

# 高等数学（1,2）期末复习题(5)

大题	一	二	三	四	五	总分
得分						

## 一、填空题（每题 3 分，共 30 分）

得 分	
-----	--

1.

1.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln \frac{x}{x+1} \cos x =$  \_\_\_\_\_。

2. 若  $y = f(\sin^2 x)$ ，则  $dy =$  \_\_\_\_\_。

3.

3. 极限  $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^{\sin x} =$  \_\_\_\_\_。

4. 设  $y - xe^y = 1$ ，则  $\left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=0} =$  \_\_\_\_\_。

5.

5. 曲线  $y = (x+1)e^{\frac{1}{(x-1)^2}}$  的铅直渐近线为：\_\_\_\_\_。

6. 广义积分  $\int_0^{+\infty} xe^{-x^2} dx =$  \_\_\_\_\_。

7. 方程  $y' + \frac{1}{x}y = \frac{\sin x}{x}$  的通解是 \_\_\_\_\_。

8. 阿基米德螺旋线  $r = a\theta$  ( $a > 0$ ) 对应  $\theta$  从 0 到  $2\pi$  所围图形的面积是\_\_\_\_\_。

9. 抛物线  $y^2 = 4x$ 、直线  $x = 1$  及  $x$  轴所围图形，绕  $x$  轴旋转一周所得旋转体的体积是\_\_\_\_\_。

10. 不定积分  $\int \arccos x dx =$  \_\_\_\_\_。

## 二、选择题（每题 3 分，共 12 分）

得 分	
-----	--

11. 若  $f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx & x < 1 \\ 3 & x = 1 \\ 2a - bx & x > 1 \end{cases}$  在  $x = 1$  处连续，则 ( )。

(A)  $a = 2, b = 1$

(B)  $a = 1, b = 2$

(C)  $a = 3, b = 0$

(D)  $a = 0, b = 3$

12. 函数  $f(x)$  在区间  $(a, b)$  内可导，则在  $(a, b)$  内  $f'(x) > 0$  是函数  $f(x)$  在区间  $(a, b)$  内单调增加的 ( )

(A) 必要非充分条件

(B) 充分非必要条件

(C) 充要条件

(D) 无关条件

13. 若  $f'(0) = 1$ ，则  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(2x) - f(x)}{x} = ( )$

(A) 0;

(B) 1;

(C) 2;

(D) 不存在

14. 设函数  $y = \frac{2^{\frac{1}{x}} - 1}{2^{\frac{1}{x}} + 1}$ ，则  $x = 0$  为函数的 ( )

(A) 无穷间断点；

(B) 可去间断点；

(C) 跳跃间断点；

(D) 第二类间断点。

## 三、计算题（每题 5 分，共 30 分）

得 分	
-----	--

15. 计算极限： $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{\sin x} - \frac{1}{x} \right)$

16. 设  $x = f'(t)$ ,  $y = tf'(t) - f(t)$ , 且  $f''(t) \neq 0$  求  $\frac{d^2y}{dx^2}$

17. 求函数  $y = xe^{-x}$  的拐点及凹凸区间。

18. 求函数  $f(x) = 2x^3 - 6x^2 - 18x - 7$  的单调区间与极值。

19、求  $\int_1^2 e^{\sqrt{x-1}} dx$

20、  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \int_0^x e^{-t^2} dt}{x^2 \sin x}$

#### 四、解答题（每题 6 分，共 18 分）

得 分	
-----	--

21. 设连续函数  $f(x)$  满足  $\int_0^x f(x-t)dt = e^{-2x} - 1$ , 求:  $\int_0^1 f(x)dx$ 。

22. 设  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x}, & x \neq 0 \\ 1, & x = 0 \end{cases}$ , 求:  $f'(x)$

23、求微分方程  $y'' - 3y' + 2y = 2e^x$  的通解。

五、证明题（每题 5 分，共 10 分）

得 分	
-----	--

24. 证明  $(1+x)\ln(1+x) > \arctan x \quad (x > 0)$ 。

25、设  $f(x)$  在  $[0,1]$  上连续。试证明存在  $\xi \in (0,1)$  使

$$\int_0^{\xi} f(t)dt = (1-\xi)f(\xi)$$