TECHNISCHE UNIVERSITÄT DRESDEN

FORMALE SYSTEME

ÜBUNG 8

Eric Kunze

eric.kunze@tu-dresden.de

TU Dresden, 10. Dezember 2021

letzte Änderung:
08.12.2021, 12:59

ÜBUNGSBLATT 8

Aufgabe 1:
Kellerautomaten

Aufgabe 2
Permutationssprache kontextfrei?

Aufgabe 3
Deterministische Kellerautomaten

Aufgabe 4
Wiederholung

Aufgabe 1:
Kellerautomaten

AUFGABE 1

Geben Sie einen Kellerautomaten $\mathcal{M}_i$ für die Sprachen L_i ($i = 1, \ldots, 4$) sowie eine akzeptierende Folge von Konfigurationsübergängen für die gegebenen Wörter w.

(a) $L_0 = L(\mathcal{M}_0) = \{a^i b^j c^k \mid i = j \text{ oder } j = k \text{ mit } i, j, k \geq 1\}$
$w = aaabbcc$

(b) $L_1 = L(\mathcal{M}_1) = \{a^n b^m \mid n, m \geq 0\,, n = 3m\}$
$w = aaab$

(c) $L_2 = L(\mathcal{M}_2) = \{w \in \{a, b\}^\cdot \mid |w|_a = |w|_b\}$
$w = aabbba$

(d) $L_3 = L(\mathcal{M}_3) = \{(ab)^n (ba)^n \mid n \geq 0\}$
$w = ababbaba$

Aufgabe 2
Permutationssprache kontextfrei?

ABSCHLUSS FÜR KONTEXTFREIE SPRACHEN

Satz: Wenn $\mathbf{L}$, $\mathbf{L_1}$ und $\mathbf{L_2}$ kontextfreie Sprachen sind, dann beschreiben auch die folgenden Ausdrücke kontextfreie Sprachen:

(1) $\mathbf{L_1} \cup \mathbf{L_2}$ (Abschluss unter Vereinigung)

(2) $\mathbf{L_1} \circ \mathbf{L_2}$ (Abschluss unter Konkatenation)

(3) $\mathbf{L}^*$ (Abschluss unter Kleene-Stern)

Aber:

Satz: Es gibt kontextfreie Sprachen $\mathbf{L}$, $\mathbf{L_1}$ und $\mathbf{L_2}$, so dass die folgenden Ausdrücke keine kontextfreien Sprachen sind:

(1) $\mathbf{L_1} \cap \mathbf{L_2}$ (Nichtabschluss unter Schnitt)

(2) $\overline{\mathbf{L}}$ (Nichtabschluss unter Komplement)

AUFGABE 2

Beweisen oder widerlegen Sie folgende Aussage.

Ist $L \subseteq \Sigma^{\cdot}$ eine kontextfreie Sprache, so ist auch

$$\pi(L) = \left\{ a_1 \dots a_n \in \Sigma^{\cdot} : \begin{array}{l} \text{ex. Permutation } (i_1 \dots i_n) \text{ von } (1 \dots n), \\ \text{sodass } a_{i_1} \dots a_{i_n} \in L \end{array} \right\}$$

kontextfrei.

Lösung

Aufgabe 3
Deterministische Kellerautomaten

AUFGABE 3

Gegeben sei die Sprache $L = \{w \in \Sigma^* \mid |w|_a + |w|_b = |w|_c\}$ über dem Alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$, wobei $|w|_a$ der Anzahl der Vorkommen von a in w entspricht.

(a) Entwerfen Sie einen Kellerautomaten $\mathcal{M}$ mit $L(\mathcal{M}) = L$, der mittels Finalzustand akzeptiert.

(b) Welcher andere Akzeptanzbegriff für Kellerautomaten ist laut Anmerkung in der Vorlesung auch möglich?

(c) Wann ist eine Sprache deterministisch kontextfrei? Ist L deterministisch kontextfrei?

Aufgabe 4
Wiederholung

AUFGABE 4

Welche der folgenden Aussagen sind wahr und welche nicht? Begründen Sie Ihre Antworten – dabei dürfen Sie den gesamten Stoff und alle Resultate der Vorlesung und Übung verwenden.

(a) Es gibt eine Sprache, die von einem nichtdeterministischen Kellerautomaten erkannt wird, nicht aber von einem deterministischen Kellerautomaten.

(b) Mithilfe des Pumping-Lemmas für kontextfreie Sprachen kann bewiesen werden, dass eine Sprache L kontextfrei ist.

(c) Für eine beliebige Sprache L gilt: L ist regulär, wenn es eine natürliche Zahl $n_0 \geq 1$ gibt, so dass sich jedes Wort $w \in L$ mit $|w| \geq n_0$ zerlegen lässt in $w = xyz$ mit $y \neq \varepsilon, xy^k z \in L$ für alle $k \geq 0$.