PROGRAMMIERUNG

ÜBUNG 13: H_0 – EIN EINFACHER KERN VON HASKELL

Eric Kunze

eric.kunze@mailbox.tu-dresden.de

INHALT

H_0 – ein einfacher Kern von Haskell

H_0

f x y = ———

- **Ziel:** verstehe den Zusammenhang $H_0 \leftrightarrow AM_0 \leftrightarrow C_0$
- H_0: *tail recursive* Funktionen — rechte Seite enthält
  - keinen Funktionsaufruf f x y = x + y
  - einen Funktionsaufruf an der äußersten Stelle (nicht verschachtelt) f x y = f (x+y) (y+1) ! f x y
  - eine Fallunterscheidung, deren Zweige wie oben aufgebaut sind = f x 1 + f 1 y

f x y = if —
then ◯
else ◯

$H_0 \leftrightarrow AM_0$

H_0 ist klein genug, dass es auf der AM_0 laufen kann:

- Befehle bleiben die gleichen
- baumstrukturierte Adressen beginnen mit Funktionsbezeichner (z.B. $f.1.3$)
- Übersetzung von rechten Seiten `...` = *exp*:
  - Übersetze `exp`
  - `STORE 1` (ja – immer die 1)
  - `WRITE 1`
  - `JMP 0`
- Übersetzung von Funktionsaufrufen `... = f x1 x2 x3`:
  - `LOAD x1; LOAD x2; LOAD x3`
  - `STORE x3; STORE x2; STORE x1` (umgekehrte Reihenfolge!)
  - `JMP f`

$H_0 \leftrightarrow C_0$

H_0 (funktional) und C_0 (imperativ) sind gleich stark – wir können Programme jeweils ineinander äquivalent übersetzen!

Standardisierung:

- keine Konstanten
- Es gibt m Variablen `x1`, ..., `xm` ($m \geq 1$)
- Wir lesen k Variablen `x1`, ..., `xk` ein ($0 \leq k \leq m$)
- Es gibt genau eine Schreibanweisung direkt vor `return`

$C_0 \to H_0$

- jedes Statement (in C_0) erhält einen *Ablaufpunkt*
- jeder Ablaufpunkt `i` wird durch eine Funktion `fi` (in H_0) repräsentiert, die *alle* Programmvariablen als Argumente hat
- Funktionswerte beschreiben Veränderungen im Programmablauf

(einfaches) **Beispiel:**

- zwei Variablen `x1` und `x2`
- betrachte Zuweisung `x2 = x1 * x1` in C_0
- Übersetzung zu `f x1 x2 = x1 (x1 * x1)`

$H_0 \rightarrow C_0$

Ein H_0-Programm kann in C_0 mittels *einer* `while`-Schleife dargestellt werden. Dazu verwenden wir drei Hilfsvariablen:

- `flag` steuert den Ablauf der `while`-Schleife, d.h. wenn das H_0-Programm terminiert, wird `flag` falsch
- `function` steuert in einer geschachtelten `if-then-else`-Anweisung, welche Funktion ausgeführt wird
- `result` speichert den Rückgabewert der Funktion

```
while (flag) {
...
}
```

```
printf("%i", result)
return 0;
```

Übungsblatt 13

Aufgabe 1

AUFGABE 1 – TEIL (A)

$$f : \mathbb{N} \to \mathbb{N} \quad \text{mit} \quad f(n) = \sum_{i=1}^{n} \prod_{j=1}^{i} j$$

```
--        i     sum   j     prod
f :: Int -> Int -> Int -> Int -> Int

f x1 x2 x3 x4
= if x3 > 1
  then f x1 x2 (x3-1) (x3 * x4)
  else if x1 > 0
       then f (x1-1) (x2 + x4) (x1-1) 1
       else x2

main = do x1 <- readLn        -- x1 = n
          print (f x1 0 x1 1)
```

$$= i \cdot \prod_{j=1}^{i-1} j$$

$$\prod_{j=1}^{4} j = \underbrace{1 \cdot 2 \cdot 3}_{4-1} \cdot 4 = 4 \cdot \prod_{j=1}^{4-1} j$$

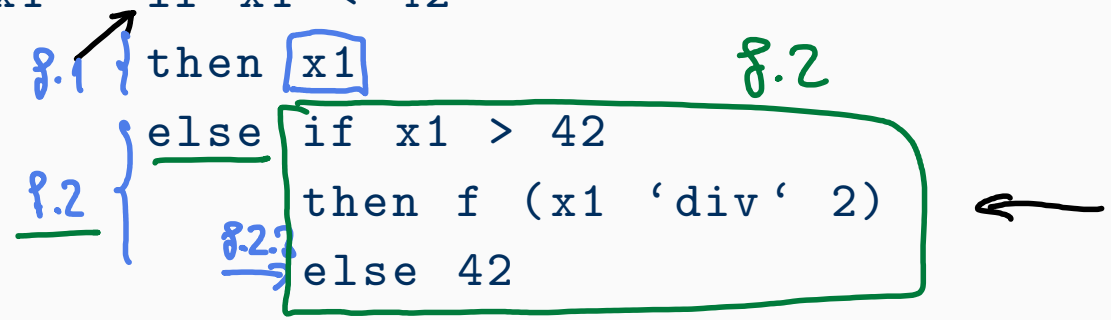
AUFGABE 1 – TEIL (A)

$$f : \mathbb{N} \to \mathbb{N} \quad \text{mit} \quad f(n) = \sum_{i=1}^{n} \prod_{j=1}^{i} j$$

```
1  module Main where
2
3  --     i       sum       j     prod
4  f :: Int -> Int -> Int -> Int -> Int
5  f x1 x2 x3 x4
6    = if x3 > 1
7      then f x1 x2 (x3 - 1) (x3 * x4)
8      else if x1 > 0
9           then f (x1 - 1) (x2 + x4) (x1 - 1) 1
10          else x2
11
12 main = do x1 <- readLn
13          print (f x1 0 x1 1)
```

Gegeben:

```
1 f :: Int -> Int
2 f x1 = if x1 < 42
3     then x1
4     else if x1 > 42
5          then f (x1 `div` 2)
6          else 42
```



Gesucht: äquivalentes AM_0–Programm

f: LOAD 1; LIT 42; LT; JMC f.3
LOAD 1; STORE 1; WRITE 1; JMP 0;

f.3: LOAD 1; LIT 42; GT; JMC f.2.3;
[LOAD 1; LIT 2; DIV;] STORE 1; JMP f;

f.2.3: LIT 42; STORE 1; WRITE 1; JMP 0;

Gegeben:

```
1 f :: Int -> Int
2 f x1 = if x1 < 42
3        then x1
4        else if x1 > 42
5             then f (x1 `div` 2)
6             else 42
```

Gesucht: äquivalentes AM_0–Programm

```
f:      LOAD 1; LIT 42; LT; JMC f.3;
        LOAD 1; STORE 1; WRITE 1; JMP 0;
f.3:    LOAD 1; LIT 42; GT; JMC f.2.3;
        LOAD 1; LIT 2; DIV; STORE 1; JMP f;
f.2.3: LIT 42; STORE 1; WRITE 1; JMP 0;
```

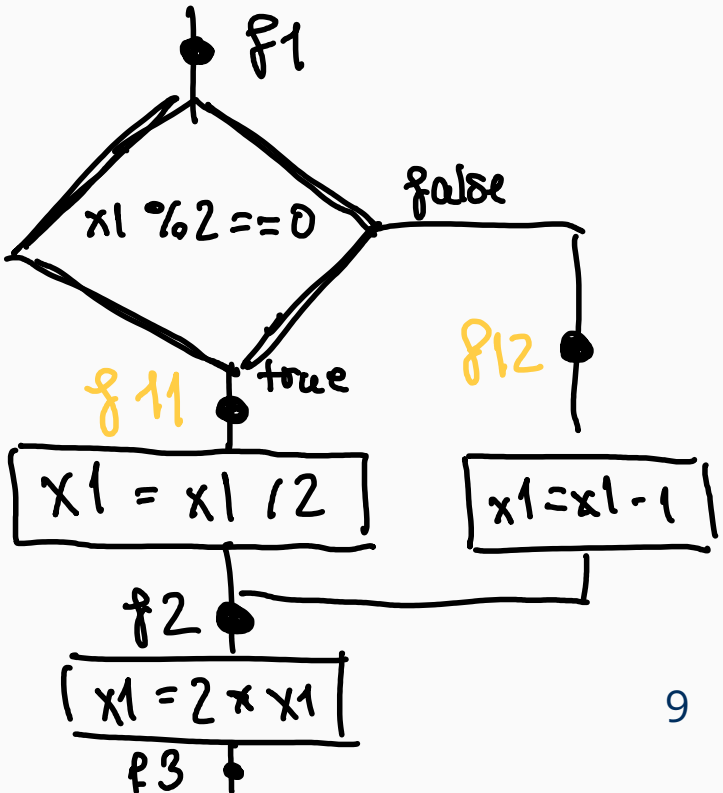
Gegeben:

```
1 f1  x1 = if ((x1 `mod` 2) == 0) then f11 x1
2          else f12 x1
3 f11 x1 = f2 (x1 `div` 2)
4 f12 x1 = f2 (x1 - 1)
5 f2  x1 = f3 (2 * x1)
```

Gesucht: äquivalentes C_0–Programm

```
f1 if ((x1 % 2) == 0)
     f11 x1 = x1 / 2;
   else
     f12 x1 = x1 - 1;

f2 x1 = 2 * x1
```



Gegeben:

```
f1  x1 = if ((x1 `mod` 2) == 0) then f11 x1
         else f12 x1
f11 x1 = f2 (x1 `div` 2)
f12 x1 = f2 (x1 - 1)
f2  x1 = f3 (2 * x1)
```

Gesucht: äquivalentes C_0–Programm

```
if ((x1 % 2) == 0)
  x1 = x1 / 2;
else
  x1 = x1 - 1;
x1 = 2 * x1;
```

Übungsblatt 13

Aufgabe 2

Gegeben:

```
1 h :: Int -> Int -> Int -> Int
2 h x1 x2 x3 = if x3 > x1
3              then (x2 - 1)
4              else h x2 (x1 - x3) x2
```

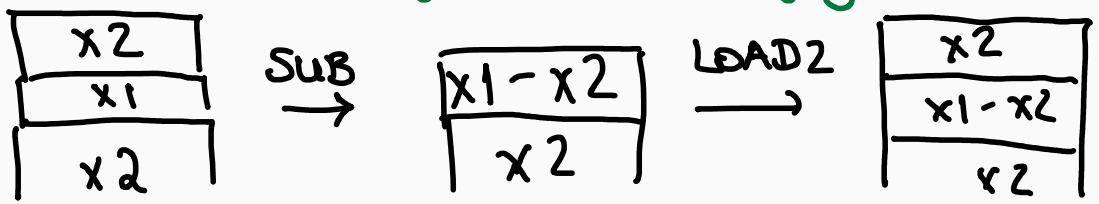
Gesucht: äquivalentes AM_0–Programm

```
h:   LOAD 3 ; LOAD 1 ; GT , JMC h.3        (Bedingung)
     LOAD 2 ; LIT 1 , SUB ; STORE 1 , WRITE 1 ; JMP 0 ;
                                           (then-Zweig)
h.3: LOAD 2 ; LOAD 1 ; LOAD 3 ; SUB ; LOAD 2 ;
     STORE 3 ; STORE 2 ; STORE 1 ; JMP h ;   (FKT-Aufruf)
```

→ richtige Reihenfolge

umgekehrte Reihenfolge ←

Struktur des DK:



Gegeben:

```
1 h :: Int -> Int -> Int -> Int
2 h x1 x2 x3 = if x3 > x1
3              then (x2 - 1)
4              else h x2 (x1 - x3) x2
```

Gesucht: äquivalentes AM_0–Programm

```
1 h:   LOAD 3; LOAD 1; GT; JMC h.3;
2      LOAD 2; LIT 1; SUB; STORE 1; WRITE 1; JMP 0;
3 h.3: LOAD 2; LOAD 1; LOAD 3; SUB; LOAD 2;
4      STORE 3; STORE 2; STORE 1; JMP h;
```

AUFGABE 2 – TEIL (B)

$H_0 \rightarrow C_0$

Lösung:

(*) function = 2 ist nicht notwendig, da das ohnehin schon gilt (wir sind schon im Fall function == 2)

```
A:      scanf("%d", &x1);
        x1 = 3 + x1;
        x2 = 5;
        flag = 1;

B:      x2 == x1

C:      result = 30;
        flag = 0;

D:      result = x2;
        flag = 0;
```

```
E:      function == 2

F:      if (10 <= x2) {
                x1 = x1 - x2;
                x2 = x2 - 1;    (*)
        } else {
                x1 = x1 + x2;
                x2 = 10;
                function = 1;
        }
```

Aufgabe 2b

Freitag, 10. Juli 2020

(b) Folgendes H_0-Programm sei gegeben:

```
1  module Main where
2
3  h :: Int -> Int -> Int
4  h x1 x2 = if x2 == x1 then 30
5            else x2
6
7  g :: Int -> Int -> Int
8  g x1 x2 = if 10 <= x2 then g (x1-x2) (x2-1)
9            else h (x1+x2) 10
10
11 main = do x1 <- readLn
12           print (g (3+x1) 5)
```

Vervollständigen Sie die Angaben `/*A*/` bis `/*F*/` in der folgenden Übersetzung des H_0-Programms in ein äquivalentes C_0-Programm:

```
#include <stdio.h>

int main() {
  int x1, x2, function = 2, flag, result;
  /*A*/
  while (flag == 1) {
    if (function == 1)
      if (/*B*/) {
        /*C*/
      } else {
        /*D*/
      }
    else if (/*E*/) {
      /*F*/
    }
  }
  printf("%d", result);
  return 0;
}
```

A: `scanf("%i", &x1)` (x1 einlesen)
`x1 = 3 + x1;`
`x2 = 5;`
`flag = 1;` (Programm starten)

B: `x2 == x1`

C: `result = 30;`
`flag = 0;`

D: `result = x2;`
`flag = 0;`

E: `function == 2`

F:
```
if (10 <= x2) {
    x1 = x1 - x2;
    x2 = x2 - 1;
} else {
    x1 = x1 + x2;
    x2 = 10;
    function = 1;      (h aufrufen)
};
```