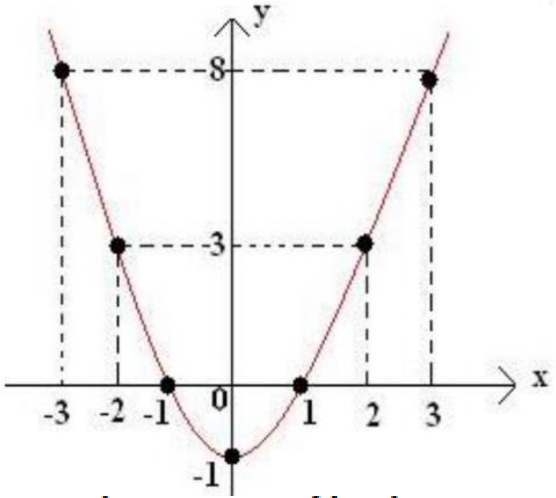
IMPORTANTE!!!

Não confunda o zero da função com o zero do plano cartesiano (0,0).

Obs.: o valor de "c" é o ponto onde a parábola "corta" o eixo y.

FUNÇÃO POLINOMIAL DO 2º GRAU (FUNÇÃO QUADRÁTICA)

Exemplo: determinar as raízes da função $f(x)=x^2-1$.



Solução:

$f(x)=0 \rightarrow x^2-1=0$

$$x = \pm\sqrt{1}$$

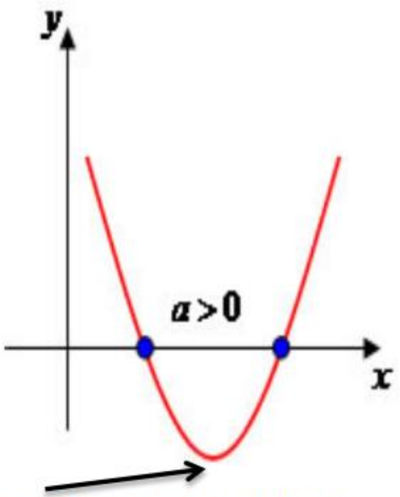
$$x = \pm 1$$

Esses valores, -1 e 1, são as raízes. O ponto onde a parábola "corta" o eixo y é (0, -1).

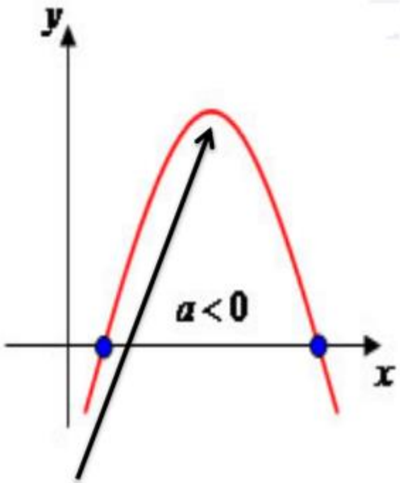
FUNÇÃO POLINOMIAL DO 2º GRAU (FUNÇÃO QUADRÁTICA)

Vértice da parábola: é o ponto onde a parábola “faz a curva”.

Toda função do 2º grau tem um valor máximo ou mínimo. Se a>0 ela terá um valor mínimo. Se a<0 ela terá um valor máximo. Em qualquer caso, quem representa o ponto de máximo ou mínimo é o vértice.



Vértice (ponto de mínimo)



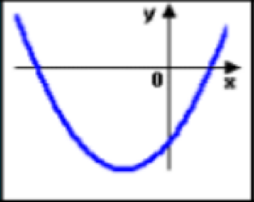
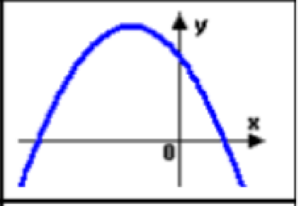
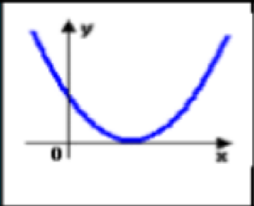
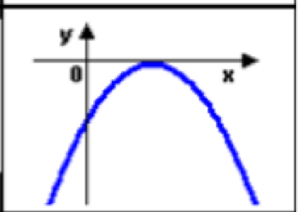
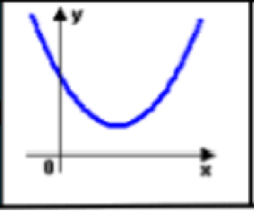
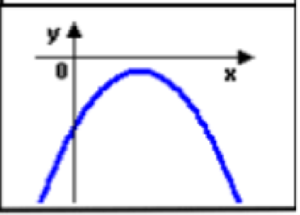
Vértice (ponto de máximo)

$$x_V = \frac{-b}{2a}$$

$$y_V = \frac{-\Delta}{4a}\left(\Delta = b^2 - 4ac\right)$$

FUNÇÃO POLINOMIAL DO 2º GRAU (FUNÇÃO QUADRÁTICA)

Resumo das possibilidades:

delta Δ	a parábola no plano cartesiano	$a > 0$ concavidade para cima	$a < 0$ concavidade para baixo
$\Delta > 0$	corta o eixo horizontal em dois pontos		
$\Delta = 0$	toca em um ponto o eixo horizontal		
$\Delta < 0$	não corta o eixo horizontal		

EQUAÇÃO DE BHASKARA

a, b e c são coeficientes da equação x

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

Zeros da Função Quadrática

Exemplo 3: Determine os zeros da função y = $x^2 + 2x + 10$

$a = 1 \quad b = 2 \quad c = 10$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = (2)^2 - 4.1.10$

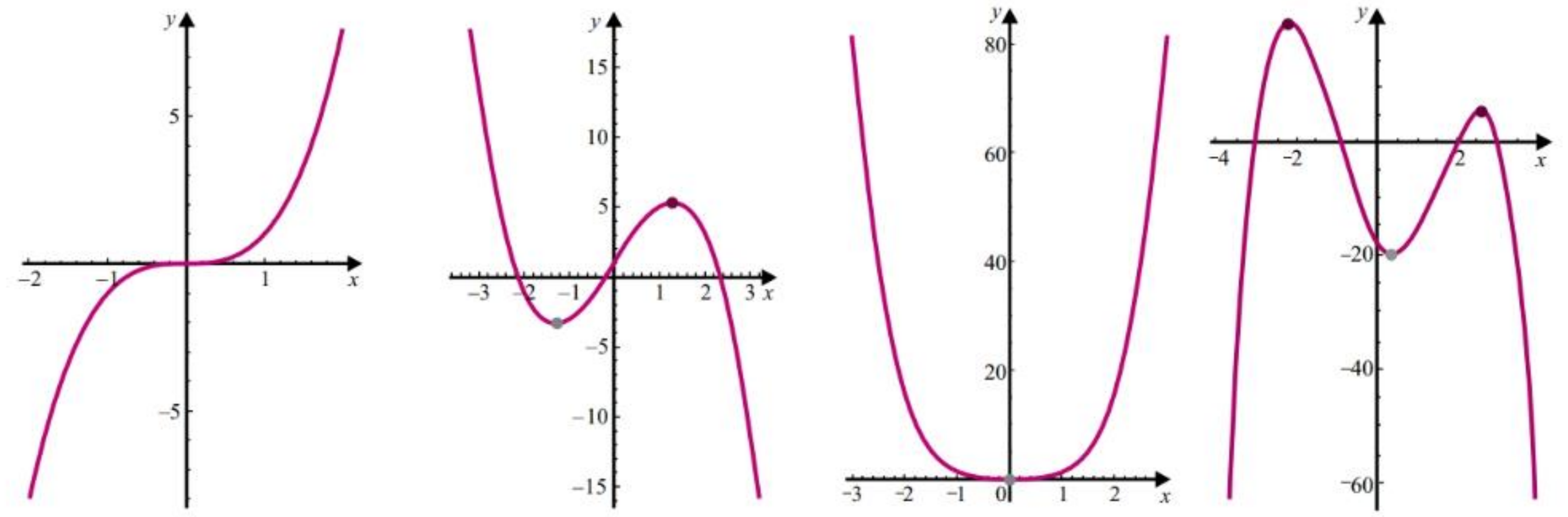
$\Delta = 4 - 40$

$\Delta = -36$

Essa equação não tem solução real, porque não existe a raiz quadrada de número negativos.

$\sqrt{-36} \rightarrow$ não é um número real.

OUTROS GRÁFICOS



(a) $p(x) = x^3$

(b) $p(x) = -x^3 + 5x + 1$

(c) $p(x) = x^4$

(d) $p(x) = -x^4 + x^3 + 11x^2 - 9x - 18$

Questões para resolver

Questão 1

Carlos está fazendo a compra de material escolar para seu filho, comprou três cadernos e cinco livros. Ele pagou pela compra o valor total de R$ 380,00.

Sabendo que cada caderno custa R$ 25,00, podemos afirmar que o valor de cada livro corresponde a:

Questões para resolver

Questão 2

O estudo de funções pode ser útil para modelar problemas aplicados a fim de realizar previsões, mas, para isso, é necessário conhecer as características e especificidades de cada tipo de função. Na função de primeiro grau, há dois coeficientes: o linear, que representa a interseção da reta com o eixo y, e o angular, que representa a inclinação da reta.

Com base no exposto, determine os coeficientes angular e linear da reta representada pela função $f(x) = 3x + 5$.

Questões para resolver

Questão 3

Ao trabalhar com a função do primeiro grau, é muito importante saber reconhecer os coeficientes linear e angular a partir da análise de sua expressão analítica. Se ela estiver na forma y = ax + b, tem-se (a) como coeficiente angular e (b) como coeficiente linear. Caso não esteja nessa forma, é preciso isolar o valor de y.

Dessa forma, o coeficiente angular e a interseção com o eixo y da reta cuja equação é x + 2y = 8 são, respectivamente:

Questões para resolver

Questão 4

Uma das aplicações da função de primeiro grau é em problemas envolvendo depreciação de bens, ou seja, a sua perda de valor ao longo do tempo.

Considere que um edifício valendo R$ 360.000,00 é depreciado pelo seu proprietário. O valor y do edifício depois de x meses de uso é y = 360.000 – 1.500x. Quanto tempo (em meses) leva para que o edifício seja totalmente depreciado, ou seja, seu valor seja zero?

Questões para resolver

Questão 5

Qual das alternativas abaixo corresponde às letras a, b e c da equação de segundo grau $y = -2x^2 + 5X - 3$? Construa seu gráfico.

Questão 6

Quais são as raízes que satisfazem a equação de segundo grau definida por $x^2 + 3x - 4 = 0$? Construa o gráfico de $y = x^2 + 3x - 4$.

Questão 7

Se você multiplicar um número real x por ele mesmo e, do resultado, subtrair 5, você vai obter o quádruplo do número x. Calcule qual é este número.

Questões para resolver

Questão 8

As equações de segundo grau apresentam diversas aplicações em nosso cotidiano, como na física, na engenharia, na administração e também nos sistemas biológicos. Vamos imaginar que você trabalha em uma cozinha industrial que, para se adaptar às regras de higiene impostas pela legislação, este estabelecimento precisa estar cercado por telas, a fim de não permitir a entrada de insetos no interior da área de produção de alimentos.

Você possui 100 metros de tela e deseja cercar uma área retangular de $600m^2$.

a)Como você calcularia as dimensões (x e y) desta área que deve ser cercada?
b) Quais são os valores, em metros, destas dimensões (x e y), enfatizando que a largura total da tela que você possui é de 100 metros e que a área da cozinha industrial que deve ser cercada apresenta $600m^2$?