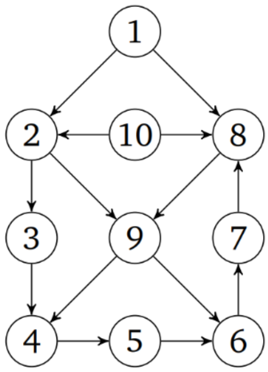
Aufgabe 1 (AGS 9.2.11)

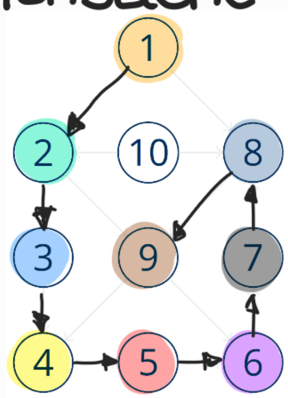
Der gerichtete Graph G sei durch folgende Darstellung gegeben:

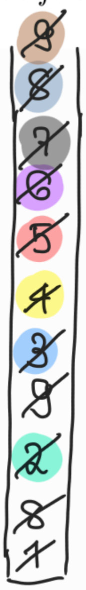


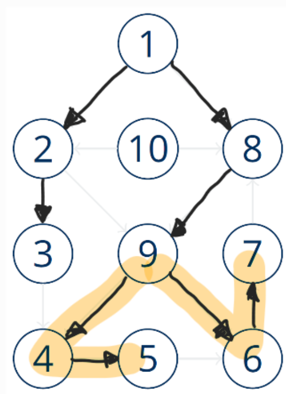
(a) Wenden Sie auf G wiederholt den DFS-Algorithmus mit dem Startknoten 1 an und bestimmen Sie auf diese Weise drei unterschiedliche *depth-first trees*.

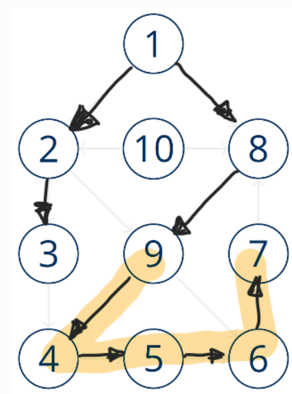
(b) Wenden Sie auf G wiederholt den BFS-Algorithmus mit dem Startknoten 1 an und bestimmen Sie auf diese Weise drei unterschiedliche *breadth-first trees*.

a) Tiefensuche



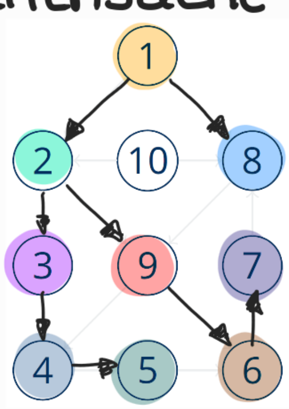


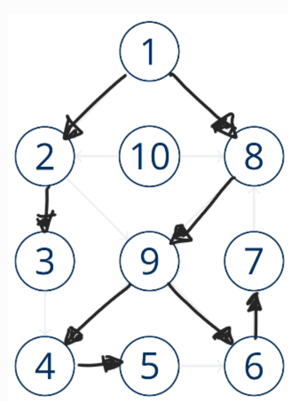


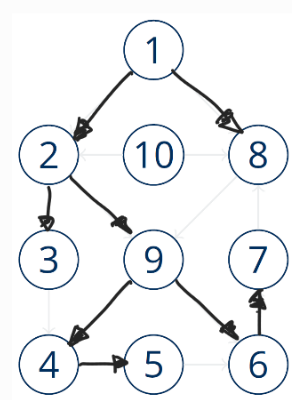


→ es gibt insgesamt 5 DFT's

b) Breitensuche







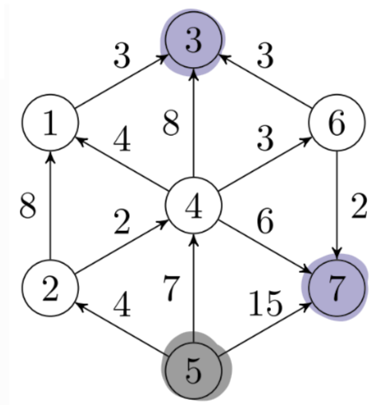
~~1~~~~8~~~~2~~~~9~~~~3~~ 4~~6~~5~~7~~

~~1~~2~~8~~ ~~9~~~~3~~~~4~~6~~5~~~~7~~

→ Das sind schon alle BFT's (die zwei anderen "Warteschlangen" liefern schon gefundene BFT's

Aufgabe 2 (AGS 9.4.4)

Der kantenbewertete Graph $G = (V, E)$ sei durch folgende graphische Darstellung gegeben:



(a) Geben Sie für G die modifizierte Adjazenzmatrix mA_G an.

$$mA_G = \begin{array}{c|ccccccc} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ \hline 1 & 0 & \infty & 3 & \infty & \infty & \infty & \infty \\ 2 & 8 & 0 & \infty & 2 & \infty & \infty & \infty \\ 3 & \infty & \infty & 0 & \infty & \infty & \infty & \infty \\ 4 & 4 & \infty & 8 & 0 & \infty & 3 & 6 \\ 5 & \infty & 4 & \infty & 7 & 0 & \infty & 15 \\ 6 & \infty & \infty & 3 & \infty & \infty & 0 & 2 \\ 7 & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & 0 \end{array} = D_G^{(0)}$$

(b) Geben Sie für den Floyd-Warshall-Algorithmus die Matrix $D_G^{(2)}$ an. Schreiben Sie hierbei nur die Matrixelemente auf, die sich gegenüber mA_G geändert haben, und benutzen Sie dafür die Notation: (i, j, k) mit i = Anfangsknoten, j = Endknoten, k = Entfernung. Zwischenschritte bei der Berechnung von $D_G^{(2)}$ brauchen Sie nicht anzugeben.

Berechnung von $D_G^{(2)}$

2.Zeile

2.Spalte

$$D_G^{(1)} = \begin{pmatrix} 0 & \infty & 3 & \infty & \infty & \infty & \infty \\ 8 & 0 & 11 & 2 & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \infty & 0 & \infty & \infty & \infty & \infty \\ 4 & \infty & 7 & 0 & \infty & 3 & 6 \\ \infty & 4 & \infty & 7 & 0 & \infty & 15 \\ \infty & \infty & 3 & \infty & \infty & 0 & 2 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & 0 \end{pmatrix} \qquad D_G^{(2)} = \begin{pmatrix} 0 & \infty & 3 & \infty & \infty & \infty & \infty \\ 8 & 0 & 11 & 2 & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \infty & 0 & \infty & \infty & \infty & \infty \\ 4 & \infty & 7 & 0 & \infty & 3 & 6 \\ 12 & 4 & 15 & 6 & 0 & \infty & 15 \\ \infty & \infty & 3 & \infty & \infty & 0 & 2 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & 0 \end{pmatrix}$$

$\Rightarrow$ $(2,3,11)$, $(4,3,7)$, $(5,1,12), (5,3,15), (5,4,6)$

(c) Welche Matrizen $D_G^{(k)}$, $k > 2$, können in unserem Beispiel nur zu einer Verbesserung der minimalen Entfernungen führen? Begründen Sie Ihre Aussage!

3, 7 sind Senken $\Rightarrow$ $D_G^{(3)} = D_G^{(2)}$, $D_G^{(7)} = D_G^{(6)}$

5 ist Quelle $\Rightarrow$ $D_G^{(5)} = D_G^{(4)}$

(d) Geben Sie die Ergebnismatrix D_G des Floyd-Warshall-Algorithmus an.

$$D_G^{(3)} = D_G^{(2)} = \begin{pmatrix} 0 & \infty & 3 & \infty & \infty & \infty & \infty \\ \cancel{8}\,6 & 0 & \cancel{11}\,9 & 2 & \infty & \cancel{\infty}\,5 & \cancel{\infty}\,8 \\ \infty & \infty & 0 & \infty & \infty & \infty & \infty \\ 4 & \infty & 7 & 0 & \infty & 3 & 6 \\ \cancel{12}\,10 & 4 & \cancel{15}\,13 & 6 & 0 & \cancel{\infty}\,9 & \cancel{15}\,12 \\ \infty & \infty & 3 & \infty & \infty & 0 & 2 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & 0 \end{pmatrix} = D_G^{(4)} = D_G^{(5)}$$

4.Zeile

Berechnung $D_G^{(4)}$ 4.Spalte

$$D_G^{(5)} = \begin{pmatrix} 0 & \infty & 3 & \infty & \infty & \infty & \infty \\ \cancel{8}\,6 & 0 & \cancel{11}\,\cancel{9}\,8 & 2 & \infty & \cancel{\infty}\,5 & \cancel{\infty}\,\cancel{8}\,7 \\ \infty & \infty & 0 & \infty & \infty & \infty & \infty \\ 4 & \infty & \cancel{7}\,6 & 0 & \infty & 3 & \cancel{6}\,5 \\ \cancel{12}\,10 & 4 & \cancel{15}\,\cancel{13}\,12 & 6 & 0 & \cancel{\infty}\,9 & \cancel{15}\,\cancel{12}\,11 \\ \infty & \infty & 3 & \infty & \infty & 0 & 2 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & 0 \end{pmatrix} = D_G^{(6)}$$

6.Zeile

Berechnung von $D_G^{(6)}$

6.Spalte

$$D_G^{(6)} = \begin{pmatrix} 0 & \infty & 3 & \infty & \infty & \infty & \infty \\ 6 & 0 & 8 & 2 & \infty & 5 & 7 \\ \infty & \infty & 0 & \infty & \infty & \infty & \infty \\ 4 & \infty & 6 & 0 & \infty & 3 & 5 \\ 10 & 4 & 12 & 6 & 0 & 9 & 11 \\ \infty & \infty & 3 & \infty & \infty & 0 & 2 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & 0 \end{pmatrix} = D_G^{(7)} = D_G$$