

HOARE - Kalkül: Aufgabe 1

Donnerstag, 11. Juli 2019 07:31

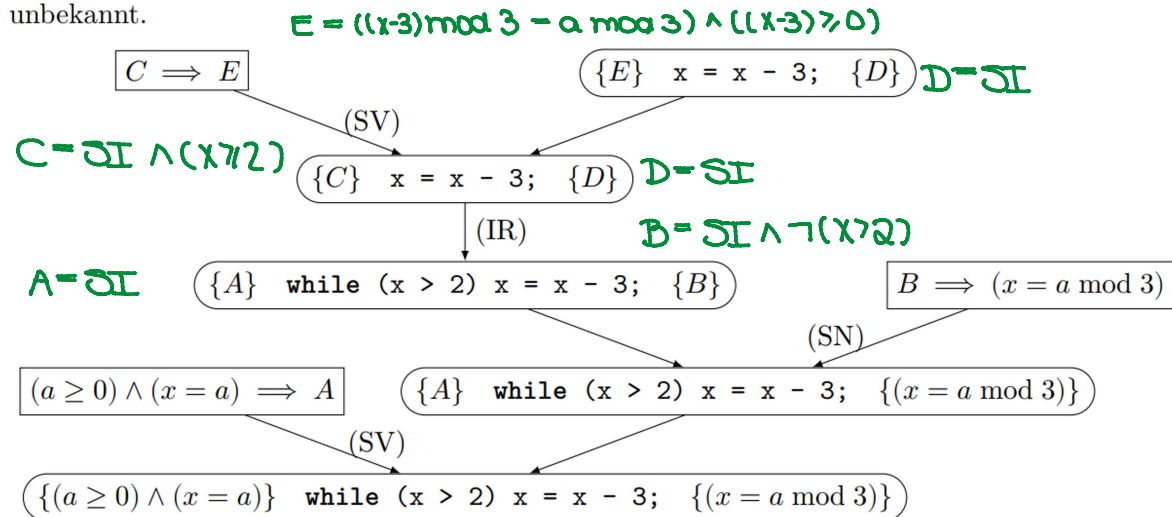
Aufgabe 1 (AGS 16.23)

Die Verifikationsformel

$$\{(a \geq 0) \wedge (x = a)\} \text{ while } (x > 2) \ x = x - 3; \ \{(x = a \bmod 3)\}$$

soll mit dem Hoare-Kalkül bewiesen werden, wobei die Operation "mod" den Rest bei ganzzahliger Division bildet, z. B. $2 \bmod 3 = 2$ und $5 \bmod 3 = 2$.

Der Beweisbaum wurde unten bereits aufgeschrieben, die Ausdrücke A bis E sind jedoch noch unbekannt.



- (a) Geben Sie eine geeignete Schleifeninvariante an.
- (b) Geben Sie die Ausdrücke A , B , C , D , und E an. Sie können dabei die Schleifeninvariante mit SI abkürzen.

a) $SI = A \wedge B$

#	x
0	a
1	a-3
2	a-6
N	a - N*3

$$x = a - N * 3$$

$$\Rightarrow (x \bmod 3 = a \bmod 3) = A$$

abgeschwächte Schleifenbedingung:

→ letzter Schleifendurchlauf bei $x=3$

→ Schleife verändert x auf $x=0$

→ Vereinigung beider Bedingungen

$$\Rightarrow B = (x > 0)$$

$$\Rightarrow \boxed{SI = (x \bmod 3 = a \bmod 3) \wedge (x \neq 0)}$$

b) siehe oben

E erhalten wir durch Anwendung des Zuweisungsaxioms auf D

$$\rightarrow E = D_{x-3}^x = (x-3 \bmod 3 = a \bmod 3) \wedge (x-3 \neq 0)$$