

PROGRAMMIERUNG

ÜBUNG 10: C_0 UND ABSTRAKTE MASCHINE AM_0

Eric Kunze

`eric.kunze@tu-dresden.de`

TU Dresden, 20. Juni 2022

letzte Änderung:
19.06.2022, 22:53

1. Funktionale Programmierung
 - 1.1 Einführung in Haskell: Listen
 - 1.2 Algebraische Datentypen
 - 1.3 Funktionen höherer Ordnung
 - 1.4 Typpolymorphie & Unifikation
 - 1.5 Beweis von Programmeigenschaften
 - 1.6 λ -Kalkül
2. Logikprogrammierung
3. Implementierung einer imperativen Programmiersprache
 - 3.1 **Implementierung von C_0**
 - 3.2 Implementierung von C_1
4. Verifikation von Programmeigenschaften
5. H_0 – ein einfacher Kern von Haskell

Implementierung von C_0 und abstrakte Maschine AM_0

- **Ziel:** Implementierung einer einfachen Programmiersprache $C_1 \subset C$

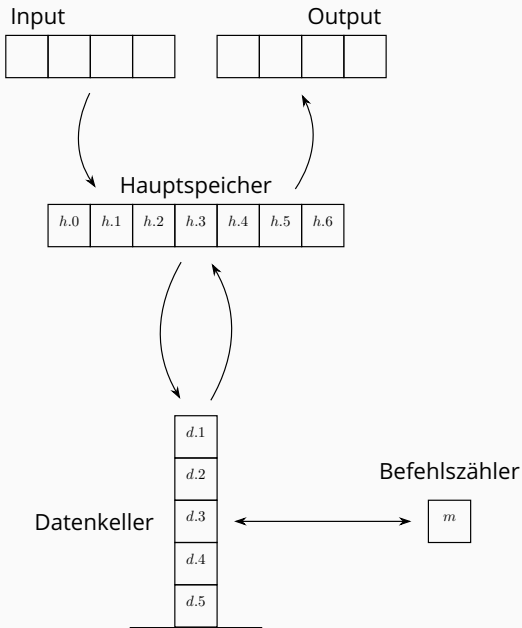
- ▶ **Ziel:** Implementierung einer einfachen Programmiersprache $C_1 \subset C$
- ▶ **Hier:** zunächst Einschränkung auf $C_0 \subset C_1$
 - ▷ genau eine main-Funktion
 - ▷ Zugriff auf `stdio` durch `#include`
 - ▷ einzig zugelassene Datenstruktur: `int`, Konstanten
 - ▷ Kontrollstrukturen: Ein-/Ausgabebefehle, Zuweisungen, Sequenzen, Verzweigungen, bedingte Schleifen

- ▶ **Ziel:** Implementierung einer einfachen Programmiersprache $C_1 \subset C$
- ▶ **Hier:** zunächst Einschränkung auf $C_0 \subset C_1$
 - ▷ genau eine main-Funktion
 - ▷ Zugriff auf `stdio` durch `#include`
 - ▷ einzig zugelassene Datenstruktur: `int`, Konstanten
 - ▷ Kontrollstrukturen: Ein-/Ausgabebefehle, Zuweisungen, Sequenzen, Verzweigungen, bedingte Schleifen
- ▶ **Implementierung** durch
 - ▷ Syntax von C_0
 - ▷ Befehle und Semantik einer abstrakten Maschine AM_0
 - ▷ Übersetzer $C_0 \leftrightarrow AM_0$

Wir bauen eine abstrakte Maschine AM_0 , die unsere Berechnungen ausführen kann. Wir benötigen dafür:

- ▶ ein Ein- und Ausgabeband,
- ▶ einen Datenkeller,
- ▶ einen Hauptspeicher und
- ▶ einen Befehlszähler

Nun müssen aber auch Aktionen ausgeführt werden, wie zum Beispiel das Einlesen vom Eingabeband in den Hauptspeicher. Dafür gibt es folgende Befehle:



Den Zustand der abstrakten Maschine beschreiben wir durch die Zustände der 5 Komponenten, also als 5-Tupel

$$(m, d, h, inp, out) \\ = (\text{Befehlszähler, Datenkeller, Hauptspeicher, Input, Output})$$

Jeder Befehl verändert den Zustand der Maschine – er verändert also die Einträge in diesem Tupel.

$$\begin{aligned} \mathcal{C}[\text{SUB}](m, d, h, inp, out) := \\ \text{if } d = d.1 : d.2 : \dots : d.n \\ \text{then } (m + 1, (d.2 - d.1) : d.3 : \dots : d.n, inp, out) \end{aligned}$$

$C[\![\text{ADD}]\!](m, d, h, \text{inp}, \text{out}) :=$

if $d = d.1 : d.2 : \dots : d.n$

then $(m + 1, (d.2 + d.1) : d.3 : \dots : d.n, \text{inp}, \text{out})$

(analog dazu auch MUL, SUB, DIV, MOD)

$C[\![\text{ADD}]\!](m, d, h, \text{inp}, \text{out}) :=$

if $d = d.1 : d.2 : \dots : d.n$

then $(m + 1, (d.2 + d.1) : d.3 : \dots : d.n, \text{inp}, \text{out})$

(analog dazu auch MUL, SUB, DIV, MOD)

$C[\![\text{LT}]\!](m, d, h, \text{inp}, \text{out}) :=$

if $d = d.1 : d.2 : \dots : d.n$

then $(m + 1, b : d.3 : \dots : d.n, \text{inp}, \text{out})$

wobei $b = 1$ falls $d.2 < d.1$ und $b = 0$ falls $d.2 \geq d.1$

(analog dazu auch EQ, NE, GT, GE, LE)

$$\begin{aligned} \mathcal{C}[\text{LOAD } n](m, d, h, \text{inp}, \text{out}) &:= \\ &\quad \text{if } h(n) \in \mathbb{Z} \\ &\quad \text{then } (m + 1, h(n) : d, \text{inp}, \text{out}) \\ \mathcal{C}[\text{LIT } z](m, d, h, \text{inp}, \text{out}) &:= (m + 1, z : d, \text{inp}, \text{out}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{C}[\text{LOAD } n](m, d, h, \text{inp}, \text{out}) &:= \\ &\quad \text{if } h(n) \in \mathbb{Z} \\ &\quad \text{then } (m + 1, h(n) : d, \text{inp}, \text{out}) \\ \mathcal{C}[\text{LIT } z](m, d, h, \text{inp}, \text{out}) &:= (m + 1, z : d, \text{inp}, \text{out}) \\ \mathcal{C}[\text{STORE } n](m, d, h, \text{inp}, \text{out}) &:= \\ &\quad \text{if } d = d.1 : d' \\ &\quad \text{then } (m + 1, d', h[n/d.1], \text{inp}, \text{out}) \\ &\quad \text{wobei } h[n/d.1] = \begin{cases} d.1 & \text{falls } k = n \\ h(k) & \text{sonst} \end{cases} \end{aligned}$$

$$\mathcal{C}[\text{JMP } e](m, d, h, \text{inp}, \text{out}) := (e, d, h, \text{inp}, \text{out})$$

$C[\![\text{JMP } e]\!](m, d, h, \text{inp}, \text{out}) := (e, d, h, \text{inp}, \text{out})$

$C[\![\text{JMC } e]\!](m, d, h, \text{inp}, \text{out}) :=$

if $d = 0 : d.2 : \dots : d.n$ mit $n \geq 1$

then $(e, d.2 : \dots : d.n, h, \text{inp}, \text{out})$

if $d = 1 : d.2 : \dots : d.n$ mit $n \geq 1$

then $(m + 1, d.2 : \dots : d.n, h, \text{inp}, \text{out})$

$C[\text{READ } n](m, d, h, \text{inp}, \text{out}) :=$
 if $\text{inp} = \text{first}(\text{inp}).\text{rest}(\text{inp})$
 then $(m + 1, d, h[n/\text{first}(\text{inp})], \text{rest}(\text{inp}), \text{out})$
 wobei für jedes $n \in \mathbb{Z}$ und jedes $w \in \mathbb{Z}^*$ gilt:
 $\text{first}(n : w) = n$ und $\text{rest}(n : w) = w$

$C[\text{WRITE } n](m, d, h, \text{inp}, \text{out}) :=$
 if $h(n) \in \mathbb{Z}$
 then $(m + 1, d, h, \text{inp}, \text{out} : h(n))$

$sttrans(\text{if } (exp) \text{ stat}_1 \text{ else } stat_2, tab, a) :=$
 $boolexptrans(exp, tab)$
 JMC $a.1$;
 $sttrans(stat_1, tab, a.2)$
 JMP $a.3$;
 $a.1 :$ $sttrans(stat_2, tab, a.4)$
 $a.3 :$

für alle $exp \in W(\langle BoolExpression \rangle)$, $stat_1, stat_2 \in W(\langle Statement \rangle)$,
 $tab \in Tab$ und $a \in \mathbb{N}^*$.

AUFGABE 1

Wir betrachten das C_0 -Programm *Max*:

```
1  #include <stdio.h>           7    if (a > b)
2                                8        max = a;
3  int main( ) {                9    else max = b;
4    int a, b, max;            10   printf("%d", max);
5    scanf("%i", &a);          11   return 0;
6    scanf("%i", &a);          12 }
```

- (a) Berechnen Sie schrittweise das baumstrukturierte Programm $bMax_0 = \text{trans}(Max)$ mit Hilfe der in der Vorlesung angegebenen Übersetzungsfunktionen. Dokumentieren Sie dabei jeden rekursiven Funktionsaufruf.

AUFGABE 1 – TEIL (A)

Baumstrukturierte Adressen:

```
    READ 1;  
    READ 2;  
    LOAD 1;  
    LOAD 2;  
    GT;  
    JMC 1.3.1;  
    LOAD 1;  
    STORE 3;  
    JMP 1.3.3;  
1.3.1 LOAD 2;  
      STORE 3;  
1.3.3 WRITE 3;
```

AUFGABE 1 – TEIL (A)

Baumstrukturierte Adressen:

```
    READ 1;  
    READ 2;  
    LOAD 1;  
    LOAD 2;  
    GT;  
    JMC 1.3.1;  
    LOAD 1;  
    STORE 3;  
    JMP 1.3.3;  
1.3.1  LOAD 2;  
        STORE 3;  
1.3.3  WRITE 3;
```

Linearisierte Adressen:

```
1 READ 1;  
2 READ 2;  
3 LOAD 1;  
4 LOAD 2;  
5 GT;  
6 JMC 10;  
7 LOAD 1;  
8 STORE 3;  
9 JMP 12;  
10 LOAD 2;  
11 STORE 3;  
12 WRITE 3;
```

AUFGABE 1 – TEIL (B)

Ablauf der abstrakten Maschine:

	BZ	,	DK	,	HS	,	Inp	,	Out
(1	,	ε	,	[]	,	5:7	,	ε)
(2	,	ε	,	[1/5]	,	7	,	ε)
(3	,	ε	,	[1/5, 2/7]	,	ε	,	ε)
(4	,	5	,	[1/5, 2/7]	,	ε	,	ε)
(5	,	7:5	,	[1/5, 2/7]	,	ε	,	ε)
(6	,	0	,	[1/5, 2/7]	,	ε	,	ε)
(10	,	ε	,	[1/5, 2/7]	,	ε	,	ε)
(11	,	7	,	[1/5, 2/7]	,	ε	,	ε)
(12	,	ε	,	[1/5, 2/7, 3/7]	,	ε	,	ε)
(13	,	ε	,	[1/5, 2/7, 3/7]	,	ε	,	7)

AUFGABE 1 – TEIL (B)

Ablauf der abstrakten Maschine:

	BZ	,	DK	,	HS	,	Inp	,	Out	
(1	,	ε	,	[]	,	5:7	,	ε)
(2	,	ε	,	[1/5]	,	7	,	ε)
(3	,	ε	,	[1/5, 2/7]	,	ε	,	ε)
(4	,	5	,	[1/5, 2/7]	,	ε	,	ε)
(5	,	7:5	,	[1/5, 2/7]	,	ε	,	ε)
(6	,	0	,	[1/5, 2/7]	,	ε	,	ε)
(10	,	ε	,	[1/5, 2/7]	,	ε	,	ε)
(11	,	7	,	[1/5, 2/7]	,	ε	,	ε)
(12	,	ε	,	[1/5, 2/7, 3/7]	,	ε	,	ε)
(13	,	ε	,	[1/5, 2/7, 3/7]	,	ε	,	7)

$$\mathcal{P}[\llbracket Max_0 \rrbracket](5 : 7) = proj_5^{(5)} \left(\mathcal{I}[\llbracket Max_0 \rrbracket](1, \varepsilon, [], 5 : 7, \varepsilon) \right) = 7$$

AUFGABE 2 – TEIL (A)

```
1 #include <stdio.h>
2
3 int main() {
4     int x1, x2;
5     scanf("%i", &x1);
6     scanf("%i", &x2);
7     while (x1 > 0){
8         x1 = x2 - x1;
9         if (x2 > x1)
10             x2 = x2 / 2;
11     }
12     printf("%d", x1);
13     return 0;
14 }
```

Übersetzen Sie das Programm mittels `trans` in AM_0 -Code mit linearen Adressen. Geben Sie nur das Endergebnis der Übersetzung (keine Zwischenschritte) an!

AUFGABE 2 – TEIL (A)

1 READ 1;	6 JMC 20;	11 LOAD 2;	16 LIT 2;
2 READ 2;	7 LOAD 2;	12 LOAD 1;	17 DIV;
3 LOAD 1;	8 LOAD 1;	13 GT;	18 STORE 2;
4 LIT 0;	9 SUB;	14 JMC 19;	19 JMP 3;
5 GT;	10 STORE 1;	15 LOAD 2;	20 WRITE 1;

AUFGABE 2 – TEIL (B)

3 LOAD 2;	6 JMC 14;	9 LIT 2;	12 STORE 2;
4 LIT 5;	7 LOAD 1;	10 MUL;	13 JMP 3;
5 LT;	8 LOAD 2;	11 ADD;	14 WRITE 1;

Erstellen Sie ein Ablaufprotokoll für dieses Programmfragment, bis die AM_0 terminiert. Die Startkonfiguration ist $(7, \varepsilon, [1/3, 2/1], \varepsilon, \varepsilon)$.

AUFGABE 2 – TEIL (B)

Ablauf der abstrakten Maschine:

	BZ	,	DK	,	HS	,	Inp	,	Out
(7	,	ε	,	[1/3, 2/1]	,	ε	,	ε)
(8	,	3	,	[1/3, 2/1]	,	ε	,	ε)
(9	,	1:3	,	[1/3, 2/1]	,	ε	,	ε)
(10	,	2:1:3	,	[1/3, 2/1]	,	ε	,	ε)
(11	,	2:3	,	[1/3, 2/1]	,	ε	,	ε)
(12	,	5	,	[1/3, 2/1]	,	ε	,	ε)
(13	,	ε	,	[1/3, 2/5]	,	ε	,	ε)
(3	,	ε	,	[1/3, 2/5]	,	ε	,	ε)
(4	,	5	,	[1/3, 2/5]	,	ε	,	ε)
(5	,	5:5	,	[1/3, 2/5]	,	ε	,	ε)
(6	,	0	,	[1/3, 2/5]	,	ε	,	ε)
(14	,	ε	,	[1/3, 2/5]	,	ε	,	ε)
(15	,	ε	,	[1/3, 2/5]	,	ε	,	3)