

### 第三章 多维随机变量及其分布

1. 盒子里装有 3 只黑球、2 只红球、2 只白球，在其中任取 4 只球。以  $X$  表示取到黑球的只数，以  $Y$  表示取到红球的只数，求  $X$  和  $Y$  的联合分布律。

2. 已知随机变量  $X$  和  $Y$  的联合分布律为

		X		
		1	2	3
Y	1	$\frac{1}{8}$	$a$	$\frac{1}{24}$
	2	$b$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$

(1) 求  $a, b$  应满足的条件；

(2) 若  $P\{X \leq 2.5, Y \leq 1.5\} = \frac{3}{8}$ ，求  $a, b$ 。

学号：\_\_\_\_\_；姓名：\_\_\_\_\_；教师：\_\_\_\_\_

---

3. 设二维随机变量  $(X, Y)$  的概率密度为  $f(x, y) = \begin{cases} kx^2y, & 0 \leq y \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$

(1) 求系数  $k$ ;

(2) 求  $P\{X + Y \geq 1\}$ 。

4. 已知二维随机变量  $(X, Y)$  的概率密度为

$$f(x, y) = \begin{cases} 4xye^{-(x^2+y^2)}, & x > 0, y > 0, \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

(1) 求  $(X, Y)$  的分布函数  $F(x, y)$ ;

学号：\_\_\_\_\_；姓名：\_\_\_\_\_；教师：\_\_\_\_\_

---

(2) 求  $P\{X \leq 2, Y < +\infty\}$ 。

5. 设随机变量  $(X, Y)$  的分布函数为

$$F(x, y) = A \left( B + \arctan \frac{x}{2} \right) \left( C + \arctan \frac{y}{3} \right)$$

(1) 求常数  $A, B, C$ ;

(2) 求概率密度  $f(x, y)$ 。

学号：\_\_\_\_\_；姓名：\_\_\_\_\_；教师：\_\_\_\_\_

6. 5 件同类产品装在甲、乙两个盒中，甲盒装 2 件，乙盒装 3 件，每件产品是合格品的概率都是 0.4，现随机地取出一盒，以  $X$  表示取得的产品数， $Y$  表示取得的合格品数，写出  $(X, Y)$  的联合分布律，并写出边缘分布律。

7. 设  $(X, Y)$  的分布函数为

$$F(x, y) = \begin{cases} 1 - e^{-x} - xe^{-y}, & y \geq x > 0, \\ 1 - e^{-y} - ye^{-x}, & x > y > 0, \\ 0, & \text{其它.} \end{cases}$$

(1) 求边缘分布函数  $F_X(x)$ ,  $F_Y(y)$ ；

(2) 求  $(X, Y)$  的概率密度。

学号：\_\_\_\_\_；姓名：\_\_\_\_\_；教师：\_\_\_\_\_

---

8. 设二维随机变量  $(X, Y)$  的联合概率密度为

$$f(x, y) = \begin{cases} k(1-x)y, & 0 < x < 1, 0 < y < x, \\ 0, & \text{其它.} \end{cases}$$

(1) 求常数  $k$ ;

(2) 求  $X, Y$  的概率密度。