

tut04: Aufgabe 4

Freitag, 1. Mai 2020 13:19

Aufgabe 4 (AGS 12.2.12)

Gegeben seien folgende Terme über dem Rangalphabet $\Sigma = \{\sigma^{(2)}, \gamma^{(1)}, \alpha^{(0)}\}$:

$$\begin{aligned} t_1 &= \sigma(\sigma(x_1, \alpha), \sigma(\gamma(x_3), x_3)), \\ t_2 &= \sigma(\sigma(\gamma(x_2), \alpha), \sigma(x_2, x_3)). \end{aligned}$$

- (a) Wenden Sie den Unifikationsalgorithmus auf die Terme t_1 und t_2 an. Wenden Sie bei jedem Umformungsschritt nur eine Regelsorte an und geben Sie diese jeweils an. Geben Sie anschließend den von Ihnen bestimmten allgemeinsten Unifikator an.
- (b) Geben Sie zwei weitere Unifikatoren an.
- (c) Geben Sie zwei Terme t_1 und t_2 über dem Alphabet Σ an, so dass im Laufe der Anwendung des Unifikationsalgorithmus auf t_1 und t_2 der Occur-Check fehlschlägt.

UNIFIKATIONSGALORITHMUS – REGELN

► **Dekomposition.** Sei $\delta \in \Sigma$ ein k -stelliger Konstruktur, $s_1, \dots, s_k, t_1, \dots, t_k$ Terme über Konstruktoren und Variablen.

$$\begin{pmatrix} \delta(s_1, \dots, s_k) \\ \delta(t_1, \dots, t_k) \end{pmatrix} \rightsquigarrow \begin{pmatrix} s_1 \\ t_1 \end{pmatrix}, \dots, \begin{pmatrix} s_k \\ t_k \end{pmatrix}$$

► **Elimination.** Sei x eine Variable!

$$\begin{pmatrix} x \\ x \end{pmatrix} \rightsquigarrow \emptyset$$

► **Vertauschung.** Sei t keine Variable.

$$\begin{pmatrix} t \\ x \end{pmatrix} \rightsquigarrow \begin{pmatrix} x \\ t \end{pmatrix}$$

► **Substitution.** Sei x eine Variable, t keine Variable und x kommt nicht in t vor (occur check). Dann ersetze in jedem anderen Term die Variable x durch t .

12

a) $\left\{ \begin{pmatrix} \sigma(\sigma(x_1, \alpha), \sigma(\gamma(x_3), x_3)) \\ \sigma(\sigma(\gamma(x_2), \alpha), \sigma(x_2, x_3)) \end{pmatrix} \right\}$

$\xrightarrow{\text{Dek.}}$ $\left\{ \begin{pmatrix} \sigma(x_1, \alpha) \\ \sigma(\gamma(x_3), x_3) \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \sigma(\gamma(x_2), \alpha) \\ \sigma(x_2, x_3) \end{pmatrix} \right\}$

$\boxed{\text{Dek.}} \Rightarrow \left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ \gamma(x_2) \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \alpha \\ \alpha \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \gamma(x_3) \\ x_2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} x_3 \\ x_3 \end{pmatrix} \right\}$

$\xrightarrow{\text{El.}} \left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ \gamma(x_2) \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \gamma(x_3) \\ x_2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} x_3 \\ x_3 \end{pmatrix} \right\}$

$\xrightarrow{\text{Vert.}} \left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ \gamma(x_2) \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} x_2 \\ \gamma(x_3) \end{pmatrix} \right\}$

$\xrightarrow{\text{Subst.}} \left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ \gamma(\gamma(x_3)) \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} x_2 \\ \gamma(x_3) \end{pmatrix} \right\}$

$$\begin{array}{l} x_1 \mapsto \gamma(x_2) \\ \cancel{x_2} \mapsto \gamma(x_3) \end{array}$$

allg. Unifikator: $\left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ \gamma(\gamma(x_3)) \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} x_2 \\ \gamma(x_3) \end{pmatrix} \right\}$

$$\begin{aligned} x_1 &\mapsto \gamma(\gamma(x_3)) \\ x_2 &\mapsto \gamma(x_3) \\ x_3 &\mapsto \boxed{x_3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_2 &\mapsto \gamma(x_3) \\ x_3 &\mapsto \boxed{x_3} \end{aligned}$$

b)

$x_1 \mapsto \gamma(\gamma(\alpha))$ $x_2 \mapsto \gamma(\alpha)$ $x_3 \mapsto \boxed{\alpha}$	$x_1 \mapsto \gamma(\gamma(\gamma(\alpha)))$ $x_2 \mapsto \gamma(\gamma(\alpha))$ $x_3 \mapsto \boxed{\gamma(\alpha)}$
--	--

c)

$t_1 = x_1$ $t_2 = \gamma(x_1)$	"kommt x_1 in $\gamma(x_1)$ vor?" "kommt x in γ vor?" $\rightarrow ja \stackrel{?}{=} \text{Fehlschlag}$
------------------------------------	---

► Warum ist der occur-check für Substitutionen wichtig?
 wir substituieren einmal falsch ohne occurcheck:

$$\begin{aligned} \left\{ \left(\begin{array}{c} x_2 \\ \gamma(x_1) \end{array} \right), \left(\begin{array}{c} x_1 \\ \gamma(x_1) \end{array} \right) \right\} &\Rightarrow \left\{ \left(\begin{array}{c} x_2 \\ \gamma(\gamma(x_1)) \end{array} \right), \left(\begin{array}{c} x_1 \\ \gamma(x_1) \end{array} \right) \right\} \\ &\Rightarrow \left\{ \left(\begin{array}{c} x_2 \\ \gamma(\gamma(\gamma(x_1))) \end{array} \right), \left(\begin{array}{c} x_1 \\ \gamma(x_1) \end{array} \right) \right\} \\ &\Rightarrow \dots \quad \text{endlose Rekursion!} \end{aligned}$$