

Álgebra

El **álgebra** (del árabe: الجبر *al-ġabr* 'reintegración, recomposición'¹) es la rama de la matemática que estudia la combinación de elementos de estructuras abstractas acorde a ciertas reglas. Originalmente esos elementos podían ser interpretados como números o cantidades, por lo que el álgebra en cierto modo originalmente fue una generalización y extensión de la aritmética.² ³ En el álgebra moderna existen áreas del álgebra que en modo alguno pueden considerarse extensiones de la aritmética (álgebra abstracta, álgebra homológica, álgebra exterior, etc.).



Al Juarismi (siglo IX d.C.), considerado uno de los «padres del álgebra».

Índice

Introducción

Historia del álgebra

- El álgebra en la antigüedad
- Influencia árabe
- Edad Moderna
- Siglo XIX

Notación algebraica

- Signos de operación
- Signos de relación

Signos de agrupación

Signos y símbolos más comunes

Lenguaje algebraico

Estructura algebraica

Véase también

Referencias

Bibliografía

Enlaces externos

Introducción

A diferencia de la aritmética elemental, que trata de los números y las operaciones fundamentales, en álgebra -para lograr la generalización- se introducen además símbolos (usualmente *letras*) para representar parámetros (variables o coeficientes), o cantidades desconocidas (incógnitas); las expresiones así formadas son llamadas «*fórmulas algebraicas*», y expresan una regla o un principio general.⁴ El álgebra conforma una de las grandes áreas de las matemáticas, junto a la teoría de números, la geometría y el análisis.

La palabra «álgebra» proviene del vocablo árabe الجبر *al-ġabar* (en árabe dialectal por asimilación progresiva se pronunciaba [alġebr] de donde derivan los términos de las lenguas europeas), que se traduce como 'restauración' o 'reponimiento, reintegración'. Deriva del tratado escrito alrededor del año 820 d. C. por el matemático y astrónomo persa Muhammad ibn Musa al-Jwarizmi (conocido como Al Juarismi), titulado *Al-kitāb al-mukhtaṣar fī ḥisāb al-ġarabī waʾl-muqābala* (*Compendio de cálculo por reintegración y comparación*), el cual proporcionaba operaciones simbólicas para la solución sistemática de ecuaciones lineales y cuadráticas. Muchos de sus métodos derivan del desarrollo de la matemática en el islam medieval, destacando la independencia del álgebra como una disciplina matemática independiente de la geometría y de la aritmética.⁵ Puede considerarse al álgebra como el arte de hacer cálculos del mismo modo que en aritmética, pero con objetos matemáticos *no-numéricos*.⁶

El adjetivo «**algebraico**» denota usualmente una relación con el álgebra, como por ejemplo en *estructura algebraica*. Por razones históricas, también puede indicar una relación con las soluciones de ecuaciones polinomiales, números algebraicos, extensión algebraica o expresión algebraica. Conviene distinguir entre:

- Álgebra elemental** es la parte del álgebra que se enseña generalmente en los cursos de matemáticas.
- Álgebra abstracta** es el nombre dado al estudio de las «estructuras algebraicas» propiamente.

El álgebra usualmente se basa en estudiar las combinaciones de cadenas finitas de signos y, mientras que análisis matemático requiere estudiar límites y sucesiones de una cantidad infinita de elementos.

Historia del álgebra

Véase también: Historia de la matemática

El álgebra en la antigüedad

Las raíces del álgebra pueden rastrearse hasta la antigua matemática babilónica,⁷ que había desarrollado un avanzado sistema aritmético con el que fueron capaces de hacer cálculos en una forma algorítmica. Con el uso de este sistema lograron encontrar fórmulas y soluciones para resolver problemas que hoy en día suelen resolverse mediante ecuaciones lineales, ecuaciones de segundo grado y ecuaciones indeterminadas. En contraste, la mayoría de los egipcios de esta época, y la mayoría de los matemáticos griegos y chinos del primer milenio antes de Cristo, normalmente resolvían tales ecuaciones por métodos geométricos, tales como los descritos en el *Papiro de Rhind*, *Los Elementos* de Euclides y *Los nueve capítulos sobre el arte matemático*.



Papiro de Ahmes; *Las nueve lecciones del arte matemático*; *Elementos de Euclides*, datado entre 2000 al 1800 a. C. ca. 300 a. C. compilado durante siglos II y I a. C.

Véase también: Matemática helénica

Los matemáticos de la Antigua Grecia introdujeron una importante transformación al crear un álgebra de tipo geométrico, en donde los «términos» eran representados mediante los «lados de objetos geométricos», usualmente líneas a las cuales asociaban letras.⁶ Los matemáticos helénicos Herón de Alejandría y Diofanto⁸ así como también los matemáticos indios como Brahmagupta, siguieron las tradiciones de Egipto y Babilonia, si bien la *Arithmetica* de Diofanto y el *Brahmasphutasiddhanta* de Brahmagupta se hallan a un nivel de desarrollo mucho más alto.⁹ Por ejemplo, la primera solución aritmética completa (incluyendo al cero y soluciones negativas) para las ecuaciones cuadráticas fue descrita por Brahmagupta en su libro *Brahmasphutasiddhanta*. Más tarde, los matemáticos árabes y musulmanes desarrollarían métodos algebraicos a un grado mucho mayor de sofisticación.

Diofanto (siglo III d.C.), algunas veces llamado «el pádre del álgebra», fue un matemático alejandrino, autor de una serie de libros intitulados *Arithmetica*. Estos textos tratan de las soluciones a las ecuaciones algebraicas.¹⁰

Influencia árabe

Véase también: Matemática en el islam medieval

Los babilonios y Diofanto utilizaron sobre todo métodos especiales "ad hoc" para resolver ecuaciones, la contribución de Al-Khwarizmi fue fundamental; resuelve ecuaciones lineales y cuadráticas sin el simbolismo algebraico, números negativos o el cero, por lo que debe distinguir varios tipos de >jab.¹¹



Página del libro *Kitāb al-mukhtaṣar fī ḥisāb al-ʿabr wa-l-muqābala*, de Al-Juarismi.



Arithmetica; escrito por Diofanto alrededor de 280.

El matemático persa Omar Khayyam desarrolló la geometría algebraica y encontró la solución geométrica de la ecuación cúbica. Otro matemático persa, Sharaf Al-Din al-Tusi, encontró la solución numérica y algebraica a diversos casos de ecuaciones cúbicas; también desarrolló el concepto de función. Los matemáticos indios Mahavirá y Bhaskara II, el matemático persa Al-Karaji, y el matemático chino Zhu Shijie, resolvieron varios casos de ecuaciones de grado tres, cuatro y cinco, así como ecuaciones polinómicas de orden superior mediante métodos numéricos.

Edad Moderna

Durante la Edad Moderna europea tienen lugar numerosas innovaciones, y se alcanzan resultados que claramente superan los resultados obtenidos por los matemáticos árabes, persas, indios o griegos. Parte de este estímulo viene del estudio de las ecuaciones polinómicas de tercer y cuarto grado. Las soluciones para ecuaciones polinómicas de segundo grado ya era conocida por los matemáticos babilónicos cuyos resultados se difundieron por todo el mundo antiguo.

El descubrimiento del procedimiento para encontrar soluciones algebraicas de tercer y cuarto orden se dieron en la Italia del siglo XVI. También es notable que la noción de determinante fue descubierta por el matemático japonés Kowa Seki en el siglo XVII, seguido por Gottfried Leibniz diez años más tarde, con el fin de resolver sistemas de ecuaciones lineales simultáneas utilizando matrices. Entre los siglos XVI y XVII se consolidó la noción de número complejo, con lo cual la noción de álgebra empezaba a apartarse de cantidades medibles. Gabriel Cramer también hizo un trabajo sobre matrices y determinantes en el siglo XVIII. También Leonhard Euler, Joseph-Louis Lagrange, Adrien-Marie Legendre y numerosos matemáticos del siglo XVIII hicieron avances notables en álgebra.

Siglo XIX

El álgebra abstracta se desarrolló en el siglo XIX, inicialmente centrada en lo que hoy se conoce como teoría de Galois y en temas de la constructibilidad.¹² Los trabajos de Gauss generalizaron numerosas estructuras algebraicas. La búsqueda de una fundamentación matemática rigurosa y una clasificación de los diferentes tipos de construcciones matemáticas llevó a crear áreas del álgebra abstracta durante el siglo XIX absolutamente independientes de nociones aritméticas o geométricas (algo que no había sucedido con el álgebra de los siglos anteriores).

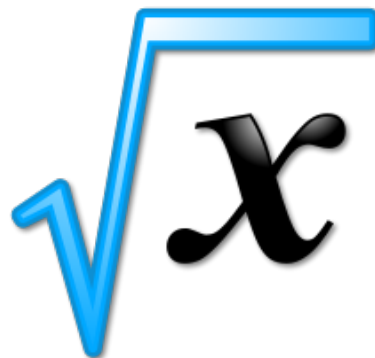
Notación algebraica

Consiste en que los números se emplean para representar cantidades conocidas y determinadas. Las letras se emplean para representar toda clase de cantidades, ya sean conocidas o desconocidas. Las cantidades conocidas se expresan por las primeras letras del alfabeto: a, b, c, d, \dots Las cantidades desconocidas se representan por las últimas letras del alfabeto: u, v, w, x, y, z .¹³

Los signos empleados en álgebra son tres clases: Signos de operación, signos de relación y signos de agrupación.¹³

Signos de operación

En álgebra se verifican con las cantidades las mismas operaciones que en aritmética: suma, resta, multiplicación, elevación a potencias y extracción de raíces, que se indican con los principales signos de aritmética excepto el signo de multiplicación. En lugar del signo \times suele emplearse un punto entre los factores y también se indica a la multiplicación colocando los factores entre paréntesis. Así $a \cdot b$ y $(a)(b)$ equivale a $a \times b$.



Notación matemática de raíz cuadrada de x .

Signos de relación

Se emplean estos signos para indicar la relación que existe entre dos cantidades. Los principales son: $=$, que se lee igual a. Así, $a=b$ se lee “ a igual a b ”. $>$, que se lee mayor que. Así, $x + y > m$ se lee “ $x + y$ mayor que m ”. $<$, que se lee menor que. Así, $a < b + c$ se lee “ a menor que $b + c$ ”.

Signos de agrupación

Los signos de agrupación son: el paréntesis ordinario (), el paréntesis angular o corchete [], las llaves { } y la barra o vínculo |. Estos signos indican que la operación colocada entre ellos debe efectuarse primero. Así, $(a + b)c$ indica que el resultado de la suma a y b debe multiplicarse por c ; $[a - b]m$ indica que la diferencia entre a y b debe multiplicarse por m , $\{a + b\} \div \{c - d\}$ indica que la suma de a y b debe dividirse entre la diferencia de c y d . El orden de estos signos son de la siguiente forma $\{ [()] \}$, por ejemplo: $\{ [(a + b) - c] \cdot d \}$ indica que al resultado de la suma de $a + b$ debe restarse c y el resultado de esto multiplicarse por d .

Signos y símbolos más comunes

Los signos y símbolos son utilizados en el álgebra — y en general en teoría de conjuntos y álgebra de conjuntos — con los que se constituyen ecuaciones, matrices, series, etc. Sus letras son llamadas **variables**, ya que se usa esa misma letra en otros problemas y su valor va variando.

Aquí algunos ejemplos:

Signos y símbolos	
Expresión	Uso
+	Además de expresar adición también es usada para expresar <u>operaciones binarias</u>
c o k	Expresan <u>términos constantes</u>
Primeras letras del abecedario a, b, c, \dots	Se utilizan para expresar cantidades conocidas
Últimas letras del abecedario \dots, x, y, z	Se utilizan para expresar incógnitas
n	Expresa cualquier número $(1, 2, 3, 4, \dots, n)$
Exponentes y subíndices $a', a'', a'''; a_1, a_2, a_3$	Expresar cantidades de la misma especie, de diferente magnitud.



Simbología de Conjuntos ¹⁴	
Símbolo	Descripción
$\{$	<u>conjunto</u>
\in	Es un elemento del conjunto o pertenece al conjunto.
\notin	No es un elemento del conjunto o no pertenece al conjunto.
$ $	Tal que.
$n(C)$	Cardinalidad del conjunto C .
U	<u>Conjunto Universo</u> .
Φ	<u>Conjunto Vacío</u> .
\subseteq	Subconjunto de.
\subset	Subconjunto propio de.
$\not\subset$	No es subconjunto propio de.
$>$	Mayor que.
$<$	Menor que.
\geq	Mayor o igual que.
\leq	Menor o igual que.
\cap	<u>Intersección de conjuntos</u> .
\cup	<u>Unión de Conjuntos</u> .
A'	<u>Complemento del conjunto A</u> .
$=$	Símbolo de igualdad.
\neq	No es igual a.
\dots	El conjunto continúa.
\Leftrightarrow	Si y sólo si.
\neg (en algunos ocasiones)	No, <u>negación lógica</u> (es falso que).

~)
 \wedge Y
 \vee O



Lenguaje algebraico

Lenguaje algebraico¹⁴

Lenguaje común

Un número cualquiera.
 Un número cualquiera aumentado en siete.
 La diferencia de dos números cualesquiera.
 El doble de un número excedido en cinco.
 La división de un número entero entre su antecesor
 La mitad de un número.
 El cuadrado de un número
 La media de la suma de dos números
 Las dos terceras partes de un número disminuidos en cinco es igual a 12.
 Tres números naturales consecutivos.
 La parte mayor de 1200, si la menor es w
 El cuadrado de un número aumentado en siete.
 Las tres quintas partes de un número más la mitad de su consecutivo equivalen a tres.
 El producto de un número con su antecesor equivalen a 30.
 El cubo de un número más el triple del cuadrado de dicho número.

Lenguaje algebraico

m
 $m + 7$
 $f - q$
 $2x + 5$
 $x/(x-1)$
 $d/2$
 y^2
 $(b+c)/2$
 $2/3 (x-5) = 12$
 $x, x + 1, x + 2.$
 $1200 - w$
 $b^2 + 7$
 $3/5 p + 1/2 (p+1)$
 $= 3$
 $x(x-1) = 30$
 $x^3 + 3x^2$

Estructura algebraica


En matemáticas, una estructura algebraica es un conjunto de elementos con unas propiedades operacionales determinadas; es decir, lo que define a la estructura del conjunto son las operaciones que se pueden realizar con los elementos de dicho conjunto y las propiedades matemáticas que dichas operaciones poseen. Un objeto matemático constituido por un conjunto no vacío y algunas leyes de composición interna definida en él es una estructura algebraica. Las estructuras algebraicas más importantes son:

Estructura	Ley interna	Asociatividad	Neutro	Inverso	Conmutatividad
<u>Magma</u>	✓				
<u>Semigrupo</u>	✓	✓			
<u>Monoide</u>	✓	✓	✓		
<u>Monoide abeliano</u>	✓	✓	✓		✓
<u>Grupo</u>	✓	✓	✓	✓	
<u>Grupo abeliano</u>	✓	✓	✓	✓	✓

Estructura (A,+,·)	(A,+)	(A,·)
<u>Semianillo</u>	Monoide abeliano	Monoide
<u>Anillo</u>	Grupo abeliano	Semigrupo
<u>Cuerpo</u>	Grupo abeliano	Grupo abeliano

- Módulo
- Espacio vectorial

Véase también

-  Portal:Álgebra. Contenido relacionado con **Álgebra**.
- Álgebra abstracta
- Álgebra elemental
- Teorema fundamental del álgebra
- Notación matemática





Referencias

- Federico Corriente (1991): *Diccionario Árabe-Español*, Ed. Herder, ISBN 84-254-1763-5
- The 1911 Classic Encyclopedia, *Algebra* (<https://web.archive.org/web/20090125122215/http://1911encyclopedia.org/Algebra>), (en inglés).
- Diccionario de la Real Academia Española, *álgebra* (<http://lema.rae.es/drae/?val=%C3%A1lgebra>).
- Aurelio Baldor, *Álgebra*, pp. 5-6.
- Roshdi Rashed (Noviembre de 2009). Saqi Books, ed. *Al Khwarizmi: The Beginnings of Algebra*. ISBN 0-86356-430-5.
- C.B. Boyer, 1991, *Europe in the Middle Ages*, p. 258.
- Struik, Dirk J. (1987). *A Concise History of Mathematics*. New York: Dover Publications. ISBN 0486602559.
- Diophantus, Father of Algebra (<http://library.thinkquest.org/25672/diophan.htm>)
 - Archivado (<http://web.archive.org/web/20130727040815/http://library.thinkquest.org/25672/diophan.htm>) el 27 de julio de 2013 en la *Wayback Machine*.
- History of Algebra (<http://www.algebra.com/algebra/about/history/>)
- Cajori, Florian (2010). *A History of Elementary Mathematics – With Hints on Methods of Teaching* (<http://books.google.com/books?id=gZ2Us3F7dSwC&pg=PA34&dq=hl=en#v=onepage&q=&f=false>). p. 34. ISBN 1-4460-2221-8.
- Josef W. Meri (2004). *Medieval Civilization* (<http://books.google.com/books?id=H-k9oc9xsuAC&pg=PA31>). Psychology Press. p. 31. ISBN 978-0-415-96690-0. Consultado el 25 de noviembre de 2012.
- "The Origins of Abstract Algebra (<http://www.math.hawaii.edu/~lee/algebra/history.html>)". University of Hawaii Mathematics Department.
- Álgebra* Aurelio Baldor (2003)
- Álgebra* Arturo Aguilar (2009)

Bibliografía

- Aguilar, A., Bravo, F. V., Gallegos, H. A., Cerón, M., & Reyes, R. (2009). *Álgebra*. México, D. F.: Prentice Hall.
- Baldor, A. (2007). *Álgebra*. México, D. F.: Grupo Editorial Patria.

Enlaces externos

-  **Wikimedia Commons** alberga una categoría multimedia sobre **Álgebra**.
-  **Wikiquote** alberga frases célebres de o sobre **Álgebra**.
-  **Wikcionario** tiene definiciones y otra información sobre **álgebra**.
-  **Wikiversidad** alberga proyectos de aprendizaje sobre **Álgebra**.

Obtenido de «<https://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Álgebra&oldid=107681656>»

Esta página se editó por última vez el 10 may 2018 a las 10:46.

El texto está disponible bajo la *Licencia Creative Commons Atribución Compartir Igual 3.0*; pueden aplicarse cláusulas adicionales. Al usar este sitio, usted acepta nuestros *términos de uso* y nuestra *política de privacidad*.

Wikipedia® es una marca registrada de la *Fundación Wikimedia, Inc.*, una organización sin ánimo de lucro.