TECHNISCHE UNIVERSITÄT DRESDEN

ALGORITHMEN UND DATENSTRUKTUREN

ÜBUNG 2: SYNTAXDIAGRAMME & EBNF

Eric Kunze

eric.kunze@tu-dresden.de

TU Dresden, 25. Oktober 2021

VIDEOEMPFEHLUNG

Prof. Dr. Markus Krötzsch hat im vergangenen Wintersemester 2020/21 die Vorlesung „Formale Systeme“ (3. Semester) in Form von YouTube-Videos gehalten. Diese Vorlesung beschäftigt sich vertieft mit formalen Sprachen.

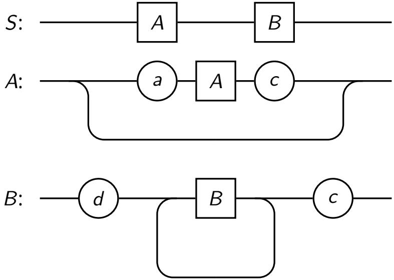
Die Einleitung entspricht ungefähr dem Inhalt der ersten Übung:

- `https://youtu.be/Lma6jaPnD-I`

Syntaxdiagramme

SYNTAXDIAGRAMME

Beispiel eines Syntaxdiagrammsystems mit Startdiagramm S:



$\boxed{\text{A}}$ . . . Nichtterminalsymbol = syntaktische Variable

ⓐ . . . Terminalsymbol

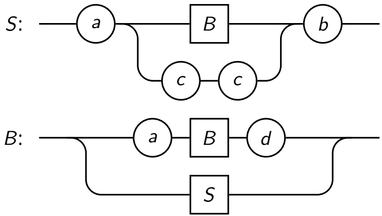
Rücksprungalgorithmus

- Ziel: Nachweis von Zugehörigkeit eines Wortes zu einer Sprache
- jedes Kästchen bekommt eindeutige Marke (Rücksprungadresse)
- beim Betreten eines Syntaxdiagramms wird eine Marke auf den Keller gelegt

Hauptaugenmerk:
Protokollierung von Wortentstehung & Markenkeller

- jede Zeile entspricht dem Aufenthalt in einem Syntaxdiagramm
- jede Zeile führt eine Operation auf dem Markenkeller durch

Gegeben sei das folgende Syntaxdiagrammsystem $\mathcal{U}$ mit Startdiagramm S:



Beispiele für Wörter, die das System $\mathcal{U}$ erzeugt:

- *a accb b*
- *a a accb b b*
- *a a accb d b*
- *a a a accb d d b*
- *a a a accb b d b*

AUFGABE 1 — TEIL (B)

Wort: `aaaaccbdbb`

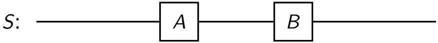
Protokollierungszeitpunkte:

- jeder Aufenthalt in einem Syntaxdiagramm entspricht einer Zeile
- jede Zeile führt eine Operation auf dem Markenkeller aus
- $\cancel{3}$ = Rücksprung zu Marke 3

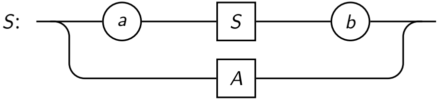
Wort	Markenkeller
a	1
a	31
aa	131
aaa	2131
aaa	32131
aaaaccb	$\cancel{3}2131$
aaaaccb	$\cancel{2}131$
aaaaccbd	$\cancel{1}31$
aaaaccbdb	$\cancel{3}1$
aaaaccbdb	$\cancel{1}$
aaaaccbdbb	–

GRUNDKONSTRUKTION VON SYNTAXDIAGRAMMEN

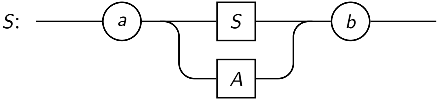
$L = L_A \cdot L_B$



$L = \{a^n\ L_A\ b^n : n \geq 0\}$



$L = \{a^n\ L_A\ b^n : n > 0\}$

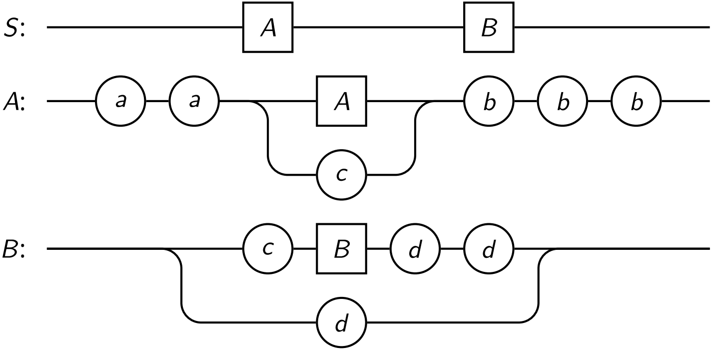


kleine Tricks:

- $a^{2n} = (a^2)^n = (aa)^n$
- $a^{2n+1} = a\ a^{2n} = a\ (aa)^n$

AUFGABE 1 — TEIL (C)

$$
\begin{aligned}
L &= \left\{a^{2i}cb^{3i}c^kd^{2k+1} \mid i > 0, k \geq 0\right\} \\
&= \left\{a^{2i}cb^{3i} \mid i > 0\right\} \cdot \left\{c^kd^{2k+1} \mid k \geq 0\right\} \\
&= \left\{(aa)^i c (bbb)^i \mid i > 0\right\} \cdot \left\{c^k d (dd)^k \mid k \geq 0\right\}
\end{aligned}
$$



Extended Backus-Naur-Form

EBNF-DEFINITION

$$\mathcal{E} = (\ V,\ \Sigma,\ S,\ R\ )$$

Nichtterminalsymbole

Terminalsymbole

Startsymbol

Regelmenge

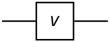
Jede **EBNF-Regel** besteht aus einer linken und einer rechten Seite, die rechte Seite ist ein **EBNF-Term**.

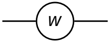
$$\textit{Nichtterminalsymbol} ::= \textit{EBNF-Term}$$

Definition (EBNF-Terme): Seien V (syntaktische Variablen) und Σ (Terminalsymbole) endliche Mengen mit $V \cap \Sigma = \emptyset$. Die Menge der EBNF-Terme über V und Σ (notiere: $T(\Sigma, V)$), ist die *kleinste* Menge $T \subseteq \left(V \cup \Sigma \cup \left\{\hat{\{}, \hat{\}}, \hat{[}, \hat{]}, \hat{(}, \hat{)}, \hat{|}\right\}\right)$ mit $V \subseteq T$, $\Sigma \subseteq T$ und

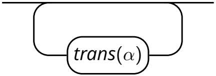
- Wenn $\alpha \in T$, so auch $\hat{(}\ \alpha\ \hat{)} \in T$, $\hat{\{}\ \alpha\ \hat{\}} \in T$, $\hat{[}\ \alpha\ \hat{]} \in T$.
- Wenn $\alpha_1, \alpha_2 \in T$, so auch $\hat{(}\ \alpha_1\ \hat{|}\ \alpha_2\ \hat{)} \in T$, $\alpha_1\alpha_2 \in T$.

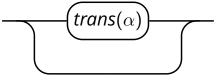
ÜBERSETZUNG EBNF $\leftrightarrow$ SYNTAXDIAGRAMME

Sei $v \in V$ und $w \in \Sigma$. *trans*(v) = 

; *trans*(w) = 

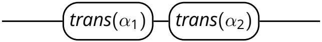
Sei $\alpha \in T(\Sigma, V)$ ein EBNF-Term.

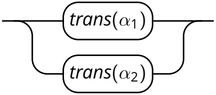
- *trans*($\hat{\{}\ \alpha\ \hat{\}}$) = 

- *trans*($\hat{[}\ \alpha\ \hat{]}$) = 

- *trans*($\hat{(}\ \alpha\ \hat{)}$) = *trans*(α)

Seien $\alpha_1, \alpha_2 \in T(\Sigma, V)$ zwei EBNF-Terme.

- *trans*($\alpha_1\alpha_2$) = 

- *trans*($\hat{(}\ \alpha_1\ \hat{|}\ \alpha_2\ \hat{)}$) = 

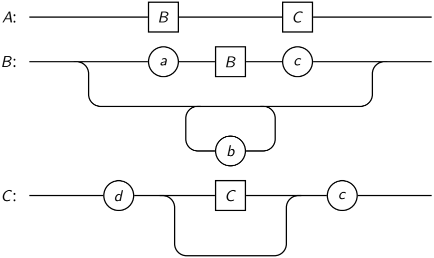
Auszug aus dem Foliensatz der Vorlesung

AUFGABE 2 — TEIL (A)

EBNF-Definition $\mathcal{E} = (V, \Sigma, A, R)$ mit $\Sigma = \{a, b, c, d\}$,

$$V = \{A, B, C\} \quad \text{und} \quad R = \Big\{ A ::= BC,\; B ::= \hat{(}\ aBc\ \hat{|}\ \hat{\{}\ b\ \hat{\}}\ \hat{)},\; C ::= d\ \hat{[}\ C\ \hat{]}\ c \Big\}$$

Übersetzung in ein Syntaxdiagrammsystem:



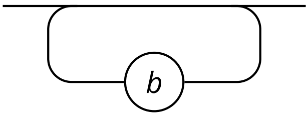
Startdiagramm: *A*

AUFGABE 2 — TEIL (B)

Wir wollen die von $\mathcal{E}$ beschriebene Sprache L_A beschreiben und wenden dafür die Grundkonstruktionen „rückwärts“ an.

$$\begin{aligned} L_A &= L_B \cdot L_C \\ &= \left\{a^n\, w\, c^n : w \in \{b\}^*, n \geq 0\right\} \cdot \left\{d^m c^m : m \geq 1\right\} \end{aligned}$$

Der Teil $w \in \{b\}^*$ beschreibt dabei, dass wir ein beliebiges Wort w aus $\{b\}^*$ zwischen die a’s und c’s schreiben. Diese Sprache $\{b\}^*$ wird durch



beschrieben.

AUFGABE 2 — TEIL (C)

Gegeben sei die Sprache

$$L = \left\{ a^{n+\ell} c b^n (cd)^\ell : n, \ell \in \mathbb{N}, n \geq 1 \right\}$$

Gesucht ist eine zugehörige EBNF-Definition.

$$L = \left\{ a^\ell a^n c b^n (cd)^\ell : n, \ell \in \mathbb{N}, n \geq 1 \right\}$$

Lösungsweg: via Syntaxdiagrammsystem & Übersetzung

EBNF-Definition: $\mathcal{E}' = (V, \Sigma, S, R)$ mit $\Sigma = \{a, b, c, d\}$,

$$V = \{S, A\} \quad \text{und} \quad R = \left\{ \begin{aligned} S &::= \hat{(}\ aScd \ \hat{|}\ A\ \hat{)}, \\ A &::= a\ \hat{(}\ A\ \hat{|}\ c\ \hat{)}\ b \end{aligned} \right\}$$