

# PROGRAMMIERUNG

## ÜBUNG 13: $H_0$ – EIN EINFACHER KERN VON HASKELL

---

Eric Kunze

`eric.kunze@tu-dresden.de`

TU Dresden, 11. Juli 2022

letzte Änderung:  
11.07.2022, 09:44

1. Funktionale Programmierung
  - 1.1 Einführung in Haskell: Listen
  - 1.2 Algebraische Datentypen
  - 1.3 Funktionen höherer Ordnung
  - 1.4 Typpolymorphie & Unifikation
  - 1.5 Beweis von Programmeigenschaften
  - 1.6  $\lambda$ -Kalkül
2. Logikprogrammierung
3. Implementierung einer imperativen Programmiersprache
  - 3.1 Implementierung von  $C_0$
  - 3.2 Implementierung von  $C_1$
4. Verifikation von Programmeigenschaften
5.  **$H_0$  – ein einfacher Kern von Haskell**

## **$H_0$ – ein einfacher Kern von Haskell**

---

- ▶ **Ziel:** verstehe den Zusammenhang  $H_0 \leftrightarrow AM_0 \leftrightarrow C_0$
- ▶  $H_0$ : *tail recursive* Funktionen — rechte Seite enthält
  - ▷ keinen Funktionsaufruf
  - ▷ einen Funktionsaufruf an der äußersten Stelle (nicht verschachtelt)
  - ▷ eine Fallunterscheidung, deren Zweige wie oben aufgebaut sind

**Erinnerung:** Abstrakte Maschine  $AM_0$

- ▶ Ein- und Ausgabeband
- ▶ Datenkeller
- ▶ Hauptspeicher
- ▶ Befehlszähler

$H_0$  ist klein genug, dass es auf der  $AM_0$  laufen kann:

- ▶ Befehle bleiben die gleichen
- ▶ baumstrukturierte Adressen beginnen mit Funktionsbezeichner (z.B. *f.1.3*)

## Übersetzung von rechten Seiten $\dots = \text{exp}$ :

- ▶ Übersetze *exp*
- ▶ STORE 1 (ja – immer die 1)
- ▶ WRITE 1
- ▶ JMP 0

## Übersetzung von Funktionsaufrufen $\dots = f\ x1\ x2\ x3$ :

- ▶ LOAD *x1*; LOAD *x2*; LOAD *x3*
- ▶ STORE *x3*; STORE *x2*; STORE *x1* (umgekehrte Reihenfolge!)
- ▶ JMP *f*

$H_0$  ist klein genug, dass es auf der  $AM_0$  laufen kann:

- ▶ Befehle bleiben die gleichen
- ▶ baumstrukturierte Adressen beginnen mit Funktionsbezeichner (z.B.  $f.1.3$ )

$H_0$  ist klein genug, dass es auf der  $AM_0$  laufen kann:

- ▶ Befehle bleiben die gleichen
- ▶ baumstrukturierte Adressen beginnen mit Funktionsbezeichner (z.B.  $f.1.3$ )

**Übersetzung von deterministischen rechten Seiten  $\dots = exp$ :**

- |                                   |                                 |
|-----------------------------------|---------------------------------|
| ▶ Übersetze $exp$                 | $rhstrans(e, a) := exptrans(e)$ |
| ▶ STORE 1      (ja – immer die 1) | STORE 1;                        |
| ▶ WRITE 1                         | WRITE 1;                        |
| ▶ JMP 0                           | JMP 0;                          |

## Übersetzung von Funktionsaufrufen $\dots = f \text{ exp}_1 \text{ exp}_2 \text{ exp}_3$

- ▶ Übersetze  $\text{exp}_1, \text{exp}_2, \text{exp}_3$  in richtiger Reihenfolge
- ▶ `STORE x3; STORE x2; STORE x1` in umgekehrter Reihenfolge
- ▶ Funktionsaufruf mit `JMP f`

formal:  $\text{rhstrans}(f \ e_1 \ \dots \ e_n, a) := \text{exptrans}(e_1) \ \dots \ \text{exptrans}(e_n)$

`STORE n; ... STORE 1;`

`JMP f;`



## Übersetzung von Funktionsaufrufen ... = f exp<sub>1</sub> exp<sub>2</sub> exp<sub>3</sub>

- ▶ Übersetze exp<sub>1</sub>, exp<sub>2</sub>, exp<sub>3</sub> in richtiger Reihenfolge
- ▶ STORE x3; STORE x2; STORE x1 in umgekehrter Reihenfolge
- ▶ Funktionsaufruf mit JMP f

formal:  $rhstrans(f\ e_1\ \dots\ e_n, a) := exptrans(e_1)\ \dots\ exptrans(e_n)$

STORE n; ... STORE 1;

JMP f;

## Übersetzung von Verzweigungen: **Änderung der Sprungmarken!**

- ▶ Bedingung übersetzen
- ▶ JMC basis.3;
- ▶ then-Zweig übersetzen mit interner Basisadresse .1
- ▶ basis.3: else-Zweig übersetzen mit interner Basisadresse .2

formal:  $rhstrans(if\ be\ then\ r_1\ else\ r_2, a) := bexptrans(be)$

JMC a.3;

$rhstrans(r_1, a.1)$

$a.3 : rhstrans(r_2, a.2)$

$H_0$  (funktional) und  $C_0$  (imperativ) sind gleich stark – wir können Programme jeweils ineinander äquivalent übersetzen!

Standardisierung:

- ▶ keine Konstanten
- ▶ Es gibt  $m$  Variablen  $x_1, \dots, x_m$  ( $m \geq 1$ )
- ▶ Wir lesen  $k$  Variablen  $x_1, \dots, x_k$  ein ( $0 \leq k \leq m$ )
- ▶ Es gibt genau eine Schreibanweisung direkt vor `return`

- ▶ jedes Statement (in  $C_0$ ) erhält einen *Ablaufpunkt*
- ▶ jeder Ablaufpunkt  $i$  wird durch eine Funktion  $f_i$  (in  $H_0$ ) repräsentiert, die *alle* Programmvariablen als Argumente hat
- ▶ Funktionswerte beschreiben Veränderungen im Programmablauf

(einfaches) **Beispiel:**

- ▶ zwei Variablen  $x_1$  und  $x_2$
- ▶ betrachte Zuweisung  $x_2 = x_1 * x_1$  in  $C_0$
- ▶ Übersetzung zu  $f_1 \ x_1 \ x_2 = f_{11} \ x_1 \ (x_1 * x_1)$

Ein  $H_0$ -Programm kann in  $C_0$  mittels *einer* `while`-Schleife dargestellt werden. Dazu verwenden wir drei Hilfsvariablen:

- ▶ `flag` steuert den Ablauf der `while`-Schleife, d.h. wenn das  $H_0$ -Programm terminiert, wird `flag` falsch
- ▶ `function` steuert in einer geschachtelten `if-then-else`-Anweisung, welche Funktion ausgeführt wird
- ▶ `result` speichert den Rückgabewert der Funktion

# Übungsblatt 13

## *Aufgabe 1*

---

## AUFGABE 1 – TEIL (A)

$$f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N} \quad \text{mit} \quad f(n) = \sum_{i=1}^n (-1)^i \cdot i$$

## AUFGABE 1 – TEIL (A)

$$f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N} \quad \text{mit} \quad f(n) = \sum_{i=1}^n (-1)^i \cdot i$$

```
1 module Main where
2
3 --      i      sum
4 f :: Int -> Int -> Int
5 f x1 x2 = if x1 == 0
6           then x2
7           else if x1 `mod` 2 == 0
8                 then f (x1 - 1) (x2 + x1)
9                 else f (x1 - 1) (x2 - x1)
10
11 main = do x1 <- readLn
12           print (f x1 0)
```

**Gegeben:**

```
1 f :: Int -> Int -> Int
2 f x1 x2 = if x2 == 0
3           then x1
4           else f x2 (x1 `mod` x2)
```

**Gesucht:** äquivalentes  $AM_0$ -Programm



## Gegeben:

```

1 f :: Int -> Int -> Int
2 f x1 x2 = if x2 == 0
3           then x1
4           else f x2 (x1 `mod` x2)

```

## Gesucht: äquivalentes $AM_0$ -Programm

```

f:      LOAD 2; LIT 0; EQ; JMC f.3;
        LOAD 1; STORE 1; WRITE 1; JMP 0;
f.3:    LOAD 2; LOAD 1; LOAD 2; MOD;
        STORE 2; STORE 1; JMP f;

```