

PROGRAMMIERUNG

ÜBUNG 9: LOGIKPROGRAMMIERUNG MIT PROLOG-

Eric Kunze

`eric.kunze@tu-dresden.de`

1. Funktionale Programmierung
 - 1.1 Einführung in Haskell: Listen
 - 1.2 Algebraische Datentypen
 - 1.3 Funktionen höherer Ordnung
 - 1.4 Typpolymorphie & Unifikation
 - 1.5 Beweis von Programmeigenschaften
 - 1.6 λ -Kalkül
2. **Logikprogrammierung**
3. Implementierung einer imperativen Programmiersprache
4. Verifikation von Programmeigenschaften
5. H_0 – ein einfacher Kern von Haskell

Logikprogrammierung und Prolog⁻

„DATENSTRUKTUREN“ IN PROLOG

- ▶ Darstellung von Objekten als Terme über Konstruktoren
- ▶ keine explizite Deklaration – implizite Definition über Verwendung in Klauseln

natürliche Zahlen: Prädikat `nat`

- ▶ nullstelliger Konstruktor `0`
- ▶ einstelliger Konstruktor `s(X)`

```
1 nat(0).  
2 nat(s(X)) :- nat(X).
```

Listen: Prädikat `list`

Abkürzung:

- ▶ nullstelliger Konstruktor `nil`
- ▶ zweistelliger Konstruktor `cons(X, Xs)`

\rightsquigarrow `[]`

\rightsquigarrow `[X|Xs]`

```
3 list(nil).  
4 list(cons(X, Xs)) :- list(Xs).
```

Erinnerung: natürliche Zahlen, Listen

```
1 nat(0).  
2 nat(s(X)) :- nat(X).  
3 list(nil).  
4 list(cons(X, Xs)) :- list(Xs).
```

Bäume: Prädikat `istree`

- ▶ nullstelliger Konstruktor `nil`
- ▶ dreistelliger Konstruktor `tree(X,L,R)`

```
5 istree(nil).  
6 istree(tree(_, L, R)) :- istree(L), istree(R).
```

Aufgabe 1

Listen

AUFGABE 1 – TEIL (A)

Ziel: binäre Relation `sublist` mit

$$(\ell_1, \ell_2) \in \text{sublist} \quad \Leftrightarrow \quad \ell_1 \subseteq \ell_2$$

$\rightsquigarrow \ell_1$ soll *Teilliste* von ℓ_2 sein

```
1 nat (0).  
2 nat(s(X)) :- nat(X).  
3  
4 listnat ([]).  
5 listnat ([X|XS]) :- nat(X), listnat(XS).
```

AUFGABE 1 – TEIL (A)

Ziel: binäre Relation `sublist` mit

$$(\ell_1, \ell_2) \in \text{sublist} \iff \ell_1 \subseteq \ell_2$$

$\rightsquigarrow \ell_1$ soll *Teilliste* von ℓ_2 sein

```
1 nat (0).  
2 nat(s(X)) :- nat(X).  
3  
4 listnat ([]).  
5 listnat ([X|XS]) :- nat(X), listnat(XS).
```

```
6 sublist(Xs , [Y|Ys]) :- nat(Y), sublist(Xs, Ys).  
7 sublist(Xs , Ys )   :- prefix(Xs, Ys).  
8  
9 prefix([], Ys )     :- listnat(Ys).  
10 prefix([X|Xs], [X|Ys]) :- nat(X), prefix(Xs, Ys).
```


AUFGABE 1 – TEIL (B)

Belegung 1:

```
?- sublist ([<4>|Xs], [<5>, <4>, <3>]).
?- nat(<5>), sublist ([<4>|Xs], [<4>, <3>]). % 6
?-* nat(0), sublist ([<4>|Xs], [<4>, <3>]). % 2
?- sublist ([<4>|Xs], [<4>, <3>]). % 1
?- prefix ([<4>|Xs], [<4>, <3>]). % 7
?- nat(<4>), prefix(Xs , [<3>]). % 10
?-* nat(0), prefix(Xs , [<3>]). % 2
?- prefix(Xs , [<3>]). % 1
{Xs = []} ?- listnat ([<3>]). % 9
?- nat(<3>), listnat ([]). % 5
?-* nat(0), listnat ([]). % 2
?- listnat ([]). % 1
?- . % 4
```

Somit also $Xs = []$.

AUFGABE 1 – TEIL (B)

Belegung 2:

```
?- sublist ([<4>|Xs], [<5>, <4>, <3>]).
?- nat(<5>), sublist ([<4>|Xs], [<4>, <3>]).
                                     % 6
?-* nat(0), sublist ([<4>|Xs], [<4>, <3>]).
                                     % 2
?- sublist ([<4>|Xs], [<4>, <3>]).
                                     % 1
?- prefix ([<4>|Xs], [<4>, <3>]).
                                     % 7
?- nat(<4>), prefix(Xs , [<3>]).
                                     % 10
?-* nat(0), prefix(Xs , [<3>]).
                                     % 2
?- prefix(Xs , [<3>]).
                                     % 1
{Xs=[<3>|Xs1]} ?- nat(<3>), prefix(Xs1 , []).
                                     % 10
?-* nat(0), prefix(Xs1 , []).
                                     % 2
?- prefix(Xs1 , []).
                                     % 1
{Xs1 = []} ?- listnat ([]).
                                     % 9
?- .
                                     % 4
```

Somit also $Xs = [<3>|Xs1] = [<3>]$.

Aufgabe 2

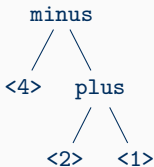
Bäume

AUFGABE 2 – TEIL (A)

Wir wollen einen binären Termbaum auswerten.

```
1 nat (0) .  
2 nat(s(X)) :- nat(X) .  
3 sum(0, Y, Y) :- nat(Y) .  
4 sum(s(X), Y, s(S)) :- sum(X, Y, S) .
```

Beispiel:



Kodierung über zweistelligen Konstruktoren
plus und minus

```
minus(  
    <4>,  
    plus(<2>, <1>)  
)
```

$\rightsquigarrow \text{minus}(4, \text{plus}(2, 1)) = 4 - (2 + 1) = 1$

AUFGABE 2 – TEIL (A)

Wir wollen einen binären Termbaum auswerten.

```
1 nat (0).  
2 nat(s(X)) :- nat(X).  
3 sum(0, Y, Y)      :- nat(Y).  
4 sum(s(X), Y, s(S)) :- sum(X, Y, S).
```

AUFGABE 2 – TEIL (A)

Wir wollen einen binären Termbaum auswerten.

```
1 nat (0).  
2 nat(s(X)) :- nat(X).  
3 sum(0, Y, Y) :- nat(Y).  
4 sum(s(X), Y, s(S)) :- sum(X, Y, S).
```

```
5 eval( X , X ) :- nat(X).  
6 eval( plus (L,R), X ) :- eval(L, LE), eval(R, RE), sum(LE, RE, X).  
7 eval( minus(L,R), X ) :- eval(L, LE), eval(R, RE), sum(RE, X, LE).
```

AUFGABE 2 – TEIL (B)

Alternative 1:

	?- insert(<t1>, <t2>, X).	
{X = tree(a, LT1, RT1)}	?- insert(tree(b, nil, nil), <t2>, LT1), insert(tree(v, nil, nil), <t2>, RT1).	% 6
{LT1 = tree(b, LT2, RT2)}	?- insert(nil, <t2>, LT2), insert(nil, <t2>, RT2), insert(tree(v, nil, nil), <t2>, RT1).	% 6
{LT2 = nil, RT2 = nil}	?- insert(tree(v, nil, nil), <t2>, RT1).	% 4
{RT1 = <t2>}	?- istree(<t2>).	% 5
	?- istree(nil), istree(nil), istree(nil).	% 2
	?- .	% 4

Alternative 2: die ersten vier Goals stimmen mit Alternative 1 überein

	?- insert(<t1>, <t2>, X).	
{X = tree(a, LT1, RT1)}	?- insert(tree(b, nil, nil), <t2>, LT1), insert(tree(v, nil, nil), <t2>, RT1).	% 6
{LT1 = tree(b, LT2, RT2)}	?- insert(nil, <t2>, LT2), insert(nil, <t2>, RT2), insert(tree(v, nil, nil), <t2>, RT1).	% 6
{LT2 = nil, RT2 = nil}	?- insert(tree(v, nil, nil), <t2>, RT1).	% 4
{RT1 = tree(v, LT3, RT3)}	?- insert(nil, <t2>, LT3), insert(nil, <t2>, RT3).	% 6
{RT3 = nil, LT3 = nil}	?- .	% 4

Ein weiteres Beispiel

aus der Aufgabensammlung

AUFGABE AGS 13.5 – TEIL (A)

Gegeben sei folgender Prolog-Code:

```
1 sub( X , X ).  
2 sub( S1 , s( _ , T2 ) ) :- sub( S1 , T2 ).  
3 sub( S1 , s( T1 , _ ) ) :- sub( S1 , T1 ).
```

Gesucht sind Belegungen für X und Y für das Goal `?- sub(s(X, Y), s(s(a, b), s(b, a)))`.

AUFGABE AGS 13.5 – TEIL (A)

Gegeben sei folgender Prolog-Code:

```
1 subt( X , X ) .  
2 subt( S1 , s( _ , T2 ) ) :- subt( S1 , T2 ) .  
3 subt( S1 , s( T1 , _ ) ) :- subt( S1 , T1 ) .
```

Gesucht sind Belegungen für X und Y für das Goal `?- subt(s(X, Y), s(s(a, b), s(b, a)))`.

```
                                     ?- subt(s(X,Y), s(s(a,b), s(b,a))).  
{X = s(a,b), Y=s(b,a)}  ?- .                                     % 1
```

```
                                     ?- subt(s(X,Y), s(s(a,b), s(b,a))).  
                                     ?- subt(s(X,Y), s(b,a)).      % 2  
{X = b, Y=a}             ?- .                                     % 1
```

```
                                     ?- subt(s(X,Y), s(s(a,b), s(b,a))).  
                                     ?- subt(s(X,Y), s(a,b)).      % 3  
{X = a, Y=b }           ?- .                                     % 1
```

AUFGABE AGS 13.5 – TEIL (B)

Gegeben sei folgender Prolog-Code:

```
1 subt( X , X ).  
2 subt( S1 , s( _ , T2 ) ) :- subt( S1 , T2 ).  
3 subt( S1 , s( T1 , _ ) ) :- subt( S1 , T1 ).
```

Gesucht sind drei Lösungen für das Goal `?- subt(s(a, a), X).`

AUFGABE AGS 13.5 – TEIL (B)

Gegeben sei folgender Prolog-Code:

```
1 sub( X , X ).  
2 sub( S1 , s( _ , T2 ) ) :- sub( S1 , T2 ).  
3 sub( S1 , s( T1 , _ ) ) :- sub( S1 , T1 ).
```

Gesucht sind drei Lösungen für das Goal `?- sub(s(a, a), X).`

	<code>?- sub(s(a,a), X).</code>	
<code>{X = s(a,a)}</code>	<code>?- .</code>	<code>% 1</code>
		<code>⇒ X = s(a,a)</code>
	<code>?- sub(s(a,a), X).</code>	
<code>{X = s(_ , X1)}</code>	<code>?- sub(s(a,a), X1).</code>	<code>% 2</code>
<code>{X1 = s(a,a)}</code>	<code>?- .</code>	<code>% 1</code>
		<code>⇒ X = s(a,s(a,a))</code>
	<code>?- sub(s(a,a), X).</code>	
<code>{X = s(X2, _)}</code>	<code>?- sub(s(a,a), X2).</code>	<code>% 3</code>
<code>{X2 = s(a,a)}</code>	<code>?- .</code>	<code>% 1</code>
		<code>⇒ X = s(s(a,a),c)</code>