

# **ALGORITHMEN UND DATENSTRUKTUREN**

## **ÜBUNG 1: EINLEITUNG**

---

Eric Kunze

`eric.kunze@tu-dresden.de`

TU Dresden, 13. Oktober 2021

Lehrstuhl für Grundlagen der Programmierung

# WER BIN ICH?

- ▶ **Eric** Kunze
- ▶ `eric.kunze@tu-dresden.de`
- ▶ Fragen, Wünsche, Vorschläge, ...
- ▶ **Telegram:**  
`@oakoneri` bzw. `t.me/oakoneri`



## Hybridlehre

- ▶ Vorlesung als Video *freitags* im OPAL-Kurs
- ▶ Übungsblatt *freitags* im OPAL-Kurs (und zeitnah auf meiner Website)
- ▶ digitale Übungsbesprechung: Freitag, 2.DS

## Corona-Regelungen ohne Garantie – Eigenverantwortlichkeit

- ▶ Präsenzübung einschreibungspflichtig
- ▶ Nicht-Erscheinen ohne Ankündigung = Austragung
- ▶ Wartelisteplätze rutschen nach
- ▶ **Abmeldung bei Verhinderung**
- ▶ Teilnahmeliste
- ▶ Maskenpflicht bis zum Platz, Lüften, ...

**Umfrage:** <https://tudvote.tu-dresden.de/92480>

**OPAL-Kurs:** <https://tud.link/573c>

- ▶ alle Informationen zur Lehrveranstaltung
- ▶ Vorlesungsvideos
- ▶ Übungsblätter
- ▶ Forum

**Materialien:**

- ▶ Slides der Vorlesung (ersetzen ehemaliges Skript)
- ▶ Aufgabensammlung

**Verlegung am Buß- und Betttag:**

<https://dudle.inf.tu-dresden.de/aud-eric/>

Meine Materialien sind auf meiner Website  
`https://oakonerich.github.io/aud21` zu finden.

- ▶ Slides (mit Lösungen)
- ▶ evtl. zusätzliche Materialien (nach Bedarf)
- ▶ **kein Anspruch auf Vollständigkeit & Korrektheit**

Source Code auf Github `https://github.com/oakonerich-tutorials/algorithmen-datenstrukturen-ws21`

- ▶ Fehler gern selbst beheben oder mir Bescheid geben

# WAS WIRD IN DER ÜBUNG ERWARTET?

**Ziel:** viel Interaktivität

## **Mein Input**

- ▶ Zusammenfassung einiger Vorlesungsinhalte
- ▶ beispielhafte Lösungsansätze und Lösungen
- ▶ Fragen, Fragen, Fragen

# WAS WIRD IN DER ÜBUNG ERWARTET?

**Ziel:** viel Interaktivität

## **Mein Input**

- ▶ Zusammenfassung einiger Vorlesungsinhalte
- ▶ beispielhafte Lösungsansätze und Lösungen
- ▶ Fragen, Fragen, Fragen

## **Euer Input**

- ▶ Grundverständnis aus der Vorlesung
- ▶ Vorbereitung der Übungsaufgaben
- ▶ aktive Mitarbeit und Fragen

# Übungsblatt 1

---



# AUFGABE 1

Begriff	Erklärung

# AUFGABE 1

<b>Begriff</b>	<b>Erklärung</b>
Syntax	Struktur (einer Sprache), erlaubte Zeichenketten
Semantik	Bedeutung der Zeichenketten

# AUFGABE 1

Begriff	Erklärung
Syntax	Struktur (einer Sprache), erlaubte Zeichenketten
Semantik	Bedeutung der Zeichenketten
Objektsprache	(syntaktisch) zu beschreibende Sprache
Metasprache	Hilfssprache zur Beschreibung der Objektsprache

# AUFGABE 1

Begriff	Erklärung
Syntax	Struktur (einer Sprache), erlaubte Zeichenketten
Semantik	Bedeutung der Zeichenketten
Objektsprache	(syntaktisch) zu beschreibende Sprache
Metasprache	Hilfssprache zur Beschreibung der Objektsprache
Alphabet $\Sigma$	nichtleere, endliche Menge von Terminalsymbolen, Zeichenvorrat

# AUFGABE 1

Begriff	Erklärung
Syntax	Struktur (einer Sprache), erlaubte Zeichenketten
Semantik	Bedeutung der Zeichenketten
Objektsprache	(syntaktisch) zu beschreibende Sprache
Metasprache	Hilfssprache zur Beschreibung der Objektsprache
Alphabet $\Sigma$	nichtleere, endliche Menge von Terminalsymbolen, Zeichenvorrat
Wort	endliche Folge von Symbolen

# AUFGABE 1

Begriff	Erklärung
Syntax	Struktur (einer Sprache), erlaubte Zeichenketten
Semantik	Bedeutung der Zeichenketten
Objektsprache	(syntaktisch) zu beschreibende Sprache
Metasprache	Hilfssprache zur Beschreibung der Objektsprache
Alphabet $\Sigma$	nichtleere, endliche Menge von Terminalsymbolen, Zeichenvorrat
Wort	endliche Folge von Symbolen
Konkatenation	Verkettung von Wörtern

## AUFGABE 1 (FORTSETZUNG)

Begriff	Erklärung

## AUFGABE 1 (FORTSETZUNG)

Begriff	Erklärung
$\Sigma^*$	Menge aller Wörter über $\Sigma$



## AUFGABE 1 (FORTSETZUNG)

Begriff	Erklärung
$\Sigma^*$	Menge aller Wörter über $\Sigma$
formale Sprache $L$	Menge von Wörtern über $\Sigma$

## AUFGABE 1 (FORTSETZUNG)

Begriff	Erklärung
$\Sigma^*$	Menge aller Wörter über $\Sigma$
formale Sprache $L$	Menge von Wörtern über $\Sigma$
Potenzmenge $\mathcal{P}$	Menge aller Teilmengen

## AUFGABE 1 (FORTSETZUNG)

Begriff	Erklärung
$\Sigma^*$	Menge aller Wörter über $\Sigma$
formale Sprache $L$	Menge von Wörtern über $\Sigma$ $L \in \mathcal{P}(\Sigma^*)$
Potenzmenge $\mathcal{P}$	Menge aller Teilmengen
$\mathcal{P}(\Sigma^*)$	Menge aller Sprachen über $\Sigma$

## AUFGABE 1 (FORTSETZUNG)

Begriff	Erklärung
$\Sigma^*$	Menge aller Wörter über $\Sigma$
formale Sprache $L$	Menge von Wörtern über $\Sigma$ $L \in \mathcal{P}(\Sigma^*)$
Potenzmenge $\mathcal{P}$	Menge aller Teilmengen
$\mathcal{P}(\Sigma^*)$	Menge aller Sprachen über $\Sigma$
Komplexprodukt $\cdot$	Verknüpfung von Sprachen $L_1 \cdot L_2 = \{uv \mid u \in L_1, v \in L_2\}$

## AUFGABE 1 (FORTSETZUNG)

Begriff	Erklärung
$\Sigma^*$	Menge aller Wörter über $\Sigma$
formale Sprache $L$	Menge von Wörtern über $\Sigma$ $L \in \mathcal{P}(\Sigma^*)$
Potenzmenge $\mathcal{P}$	Menge aller Teilmengen
$\mathcal{P}(\Sigma^*)$	Menge aller Sprachen über $\Sigma$
Komplexprodukt $\cdot$	Verknüpfung von Sprachen $L_1 \cdot L_2 = \{uv \mid u \in L_1, v \in L_2\}$
$L^*$	Menge aller Konkatenationen von Wörtern aus $L$ $L^* = \bigcup_{n \geq 0} L^n$ mit $L^0 = \{\varepsilon\}$ und $L^{n+1} = L^n \cdot L$

## AUFGABE 2

Sei  $\Sigma = \{1, 2, a, b\}$ .

## AUFGABE 2

Sei  $\Sigma = \{1, 2, a, b\}$ .

- **Wörter** ... entstehen durch Konkatenation von Symbolen

z.B.  $\varepsilon, 1, 2, a, b, 12, 1a, 1b, 21, 22, 2a, 2b, ab, abba, \dots$

## AUFGABE 2

Sei  $\Sigma = \{1, 2, a, b\}$ .

- **Wörter** ... entstehen durch Konkatenation von Symbolen

z.B.  $\varepsilon, 1, 2, a, b, 12, 1a, 1b, 21, 22, 2a, 2b, ab, abba, \dots$

- Symbole  $\xrightarrow{"\cdot"} \text{Wörter} \xrightarrow{\in} \underbrace{\Sigma^*}_{\text{Menge 1. Ordnung}} \xrightarrow{\in} \underbrace{\mathcal{P}(\Sigma^*)}_{\text{Menge 2. Ordnung}}$



## AUFGABE 2

Sei  $\Sigma = \{1, 2, a, b\}$ .

- **Wörter** ... entstehen durch Konkatenation von Symbolen

z.B.  $\varepsilon, 1, 2, a, b, 12, 1a, 1b, 21, 22, 2a, 2b, ab, abba, \dots$

- Symbole  $\xrightarrow{""}$  Wörter  $\xrightarrow{\epsilon} \underbrace{\Sigma^*}_{\text{Menge 1. Ordnung}} \xrightarrow{\epsilon} \underbrace{\mathcal{P}(\Sigma^*)}_{\text{Menge 2. Ordnung}}$

- **Sprache**  $L$  ... Menge von Wörtern, d.h.  $L \subseteq \Sigma^*$  bzw.  
 $L \in \mathcal{P}(\Sigma^*)$ , z.B.

$$\begin{aligned} L &= \{1, 1a, 1b, 1aa, 1bb, 1ab, 1aab, \dots\} = \{1a^n b^m : n, m \geq 0\} \\ &= \{1\} \cdot \{a\}^* \cdot \{b\}^* \end{aligned}$$

**Beachte:**  $\emptyset \in \mathcal{P}(\Sigma^*)$  und  $\varepsilon \in \Sigma^*$

## AUFGABE 3

Seien  $L_1 = \{a\}$ ,  $L_2 = \{b\}$ ,  $L_3 = \{a, ba\}$ .

## AUFGABE 3

Seien  $L_1 = \{a\}$ ,  $L_2 = \{b\}$ ,  $L_3 = \{a, ba\}$ .

- ▶  $L_1 \cdot L_2 \cdot L_3 = \{aba, abba\}$
- ▶  $L_1^* = \{a\}^* = \{\varepsilon, a, aa, aaa, \dots\} = \{a^n : n \geq 0\}$
- ▶  $L_3^* = \{\varepsilon, a, ba, aa, aba, baa, baba, \dots\} =$   
 $\{a^{m_1}(ba)^{n_1} \dots a^{m_k}(ba)^{n_k} : m_i, n_i \in \mathbb{N}, k \in \mathbb{N}^+, 1 \leq i \leq k\}$
- ▶  $L_2^* \cdot L_1 = \{a, ba, bba, bbba, \dots\} = \{b^n a : n \geq 0\}$
- ▶  $\mathcal{P}(L_1^*) =$   
 $\{\emptyset, \{\varepsilon\}, \{a\}, \{aa\}, \{aaa\}, \dots, \{\varepsilon, a\}, \{\varepsilon, aa\}, \{\varepsilon, aaa\}\} =$   
 $\{\{a^n : n \in I\} : I \subseteq \mathbb{N}\}$

**Keine Angst vor Mathe!**

---

## **Euklid: Satz 4 in Buch II der "Elemente"**

Wird eine Strecke in zwei geteilt, dann ist das Quadrat über der ganzen Strecke gleich den Quadraten über den Teilen und dem doppelten Rechteck, das die Teile ergeben, zusammen.

siehe <http://www.opera-platonis.de/euklid/Buch2.pdf>

## al-Khwarizmi in Al-jabr wa'l muqabalah'

What must be the amount of a square, which, when twenty-one dirhems are added to it, becomes equal to the equivalent of ten roots of that square?

**Solution:** Halve the number of the roots; the moiety is five. Multiply this by itself; the product is twenty-five. Subtract from this the twenty-one which are connected with the square; the remainder is four. Extract its root; it is two. Subtract this from the moiety of the root, which is five; the remainder is three. This is the root of the square which you required, and the square is nine. Or you may add the root of the moiety of the roots; the sum is seven; this is the root of the square which you sought for, and the square itself is forty nine.

## Definition (Kleene-Stern)

Für eine formale Sprache  $L$  definieren wir

$$L^* = \bigcup_{n \geq 0} L^n = \bigcup_{n=0}^{\infty} L^n$$

wobei  $L^0 = \{\varepsilon\}$  und  $L^{n+1} = L^n \cdot L$ .

Beachte:  $\{\varepsilon\}^* = \emptyset^* = \{\varepsilon\}$