

目录

- 第1章 电路的基本概念与定律 3
 - 第1.5节 电源有载工作、开路与短路 3
 - 第1.5.1题 3
 - 第1.5.2题 3
 - 第1.5.3题 5
 - 第1.5.4题 5
 - 第1.5.6题 6
 - 第1.5.8题 6
 - 第1.5.11题 7
 - 第1.5.12题 8
 - 第1.6节 基尔霍夫定律 9
 - 第1.6.2题 9
 - 第1.7节 电路中电位的概念及计算 10
 - 第1.7.4题 10

List of Figures

1	习题1.5.1图	3
2	习题1.5.2图	4
3	习题1.5.8图	7
4	习题1.5.11图	7
5	习题1.5.12图	8
6	习题1.6.2图	10
7	习题1.7.4图	10

1 电路的基本概念与定律

1.5 电源有载工作、开路与短路

1.5.1

在图1中,五个元件代表电源和负载。电流和电压的参考方向如图中所示。今通过实验测量得知

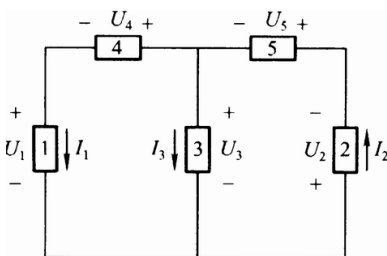


图 1: 习题1.5.1图

$$\begin{array}{lll} I_1 = -4A & I_2 = 6A & I_3 = 10A \\ U_1 = 140V & U_2 = -90V & U_3 = 60V \\ U_4 = -80V & U_5 = 30V & \end{array}$$

- 1 试标出各电流的实际方向和各电压的实际极性。
- 2 判断哪些元件是电源? 哪些是负载?
- 3 计算各元件的功率, 电源发出的功率和负载取用的功率是否平衡?

[解]:

- 2 元件1, 2为电源; 3, 4, 5为负载。

$$\begin{array}{ll} 3 & P_1 = U_1 I_1 = 140 \times (-4)W = -560W \quad \text{电源发出功率} \quad P_E = \\ & P_2 = U_2 I_2 = (-90) \times 6W = -540W \\ & P_3 = U_3 I_3 = 60 \times 10W = 600W \\ & P_4 = U_4 I_1 = (-80) \times (-4)W = 320W \\ & P_5 = U_5 I_2 = 30 \times 6W = 180W \end{array}$$

$$P_1 + P_2 = 1100W$$

$$\text{负载取用功率} \quad P = P_3 + P_4 + P_5 = 1100W$$

两者平衡

1.5.2

在图2中, 已知 $I_1 = 3mA$, $I_2 = 1mA$. 试确定电路元件3中的电流 I_3 和其两端电压 U_3 , 并说明它是电源还是负载。校验整个电路的功率是否平衡。

[解] 首先根据基尔霍夫电流定律列出

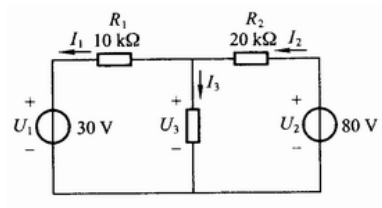


图 2: 习题1.5.2图

$$-I_1 + I_2 - I_3 = 0$$

$$-3 + 1 - I_3 = 0$$

可求得 $I_3 = -2\text{mA}$, I_3 的实际方向与图中的参考方向相反。

根据基尔霍夫电压定律可得

$$U_3 = (30 + 10 \times 10^3 \times 3 \times 10^{-3})\text{V} = 60\text{V}$$

其次确定电源还是负载:

1 从电压和电流的实际方向判定:

电路元件3 电流 I_3 从“+”端流出,故为电源;

80V元件 电流 I_2 从“+”端流出, 故为电源;

30V元件 电流 I_1 从“+”端流出, 故为负载。

2 从电压和电流的参考方向判别:

电路元件3 U_3 和 I_3 的参考方向相同 $P = U_3 I_3 = 60 \times (-2) \times 10^{-3}\text{W} = -120 \times 10^{-3}\text{W}$ (负值), 故为电源;

80V元件 U_2 和 I_2 的参考方向相反 $P = U_2 I_2 = 80 \times 1 \times 10^{-3}\text{W} = 80 \times 10^{-3}\text{W}$ (正值), 故为电源;

30V元件 U_1 和 I_1 参考方向相同 $P = U_1 I_1 = 30 \times 3 \times 10^{-3}\text{W} = 90 \times 10^{-3}\text{W}$ (正值), 故为负载。

两者结果一致。

最后校验功率平衡:

电阻消耗功率:

$$P_{R_1} = R_1 I_1^2 = 10 \times 3^2 \text{mW} = 90\text{mW}$$

$$P_{R_2} = R_2 I_2^2 = 20 \times 1^2 \text{mW} = 20\text{mW}$$

电源发出功率:

$$P_E = U_2 I_2 + U_3 I_3 = (80 + 120)mW = 200mW$$

负载取用和电阻损耗功率:

$$P = U_1 I_1 + R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2 = (90 + 90 + 20)mW = 200mW$$

两者平衡

1.5.3

有一直流电源, 其额定功率 $P_N = 200W$, 额定电压 $U_N = 50V$ 。内阻 $R_0 = 0.5\Omega$, 负载电阻 R 可以调节。其电路如教材图1.5.1所示试求:

- 1 额定工作状态下的电流及负载电阻;
- 2 开路状态下的电源端电压;
- 3 电源短路状态下的电流。

[解]

$$(1) \text{ 额定电流 } I_N = \frac{P_N}{U_N} = \frac{200}{50}A = 4A, \text{ 负载电阻 } R = \frac{U_N}{I_N} = \frac{50}{4}\Omega = 12.5\Omega$$

$$(2) \text{ 电源开路电压 } U_0 = E = U_N + I_N R_0 = (50 + 4 \times 0.5)V = 52V$$

$$(3) \text{ 电源短路电流 } I_S = \frac{E}{R_0} = \frac{52}{0.5}A = 104A$$

1.5.4

有一台直流稳压电源, 其额定输出电压为30V, 额定输出电流为2A, 从空载到额定负载, 其输出电压的变化率为千分之一

(即 $\Delta U = \frac{U_0 - U_N}{U_N} = 0.1\%$), 试求该电源的内阻。

[解] 电源空载电压 U_0 即为其电动势 E , 故可先求出 U_0 , 而后由 $U = E - R_0 I$, 求内阻 R_0 。

$$\begin{aligned} \frac{U_0 - U_N}{U_N} &= \Delta U \\ \frac{U_0 - 30}{30} &= 0.1\% \end{aligned}$$

由此得

$$U_0 = E = 30.03V$$

再由

$$\begin{aligned}U &= E - R_0 I \\30 &= 30.03 - R_0 \times 2\end{aligned}$$

得出

$$R_0 = 0.015\Omega$$

1.5.6

一只110V、8W的指示灯，现在要接在380V的电源上，问要串多大阻值的电阻？该电阻应选多大瓦数的？

[解] 由指示灯的额定值求额定状态下的电流 I_N 和电阻 R_N ：

$$I_N = \frac{P_N}{U_N} = \frac{8}{110}A = 0.073A \quad R_N = \frac{U_N}{I_N} = \frac{110}{0.073}\Omega = 1507\Omega$$

在380V电源上指示灯仍保持110V额定电压，所串电阻

$$R = \frac{U - U_N}{I_N} = \frac{380 - 110}{0.073}\Omega = 3700\Omega$$

其额定功率

$$P_N = RI_N^2 = 3700 \times (0.073)^2 W = 19.6W$$

故可选用额定值为3.7K Ω 、20W的电阻。

1.5.8

图3所示的是用变阻器 R 调节直流电机励磁电流 I_f 的电路。设电机励磁绕组的电阻为315 Ω ，其额定电压为220V，如果要求励磁电流在0.35 ~ 0.7A的范围内变动，试在下列三个变阻器中选用一个合适的：

- (1) 1000 Ω 、0.5A； (2) 200 Ω 、1A； (3) 350 Ω 、1A。

[解]

当 $R = 0$ 时

$$I = \frac{220}{315} = 0.7A$$

当 $I = 0.35A$ 时

$$\begin{aligned}R + 315 &= \frac{220}{0.35} = 630\Omega \\R &= (630 - 315) = 315\Omega\end{aligned}$$

因此，只能选用350 Ω 、1A的变阻器。

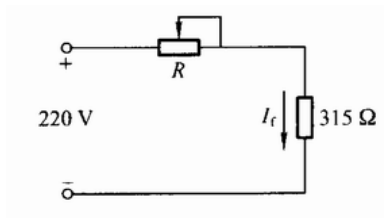


图 3: 习题1.5.8图

1.5.11

图4所示的是电阻应变仪中测量电桥的原理电路。 R_x 是电阻应变片，粘附在被测零件上。当零件发生变形（伸长或缩短）时， R_x 的阻值随之而改变，这反映在输出信号 U_o 上。在测量前如果把各个电阻调节到 $R_x = 100\Omega$ ， $R_1 = R_2 = 200\Omega$ ， $R_3 = 100\Omega$ ，这时满足 $\frac{R_x}{R_3} = \frac{R_1}{R_2}$ 的电桥平衡条件， $U_o = 0$ 。在进行测量时，如果测出：

(1) $U_o = +1mV$ ；(2) $U_o = -1mV$ ；试计算两种情况下的 ΔR_x 。 U_o 极性的改变反映了什么？设电源电压 U 是直流3V。

[解] (1) $U_o = +1mV$

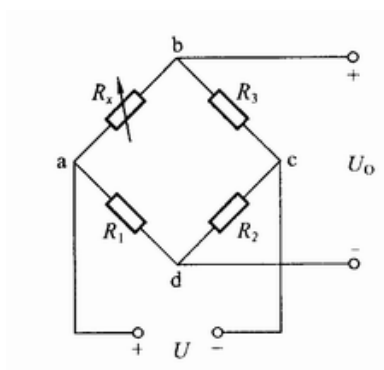


图 4: 习题1.5.11图

应用基尔霍夫电压定律可列出：

$$U_{ab} + U_{bd} + U_{da} = 0$$

$$U_{ab} + U_o - U_{ad} = 0$$

或

$$\begin{aligned} \frac{U}{R_x + R_3} R_x + U_o - \frac{U}{2} &= 0 \\ \frac{3R_x}{R_x + 100} + 0.001 - 1.5 &= 0 \end{aligned}$$

解之得

$$R_x = 99.867 \Omega$$

因零件缩短而使 R_x 阻值减小，即

$$\Delta R_x = (99.867 - 100) \Omega = -0.133 \Omega$$

$$(2) \quad U_o = -1mV$$

同理

$$\frac{3R_x}{R_x + 100} - 0.001 - 1.5 = 0$$

$$R_x = 100.133 \Omega$$

因零件伸长而使 R_x 阻值增大，即

$$\Delta R_x = (100.133 - 100) \Omega = +0.133 \Omega$$

U_o 极性的变化反映了零件的伸长和缩短。

1.5.12

图5是电源有载工作的电路。电源的电动势 $E = 220V$ ，内阻 $R_0 = 0.2\Omega$ ；负载电阻 $R_1 = 10\Omega$ ， $R_2 = 6.67\Omega$ ；线路电阻 $R_l = 0.1\Omega$ 。试求负载电阻 R_2 并联前后：(1)电路中电流 I ；(2)电源端电压 U_1 和负载端电压 U_2 ；(3)负载功率 P 。当负载增大时，总的负载电阻、线路中电流、负载功率、电源端和负载端的电压是如何变化的？

[解] R_2 并联前，电路总电阻

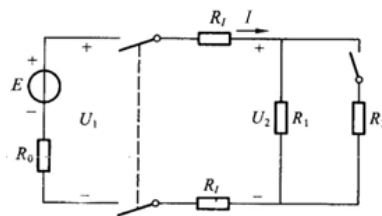


图 5: 习题1.5.12图

$$R = R_0 + 2R_l + R_1 = (0.2 + 2 \times 0.1 + 10) \Omega = 10.4 \Omega$$

(1) 电路中电流

$$I = \frac{E}{R} = \frac{220}{10.4} A = 21.2 A$$

(2) 电源端电压

$$U_1 = E - R_0 I = (220 - 0.2 \times 21.2)V = 216V$$

负载端电压

$$U_2 = R_1 I = 10 \times 21.2V = 212V$$

(3) 负载功率

$$P = U_2 I = 212 \times 21.2W = 4490W = 4.49kW$$

R_2 并联后, 电路总电阻

$$R = R_0 + 2R_l + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = (0.2 + 2 \times 0.1 + \frac{10 \times 6.67}{10 + 6.67})\Omega = 4.4\Omega$$

(1) 电路中电流

$$I = \frac{E}{R} = \frac{220}{4.4}A = 50A$$

(2) 电源端电压

$$U_1 = E - R_0 I = (220 - 0.2 \times 50)V = 210V$$

负载端电压

$$U_2 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} I = \frac{10 \times 6.67}{10 + 6.67} \times 50V = 200V$$

(3) 负载功率

$$P = U_2 I = 200 \times 50W = 10000W = 10kW$$

可见, 当负载增大后, 电路总电阻减小, 电路中电流增大, 负载功率增大, 电源端电压和负载端电压均降低。

1.6 基尔霍夫定律

1.6.2

试求图6所示部分电路中电流 I 、 I_1 和电阻 R , 设 $U_{ab} = 0$ 。

[解] 由基尔霍夫电流定律可知, $I = 6A$ 。

由于设 $U_{ab} = 0$, 可得

$$\begin{aligned} I_1 &= -1A \\ I_2 &= I_3 = \frac{6}{2}A = 3A \end{aligned}$$

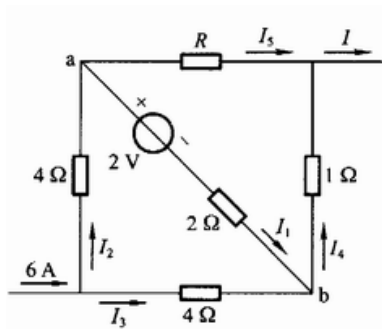


图 6: 习题1.6.2图

并得出

$$I_4 = I_1 + I_3 = (-1 + 3)A = 2A$$

$$I_5 = I - I_4 = (6 - 2)A = 4A$$

因

$$I_5 R = I_4 \times 1$$

得

$$R = \frac{I_4}{I_5} = \frac{2}{4}\Omega = 0.5\Omega$$

1.7 电路中电位的概念及计算

1.7.4

在图7中，求A点电位 V_A 。

[解]

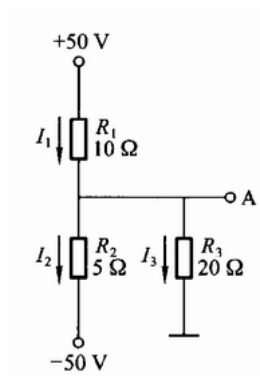


图 7: 习题1.7.4图

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0 \quad (1)$$

$$I_1 = \frac{50 - V_A}{10} \quad (2)$$

$$I_2 = \frac{V_A - (-50)}{5} \quad (3)$$

$$I_3 = \frac{V_A}{20} \quad (4)$$

将式(2)、(3)、(4)代入式(1)，得

$$\frac{50 - V_A}{10} - \frac{V_A + 50}{5} - \frac{V_A}{20} = 0$$

$$V_A = -14.3V$$

目录

第2章 电路的分析方法	3
第2.1节 电阻串并联连接的等效变换	3
第2.1.1题	3
第2.1.2题	4
第2.1.3题	4
第2.1.5题	5
第2.1.6题	6
第2.1.7题	6
第2.1.8题	7
第2.3节 电源的两种模型及其等效变换	8
第2.3.1题	8
第2.3.2题	9
第2.3.4题	9
第2.4节 支路电流法	10
第2.4.1题	10
第2.4.2题	11
第2.5节 结点电压法	12
第2.5.1题	12
第2.5.2题	13
第2.5.3题	14
第2.6节 叠加定理	14
第2.6.1题	14
第2.6.2题	15
第2.6.3题	16
第2.6.4题	18
第2.7节 戴维南定理与诺顿定理	19
第2.7.1题	19
第2.7.2题	19
第2.7.5题	20
第2.7.7题	21
第2.7.8题	22
第2.7.9题	22
第2.7.10题	23
第2.7.11题	24

List of Figures

1	习题2.1.1图	3
2	习题2.1.2图	4
3	习题2.1.3图	4
4	习题2.1.5图	6
5	习题2.1.7图	7
6	习题2.1.8图	7
7	习题2.3.1图	8
8	习题2.3.2图	9
9	习题2.3.4图	9
10	习题2.4.1图	10
11	习题2.4.2图	11
12	习题2.5.1图	13
13	习题2.5.2图	13
14	习题2.5.3图	14
15	习题2.6.1图	15
16	习题2.6.2图	16
17	习题2.6.3图	17
18	习题2.6.4图	18
19	习题2.6.4图	18
20	习题2.7.1图	19
21	习题2.7.2图	20
22	习题2.7.5图	20
23	习题2.7.7图	21
24	习题2.7.8图	22
25	习题2.7.9图	23
26	习题2.7.10图	23
27	习题2.7.11图	24

2 电路的分析方法

2.1 电阻串并联接的等效变换

2.1.1

在图1所示的电路中, $E = 6V$, $R_1 = 6\Omega$, $R_2 = 3\Omega$, $R_3 = 4\Omega$, $R_4 = 3\Omega$, $R_5 = 1\Omega$, 试求 I_3 和 I_4 。

[解]

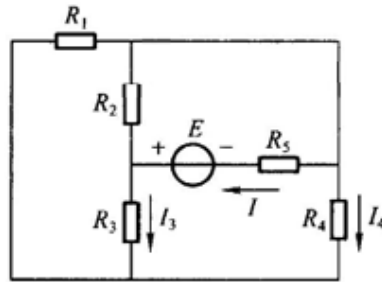


图 1: 习题2.1.1图

本题通过电阻的串联和并联可化为单回路电路计算。 R_1 和 R_4 并联而后与 R_3 串联, 得出的等效电阻 $R_{1,3,4}$ 和 R_2 并联, 最后与电源及 R_5 组成单回路电路, 于是得出电源中电流

$$\begin{aligned}
 I &= \frac{E}{R_5 + \frac{R_2(R_3 + \frac{R_1 R_4}{R_1 + R_4})}{R_2 + (R_3 + \frac{R_1 R_4}{R_1 + R_4})}} \\
 &= \frac{6}{1 + \frac{3 \times (4 + \frac{6 \times 3}{6 + 3})}{3 + (4 + \frac{6 \times 3}{6 + 3})}} = 2A
 \end{aligned}$$

而后应用分流公式得出 I_3 和 I_4

$$\begin{aligned}
 I_3 &= \frac{R_2}{R_2 + R_3 + \frac{R_1 R_4}{R_1 + R_4}} I = \frac{3}{3 + 4 + \frac{6 \times 3}{6 + 3}} \times 2A = \frac{2}{3}A \\
 I_4 &= -\frac{R_1}{R_1 + R_4} I_3 = -\frac{6}{6 + 3} \times \frac{2}{3}A = -\frac{4}{9}A
 \end{aligned}$$

I_4 的实际方向与图中的参考方向相反。

2.1.2

有一无源二端电阻网络[图2 (a)]，通过实验测得：当 $U = 10\text{V}$ 时， $I = 2\text{A}$ ；并已知该电阻网络由四个 3Ω 的电阻构成，试问这四个电阻是如何连接的？

[解]

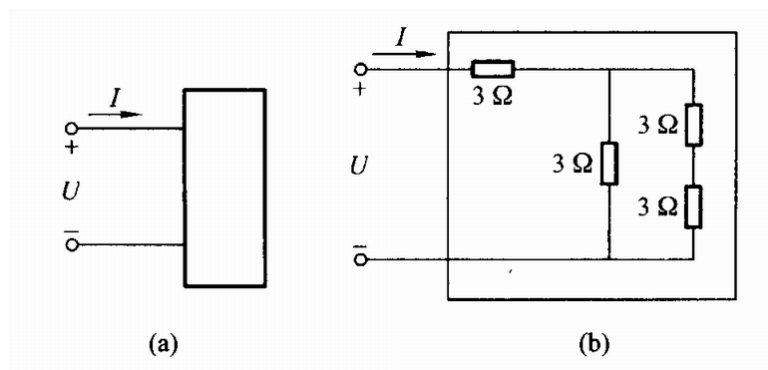


图 2: 习题2.1.2图

按题意，总电阻为

$$R = \frac{U}{I} = \frac{10}{2}\Omega = 5\Omega$$

四个 3Ω 电阻的连接方法如图2 (b) 所示。

2.1.3

在图3中， $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 300\Omega$ ， $R_5 = 600\Omega$ ，试求开关 S 断开和闭和时 a 和 b 之间的等效电阻。

[解]

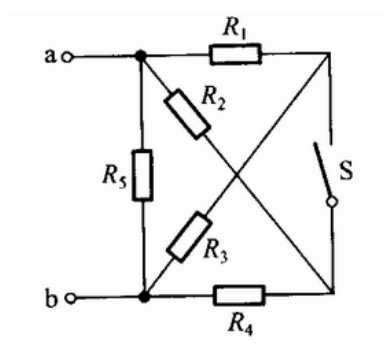


图 3: 习题2.1.3图

当开关 S 断开时， R_1 与 R_3 串联后与 R_5 并联， R_2 与 R_4 串联后也与 R_5 并联，故

有

$$\begin{aligned}R_{ab} &= R_5 // (R_1 + R_3) // (R_2 + R_4) \\&= \frac{1}{\frac{1}{600} + \frac{1}{300 + 300} + \frac{1}{300 + 300}} \\&= 200 \Omega\end{aligned}$$

当 S 闭合时，则有

$$\begin{aligned}R_{ab} &= [(R_1 // R_2) + (R_3 // R_4)] // R_5 \\&= \frac{1}{\frac{1}{R_5} + \frac{1}{\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4}}} \\&= \frac{1}{\frac{1}{600} + \frac{1}{\frac{300 \times 300}{300 + 300} + \frac{300 \times 300}{300 + 300}}} \\&= 200 \Omega\end{aligned}$$

2.1.5

[图4(a)]所示是一衰减电路，共有四挡。当输入电压 $U_1 = 16V$ 时，试计算各挡输出电压 U_2 。

[解]

a 挡： $U_{2a} = U_1 = 16V$

b 挡： 由末级看，先求等效电阻 R' [见图4(d)和(c)]

$$R' = \frac{(45 + 5) \times 5.5}{(45 + 5) + 5.5} \Omega = \frac{275}{55.5} \Omega = 5 \Omega$$

同样可得 $R'' = 5 \Omega$ 。

于是由图4(b)可求 U_{2b} ，即

$$U_{2b} = \frac{U_1}{45 + 5} \times 5 = \frac{16}{50} \times 5V = 1.6V$$

c 挡： 由图4(c)可求 U_{2c} ，即

$$U_{2c} = \frac{U_{2b}}{45 + 5} \times 5 = \frac{1.6}{50} \times 5V = 0.16V$$

d 挡： 由图4(d)可求 U_{2d} ，即

$$U_{2d} = \frac{U_{2c}}{45 + 5} \times 5 = \frac{0.16}{50} \times 5V = 0.016V$$

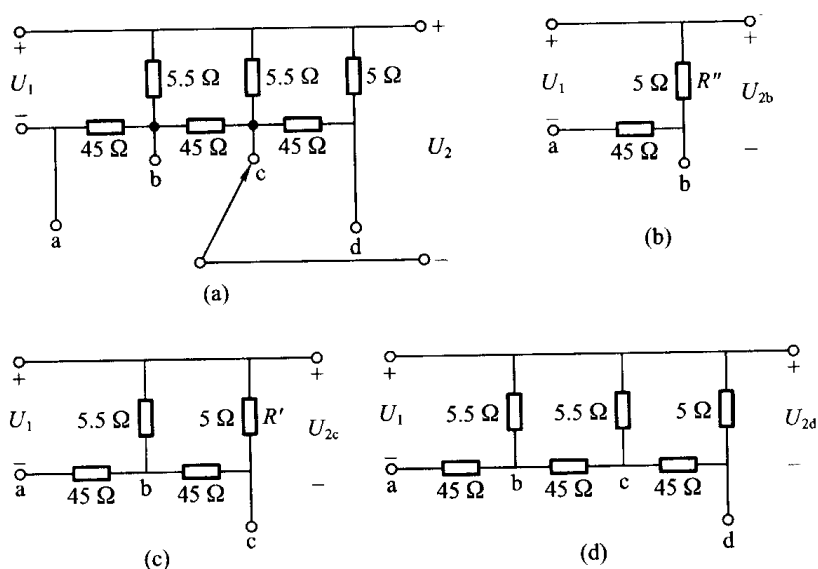


图 4: 习题2.1.5图

2.1.6

下图所示电路是由电位器组成的分压电路，电位器的电阻 $R_P = 270\Omega$ ，两边的串联电阻 $R_1 = 350\Omega$ ， $R_2 = 550\Omega$ 。设输入电压 $U_1 = 12V$ ，试求输出电压 U_2 的变化范围。

[解]

当箭头位于 R_P 最下端时， U_2 取最小值

$$\begin{aligned} U_{2min} &= \frac{R_2}{R_1 + R_2 + R_P} U_1 \\ &= \frac{550}{350 + 550 + 270} \times 12 \\ &= 5.64V \end{aligned}$$

当箭头位于 R_P 最上端时， U_2 取最大值

$$\begin{aligned} U_{2max} &= \frac{R_2 + R_P}{R_1 + R_2 + R_P} U_1 \\ &= \frac{550 + 270}{350 + 550 + 270} \times 12 \\ &= 8.41V \end{aligned}$$

由此可得 U_2 的变化范围是：5.64 ~ 8.41V。

2.1.7

试用两个6V的直流电源、两个 $1k\Omega$ 的电阻和一个 $10k\Omega$ 的电位器连接成调压范围为 $-5V \sim +5V$ 的调压电路。

[解]

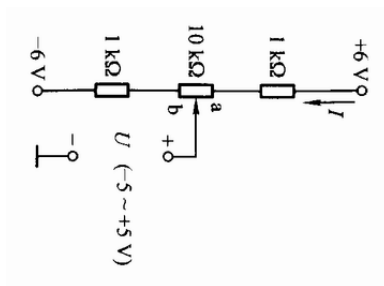


图 5: 习题2.1.7图

所联调压电路如图5所示。

$$I = \frac{6 - (-6)}{(1 + 10 + 1) \times 10^3} = 1 \times 10^{-3} A = 1mA$$

当滑动触头移在a点

$$U = [(10 + 1) \times 10^3 \times 1 \times 10^{-3} - 6]V = 5V$$

当滑动触头移在b点

$$U = (1 \times 10^3 \times 1 \times 10^{-3} - 6)V = -5V$$

2.1.8

在图6所示的电路中， R_{P1} 和 R_{P2} 是同轴电位器，试问当活动触点 a ， b 移到最左端、最右端和中间位置时，输出电压 U_{ab} 各为多少伏？

[解]

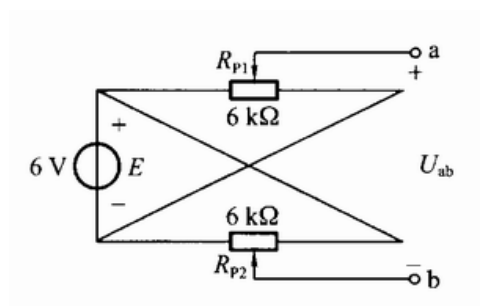


图 6: 习题2.1.8图

同轴电位器的两个电位器 R_{P1} 和 R_{P2} 的活动触点固定在同一转轴上，转动转轴时两个活动触点同时左移或右移。当活动触点 a ， b 在最左端时， a 点接电源正极， b 点接负极，故 $U_{ab} = E = +6V$ ；当活动触点在最右端时， a 点接电源负极， b 点接正极，故 $U_{ab} = -E = -6V$ ；当两个活动触点在中间位置时， a ， b 两点电位相等，故 $U_{ab} = 0$ 。

2.3 电源的两种模型及其等效变换

2.3.1

在图7中，求各理想电流源的端电压、功率及各电阻上消耗的功率。

[解]

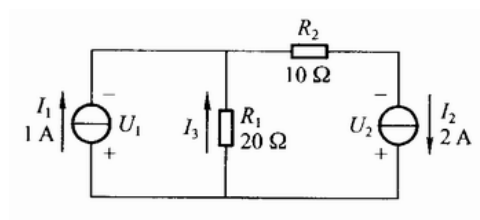


图 7: 习题2.3.1图

设流过电阻 R_1 的电流为 I_3

$$I_3 = I_2 - I_1 = (2 - 1)A = 1A$$

(1) 理想电流源1

$$U_1 = R_1 I_3 = 20 \times 1V = 20V$$

$$P_1 = U_1 I_1 = 20 \times 1W = 20W \quad (\text{取用})$$

因为电流从“+”端流入，故为负载。

(2) 理想电流源2

$$U_2 = R_1 I_3 + R_2 I_2 = (20 \times 1 + 10 \times 2)V = 40V$$

$$P_2 = U_2 I_2 = 40 \times 2W = 80W \quad (\text{发出})$$

因为电流从“+”端流出，故为电源。

(3) 电阻 R_1

$$P_{R1} = R_1 I_3^2 = 20 \times 1^2W = 20W$$

(4) 电阻 R_2

$$P_{R2} = R_2 I_2^2 = 10 \times 2^2W = 40W$$

校验功率平衡：

$$80W = 20W + 20W + 40W$$

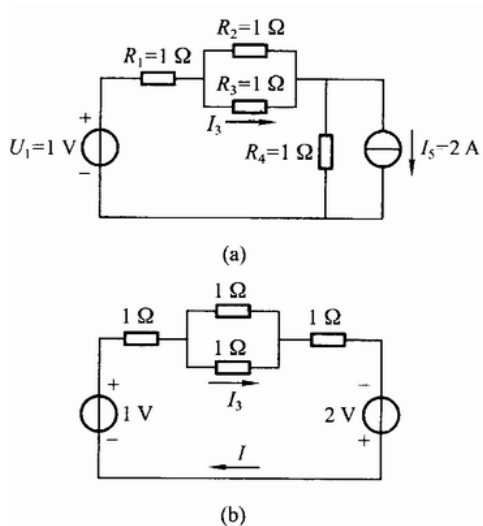


图 8: 习题2.3.2图

2.3.2

计算图8(a)中的电流 I_3 。

[解]

计算本题应用电压源与电流源等效变换最为方便，变换后的电路如图8(b)所示。由此得

$$I = \frac{2 + 1}{1 + 0.5 + 1} A = \frac{3}{2.5} A = 1.2 A$$

$$I_3 = \frac{1.2}{2} A = 0.6 A$$

2.3.4

计算图9中的电压 U_5 。

[解]

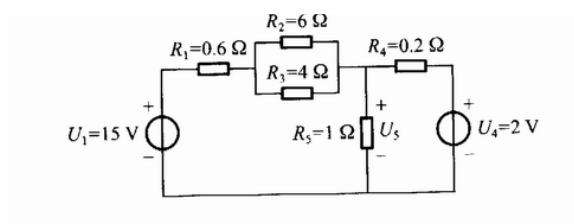
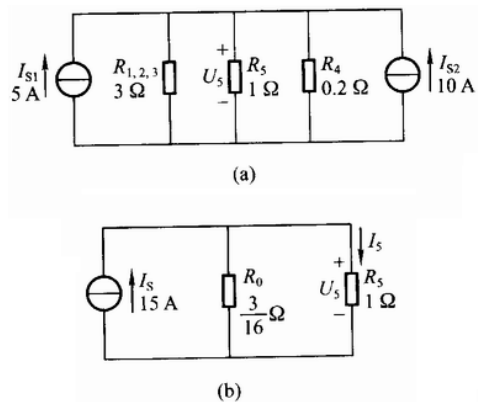


图 9: 习题2.3.4图

$$R_{1,2,3} = R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = (0.6 + \frac{6 \times 4}{6 + 4}) \Omega = 3 \Omega$$

将 U_1 和 $R_{1,2,3}$ 与 U_4 和 R_4 都化为电流源，如图9(a)所示。



将图9(a)化简为图9(b)所示。其中

$$\begin{aligned}
 I_S &= I_{S1} + I_{S2} = (5 + 10)A = 15A \\
 R_0 &= \frac{R_{1,2,3}R_4}{R_{1,2,3} + R_4} = \frac{3 \times 0.2}{3 + 0.2}\Omega = \frac{3}{16}\Omega \\
 I_5 &= \frac{R_0}{R_0 + R_5}I_S = \frac{\frac{3}{16}}{\frac{3}{16} + 1} \times 15A = \frac{45}{19}A \\
 U_5 &= R_5I_5 = 1 \times \frac{45}{19}V = 2.37V
 \end{aligned}$$

2.4 支路电流法

2.4.1

图10是两台发电机并联运行的电路。已知 $E_1 = 230V$ ， $R_{01} = 0.5\Omega$ ， $E_2 = 226V$ ， $R_{02} = 0.3\Omega$ ，负载电阻 $R_L = 5.5\Omega$ ，试分别用支路电流法和结点电压法求各支路电流。

[解]

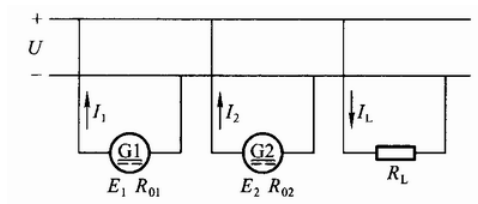


图 10: 习题2.4.1图

(1) 用支路电流法

$$I_1 + I_2 = I_L$$

$$E_1 = R_{01}I_1 + R_L I_L$$

$$E_2 = R_{02}I_2 + R_L I_L$$

将已知数代入并解之，得

$$I_1 = 20A, I_2 = 20A, I_L = 40A$$

(2) 用结点电压法

$$U = \frac{\frac{E_1}{R_{01}} + \frac{E_2}{R_{02}}}{\frac{1}{R_{01}} + \frac{1}{R_{02}} + \frac{1}{R_L}} = \frac{\frac{230}{0.5} + \frac{226}{0.3}}{\frac{1}{0.5} + \frac{1}{0.3} + \frac{1}{5.5}} V = 220V$$

$$I_1 = \frac{E_1 - U}{R_{01}} = \frac{230 - 220}{0.5} A = 20A$$

$$I_2 = \frac{E_2 - U}{R_{02}} = \frac{226 - 220}{0.3} A = 20A$$

$$I_L = \frac{U}{R_L} = \frac{220}{5.5} A = 40A$$

2.4.2

试用支路电流法和结点电压法求图11所示电路中的各支路电流，并求三个电源的输出功率和负载电阻 R_L 取用的功率。两个电压源的内阻分别为 0.8Ω 和 0.4Ω 。

[解]

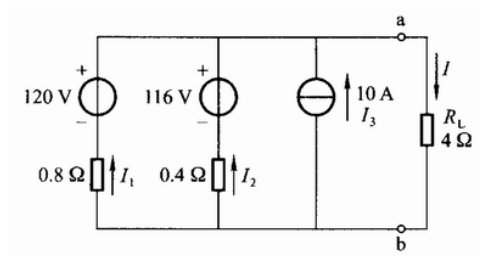


图 11: 习题2.4.2图

(1) 用支路电流法计算

本题中有四个支路电流，其中一个是已知的，故列出三个方程即可，即

$$120 - 0.8I_1 + 0.4I_2 - 116 = 0$$

$$120 - 0.8I_1 - 4I = 0$$

$$I_1 + I_2 + 10 - I = 0$$

解之，得

$$I_1 = 9.38A$$

$$I_2 = 8.75A$$

$$I = 28.13A$$

(2) 用结点电压法计算

$$U_{ab} = \frac{\frac{120}{0.8} + \frac{116}{0.4} + 10}{\frac{1}{0.8} + \frac{1}{0.4} + \frac{1}{4}} V = 112.5V$$

而后按各支路电流的参考方向应用有源电路的欧姆定律可求得

$$I_1 = \frac{120 - 112.5}{0.8} A = 9.38A$$

$$I_2 = \frac{116 - 112.5}{0.4} A = 8.75A$$

$$I = \frac{U_{ab}}{R_L} = \frac{112.5}{4} A = 28.13A$$

(3) 计算功率

三个电源的输出功率分别为

$$P_1 = 112.5 \times 9.38W = 1055W$$

$$P_2 = 112.5 \times 8.75W = 984W$$

$$P_3 = 112.5 \times 10W = 1125W$$

$$P_1 + P_2 + P_3 = (1055 + 984 + 1125)W = 3164W$$

负载电阻 R_L 取用的功率为

$$P = 112.5 \times 28.13W = 3164W$$

两者平衡。

2.5 结点电压法

2.5.1

试用结点电压法求图12所示电路中的各支路电流。

[解]

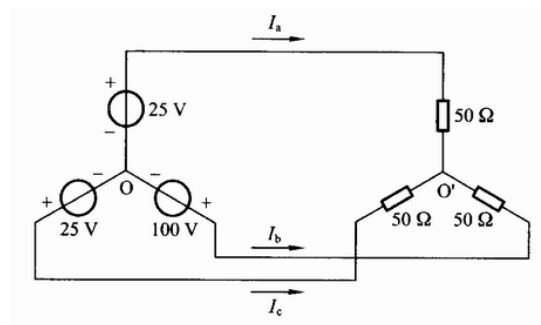


图 12: 习题2.5.1图

$$U_{O'O} = \frac{\frac{25}{50} + \frac{100}{50} + \frac{25}{50}}{\frac{1}{50} + \frac{1}{50} + \frac{1}{50}} V = 50V$$

$$I_a = \frac{25 - 50}{50} A = -0.5A$$

$$I_b = \frac{100 - 50}{50} A = 1A$$

$$I_c = \frac{25 - 50}{50} A = -0.5A$$

I_a 和 I_c 的实际方向与图中的参考方向相反。

2.5.2

用结点电压法计算图13所示电路中A点的电位。

[解]

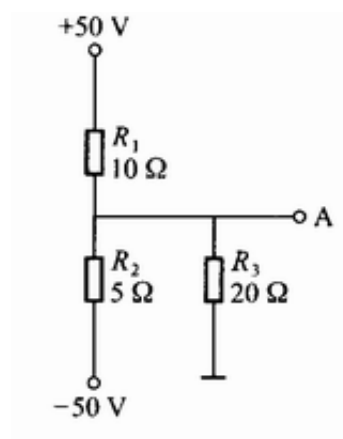


图 13: 习题2.5.2图

$$V_A = \frac{\frac{50}{10} + \frac{-50}{5}}{\frac{1}{50} + \frac{1}{5} + \frac{1}{20}} V = -14.3V$$

2.5.3

电路如图14(a)所示，试用结点电压法求电阻 R_L 上的电压 U ，并计算理想电流源的功率。

[解]

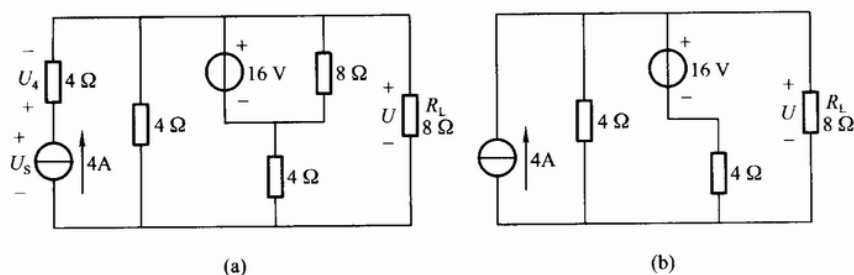


图 14: 习题2.5.3图

将与4A理想电流源串联的电阻除去（短接）和与16V理想电压源并联的8Ω电阻除去（断开），并不影响电阻 R_L 上的电压 U ，这样简化后的电路如图14(b)所示，由此得

$$U = \frac{4 + \frac{16}{4}}{\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}} V = 12.8V$$

计算理想电流源的功率时，不能除去4Ω电阻，其上电压 $U_4 = 4 \times 4V = 16V$ ，并由此可得理想电流源上电压 $U_S = U_4 + U = (16 + 12.8)V = 28.8V$ 。理想电流源的功率则为

$$P_S = 28.8 \times 4W = 115.2W \quad (\text{发出功率})$$

2.6 叠加定理

2.6.1

在图15中，(1)当将开关 S 合在 a 点时，求电流 I_1 、 I_2 和 I_3 ；(2)当将开关 S 合在 b 点时，利用(1)的结果，用叠加定理计算电流 I_1 、 I_2 和 I_3 。

[解]

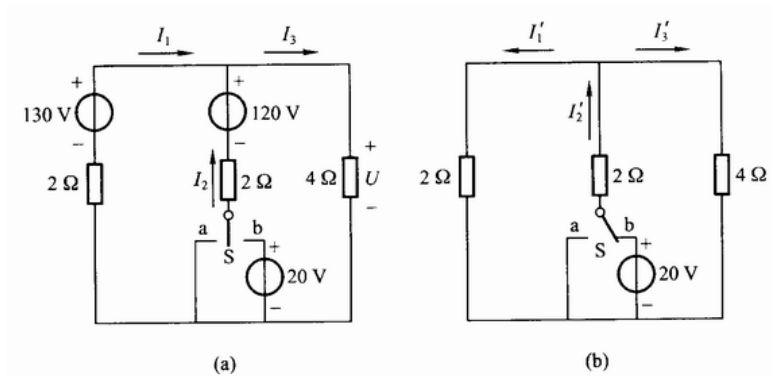


图 15: 习题2.6.1图

(1) 当将开关 S 合在 a 点时，应用结点电压法计算：

$$U = \frac{\frac{130}{2} + \frac{120}{2}}{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}} V = 100V$$

$$I_1 = \frac{130 - 100}{2} A = 15A$$

$$I_2 = \frac{120 - 100}{2} A = 10A$$

$$I_3 = \frac{100}{4} A = 25A$$

(2) 当将开关 S 合在 b 点时，应用叠加原理计算。在图15(b)中是20V电源单独作用时的电路，其中各电流为

$$I'_1 = \frac{4}{2+4} \times 6A = 4A$$

$$I'_2 = \frac{20}{2 + \frac{2 \times 4}{2+4}} A = 6A$$

$$I'_3 = \frac{2}{2+4} \times 6A = 2A$$

130V和120V两个电源共同作用（20V电源除去）时的各电流即为(1)中的电流，于是得出

$$I_1 = (15 - 4)A = 11A$$

$$I_2 = (10 + 6)A = 16A$$

$$I_3 = (25 + 2)A = 27A$$

2.6.2

电路如图16(a)所示， $E = 12V$ ， $R_1 = R_2 = R_3 = R_4$ ， $U_{ab} = 10V$ 。若将理想

电压源除去后[图16(b)], 试问这时 U_{ab} 等于多少?

[解]

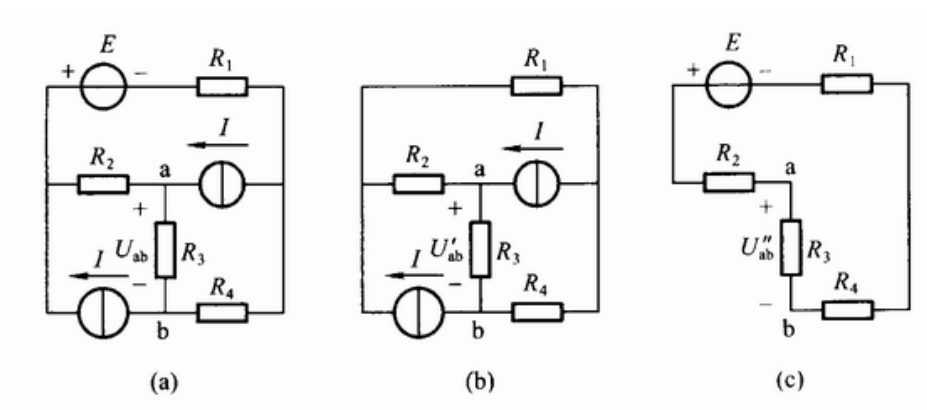


图 16: 习题2.6.2图

将图16(a)分为图16(b)和图16(c)两个叠加的电路, 则应有

$$U_{ab} = U'_{ab} + U''_{ab}$$

因

$$U''_{ab} = \frac{R_3}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4} E = \frac{1}{4} \times 12V = 3V$$

故

$$U'_{ab} = (10 - 3)V = 7V$$

2.6.3

应用叠加原理计算图17(a)所示电路中各支路的电流和各元件(电源和电阻)两端的电压, 并说明功率平衡关系。

[解]

(1) 求各支路电流

电压源单独作用时[图17(b)]

$$I'_2 = I'_4 = \frac{E}{R_2 + R_4} = \frac{10}{1 + 4} A = 2A$$

$$I'_3 = \frac{E}{R_3} = \frac{10}{5} A = 2A$$

$$I'_E = I'_2 + I'_3 = (2 + 2)A = 4A$$

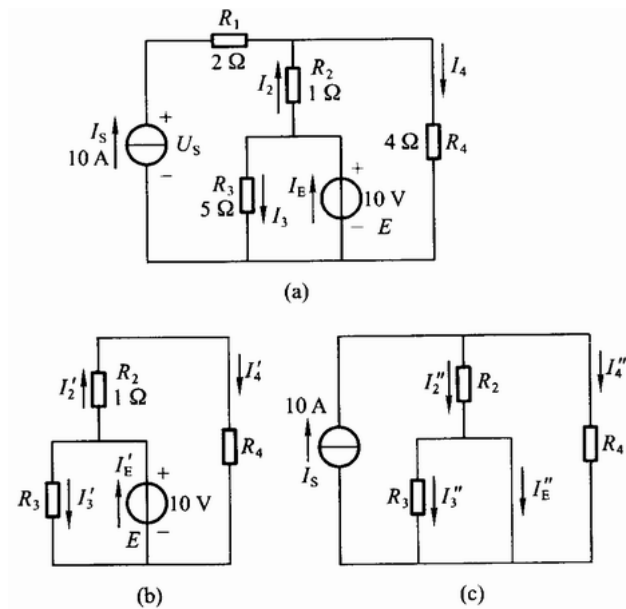


图 17: 习题2.6.3图

电流源单独作用时[图17(c)]

$$\begin{aligned}
 I_2'' &= \frac{R_4}{R_2 + R_4} I_S = \frac{4}{1 + 4} \times 10A = 8A \\
 I_4'' &= \frac{R_2}{R_2 + R_4} I_S = \frac{1}{1 + 4} \times 10A = 2A \\
 I_E'' &= I_2'' = 8A \\
 I_3'' &= 0
 \end{aligned}$$

两者叠加，得

$$\begin{aligned}
 I_2 &= I_2' - I_2'' = (2 - 8)A = -6A \\
 I_3 &= I_3' + I_3'' = (2 + 0)A = 2A \\
 I_4 &= I_4' + I_4'' = (2 + 2)A = 4A \\
 I_E &= I_E' - I_E'' = (4 - 8)A = -4A
 \end{aligned}$$

可见，电流源是电源，电压源是负载。

(2) 求各元件两端的电压和功率

电流源电压 $U_S = R_1 I_S + R_4 I_4 = (2 \times 10 + 4 \times 4)V = 36V$

各电阻元件上电压可应用欧姆定律求得

电流源功率 $P_S = U_S I_S = 36 \times 10W = 360W$ (发出)

电压源功率 $P_E = E I_E = 10 \times 4W = 40W$ (取用)

电阻 R_1 功率 $P_{R1} = R_1 I_S^2 = 2 \times 10^2W = 200W$ (损耗)

电阻 R_2 功率 $P_{R2} = R_2 I_2^2 = 1 \times 6^2W = 36W$ (损耗)

电阻 R_3 功率 $P_{R3} = R_3 I_3^2 = 5 \times 2^2 W = 20W$ (损耗)

电阻 R_4 功率 $P_{R4} = R_4 I_4^2 = 4 \times 4^2 W = 64W$ (损耗)

两者平衡。

2.6.4

图18所示的是 $R - 2RT$ 形网络，用于电子技术的数模转换中，试用叠加原理证明输出端的电流 I 为

$$I = \frac{U_R}{3R \times 2^4} (2^3 + 2^2 + 2^1 + 2^0)$$

[解]

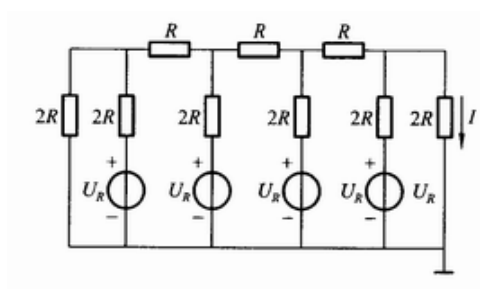


图 18: 习题2.6.4图

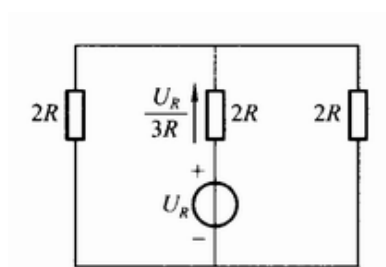


图 19: 习题2.6.4图

本题应用叠加原理、电阻串并联等效变换及分流公式进行计算求证。任何一个电源 U_R 起作用，其他三个短路时，都可化为图19所示的电路。四个电源从右到左依次分别单独作用时在输出端分别得出电流：

$$\frac{U_R}{3R \times 2}, \frac{U_R}{3R \times 4}, \frac{U_R}{3R \times 8}, \frac{U_R}{3R \times 16}$$

所以

$$\begin{aligned} I &= \frac{U_R}{3R \times 2^1} + \frac{U_R}{3R \times 2^2} + \frac{U_R}{3R \times 2^3} + \frac{U_R}{3R \times 2^4} \\ &= \frac{U_R}{3R \times 2^4} (2^3 + 2^2 + 2^1 + 2^0) \end{aligned}$$

2.7 戴维南定理与诺顿定理

2.7.1

应用戴维宁定理计算图20(a)中 1Ω 电阻中的电流。

[解]

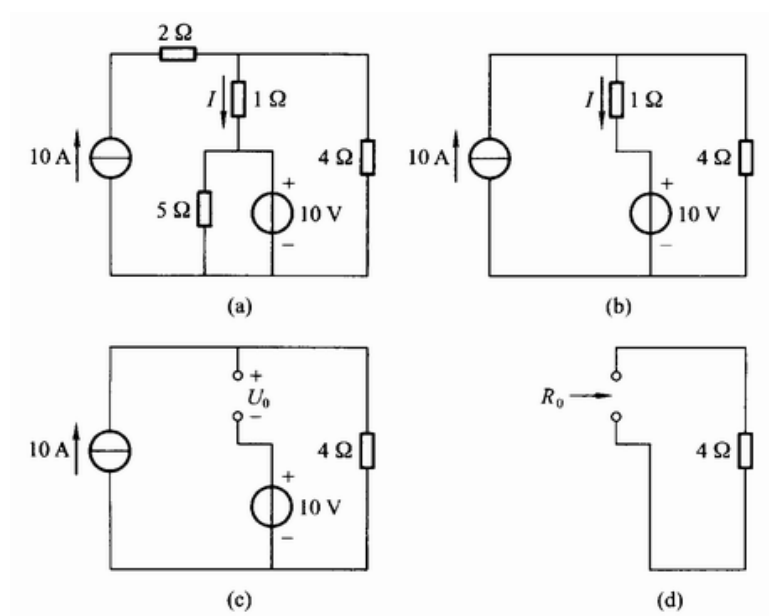


图 20: 习题2.7.1图

将与 $10A$ 理想电流源串联的 2Ω 电阻除去（短接），该支路中的电流仍为 $10A$ ；将与 $10V$ 理想电压源并联的 5Ω 电阻除去（断开），该两端的电压仍为 $10V$ 。因此，除去这两个电阻后不会影响 1Ω 电阻中的电流 I ，但电路可得到简化[图20(b)]，计算方便。

应用戴维宁定理对图20(b)的电路求等效电源的电动势（即开路电压 U_0 ）和内阻 R_0 。

由图20(c)得

$$U_0 = (4 \times 10 - 10)V = 30V$$

由图20(d)得

$$R_0 = 4\Omega$$

所以 1Ω 电阻中的电流

$$I = \frac{U_0}{R_0 + 1} = \frac{30}{4 + 1}A = 6A$$

2.7.2

应用戴维宁定理计算图21中 2Ω 电阻中的电流 I 。

[解]

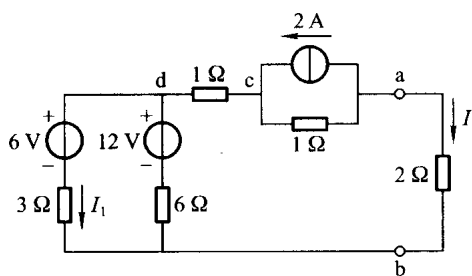


图 21: 习题2.7.2图

求开路电压 U_{ab0} 和等效电阻 R_0 。

$$U_{ab0} = U_{ac} + U_{cd} + U_{db} = (-1 \times 2 + 0 + 6 + 3 \times \frac{12-6}{3+6})V = 6V$$

$$R_0 = (1 + 1 + \frac{3 \times 6}{3+6})\Omega = 4\Omega$$

由此得

$$I = \frac{6}{2+4}A = 1A$$

2.7.5

用戴维宁定理计算图22(a)所示电路中的电流 I 。

[解]

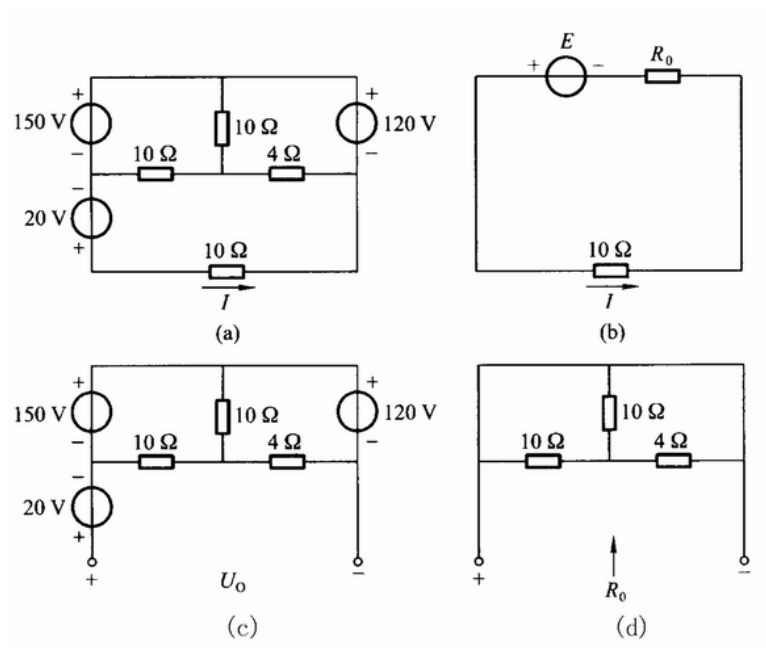


图 22: 习题2.7.5图

(1) 用戴维宁定理将图22(a)化为等效电源，如图22(b)所示。

(2) 由图22(c)计算等效电源的电动势 E ，即开路电压 U_0

$$U_0 = E = (20 - 150 + 120)V = -10V$$

(3) 由图22(d)计算等效电源的内阻 R_0

$$R_0 = 0$$

(4) 由图22(b)计算电流 I

$$I = \frac{E}{R_0 + 10} = \frac{-10}{10}A = -1A$$

2.7.7

在图23中，(1)试求电流 I ；(2)计算理想电压源和理想电流源的功率，并说明是取用的还是发出的功率。

[解]

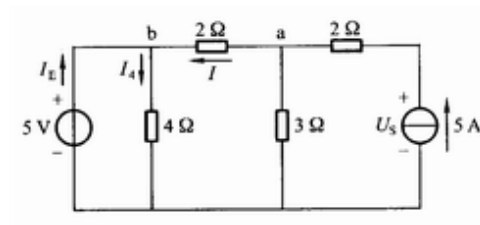


图 23: 习题2.7.7图

(1) 应用戴维宁定理计算电流 I

$$U_{ab0} = (3 \times 5 - 5)V = 10V$$

$$R_0 = 3\Omega$$

$$I = \frac{10}{2 + 3}A = 2A$$

(2) 理想电压源的电流和功率

$$I_E = I_4 - I = \left(\frac{5}{4} - 2\right)A = -0.75A$$

I_E 的实际方向与图中相反，流入电压源的“+”端，故该电压源为负载。

$$P_E = 5 \times 0.75W = 3.75W \quad (\text{取用})$$

理想电流源的电压和功率为

$$U_S = [2 \times 5 + 3(5 - 2)]V = 19V$$

$$P_S = 19 \times 5W = 95W \quad (\text{发出})$$

2.7.8

电路如图24(a)所示，试计算电阻 R_L 上的电流 I_L ；(1)用戴维宁定理；(2)用诺顿定理。

[解]

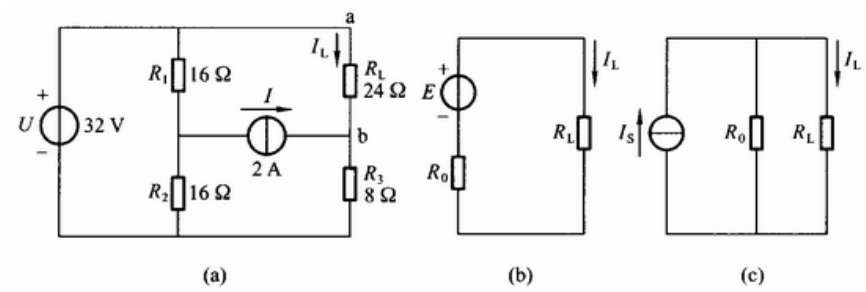


图 24: 习题2.7.8图

(1) 应用戴维宁定理求 I_L

$$E = U_{ab0} = U - R_3 I = (32 - 8 \times 2)V = 16V$$

$$R_0 = R_3 = 8\Omega$$

$$I_L = \frac{E}{R_L + R_0} = \frac{16}{24 + 8}A = 0.5A$$

(2) 应用诺顿定理求 I_L

$$I_S = I_{abS} = \frac{U}{R_3} - I = \left(\frac{32}{8} - 2\right)A = 2A$$

$$I_L = \frac{R_0}{R_L + R_0} I_S = \frac{8}{24 + 8} \times 2A = 0.5A$$

2.7.9

电路如图25(a)所示，当 $R = 4\Omega$ 时， $I = 2A$ 。求当 $R = 9\Omega$ 时， I 等于多少？

[解]

把电路 ab 以左部分等效为一个电压源，如图25(b)所示，则得

$$I = \frac{E}{R_0 + R}$$

R_0 由图25(c)求出，即

$$R_0 = R_2 // R_4 = 1\Omega$$

所以

$$E = (R_0 + R)I = (1 + 4) \times 2V = 10V$$

当 $R = 9\Omega$ 时

$$I = \frac{10}{1 + 9}A = 1A$$

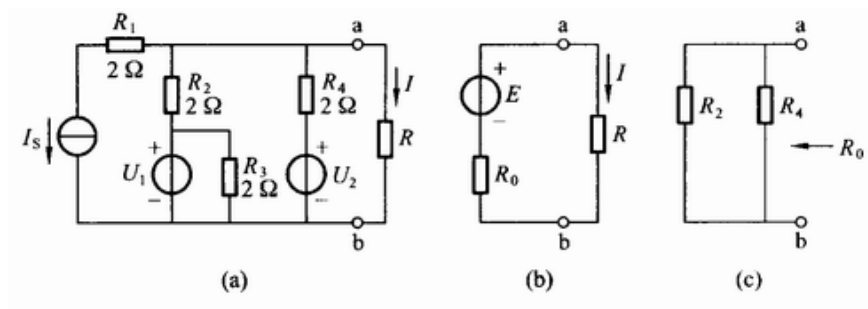


图 25: 习题2.7.9图

2.7.10

试求图26所示电路中的电流 I 。

[解]

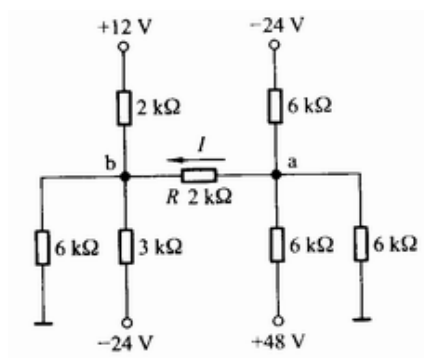


图 26: 习题2.7.10图

用戴维宁定理计算。

- (1) 求 ab 间的开路电压 U_0

a 点电位 V_a 可用结点电压法计算

$$V_a = \frac{\frac{-24}{6} + \frac{48}{6}}{\frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6}} V = 8V$$

b 点电位

$$V_b = \frac{\frac{12}{2} + \frac{-24}{3}}{\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{3}} V = -2V$$

$$U_0 = E = V_a - V_b = [8 - (-2)]V = 10V$$

- (2) 求 ab 间开路后其间的等效内阻 R_0

将电压源短路后可见，右边三个 6Ω 电阻并联，左边 2Ω ， 6Ω ， 3Ω 三个电阻

也并联，而后两者串联，即得

$$R_0 = \left(\frac{1}{\frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6}} + \frac{1}{\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{3}} \right) k\Omega = (2 + 1)k\Omega = 3k\Omega$$

(3) 求电流 I

$$I = \frac{U_0}{R_0 + R} = \frac{10}{(3 + 2) \times 10^3} A = 2 \times 10^{-3} A = 2mA$$

2.7.11

两个相同的有源二端网络 N 和 N' 联结如图27(a)所示，测得 $U_1 = 4V$ 。若联结如图27(b)所示，则测得 $I_1 = 1A$ 。试求联结如图27(c)所示时电流 I_1 为多少？

[解]

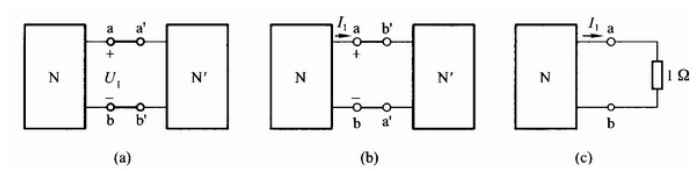


图 27: 习题2.7.11图

有源二端网络可用等效电源代替，先求出等效电源的电动势 E 和内阻 R_0

(1) 由图27(a)可知，有源二端网络相当于开路，于是得开路电压

$$E = U_0 = 4V$$

(2) 由图27(b)可知，有源二端网络相当于短路，于是得短路电流

$$I_1 = I_S = 1A$$

由开路电压和短路电流可求出等效电源的内阻

$$R_0 = \frac{E}{I_S} = \frac{4}{1} \Omega = 4 \Omega$$

(3) 于是，由图27(c)可求得电流 I_1

$$I_1 = \frac{4}{4 + 1} A = 0.8A$$

目录

第3章 电路的暂态分析 3

第3.2节 储能元件与换路定则 3

第3.2.1题 3

第3.2.2题 4

第3.3节 RC电路的响应 5

第3.3.1题 5

第3.3.3题 5

第3.3.4题 6

第3.4节 一阶线性电路暂态分析的三要素法 7

第3.4.1题 7

第3.4.2题 8

第3.4.3题 10

第3.4.4题 11

第3.4.5题 12

第3.6节 RL电路的响应 13

第3.6.1题 13

第3.6.2题 14

第3.6.4题 16

第3.6.5题 17

List of Figures

1	习题3.2.1图	3
2	习题3.2.2图	4
3	习题3.3.1图	5
4	习题3.3.3图	6
5	习题3.3.4图	6
6	习题3.4.1图	7
7	习题3.4.2图	8
8	习题3.4.2图	9
9	习题3.4.3图	10
10	习题3.4.4图	11
11	习题3.4.5图	12
12	习题3.4.5图	13
13	习题3.6.1图	14
14	习题3.6.2图	15
15	习题3.6.4图	16
16	习题3.6.5图	17

3 电路的暂态分析

3.2 储能元件与换路定则

3.2.1

图1所示各电路在换路前都处于稳态,试求换路后其中电流 i 的初始值 $i(0_+)$ 和稳态值 $i(\infty)$.

[解]

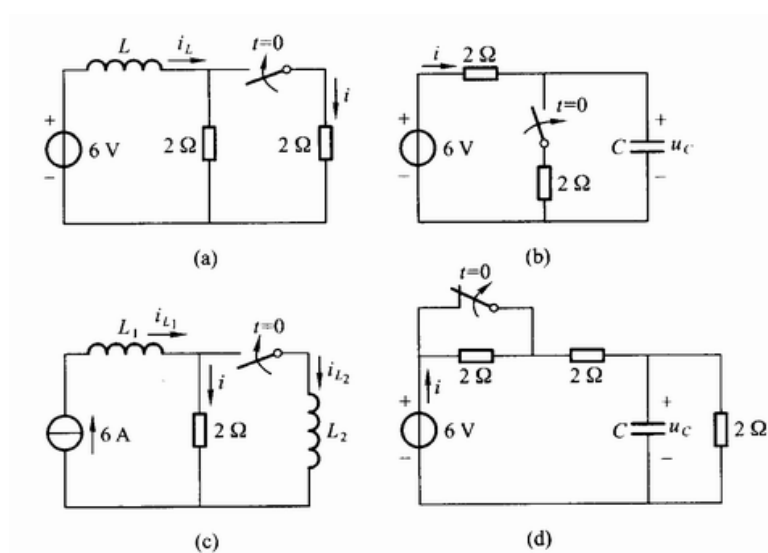


图 1: 习题3.2.1图

(1) 对图1(a)所示电路

$$\begin{aligned} i_L(0_+) &= i_L(0_-) = \frac{6}{2} A = 3A \\ i(0_+) &= \frac{2}{2+2} \times 3A = 1.5A \\ i(\infty) &= \frac{6}{\frac{2 \times 2}{2+2}} \times \frac{1}{2} A = 3A \end{aligned}$$

(2) 对图1(b)所示电路

$$\begin{aligned} u_C(0_+) &= u_C(0_-) = 6V \\ i(0_+) &= \frac{6-6}{2} A = 0 \\ i(\infty) &= \frac{6}{2+2} A = 1.5A \end{aligned}$$

(3) 对图1(c)所示电路

$$\begin{aligned}i_{L1}(0_+) &= i_{L1}(0_-) = 6A \\i_{L2}(0_+) &= i_{L2}(0_-) = 0 \\i(0_+) &= i_{L1}(0_+) - i_{L2}(0_+) = (6 - 0)A = 6A \\i(\infty) &= 0\end{aligned}$$

(4) 对图1(d)所示电路

$$\begin{aligned}u_c(0_+) &= u_c(0_-) = \frac{6}{2+2} \times 2V = 3V \\i(0_+) &= \frac{6-3}{2+2}A = 0.75A \\i(\infty) &= \frac{6}{2+2+2}A = 1A\end{aligned}$$

3.2.2

图2所示电路在换路前处于稳态，试求换路后 i_L ， u_c 和 i_S 的初始值和稳态值。

[解]

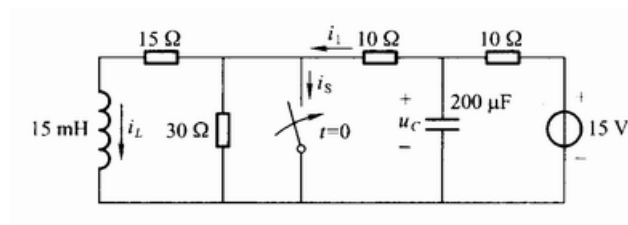


图 2: 习题3.2.2图

$$\begin{aligned}i_L(0_+) &= i_L(0_-) = \frac{15}{10+10+\frac{15 \times 30}{15+30}} \times \frac{30}{30+15}A = \frac{1}{2} \times \frac{30}{30+15}A = \frac{1}{3}A \\u_c(0_+) &= u_c(0_-) = (15 - 10 \times 0.5)V = 10V \\i_S(0_+) &= i_1(0_+) - i_L(0_+) = \frac{u_c(0_+)}{10} - i_L(0_+) = \left(\frac{10}{10} - \frac{1}{3}\right)A = \frac{2}{3}A\end{aligned}$$

30Ω电阻被短接，其中电流的初始值为零。

$$\begin{aligned}i_L(\infty) &= 0 \\u_C(\infty) &= 10 \times \frac{15}{10+10}V = 7.5V \\i_S(\infty) &= \frac{15}{10+10}A = \frac{3}{4}A\end{aligned}$$

3.3 RC电路的响应

3.3.1

在图3中, $I = 10\text{mA}$, $R_1 = 3\text{k}\Omega$, $R_2 = 3\text{k}\Omega$, $R_3 = 6\text{k}\Omega$, $C = 2\mu\text{F}$ 。在开关 S 闭合前电路已处于稳态。求在 $t \geq 0$ 时 u_C 和 i_1 , 并作出它们随时间的变化曲线。

[解]

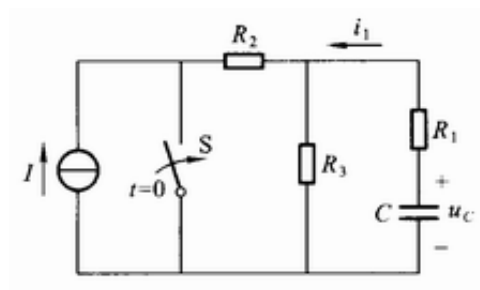


图 3: 习题3.3.1图

$$u_c(0_+) = u_c(0_-) = R_3 I = 6 \times 10^3 \times 10 \times 10^{-3} \text{V} = 60 \text{V} = U_0$$

与电容元件串联的等效电阻

$$R = R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = (3 + \frac{3 \times 6}{3 + 6}) \text{k}\Omega = 5 \text{k}\Omega$$

时间常数

$$\tau = RC = 5 \times 10^3 \times 2 \times 10^{-6} \text{s} = 0.01 \text{s}$$

本题求的是零输入响应（电流源已被短接），故得

$$\begin{aligned} u_c &= U_0 e^{-\frac{t}{\tau}} = 60 e^{-\frac{t}{0.01}} = 60 e^{-100t} \text{V} \\ i_1 &= -C \frac{du_c}{dt} = \frac{U_0}{R} e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{60}{5 \times 10^3} e^{-100t} = 12 e^{-100t} \text{mA} \end{aligned}$$

3.3.3

电路如图4所示, 在开关 S 闭合前电路已处于稳态, 求开关闭合后的电压 u_c 。

[解]

$$\begin{aligned} u_c(0_+) &= u_c(0_-) = 6 \times 10^3 \times 9 \times 10^{-3} \text{V} = 54 \text{V} \\ \tau &= \frac{6 \times 3}{6 + 3} \times 10^3 \times 2 \times 10^{-6} \text{s} = 4 \times 10^{-3} \text{s} \end{aligned}$$

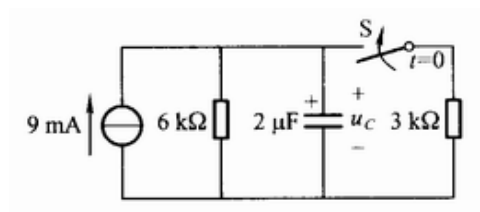


图 4: 习题3.3.3图

本题是求全响应 u_c ：先令 $9mA$ 理想电流源断开求零输入相应 u'_c ；而后令 $u_c(0_+) = 0$ 求零状态响应 u''_c ；最后得 $u_c = u'_c + u''_c$ 。

$$u'_c = U_0 e^{-\frac{t}{\tau}} = 54 e^{-\frac{t}{4 \times 10^{-3}}} V = 54 e^{-250t} V$$

$$u''_c = U(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) = 18(1 - e^{-250t}) V$$

式中

$$U = u_c(\infty) = \frac{3 \times 6}{3 + 6} \times 10^3 \times 9 \times 10^{-3} V = 18 V$$

$$u_c = (18 + 36 e^{-250t}) V$$

3.3.4

有一线性无源二端网络 N [图5(a)]，其中储能元件未储有能量，当输入电流 i [其波形如图5(b)所示]后，其两端电压 u 的波形如图5(c)所示。(1)写出 u 的指数式；(2)画出该网络的电路，并确定元件的参数值。

[解]

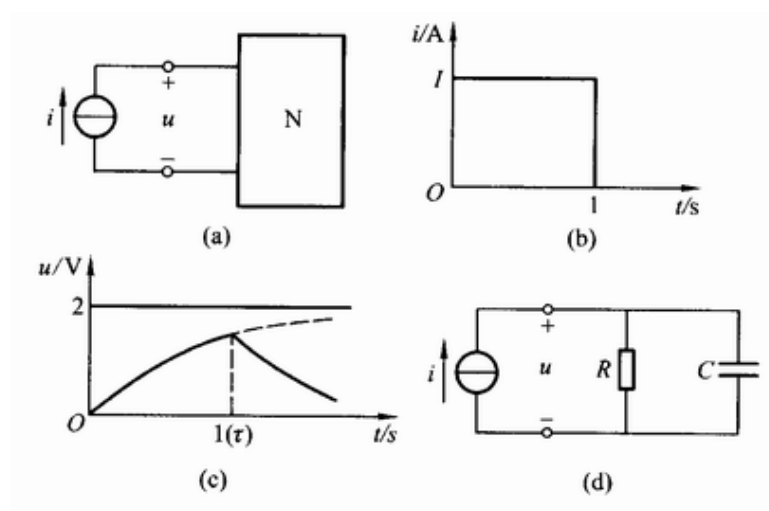


图 5: 习题3.3.4图

(1) 由图5(c)可得

$t = 0 \sim \tau$ 时

$$u = 2(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})V$$

$$u(\tau) = 2(1 - 0.368)V = 2 \times 0.632V = 1.264V$$

$t = \tau \sim \infty$ 时

$$u = 1.264e^{-\frac{(t-\tau)}{\tau}} V$$

(2) 该网络的电路如图5(d)所示。因

$$u(\infty) = Ri = 2V$$

$$R \times 1 = 2 \quad R = 2\Omega$$

又

$$\tau = RC \quad 1 = 2C \quad C = 0.5F$$

3.4 一阶线性电路暂态分析的三要素法

3.4.1

在图6(a)所示的电路中， u 为一阶跃电压，如图6(b)所示，试求 i_3 和 u_c 。
 设 $u_c(0_-) = 1V$

[解]

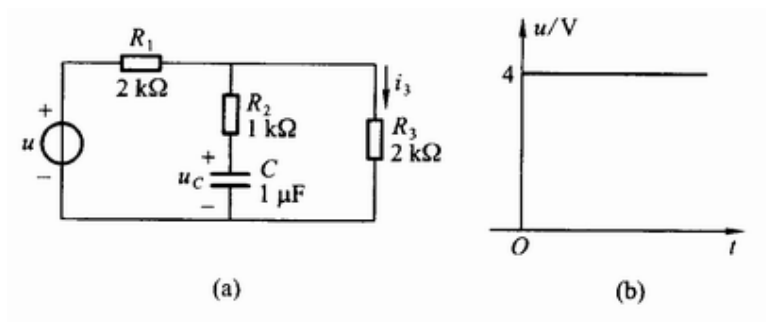


图 6: 习题3.4.1图

应用三要素法计算。

(1) 求 u_c

$$u_c(0_+) = u_c(0_-) = 1V$$

$$u_c(\infty) = R_3 \frac{u}{R_1 + R_3} = 2 \times \frac{4}{2+2} V = 2V$$

$$\begin{aligned} \tau &= \left(R_2 + \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3} \right) C = \left(1 + \frac{2 \times 2}{2+2} \right) \times 10^3 \times 1 \times 10^{-6} s \\ &= 2 \times 10^{-3} s \end{aligned}$$

由此得

$$\begin{aligned} u_c &= u_c(\infty) + [u_c(0_+) - u_c(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}} \\ &= [2 + (1 - 2)e^{-\frac{t}{2 \times 10^{-3}}}]V = (2 - e^{-500t})V \end{aligned}$$

(2) 求 i_3

$$\begin{aligned} i_3(0_+) &= \frac{\frac{u}{\frac{1}{2} + \frac{1}{1} + \frac{1}{2}} + \frac{u_c(0_+)}{\frac{1}{1}}}{\frac{1}{\frac{1}{2} + \frac{1}{1} + \frac{1}{2}}} \left(\frac{1}{R_3} \right) = \frac{\frac{4}{2} + \frac{1}{1}}{\frac{1}{2} + \frac{1}{1} + \frac{1}{2}} \times \frac{1}{2} mA = \frac{3}{4} mA \\ i_3(\infty) &= \frac{u}{R_1 + R_3} = \frac{4}{2 + 2} mA = 1 mA \end{aligned}$$

由此得

$$\begin{aligned} i_3 &= i_3(\infty) + [i_3(0_+) - i_3(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}} \\ &= 1 + \left(\frac{3}{4} - 1\right)e^{-500t} mA = (1 - 0.25e^{-500t}) mA \end{aligned}$$

3.4.2

电路如图7所示，求 $t \geq 0$ 时(1)电容电压 u_c ，(2) B 点电位 v_B 和(3) A 点电位 v_A 的变化规律。换路前电路处于稳态。

[解]

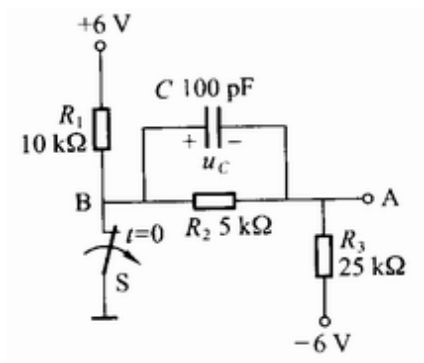


图 7: 习题3.4.2图

(1) 求 $t \geq 0$ 时的电容电压 u_c

$t = 0_-$ 和 $t = 0_+$ 的电路如图8(a)、(b)所示，由此得

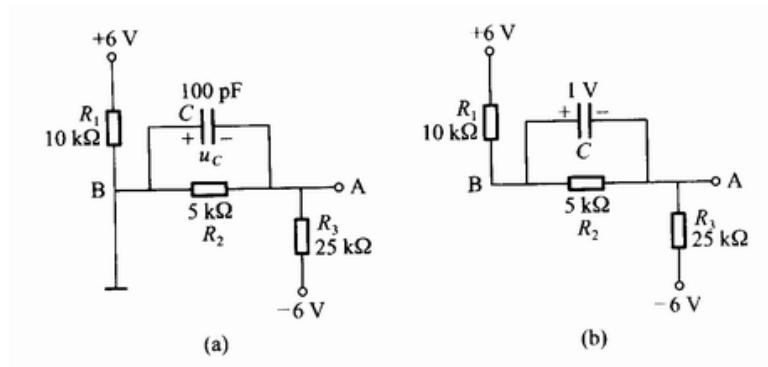


图 8: 习题3.4.2图

$$u_c(0_+) = u_c(0_-) = \frac{0 - (-6)}{(5 + 25) \times 10^3} \times 5 \times 10^3 V = 1V$$

$$u_c(\infty) = \frac{6 - (-6)}{(10 + 5 + 25) \times 10^3} \times 5 \times 10^3 V = 1.5V$$

$$\tau = [(R_1 + R_3) // R_2] C = 0.44 \times 10^{-6} s$$

故

$$\begin{aligned} u_c &= [1.5 + (1 - 1.5)e^{-\frac{t}{0.44 \times 10^{-6}}}] V \\ &= (1.5 - 0.5e^{-2.3 \times 10^6 t}) V \end{aligned}$$

(2) 求 $t \geq 0$ 时的 B 点电位 v_B

$$\begin{aligned} V_B(0_+) &= \left[6 - \frac{6 - (-6) - 1}{(10 + 25) \times 10^3} \times 10 \times 10^3 \right] V \\ &= (6 - 3.14)V = 2.86V \\ V_B(\infty) &= \left[6 - \frac{6 - (-6)}{(10 + 5 + 25) \times 10^3} \times 10 \times 10^3 \right] V \\ &= (6 - 3)V = 3V \end{aligned}$$

故

$$\begin{aligned} v_B &= [3 + (2.86 - 3)e^{-2.3 \times 10^6 t}] V \\ &= (3 - 0.14e^{-2.3 \times 10^6 t}) V \end{aligned}$$

注意: (1) $V_B(0_-) = 0$, 而 $V_B(0_+) = 2.86V \neq V_B(0_-)$; (2) 在 $t = 0_+$ 的电路中, 电阻 $10k\Omega$ 和 $25k\Omega$ 中通过同一电流, 两者串联, 而电阻 $5k\Omega$ 中通过另一电流, 因此它与 $10k\Omega$ 或 $25k\Omega$ 不是串联的, 在 $t = \infty$ 的电路中, 三者才相串联; (3) 在 $t = 0_+$ 的电路中, 计算电阻 $10k\Omega$ 或 $25k\Omega$ 中电流的式子是

$$\frac{6 - (-6) - 1}{(10 + 25) \times 10^3} A$$

(3) 求 $t \geq 0$ 时A点电位 v_A

$$\begin{aligned} V_A(0_+) &= \left[\frac{6 - (-6) - 1}{(10 + 25) \times 10^3} \times 25 \times 10^3 + (-6) \right] V \\ &= (7.86 - 6)V = 1.86V \\ V_A(\infty) &= \left[\frac{6 - (-6)}{(10 + 5 + 25) \times 10^3} \times 25 \times 10^3 + (-6) \right] V \\ &= (7.5 - 6)V = 1.5V \end{aligned}$$

故

$$\begin{aligned} v_A &= [1.5 + (1.86 - 1.5)e^{-2.3 \times 10^6 t}]V \\ &= (1.5 + 0.36e^{-2.3 \times 10^6 t})V \end{aligned}$$

3.4.3

电路如图9所示，换路前已处于稳态，试求换路后($t \geq 0$)的 u_c 。

[解]

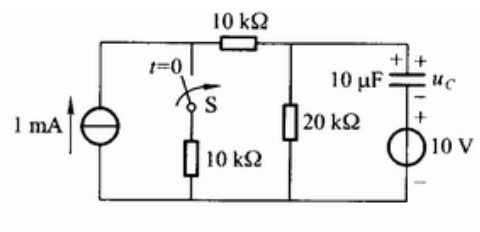


图 9: 习题3.4.3图

本题应用三要素法计算。

(1) 确定初始值

$$u_c(0_+) = u_c(0_-) = (20 \times 10^3 \times 1 \times 10^{-3} - 10)V = 10V$$

(2) 确定稳态值

$$u_c(\infty) = \left(\frac{10}{10 + 10 + 20} \times 1 \times 10^{-3} \times 20 \times 10^3 - 10 \right) V = -5V$$

(3) 确定时间常数

将理想电流源开路，理想电压源短路。从电容元件两端看进去的等效电阻为

$$R_0 = \frac{20 \times (10 + 10)}{20 + (10 + 10)} k\Omega = 10k\Omega$$

故

$$\tau = R_0 C = 10 \times 10^3 \times 10 \times 10^{-6} s = 0.1 s$$

于是得出

$$\begin{aligned} u_c &= u_c(\infty) + [u_c(0_+) - u_c(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}} \\ &= -5 + [10 - (-5)]e^{-\frac{t}{0.1}} \\ &= (-5 + 15e^{-10t})V \end{aligned}$$

3.4.4

有一 RC 电路[图10(a)], 其输入电压如图10(b)所示。设脉冲宽度 $T = RC$ 。试求负脉冲的幅度 U_- 等于多大才能在 $t = 2T$ 时使 $u_c = 0$ 。设 $u_c(0_-) = 0$ 。

[解]

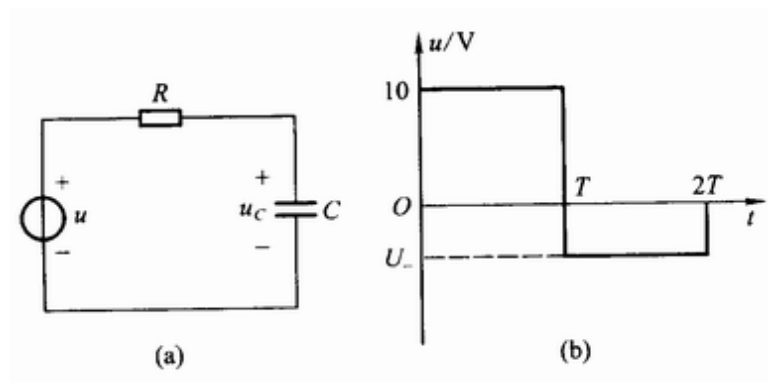


图 10: 习题3.4.4图

由 $t = 0$ 到 $t = T$ 期间

$$\begin{aligned} u_c &= 10(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})V \\ u_c(T) &= 10(1 - e^{-1}) = 6.32V \end{aligned}$$

由 $t = T$ 到 $t = 2T$ 期间

$$u'_c = U_- + [u_c(T) - U_-]e^{-\frac{t-T}{T}}$$

$t = 2T$ 时 $u'_c = 0$, 即

$$\begin{aligned} U_- + [u_c(T) - U_-]e^{-\frac{2T-T}{T}} &= 0 \\ U_- + (6.32 - U_-) \times 0.368 &= 0 \\ U_- &= -3.68V \end{aligned}$$

3.4.5

在图11中，开关 S 先合在位置1，电路处于稳态。 $t = 0$ 时，将开关从位置1合到位置2，试求 $t = \tau$ 时 u_c 之值。在 $t = \tau$ 时，又将开关合到位置1，试求 $t = 2 \times 10^{-2}s$ 时 u_c 之值。此时再将开关合到2，作出的 u_c 变化曲线。充电电路和放电电路的时间常数是否相等？

[解]

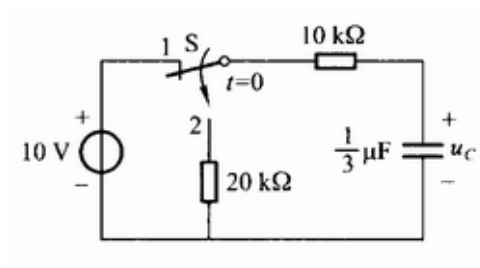


图 11: 习题3.4.5图

(1) $t = 0$ 时，将开关从1合到2

$$u_c(0_-) = u_c(0_+) = 10V$$

$$u_c = 10e^{-\frac{t}{\tau_1}}$$

$$\tau_1 = (20 + 10) \times 10^3 \times \frac{1}{3} \times 10^{-6}s = 10^{-2}s = 0.01s$$

$$u_c(\tau_1) = 10e^{-1}V = 10 \times 0.368V = 3.68V$$

(2) $t = \tau$ 时又将开关合到1

$$u_c(\tau_1) = 3.68V$$

$$u_c(\infty) = 10V$$

$$\tau_2 = 10 \times 10^3 \times \frac{1}{3} \times 10^{-6}s = \frac{1}{3} \times 10^{-2}s = 0.0033s$$

$$\begin{aligned} u_c &= \left[10 + (3.68 - 10)e^{-\frac{(t - 0.01)}{\tau_2}} \right] V \\ &= (10 - 6.32e^{-\frac{(t - 0.01)}{\tau_2}}) V \\ u_c(0.02s) &= \left[10 - 6.32e^{-\frac{(0.02 - 0.01)}{0.0033}} \right] V \\ &= (10 - 6.32e^{-3}) V \\ &= (10 - 6.32 \times 0.05) V \\ &= 9.68V \end{aligned}$$

(3) $t = 0.02s$ 时，再将开关合到2

$$u_c = 9.68e^{-\frac{(t - 0.02)}{\tau_1}} V$$

u_c 的变化曲线如图12所示。

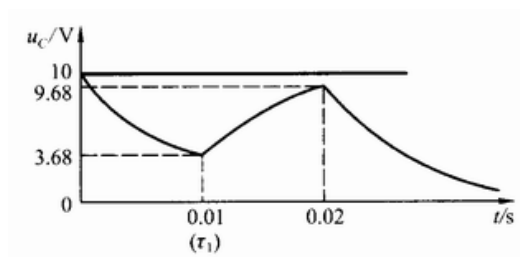


图 12: 习题3.4.5图

3.6 RL电路的响应

3.6.1

在图13中， $R_1 = 2\Omega$ ， $R_2 = 1\Omega$ ， $L_1 = 0.01H$ ， $L_2 = 0.02H$ ， $U = 6V$ 。(1)试求 S_1 闭合后电路中电流 i_1 和 i_2 的变化规律；(2)当闭合 S_1 后电路到达稳定状态时再闭合 S_2 ，试求 i_1 和 i_2 的变化规律。

[解]

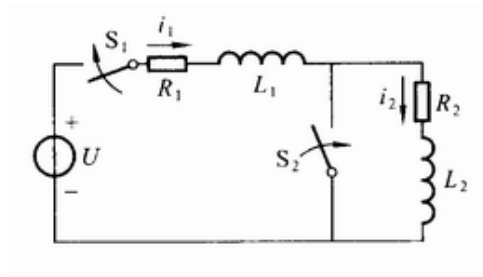


图 13: 习题3.6.1图

- (1) 当开关 S_1 闭合前, $i_1(0_-) = i_2(0_-) = 0$, 故以零状态响应计算, 即

$$i_1 = i_2 = \frac{U}{R_1 + R_2} (1 - e^{-\frac{t}{\tau_1}})$$

式中

$$\tau_1 = \frac{L_1 + L_2}{R_1 + R_2} = \frac{0.01 + 0.02}{1 + 2} s = 0.01 s$$

故

$$i_1 = i_2 = \frac{6}{1 + 2} (1 - e^{-\frac{t}{0.01}}) A = 2(1 - e^{-100t}) A$$

电路到达稳态时,

$$i_1(\infty) = i_2(\infty) = 2 A$$

- (2) 到达稳态时闭合 S_2 后, $i_1(0_+) = i_2(0_+) = 2 A$ 。闭合 S_2 后到达稳态时,

$$i_1(\infty) = \frac{U}{R_1} = \frac{6}{2} A = 3 A, i_2(\infty) = 0 \text{ 时间常数分别为}$$

$$\tau'_1 = \frac{L_1}{R_1} = \frac{0.01}{2} s = 0.005 s$$

$$\tau_2 = \frac{L_2}{R_2} = \frac{0.02}{1} s = 0.02 s$$

于是得出

$$i_1 = [3 + (2 - 3)e^{-\frac{t}{0.005}}] A = (3 - e^{-200t}) A$$

$$i_2 = [0 + (2 - 0)e^{-\frac{t}{0.02}}] A = 2e^{-50t} A$$

3.6.2

电路如图14所示, 在换路前已处于稳态。当将开关从1的位置扳到2的位置后, 试求 i 和 i_L 。

[解]

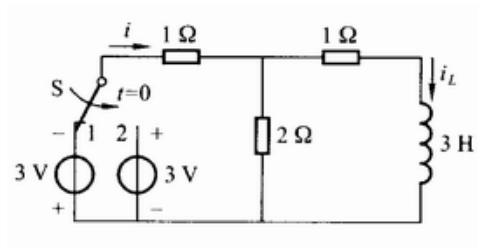


图 14: 习题3.6.2图

(1) 确定初始值

$$i(0_-) = \frac{-3}{1 + \frac{2 \times 1}{2+1}} A = -\frac{9}{5} A$$

$$i_L(0_+) = i_L(0_-) = \frac{2}{2+1} \times \left(-\frac{9}{5}\right) A = -\frac{6}{5} A$$

在此注意, $i(0_+) \neq i(0_-)$ 。

$i(0_+)$ 由基尔霍夫电压定律计算, 即

$$3 = 1 \times i(0_+) + 2[i(0_+) - i_L(0_+)]$$

$$3 = i(0_+) + 2\left[i(0_+) + \frac{6}{5}\right]$$

$$3 = 3i(0_+) + \frac{12}{5}$$

$$i(0_+) = \frac{1}{5} A$$

(2) 确定稳态值

$$i(\infty) = \frac{3}{1 + \frac{2 \times 1}{2+1}} A = \frac{9}{5} A$$

$$i_L(\infty) = \frac{2}{2+1} \times \frac{9}{5} A = \frac{6}{5} A$$

(3) 确定时间常数

$$\tau = \frac{L}{R_0} = \frac{3}{1 + \frac{2 \times 1}{2+1}} s = \frac{9}{5} s$$

于是得

$$\begin{aligned}
 i &= i(\infty) + [i(0_+) - i(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}} \\
 &= \left[\frac{9}{5} + \left(\frac{1}{5} - \frac{9}{5} \right) e^{-\frac{5}{9}t} \right] A = \left(\frac{9}{5} - \frac{8}{5} e^{-\frac{5}{9}t} \right) A \\
 &= (1.8 - 1.6e^{-\frac{t}{1.8}}) A \\
 i_L &= \left[\frac{6}{5} + \left(-\frac{6}{5} - \frac{6}{5} \right) e^{-\frac{5}{9}t} \right] A = (1.2 - 2.4e^{-\frac{t}{1.8}}) A
 \end{aligned}$$

3.6.4

电路如图15所示，试用三要素法求 $t \geq 0$ 时的 i_1 、 i_2 及 i_L 。换路前电路已处于稳态。

[解]

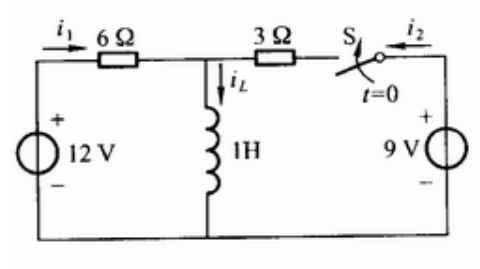


图 15: 习题3.6.4图

(1) 确定初始值

$$i_L(0_+) = i_L(0_-) = \frac{12}{6} A = 2A$$

注意： i_1 和 i_2 的初始值应按 $t = 0_+$ 的电路计算，不是由 $t = 0_-$ 的电路计算。由 $t = 0_+$ 的电路应用基尔霍夫定律列出

$$\begin{aligned}
 i_1(0_+) + i_2(0_+) &= i_L(0_+) = 2 \\
 6i_1(0_+) - 3i_2(0_+) &= 12 - 9 = 3
 \end{aligned}$$

解之得

$$i_1(0_+) = i_2(0_+) = 1A$$

(2) 确定稳态值

稳态时电感元件可视为短路，故

$$i_1(\infty) = \frac{12}{6}A = 2A$$

$$i_2(\infty) = \frac{9}{3}A = 3A$$

$$i_L(\infty) = i_1(\infty) + i_2(\infty) = (2 + 3)A = 5A$$

(3) 确定时间常数

$$\tau = \frac{L}{R_0} = \frac{1}{\frac{6 \times 3}{6 + 3}}s = 0.5s$$

于是得出

$$i_1 = [2 + (1 - 2)e^{-\frac{t}{0.5}}]A = (2 - e^{-2t})A$$

$$i_2 = [3 + (1 - 3)e^{-\frac{t}{0.5}}]A = (3 - 2e^{-2t})A$$

$$i_L = [5 + (2 - 5)e^{-\frac{t}{0.5}}]A = (5 - 3e^{-2t})A$$

3.6.5

当具有电阻 $R = 1\Omega$ 及电感 $L = 0.2H$ 的电磁继电器线圈（图16）中的电流 $i = 30A$ 时，继电器即动作而将电源切断。设负载电阻和线路电阻分别为 $R_L = 20\Omega$ 和 $R_l = 1\Omega$ ，直流电源电压 $U = 220V$ ，试问当负载被短路后，需要经过多少时间继电器才能将电源切断？

[解]

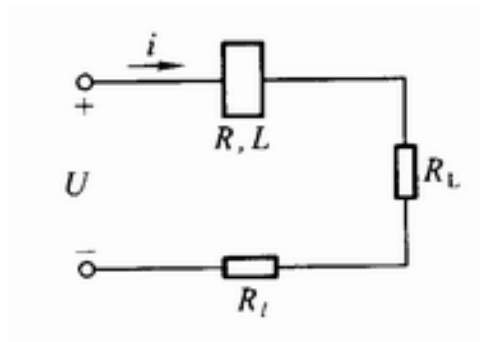


图 16: 习题3.6.5图

$$\begin{aligned}
i(0_+) &= i(0_-) = \frac{200}{1+20+1}A = 10A \\
i(\infty) &= \frac{220}{1+1}A = 110A \\
\tau &= \frac{0.2}{1+1}s = 0.1s
\end{aligned}$$

于是得

$$i = [110 + (10 - 110)]e^{-\frac{t}{0.1}}A = (110 - 100e^{-10t})A$$

当 $i = 30A$ 时

$$\begin{aligned}
30 &= 110 - 100e^{-10t} \\
e^{-10t} &= \frac{110 - 30}{100} = 0.8s \\
t &= \frac{1}{10} \ln \frac{1}{0.8}s = 0.02s
\end{aligned}$$

经过 $0.02s$ 继电器动作而将电源切断。

目录

第4章 正弦交流电路 3

第4.3节 单一参数的交流电路 3

第4.3.2题 3

第4.4节 电阻、电感与电容元件串联的交流电路 4

第4.4.2题 4

第4.4.3题 4

第4.4.4题 5

第4.4.5题 5

第4.4.6题 6

第4.4.7题 6

第4.4.8题 7

第4.4.9题 8

第4.4.11题 8

第4.5节 阻抗的串联与并联 9

第4.5.1题 9

第4.5.3题 10

第4.5.4题 11

第4.5.5题 12

第4.5.6题 13

第4.5.7题 13

第4.5.11题 14

第4.5.12题 15

第4.7节 交流电路的频率特性 16

第4.7.4题 16

第4.7.5题 17

第4.7.6题 17

第4.8节 功率因数的提高 19

第4.8.2题 19

第4.8.3题 20

List of Figures

1	习题4.3.2图	3
2	习题4.3.2图	3
3	习题4.4.6图	6
4	习题4.4.7图	7
5	习题4.4.8图	7
6	习题4.4.9图	8
7	习题4.5.1图	10
8	习题4.5.3图	11
9	习题4.5.4图	11
10	习题4.5.5图	12
11	习题4.5.6图	13
12	习题4.5.7图	14
13	习题4.5.11图	14
14	习题4.5.12图	15
15	习题4.7.5图	17
16	习题4.7.6图	18
17	习题4.8.2图	19
18	习题4.8.3图	20

4 正弦交流电路

4.3 单一参数的交流电路

4.3.2

在电容为 $64\mu F$ 的电容器两端加一正弦电压 $u = 220\sqrt{2}\sin 314t V$ ，设电压和电流的参考方向如图1所示，试计算在 $t = \frac{T}{6}$ ， $t = \frac{T}{4}$ 和 $t = \frac{T}{2}$ 瞬间的电流和电压的大小。

[解]

电压与电流的正弦曲线如图2所示。

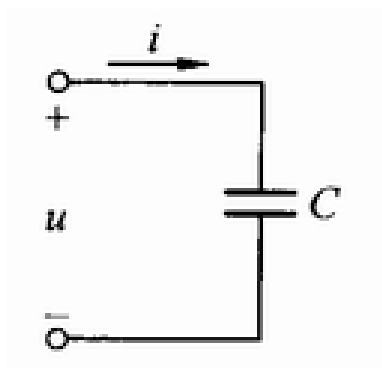


图 1: 习题4.3.2图

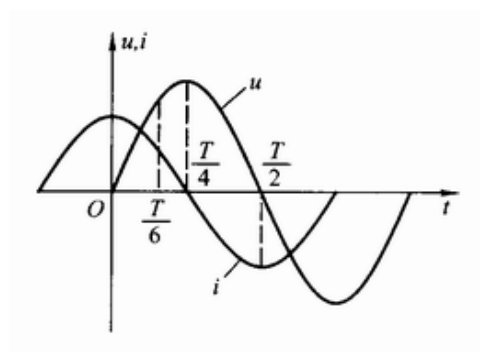


图 2: 习题4.3.2图

$$\begin{aligned} U_m &= 220\sqrt{2}V & U &= 220V \\ I &= \frac{U}{\frac{1}{\omega C}} = U\omega C = 220 \times 314 \times 64 \times 10^{-6} A = 4.42A \end{aligned}$$

$$(1) \quad t = \frac{T}{6} \text{时}$$

$$u = 220\sqrt{2} \sin(2\pi \times \frac{1}{T} \times \frac{T}{6})V = 220\sqrt{2} \sin 60^\circ V = 110\sqrt{6}V$$

$$i = 4.42\sqrt{2} \sin(60^\circ + 90^\circ)A = 2.21\sqrt{2}A$$

$$(2) \quad t = \frac{T}{4} \text{时}$$

$$u = 220\sqrt{2} \sin(2\pi \times \frac{1}{T} \times \frac{T}{4})V = 220\sqrt{2} \sin 90^\circ V = 220\sqrt{2}V$$

$$i = 4.42\sqrt{2} \sin(90^\circ + 90^\circ)A = 0$$

$$(3) \quad t = \frac{T}{2} \text{时}$$

$$u = 220\sqrt{2} \sin(2\pi \times \frac{1}{T} \times \frac{T}{2})V = 220\sqrt{2} \sin 180^\circ V = 0$$

$$i = 4.42\sqrt{2} \sin(180^\circ + 90^\circ)A = -4.42\sqrt{2}A$$

4.4 电阻、电感与电容元件串联的交流电路

4.4.2

有一CJ0-10A交流接触器，其线圈数据为380V、30mA、50Hz，线圈电阻1.6kΩ，试求线圈电感。

[解]

这是RL串联电路，其阻抗模为

$$|Z| = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2} = \frac{U}{I} = \frac{380}{30 \times 10^{-3}} \Omega = 12700 \Omega = 12.7k\Omega$$

$$L = \frac{1}{2\pi f} \sqrt{|Z|^2 - R^2} = \frac{1}{2\pi \times 50} \sqrt{12.7^2 - 1.6^2} \times 10^3 H = 40H$$

4.4.3

一个线圈接在 $U = 120V$ 的直流电源上， $I = 20A$ ；若接在 $f = 50Hz$ ， $U = 220V$ 的交流电源上，则 $I = 28.2A$ 。试求线圈的电阻 R 和电感 L 。

[解]

接在直流电源上电感 L 不起作用，故电阻 $R = \frac{U}{I} = \frac{120}{20} \Omega = 6\Omega$ 。接在交流电源上时，

$$|Z| = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2} = \frac{U}{I} = \frac{220}{28.2} \Omega = 7.8\Omega$$

$$L = \frac{1}{2\pi f} \sqrt{|Z|^2 - R^2} = \frac{1}{2\pi \times 50} \sqrt{7.8^2 - 6^2} H = 15.9mH$$

4.4.4

有一JZ7型中间继电器，其线圈数据为380V、50Hz，线圈电阻2kΩ，线圈电感43.3H，试求线圈电流及功率因数。

[解]

线圈阻抗为

$$\begin{aligned} Z &= R + j\omega L = (2 \times 10^3 + j2\pi \times 50 \times 43.3)\Omega = 13.8 \times 10^3 \angle 81.6^\circ \Omega \\ I &= \frac{U}{|Z|} = \frac{380}{13.8 \times 10^3} A = 27.6 mA \\ \cos \varphi &= \cos 81.6^\circ = 0.15 \end{aligned}$$

4.4.5

日光灯管与镇流器串联接到交流电压上，可看作RL串联电路。如已知某灯管的等效电阻 $R_1 = 280\Omega$ ，镇流器的电阻和电感分别为 $R_2 = 20\Omega$ 和 $L = 1.65H$ ，电源电压 $U = 220V$ ，试求电路中的电流和灯管两端与镇流器上的电压。这两个电压加起来是否等于220V？电源频率为50Hz。

[解]

电路总阻抗

$$\begin{aligned} Z &= (R_1 + R_2) + j\omega L = [(280 + 20) + j2\pi \times 50 \times 1.65]\Omega \\ &= (300 + j518)\Omega = 599 \angle 59.9^\circ \Omega \end{aligned}$$

电路中电流

$$I = \frac{U}{|Z|} = \frac{220}{599} A = 0.367 A$$

灯管两端电压

$$U_R = R_1 I = 280 \times 0.367 V = 103 V$$

镇流器的阻抗

$$Z_2 = R_2 + j\omega L = (20 + j518)\Omega = 518 \angle 87.8^\circ \Omega$$

镇流器电压

$$\begin{aligned} U_2 &= |Z_2| I = 518 \times 0.367 V = 190 V \\ U_R + U_2 &= (103 + 190) V = 293 V > 220 V \end{aligned}$$

因为 $\dot{U} = \dot{U}_R + \dot{U}_2$ ，不能有效值相加。

4.4.6

无源二端网络（图3）输入端的电压和电流为

$$u = 220\sqrt{2}\sin(314t + 20^\circ)V$$

$$i = 4.4\sqrt{2}\sin(314t - 33^\circ)A$$

试求此二端网络由两个元件串联的等效电路和元件的参数值，并求二端网络的功率因数及输入的有功功率和无功功率。

[解]

二端网络阻抗为

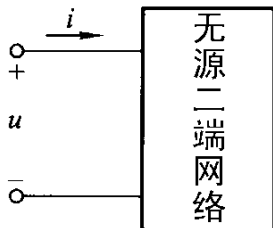


图 3: 习题4.4.6图

$$Z = \frac{\dot{U}}{\dot{I}} = \frac{220\angle 20^\circ}{4.4\angle -33^\circ}\Omega = 50\angle 53^\circ\Omega = (30 + j40)\Omega$$

则其参数为 $R = 30\Omega$ $X_L = 40\Omega$

由此得出电感

$$L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{40}{314}H = 0.127H$$

功率因数为

$$\cos \varphi = \frac{R}{|Z|} = \frac{30}{50} = 0.6$$

输入的有功功率为

$$P = UI \cos \varphi = 220 \times 4.4 \times 0.6W = 580W$$

无功功率为

$$Q = UI \sin \varphi = X_L I^2 = 40 \times 4.4^2 \text{var} = 774 \text{var}$$

4.4.7

有一 RC 串联电路，如图4(a)所示，电源电压为 u ，电阻和电容上的电压分别为 u_R 和 u_c ，已知电路阻抗模为 2000Ω ，频率为 $1000Hz$ ，并设 u 与 u_c 之间的相位差为 30° ，试求 R 和 C ，并说明在相位上 u_c 比 u 超前还是滞后。

[解]

按题意做电压和电流的相量图[图4(b)]，由相量图可见

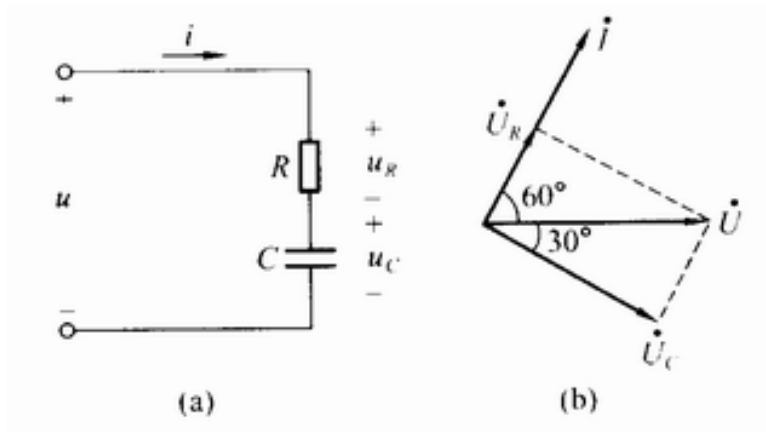


图 4: 习题4.4.7图

$$\begin{aligned}
 R &= |Z| \cos 60^\circ = (2000 \times 0.5) \Omega = 1000 \Omega \\
 X_C &= |Z| \sin 60^\circ = (2000 \times 0.866) \Omega = 1732 \Omega \\
 C &= \frac{1}{X_C \omega} = \frac{1}{1732 \times 2\pi \times 1000} F = 0.1 \mu F
 \end{aligned}$$

u_c 滞后于 u 30° .

4.4.8

图5(a)是一移相电路。如果 $C = 0.01 \mu F$ ，输入电压 $u_1 = \sqrt{2} \sin 6280t V$ ，今欲使输出电压 u_2 在相位上前移 60° ，问应配多大的电阻 R ？此时输出电压的有效值 U_2 等于多少？

[解]

按题意做电压和电流的相量图[图5(b)]，由相量图可见，

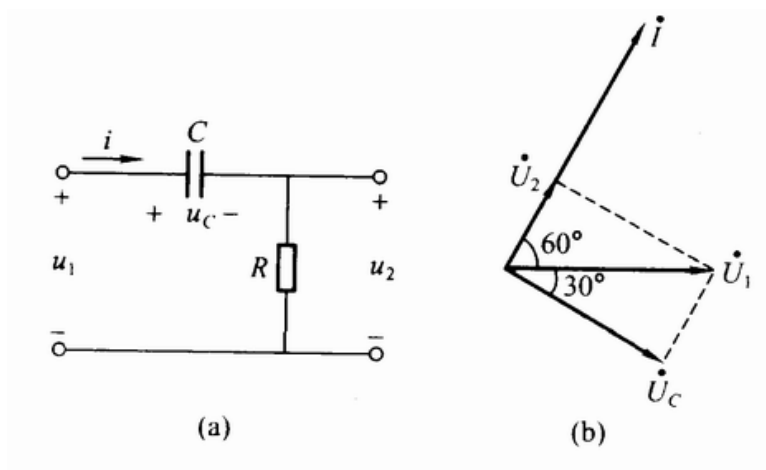


图 5: 习题4.4.8图

$$U_2 = U_R = U_1 \cos 60^\circ = 1 \times 0.5V = 0.5V$$

$$\tan 30^\circ = \frac{U_R}{U_C} = \frac{R}{X_C} = \frac{R}{\frac{1}{6280 \times 0.01 \times 10^{-6}}} = R \times 6280 \times 0.01 \times 10^{-6}$$

由上式可求出 $R = 9.2k\Omega$

4.4.9

图6(a)是一移相电路。已知 $R = 100\Omega$ ，输入信号频率为 $500Hz$ 。如要求输出电压 u_2 与输入电压 u_1 间的相位差为 45° ，试求电容值。同上题比较， u_2 与 u_1 在相位上（滞后和超前）有何不同？

[解]

做电压和电流的相量图[图6(b)]，由相量图可见

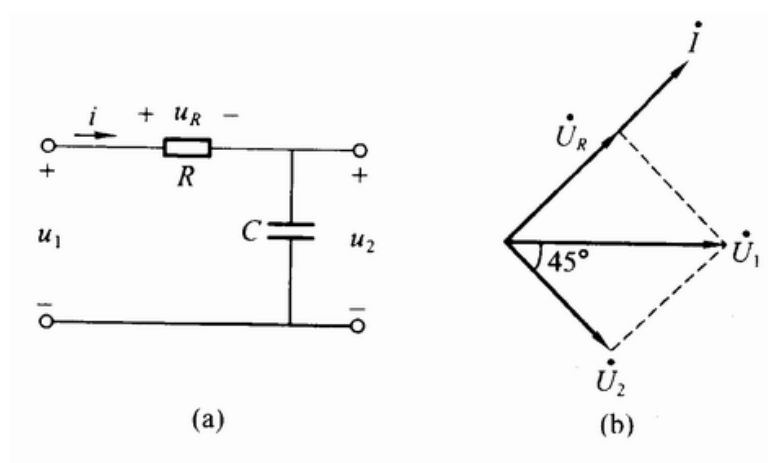


图 6: 习题4.4.9图

$$\tan 45^\circ = \frac{U_R}{U_C} = \frac{R}{X_C} = \frac{100}{\frac{1}{2\pi \times 500 \times C}} = C \times 2\pi \times 500 \times 100$$

由上式可求出 $C = 3.18\mu F$

上题从电阻上输出， u_2 超前于 u_1 ；本题从电容上输出， u_2 滞后于 u_1 。

4.4.11

有一 $220V$ 、 $600W$ 的电炉，不得不用在 $380V$ 的电源上。欲使电炉的电压保持在 $220V$ 的额定值，(1)应和它串联多大的电阻？或(2)应和它串联感抗为多大的电感线圈（其电阻可忽略不计）？(3)从效率和功率因数上比较上述两种方法。串联电容器是否也可以？

[解]

(1) 电炉的额定电流

$$I_N = \frac{600}{220} A = 2.73 A$$

串联的电阻

$$R = \frac{380 - 220}{2.73} \Omega = 58.7 \Omega$$

(2) 电炉的电阻

$$R_L = \frac{220}{2.73} \Omega = 80.7 \Omega$$

为保持电炉的额定值不变，则串联电感线圈后电路的阻抗模为

$$|Z| = \frac{380}{2.73} \Omega = 139.3 \Omega$$

线圈感抗为

$$X_L = \sqrt{|Z|^2 - R_L^2} = \sqrt{(139.3)^2 - (80.7)^2} \Omega = 114 \Omega$$

线圈电感为

$$L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{114}{314} H = 0.36 H$$

(3) 串联电阻时， $\cos \varphi = 1$ ，效率为

$$\eta = \frac{P_N}{P_N + RI_N^2} = \frac{600}{600 + 58.7 \times (2.73)^2} = 0.58$$

串联线圈时， $\eta = 1$ ，功率因数为

$$\cos \varphi = \frac{R_L}{|Z|} = \frac{80.7}{139.3} = 0.58$$

从节能角度看应采用后一种方法。也可串联电容，其容抗为 114Ω ，电容值为 $C = \frac{1}{\omega X_C} = \frac{1}{314 \times 114} F = 28 \mu F$ ，并可提高电网功率因数。

4.5 阻抗的串联与并联

4.5.1

在图7中，试求电流表 A_0 和电压表 V_0 的读数。

[解]

以 \dot{U}_1 为参考正弦量，则 \dot{Z}_1 较 \dot{U}_1 超前 90° ，于是

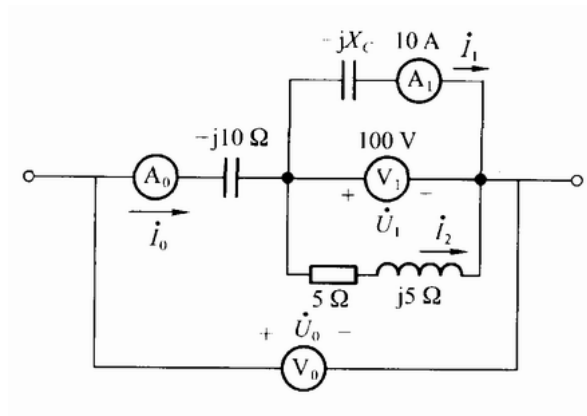


图 7: 习题4.5.1图

$$\begin{aligned}
 \dot{I}_0 &= \dot{I}_1 + \dot{I}_2 = (j10 + \frac{100\angle 0^\circ}{5 + j5})A \\
 &= (j10 + 10\sqrt{2}\angle -45^\circ)A = (j10 + 10 - j10)A \\
 &= 10A
 \end{aligned}$$

A_0 的读数为10A。

$$\begin{aligned}
 \dot{U}_0 &= -j10\dot{I}_0 + \dot{U}_1 = (-j10 \times 10 + 100\angle 0^\circ)V \\
 &= (100 - j100)V = 141\angle -45^\circ V
 \end{aligned}$$

V_0 的读数为141V。

4.5.3

在图8(a)中, $I_1 = 10A$, $I_2 = 10\sqrt{2}A$, $U = 200V$, $R = 5\Omega$, $R_2 = X_L$, 试求 I , X_C , X_L 及 R_2 。

[解]

解本题用相量图分析较为方便。在图8(b)所示的电路中, 以并联支路上的电压 \dot{U}_1 为参考相量, 而后作 \dot{I}_1 , \dot{I}_1 比 \dot{U}_1 超前 90° ; 因 $R_2 = X_L$, 故 \dot{I}_2 比 \dot{U}_1 滞后 45° ; 又因 $I_1 = 10A$, $I_2 = 10\sqrt{2}A$, 故 \dot{I} 与 \dot{U}_1 同相, 而且 $I = 10A$; \dot{U}_R 也与 \dot{U}_1 同相。而 $\dot{U} = \dot{U}_R + \dot{U}_1$, 三者同相, 即 $U = U_R + U_1$ 。

$$\begin{aligned}
 U_R &= RI = 5 \times 10V = 50V \\
 U_1 &= U - U_R = (200 - 50)V = 150V \\
 \text{由此得} \quad X_C &= \frac{U_1}{I_1} = \frac{150}{10}\Omega = 15\Omega \\
 |Z_2| &= \sqrt{R_2^2 + X_L^2} = \frac{U_1}{I_2} = \frac{150}{10\sqrt{2}}\Omega = \frac{15}{\sqrt{2}}\Omega
 \end{aligned}$$

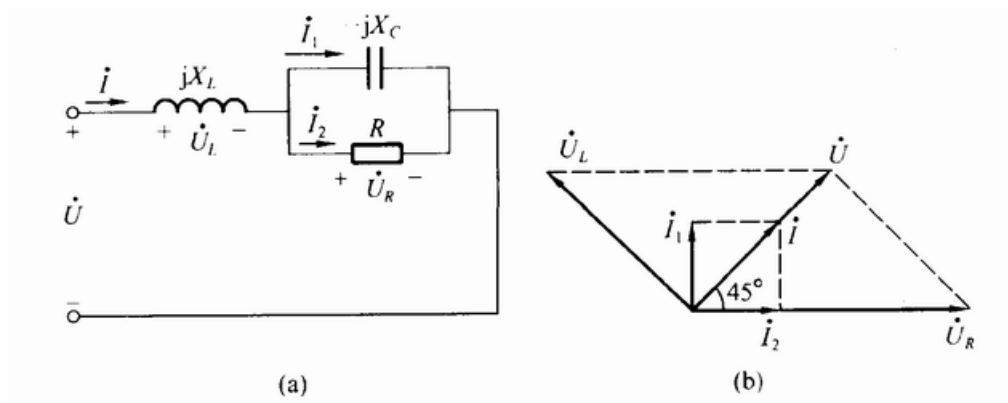


图 8: 习题4.5.3图

因为 \dot{I}_2 与 \dot{U}_1 的相位差为 45° ，所以

$$R_2 = X_L = \frac{|Z_2|}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{15}{\sqrt{2}} \Omega = 7.5 \Omega$$

4.5.4

在图9(a)中， $I_1 = I_2 = 10A$ ， $U = 100V$ ， u 与 i 同相，试求 I ， R ， X_C 及 X_L 。

[解]

作相量图：以 \dot{U}_R 为参考相量， \dot{I}_2 与 \dot{U}_R 同相， \dot{I}_1 超前于 \dot{U}_R 90° ； $\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 =$

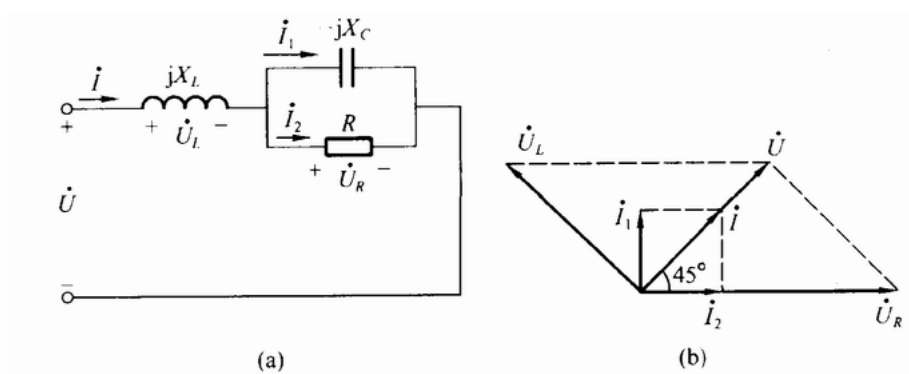


图 9: 习题4.5.4图

$10\sqrt{2}\angle 45^\circ \text{A}$, \dot{U}_L 超前于 \dot{I} 90° ; \dot{U} 与 \dot{I} 同相; $\dot{U} = \dot{U}_L + \dot{U}_R$ 。于是得出

$$\begin{aligned} I &= 10\sqrt{2} \text{A} = 14.1 \text{A} \\ R &= \frac{U_R}{I_2} = \frac{\sqrt{2}U}{I_2} = \frac{\sqrt{2} \times 100}{10} \Omega = 14.1 \Omega \\ X_C &= \frac{U_R}{I_1} = \frac{\sqrt{2} \times 100}{10} \Omega = 14.1 \Omega \\ X_L &= \frac{U_L}{I} = \frac{U}{I} = \frac{100}{10\sqrt{2}} \Omega = 7.07 \Omega \end{aligned}$$

4.5.5

计算图10(a)中的电流 \dot{I} 和各阻抗元件上的电压 \dot{U}_1 与 \dot{U}_2 , 并作相量图; 计算图10(b)中各支路电流 \dot{I}_1 与 \dot{I}_2 和电压 \dot{U} , 并作相量图。

[解] 对图10(a)所示电路

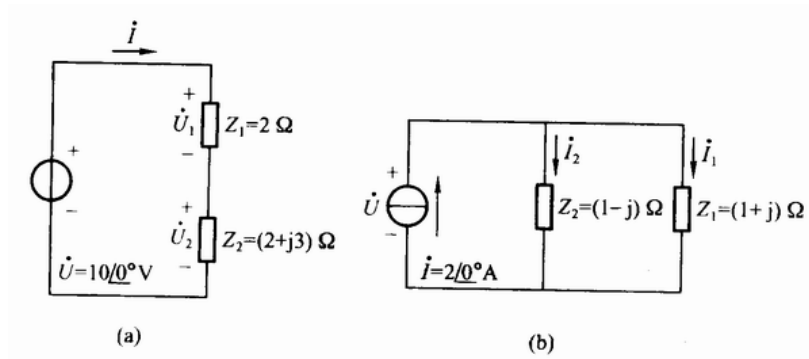


图 10: 习题4.5.5图

$$\begin{aligned} \dot{I} &= \frac{\dot{U}}{Z_1 + Z_2} = \frac{10\angle 0^\circ}{2 + 2 + j3} \text{A} = 2\angle -36.9^\circ \text{A} \\ \dot{U}_1 &= Z_1 \dot{I} = 2 \times 2\angle -36.9^\circ \text{V} = 4\angle -36.9^\circ \text{V} \\ \dot{U}_2 &= Z_2 \dot{I} = (2 + j3) \times 2\angle -36.9^\circ \text{V} = \sqrt{13}\angle 56.3^\circ \times 2\angle -36.9^\circ \text{V} \\ &= 7.21\angle 19.4^\circ \text{V} \end{aligned}$$

对图10(b)所示电路

$$\begin{aligned} \dot{I}_1 &= \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} \dot{I} = \frac{1 - j}{1 + j + 1 - j} \times 2\angle 0^\circ \text{A} = (1 - j) \text{A} = \sqrt{2}\angle -45^\circ \text{A} \\ \dot{I}_2 &= \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2} \dot{I} = \frac{1 + j}{1 + j + 1 - j} \times 2\angle 0^\circ \text{A} = (1 + j) \text{A} = \sqrt{2}\angle 45^\circ \text{A} \\ \dot{U} &= Z_1 \dot{I}_1 = \sqrt{2}\angle 45^\circ \sqrt{2}\angle -45^\circ \text{V} = 2 \text{V} \end{aligned}$$

相量图略。

4.5.6

在图11中，已知 $U = 220V$ ， $R_1 = 10\Omega$ ， $X_1 = 10\sqrt{3}\Omega$ ， $R_2 = 20\Omega$ ，试求各个电流和平均功率。

[解]

设 $\dot{U} = U\angle 0^\circ$ 为参考相量

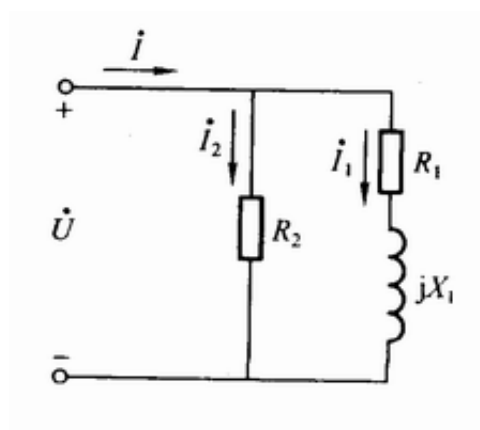


图 11: 习题4.5.6图

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}}{R_1 + jX_1} = \frac{220\angle 0^\circ}{10 + j10\sqrt{3}}A = \frac{220\angle 0^\circ}{20\angle 60^\circ}A = 11\angle -60^\circ A$$

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{U}}{R_2} = \frac{220}{20}A = 11A$$

$$\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 = (11\angle -60^\circ + 11)A = 11\sqrt{3}\angle -30^\circ A$$

$$P = R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2 = (10 \times 11^2 + 20 \times 11^2)W = 3630W$$

4.5.7

在图12(a)中，已知 $u = 220\sqrt{2}\sin 314t V$ ， $i_1 = 22\sin(314t - 45^\circ)A$ ， $i_2 = 11\sqrt{2}\sin(314t + 90^\circ)A$ ，试求各仪表读数及电路参数 R ， L 和 C 。

[解]

由图12(b)的相量图可知

$$I_2 = I_1 \sin 45^\circ = \frac{22}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{2}A = 11A$$

$$I_1 = \frac{22}{\sqrt{2}}A = 15.6A$$

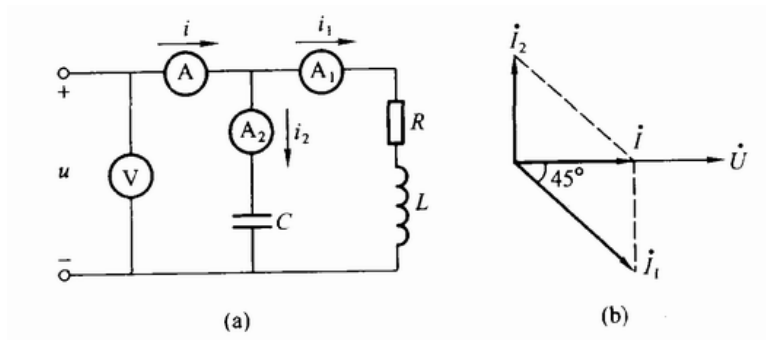


图 12: 习题4.5.7图

因 \dot{I} 和 \dot{U} 同相，故

$$\begin{aligned}
 I &= \sqrt{I_1^2 - I_2^2} = \sqrt{\left(\frac{22}{\sqrt{2}}\right)^2 - 11^2} A = 11 A \\
 X_C &= \frac{U}{I_2} = \frac{220}{11} \Omega = 20 \Omega \\
 C &= \frac{1}{\omega X_C} = \frac{1}{314 \times 20} F = 159 \mu F \\
 |Z_1| &= \frac{U}{\frac{I_1}{\sqrt{2}}} = \frac{220}{\frac{22}{\sqrt{2}}} \Omega = 10\sqrt{2} \Omega \\
 R &= |Z_1| \cos 45^\circ = 10\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} \Omega = 10 \Omega \\
 X_L &= |Z_1| \sin 45^\circ = 10 \Omega \\
 L &= \frac{X_L}{\omega} = \frac{10}{314} H = 0.0318 H = 31.8 mH
 \end{aligned}$$

4.5.11

在图13所示的电路中，已知 $\dot{U}_C = 1 \angle 0^\circ V$ ，求 \dot{U} 。

[解]

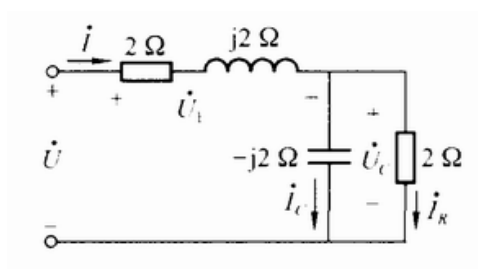


图 13: 习题4.5.11图

$$\dot{I}_C = \frac{1\angle 0^\circ}{-j2} A = j0.5 A$$

$$\dot{I}_R = \frac{1\angle 0^\circ}{2} A = 0.5 A$$

$$\dot{I} = \dot{I}_R + \dot{I}_C = (0.5 + j0.5) A$$

$$\dot{U}_1 = (2 + j2)(0.5 + j0.5) V = j2 V$$

$$\dot{U} = \dot{U}_C + \dot{U}_1 = (1 + j2) V = \sqrt{1^2 + 2^2} \angle \arctan 2 V = \sqrt{5} \angle 63.4^\circ V$$

4.5.12

在图14所示的电路中，已知 $U_{ab} = U_{bc}$ ， $R = 10\Omega$ ， $X_C = \frac{1}{\omega C} = 10\Omega$ ， Z_{ab} 为感性负载。试求 \dot{U} 和 \dot{I} 同相时 Z_{ab} 等于多少？

[解]

$$\text{令 } Z_{ab} = R_1 + jX_L$$

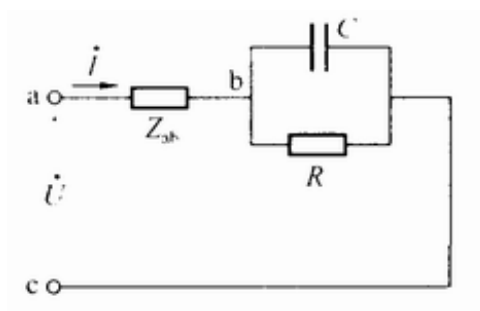


图 14: 习题4.5.12图

又求得

$$Z_{bc} = \frac{-jRX_C}{R - jX_C} = \frac{-j10 \times 10}{10 - j10} \Omega = (5 - j5) \Omega$$

所以

$$\begin{aligned} \dot{U} &= \dot{U}_{ab} + \dot{U}_{bc} = (Z_{ab} + Z_{bc})\dot{I} \\ &= [(R_1 + jX_L) + (5 - j5)]\dot{I} = [(R_1 + 5) + j(X_L - 5)]\dot{I} \end{aligned}$$

若 \dot{U} 和 \dot{I} 同相，则上式的虚部必为零，即

$$X_L - 5 = 0 \quad X_L = 5\Omega$$

又因 $U_{ab} = U_{bc}$ ，则 $|Z_{ab}| = |Z_{bc}|$

$$\sqrt{R_1^2 + X_L^2} = \sqrt{5^2 + 5^2}$$

解之得

$$R_1 = 5\Omega$$

于是

$$Z_{ab} = (5 + j5)\Omega$$

4.7 交流电路的频率特性

4.7.4

有一 R, L, C 串联电路, 接于频率可调节的电源上, 电源电压 U 保持在 $10V$, 当频率增加时, 电流从 $10mA(500Hz)$ 增加到最大值 $60mA(1000Hz)$ 。试求(1)电阻 R , 电感 L 和电容 C 的值; (2)在谐振时电容器两端的电压 U_C ; (3)谐振时磁场中和电场中所储的最大能量。

[解]

(1) 谐振时 $f_0 = 1000Hz$

$$|Z_0| = R = \frac{U}{I_0} = \frac{10}{60 \times 10^{-3}} \Omega = 166.67 \Omega$$

非谐振时 $f = 500Hz$

$$\begin{aligned}(X_L - X_C)^2 &= |Z|^2 - R^2 = \left(\frac{U}{I}\right)^2 - R^2 = \left(\frac{10}{10 \times 10^{-3}}\right)^2 - 166.67^2 \\ X_L - X_C &= \pm 985.4 \Omega\end{aligned}$$

因 $f < f_0$, 电路呈电容性, 故取

$$X_L - X_C = -985.4 \Omega$$

列谐振时和非谐振时的方程, 联立之

$$\begin{aligned}2\pi f_0 L - \frac{1}{2\pi f_0 C} &= 0 \\ 2\pi f L - \frac{1}{2\pi f C} &= -985.4 \\ 6.28 \times 1000 L - \frac{1}{6.28 \times 1000 C} &= 0 \\ 6.28 \times 500 L - \frac{1}{6.28 \times 500 C} &= -985.4\end{aligned}$$

解之得

$$L = 0.105H \quad C = 0.24\mu F$$

(2)

$$U_C = X_C I_0 = \frac{1}{6.28 \times 1000 \times 0.24 \times 10^{-6}} \times 60 \times 10^{-3} V = 39.56 V$$

(3)

$$\begin{aligned}W &= W_L + W_C = \frac{1}{2} L I_0^2 + \frac{1}{2} C U_C^2 \\ &= \left[\frac{1}{2} \times 0.105 \times 0.06^2 + \frac{1}{2} \times 0.24 \times 10^{-6} \times 39.56^2 \right] J \\ &= (1.87 \times 10^{-4} + 1.88 \times 10^{-4}) J = 3.8 \times 10^{-4} J\end{aligned}$$

4.7.5

在图15所示的电路中， $R_1 = 5\Omega$ 。今调节电容 C 值使电流 I 为最小，并此时测得： $I_1 = 10A$ ， $I_2 = 6A$ ， $U_z = 113V$ ， $p = 1140W$ 。求阻抗 Z 。

[解]

调 C 值使 I 最小，这时并联电路发生谐振， \dot{I} 与 \dot{U}_{ab} 同相。由相量图可得

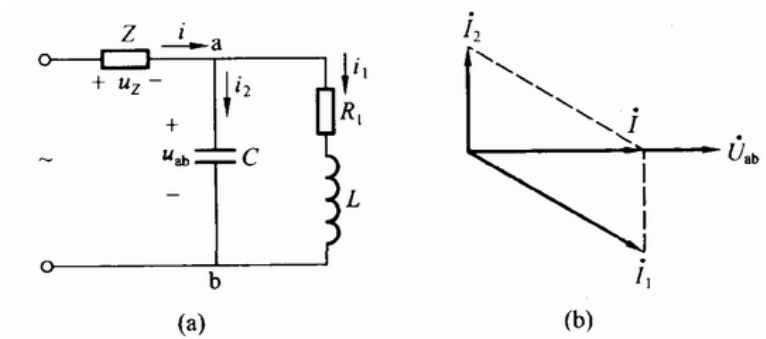


图 15: 习题4.7.5图

$$I = \sqrt{I_1^2 - I_2^2} = \sqrt{10^2 - 6^2}A = 8A$$

因为

$$P = RI^2 + R_1 I_1^2$$

所以

$$R = \frac{P - R_1 I_1^2}{I^2} = \frac{1140 - 5 \times 10^2}{8^2} \Omega = 10\Omega$$

$$|Z| = \sqrt{R^2 + X^2} = \frac{U_z}{I} = \frac{113}{8} \Omega = 14.1\Omega$$

由此得

$$\begin{aligned} X &= \pm \sqrt{|Z|^2 - R^2} = \pm 10\Omega \\ Z &= R + jX = (10 \pm j10)\Omega \end{aligned}$$

即

$$Z = (10 + j10)\Omega \quad \text{或} \quad Z = (10 - j10)\Omega$$

4.7.6

电路如图16所示，已知 $R = R_1 = R_2 = 10\Omega$ ， $L = 31.8mH$ ， $C = 318\mu F$ ， $f = 50Hz$ ， $U = 10V$ ，试求并联支路端电压 U_{ab} 及电路的 P 、 Q 、 S 及 $\cos \varphi$ 。

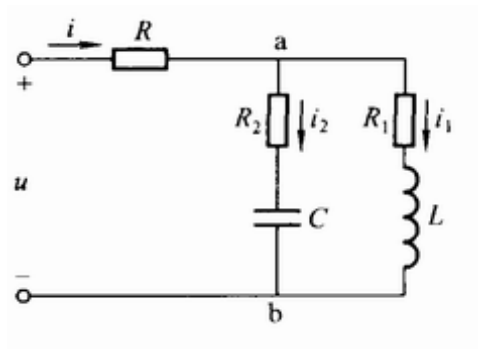


图 16: 习题4.7.6图

[解]

感抗

$$X_L = \omega L = 314 \times 31.8 \times 10^{-3} \Omega = 10 \Omega$$

容抗

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{314 \times 318 \times 10^{-6}} \Omega = 10 \Omega$$

并联支路的等效阻抗

$$Z_{ab} = \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2} = \frac{(10 + j10)(10 - j10)}{10 + j10 + 10 - j10} \Omega = 10 \Omega$$

可见，并联支路呈电阻性，且其阻值与 R 相等，故

$$U_{ab} = \frac{U}{2} = \frac{10}{2} V = 5 V$$

并联支路电流

$$I_1 = I_2 = \frac{U_{ab}}{|Z_1|} = \frac{U_{ab}}{|Z_2|} = \frac{5}{10\sqrt{2}} A = \frac{1}{2\sqrt{2}} A$$

总电流

$$I = \frac{U_{ab}}{|Z_{ab}|} = \frac{5}{10} A = 0.5 A$$

电路的 P 、 Q 、 S 、 $\cos \varphi$

$$\begin{aligned} P &= RI^2 + R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2 \\ &= \left[10 \times \left(\frac{1}{2} \right)^2 + 10 \times \left(\frac{1}{2\sqrt{2}} \right)^2 + 10 \times \left(\frac{1}{2\sqrt{2}} \right)^2 \right] W = 5 W \end{aligned}$$

$$Q = X_L I_1^2 - X_C I_2^2 = \left[10 \times \left(\frac{1}{2\sqrt{2}} \right)^2 - 10 \times \left(\frac{1}{2\sqrt{2}} \right)^2 \right] \text{var} = 0$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{5^2 + 0} V \cdot A = 5 V \cdot A$$

$$\cos \varphi = \frac{P}{S} = \frac{5}{5} = 1$$

可见，本电路处于谐振状态。

4.8 功率因数的提高

4.8.2

用图17所示的电路测得无源线性二端网络 N 的数据如下： $U = 220V, I = 5A, P = 500W$ 。又知当与 N 并联一个适当数值的电容 C 后，电流 I 减小，而其他读数不变。试确定该网络的性质，等效参数及功率因数。 $f = 50Hz$ 。

[解]

因为与 N 并联 C 后， I 减小，所以 N 是一电感性网络。

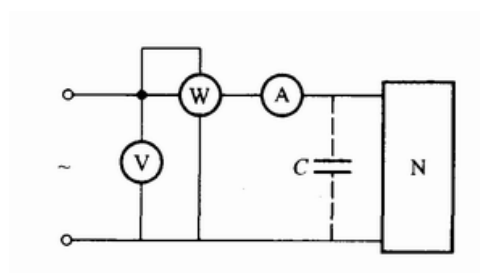


图 17: 习题4.8.2图

由

$$P = UI \cos \varphi$$

得出

$$\cos \varphi = \frac{P}{UI} = \frac{500}{220 \times 5} = 0.45$$
$$\varphi = 63^\circ$$

又因为

$$|Z| = \frac{U}{I} = \frac{220}{5} \Omega = 44 \Omega$$

故

$$Z = |Z| \angle \varphi = 44 \angle 63^\circ \Omega = (20 + j39.2) \Omega$$

其中

$$R = 20 \Omega \quad X_L = 39.2 \Omega$$

由此得

$$L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{39.2}{314} H = 125 \times 10^{-3} H = 125 mH$$

4.8.3

在图18中, $U = 220V, f = 50Hz, R_1 = 10\Omega, X_1 = 10\sqrt{3}\Omega, R_2 = 5\Omega, X_2 = 5\sqrt{3}\Omega$. (1)求电流表的读数 I 和电路功率因数 $\cos \varphi_1$; (2)欲使电路的功率因数提高到0.866, 则需并联多大电容? (3)并联电容后电流表的读数为多少?

[解]

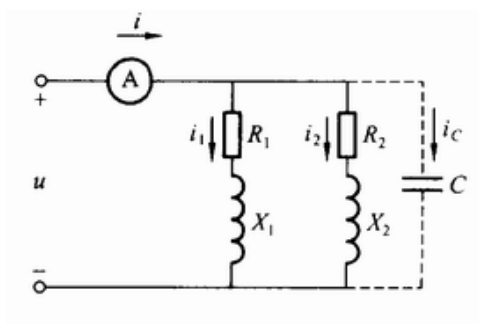


图 18: 习题4.8.3图

(1) 设 $\dot{U} = 220\angle 0^\circ V$

已知

$$Z_1 = R_1 + jX_1 = (10 + j10\sqrt{3})\Omega = 20\angle 60^\circ \Omega$$

$$Z_2 = R_2 + jX_2 = (5 + j5\sqrt{3})\Omega = 10\angle 60^\circ \Omega$$

于是得

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}}{Z_1} = \frac{220\angle 0^\circ}{20\angle 60^\circ} A = 11\angle -60^\circ A$$

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{U}}{Z_2} = \frac{220\angle 0^\circ}{10\angle 60^\circ} A = 22\angle -60^\circ A$$

$$\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 = (11\angle -60^\circ + 22\angle -60^\circ) A = 33\angle -60^\circ A$$

电流表的读数为33A, 电路功率因数 $\cos \varphi_1 = \cos 60^\circ = 0.5$

(2)

$$P = UI \cos \varphi_1 = 220 \times 33 \times 0.5 W = 3630 W$$

$$\cos \varphi = 0.866 \quad \varphi = 30^\circ$$

$$\begin{aligned} C &= \frac{P}{\omega U^2} (\tan \varphi_1 - \tan \varphi) F \\ &= \frac{3630}{314 \times 220^2} (\tan 60^\circ - \tan 30^\circ) F \\ &= 275.7 \mu F \end{aligned}$$

(3) 并联 C 后

$$\begin{aligned}X_C &= \frac{1}{\omega C} = \frac{10^6}{314 \times 275.7} \Omega = 11.6 \Omega \\ \dot{I}_C &= \frac{\dot{U}}{-jX_C} = \frac{220 \angle 0^\circ}{-j11.6} A = 18.96 \angle 90^\circ A \\ \dot{I} &= \dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dot{I}_C = (33 \angle -60^\circ + 18.96 \angle 90^\circ) A \\ &= (16.5 - j28.58 + j18.96) A = (16.5 - j9.62) A \\ &= 19.1 \angle -30.2^\circ A\end{aligned}$$

电流表的读数为19.1A，减小了。

目录

第5章 三相电路	3
第5.2节 负载星形联结的三相电路	3
第5.2.1题	3
第5.2.3题	4
第5.2.4题	5
第5.2.5题	6
第5.2.6题	7
第5.3节 负载三角形联结的三相电路	8
第5.3.1题	8
第5.4节 三相功率	9
第5.4.3题	9
第5.4.4题	10
第5.4.5题	11

List of Figures

1	习题5.2.1图	3
2	习题5.2.1图	4
3	习题5.2.3图	4
4	习题5.2.4图	5
5	习题5.2.5图	6
6	习题5.2.6图	7
7	习题5.3.1图	8
8	习题5.3.1图	8
9	习题5.4.3图	9
10	习题5.4.4图	10
11	习题5.4.4图	10

5 三相电路

5.2 负载星形联结的三相电路

5.2.1

如图1所示的是三相四线制电路，电源线电压 $U_l = 380V$ 。三个电阻性负载联成星形，其电阻为 $R_1 = 11\Omega$ ， $R_2 = R_3 = 22\Omega$ 。(2)如无中性线，求负载相电压及中性点电压；(3)如无中性线，当 L_1 相短路时，求各相电压和电流，并做出它们的相量图。

[解]

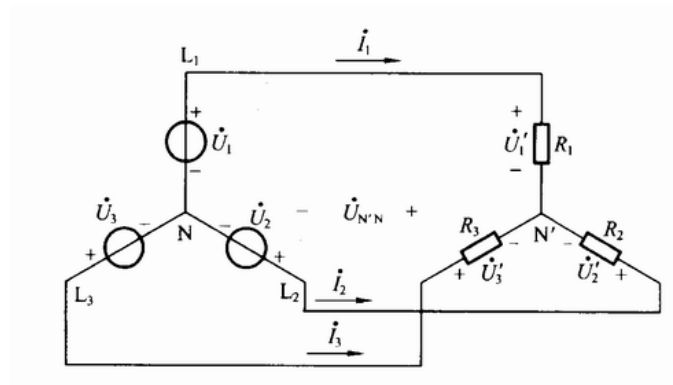


图 1: 习题5.2.1图

(2) 设 $\dot{U}_1 = U_1 \angle 0^\circ = 220 \angle 0^\circ V$

$$\dot{U}_{N'N} = \frac{\frac{\dot{U}_1}{R_1} + \frac{\dot{U}_2}{R_2} + \frac{\dot{U}_3}{R_3}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}} = \frac{\frac{220 \angle 0^\circ}{11} + \frac{220 \angle -120^\circ}{22} + \frac{220 \angle 120^\circ}{22}}{\frac{1}{11} + \frac{1}{22} + \frac{1}{22}} V = 55 \angle 0^\circ V$$

$$\dot{U}'_1 = \dot{U}_1 - \dot{U}_{N'N} = (220 \angle 0^\circ - 55 \angle 0^\circ) V = 165 \angle 0^\circ V$$

$$\dot{U}'_2 = \dot{U}_2 - \dot{U}_{N'N} = (220 \angle -120^\circ - 55 \angle 0^\circ) V = 252 \angle -131^\circ V$$

$$\dot{U}'_3 = \dot{U}_3 - \dot{U}_{N'N} = (220 \angle 120^\circ - 55 \angle 0^\circ) V = 252 \angle 131^\circ V$$

(3) 如无中性线， L_1 相短路，则各相负载电压为

$$\dot{U}'_1 = 0$$

$$\dot{U}'_2 = \dot{U}_{21} = -\dot{U}_{12} = 380 \angle -150^\circ V$$

$$\dot{U}'_3 = \dot{U}_{31} = 380 \angle 150^\circ V$$

各相负载电流为

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{U}'_2}{R_2} = \frac{380\angle -150^\circ}{22} A = 17.3\angle -150^\circ A$$

$$\dot{I}_3 = \frac{\dot{U}'_3}{R_3} = \frac{380\angle 150^\circ}{22} A = 17.3\angle 150^\circ A$$

$$\dot{I}_1 = -(\dot{I}_2 + \dot{I}_3) = -(17.3\angle -150^\circ + 17.3\angle 150^\circ) A = 30\angle 0^\circ A$$

相量图如图2所示。

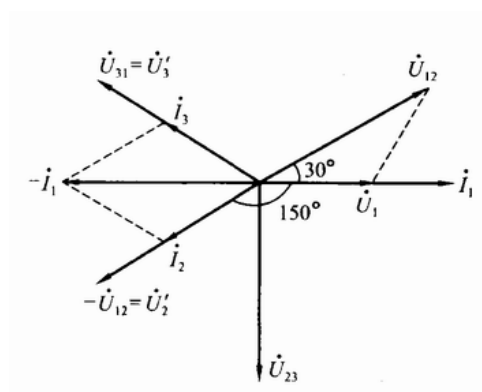


图 2: 习题5.2.1图

5.2.3

有一台三相发电机，其绕组联成星形，每相额定电压为220V。在一次试验时，用电压表量得相电压 $U_1 = U_2 = U_3 = 220V$ ，而线电压则为 $U_{12} = U_{31} = 220V, U_{23} = 380V$ ，试问这种现象是如何造成的？

[解]

由于发电机的 L_1 相绕组接反，电压相量图则如图3所示。可见 $U_{12} = U_{31} =$

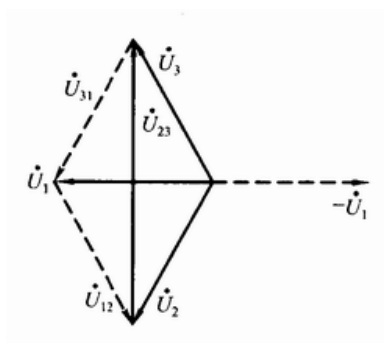


图 3: 习题5.2.3图

$220V, U_{23} = 380V$.

5.2.4

在图4(a)所示的电路中，三相四线制电源电压为380/220V，接有对称星形联结的白炽灯负载，其总功率为180W。此外，在 L_3 相上接有额定电压为220V，功率为40W，功率因数 $\cos\varphi = 0.5$ 的日光灯一支。试求电流 $\dot{I}_1, \dot{I}_2, \dot{I}_3$ 及 \dot{I}_N 。设 $\dot{U}_1 = 220\angle 0^\circ V$ 。

[解] 设

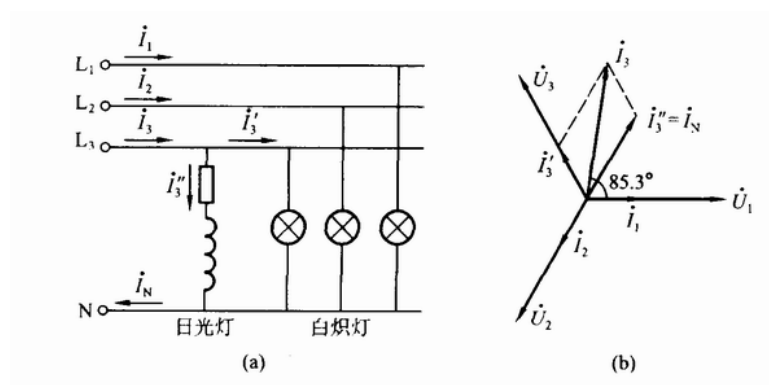


图 4: 习题5.2.4图

$$\dot{U}_1 = 220\angle 0^\circ V$$

$$\dot{U}_2 = 220\angle -120^\circ V$$

$$\dot{U}_3 = 220\angle 120^\circ V$$

每相白炽灯的功率

$$P = \frac{1}{3} \times 180W = 60W$$

每相白炽灯的电流

$$I = \frac{P}{U_P} = \frac{60}{220} A = 0.273A$$

则

$$\dot{I}_1 = 0.273\angle 0^\circ A$$

$$\dot{I}_2 = 0.273\angle -120^\circ A$$

$$\dot{I}'_3 = 0.273\angle 120^\circ A$$

日光灯的电流

$$I''_3 = \frac{P}{U_P \cos\varphi} = \frac{40}{220 \times 0.5} A = 0.364 A$$

因 $\cos \varphi = 0.5, \varphi = 60^\circ, \dot{I}_3''$ 比 \dot{U}_3 滞后 60° ,即比 \dot{U}_1 超前 60° ,故得

$$\begin{aligned}\dot{I}_3'' &= 0.364 \angle 60^\circ A \\ \dot{I}_3 &= \dot{I}_3' + \dot{I}_3'' = (0.273 \angle 120^\circ + 0.364 \angle 60^\circ) A \\ &= 0.553 \angle 85.3^\circ A\end{aligned}$$

中性线电流

$$\begin{aligned}\dot{I}_N &= \dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dot{I}_3' + \dot{I}_3'' \\ &= \dot{I}_3'' = 0.364 \angle 60^\circ A\end{aligned}$$

电压和电流的相量图如图4(b)所示。

5.2.5

图5(a)是两相异步电动机（见第9章）的电源分相电路， O 是铁心线圈的中心抽头。试用相量图说明 \dot{U}_{12} 和 \dot{U}_{o3} 之间的相位差为 90° 。

[解]

由图5(a)可见

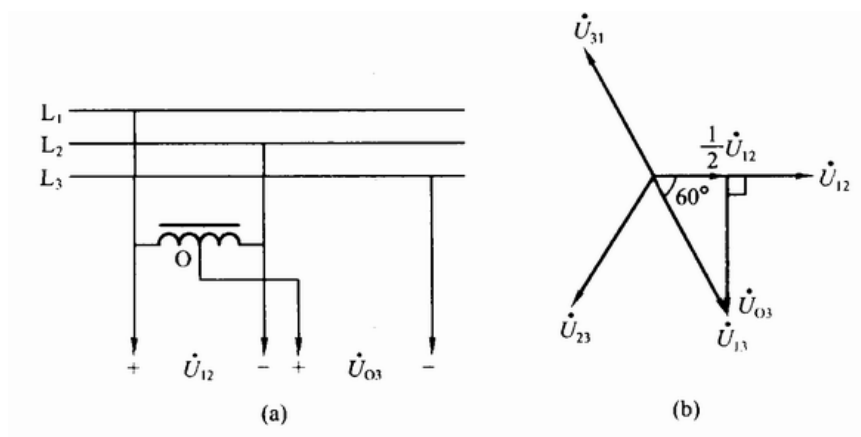


图 5: 习题5.2.5图

$$\begin{aligned}\dot{U}_{o3} &= \dot{U}_{13} - \dot{U}_{1o} = -\dot{U}_{31} - \frac{1}{2}\dot{U}_{12} \\ &= U_l \angle -60^\circ - \frac{1}{2}U_l \angle 0^\circ \\ &= U_l (\cos 60^\circ - j \sin 60^\circ) - \frac{1}{2}U_l \\ &= -j0.0866U_l = 0.866U_l \angle -90^\circ V\end{aligned}$$

5.2.6

图6(a)是小功率星形对称电阻性负载从单相电源获得三相对称电压的电路。已知每相负载电阻 $R = 10\Omega$,电源频率 $f = 50\text{Hz}$,试求所需的 L 和 C 的数值。

[解]

求解本题时,可先进行相量分析,而后计算。

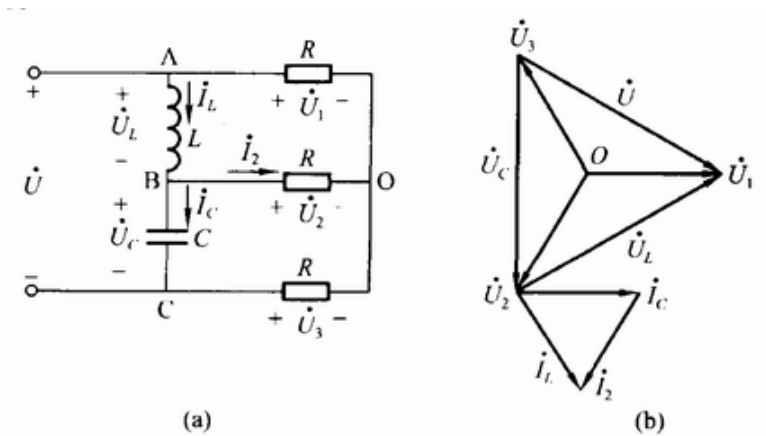


图 6: 习题5.2.6图

按题意, \dot{U}_1 、 \dot{U}_2 、 \dot{U}_3 是三相对称电压, 故可画出其相量图。

从图6(a)的电路图上可得

$$\dot{U}_L = \dot{U}_1 - \dot{U}_2 \quad \dot{U}_C = \dot{U}_2 - \dot{U}_3$$

其相量如图6(b)所示。

\dot{I}_L 滞后于 \dot{U}_L 90° , \dot{I}_C 超前于 \dot{U}_C 90° , 因此相量 \dot{I}_L 和 \dot{I}_C 也可画出。而后再画出 \dot{I}_2 的相量。

可见:

\dot{U} 、 \dot{U}_L 、 \dot{U}_C 构成一正三角形, 故 $U = U_L = U_C$;

\dot{I}_2 、 \dot{I}_L 、 \dot{I}_C 构成一正三角形, 故 $I_2 = I_L = I_C$ 。

于是

$$\begin{aligned} \frac{U}{\sqrt{3}} &= \frac{U_L}{R} = \frac{U_C}{X_C} & \sqrt{3}R &= X_L = X_C \\ 10\sqrt{3} &= 314L & L &= \frac{10\sqrt{3}}{314}H = 0.055H = 55mH \\ 10\sqrt{3} &= \frac{1}{314C} & C &= \frac{1}{314 \times 10\sqrt{3}}F = 184 \times 10^{-6}F = 184\mu F \end{aligned}$$

5.3 负载三角形联结的三相电路

5.3.1

在线电压为380V的三相电源上，接两组电阻性对称负载，如图7所示，试求线电流 I 。

[解]

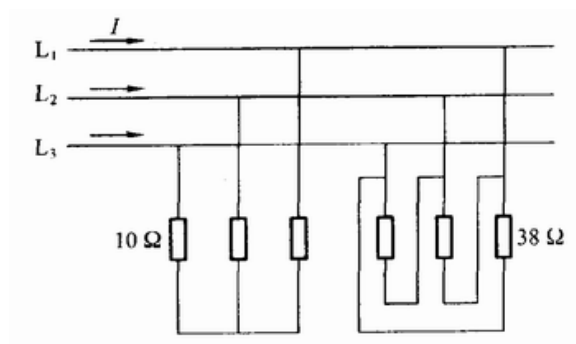


图 7: 习题5.3.1图

星形联结

$$I_{LY} = I_{pY} = \frac{220}{10} A = 22 A$$

三角形联结

$$I_{p\Delta} = \frac{380}{38} A = 10 A, I_{l\Delta} = \sqrt{3} I_{p\Delta} = 10\sqrt{3} A$$

由于 \dot{U}_1 滞后于 \dot{U}_{12} 30° , \dot{I}_{LY} 与 \dot{U}_1 同相, $\dot{I}_{p\Delta}$ 与 \dot{U}_{12} 同相, 而 $\dot{I}_{l\Delta}$ 也滞后于 $\dot{I}_{p\Delta}$ 30° , 故 $\dot{I}_{l\Delta}$ 与 \dot{I}_{LY} 同相, 于是

$$I = I_{LY} + I_{l\Delta} = (22 + 10\sqrt{3}) A = 39.3 A$$

电压与电流的相量图如图8所示。

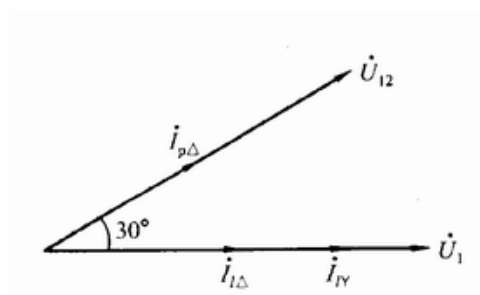


图 8: 习题5.3.1图

5.4 三相功率

5.4.3

在图9中，对称负载联成三角形，已知电源电压 $U_l = 220V$ ，电流表读数 $I_l = 17.3A$ ，三相功率 $P = 4.5kW$ ，试求：(1)每相负载的电阻和感抗；(2)当 L_1L_2 相断开时，图中各电流表的读数和总功率 P ；(3)当 L_1 线断开时，图中各电流表的读数和总功率。

[解]

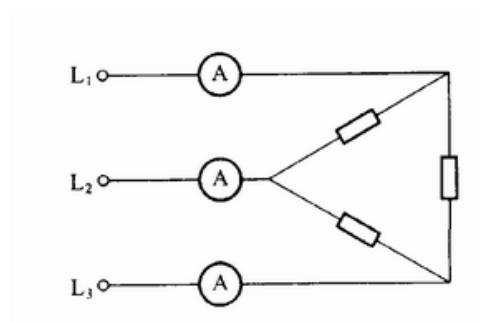


图 9: 习题5.4.3图

(1) 相电流

$$\begin{aligned}
 I_P &= \frac{I_l}{\sqrt{3}} = \frac{17.3}{\sqrt{3}} A = 10A \\
 \cos \varphi &= \frac{P}{\sqrt{3}U_l I_l} = \frac{4.5 \times 10^3}{\sqrt{3} \times 220 \times 17.3} = 0.683 \\
 |Z| &= \frac{U_p}{I_p} = \frac{220}{10} \Omega = 22\Omega \\
 R &= |Z| \cos \varphi = 22 \times 0.683 \Omega = 15\Omega \\
 X_L &= |Z| \sin \varphi = |Z| \sqrt{1 - \cos^2 \varphi} = 22 \times \sqrt{1 - 0.683^2} \Omega = 16.1\Omega
 \end{aligned}$$

(2) 当 L_1L_2 相断开时

$$I_1 = I_2 = 10A \quad I_3 = 17.3A \quad P = 3kW$$

(3) 当 L_1 线断开时， Z_{12} 与 Z_{31} 串联在电压 \dot{U}_{23} 上，其中流过电流为 $\frac{10}{2}A = 5A$ ，且与 L_2L_3 相中的电流(10A)同相，于是得出

$$I_1 = 0 \quad I_2 = I_3 = (5 + 10)A = 15A$$

总功率

$$P = I_p^2 R + \left(\frac{1}{2}I_p\right)^2 \cdot 2R = (10^2 \times 15 + 5^2 \times 2 \times 15)W = 2250W$$

5.4.4

在图10所示的电路中，电源线电压 $U_l = 380V$ ，频率 $f = 50Hz$ ，对称电感性负载的功率 $P = 10kW$ ，功率因数 $\cos \varphi_1 = 0.5$ 。为了将线路功率因数提高到 $\cos \varphi = 0.9$ ，试问在两图中每相并联的补偿电容器的电容值各为多少？采用哪种联结（三角形或星形）方式较好？

[解]

由图11所示的功率三角形可知，所需补偿电容器的无功功率为

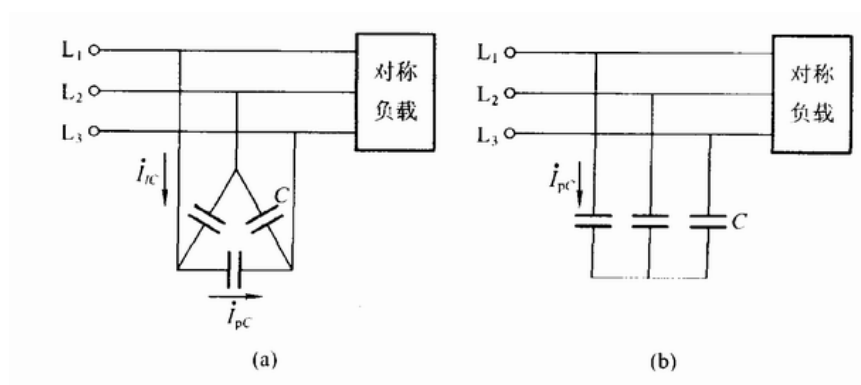


图 10: 习题5.4.4图

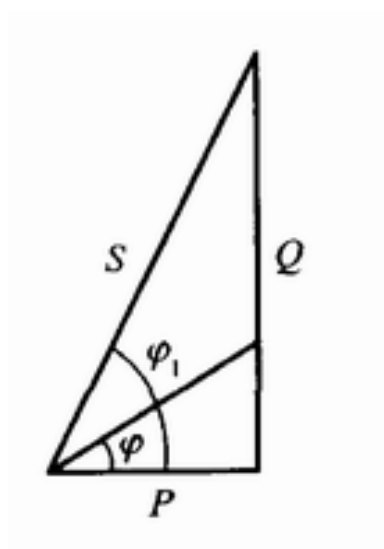


图 11: 习题5.4.4图

$$Q = P \tan \varphi_1 - P \tan \varphi = P(\tan \varphi_1 - \tan \varphi)$$

(1) 电容器三角形联结流过电容器的相电流为

$$I_{pc} = \omega C U_l$$

线电流

$$I_{lc} = \sqrt{3}I_{pc} = \sqrt{3}\omega CU_l$$

电容器的无功功率为

$$Q = \sqrt{3}U_l I_{lc} = \sqrt{3}U_l \sqrt{3}\omega CU_l = 3\omega CU_l^2$$

于是得每相电容器的电容

$$C = \frac{Q}{3\omega U_l^2}$$

在本题中

$$\cos \varphi_1 = 0.5, \varphi_1 = 60^\circ, \tan \varphi_1 = 1.73$$

$$\cos \varphi = 0.9, \varphi = 26^\circ, \tan \varphi = 0.48$$

$$Q = P(\tan \varphi_1 - \tan \varphi) = 10 \times 10^3 (1.73 - 0.48) \text{var} = 12.5 \times 10^3 \text{var}$$

由此得

$$C = \frac{Q}{3\omega U_l^2} = \frac{12.5 \times 10^3}{3 \times 314 \times 380^2} F = 92 \times 10^{-6} F = 92 \mu F$$

(2) 电容器星形联结

与(1)不同者, 在图10(b)中每相电容器上加的是电源相电压, 因此每相电容

$$C = \frac{Q}{3\omega U_p^2} = \frac{12.5 \times 10^3}{3 \times 314 \times 220^2} F = 274 \times 10^{-6} F = 274 \mu F$$

所用电容量比三角形联结时要大三倍, 故提高三相电感性电路的功率因数时, 电容器常联结成三角形。

5.4.5

如果电压相等, 输送功率相等, 距离相等, 线路功率损耗相等, 则三相输电线(设负载对称)的用铜量为单相输电线的用铜量的 $\frac{3}{4}$ 。试证明之。

[解]

因为输送功率相等, 即

$$\sqrt{3}U_3 I_3 \cos \varphi = U_1 I_1 \cos \varphi$$

则得

$$I_1 = \sqrt{3}I_3$$

因为线路功率损耗相等，即

$$3I_3^2 R_3 = 2I_1^2 R_1$$

则得

$$R_1 = \frac{1}{2}R_3 \text{ 或 } S_1 = 2S_3$$

因此，用铜量之比为

$$\frac{(\text{用铜量})_3}{(\text{用铜量})_1} = \frac{3S_3 l \rho}{2S_1 l \rho} = \frac{3}{4}$$

上列各式中， R 是每根输电线的电阻， S 是输电线的截面积， l 是输电线的长度， ρ 是导线材料的密度。

目录

第6章 磁路与铁心线圈电路	3
第6.1节 磁路及其分析方法	3
第6.1.1题	3
第6.1.2题	3
第6.1.3题	3
第6.1.4题	4
第6.2节 交流铁心线圈电路	4
第6.2.3题	4
第6.3节 变压器	5
第6.3.2题	5
第6.3.4题	6
第6.3.6题	7
第6.4节 电磁铁	7
第6.4.1题	7

List of Figures

1	习题6.3.4图	6
2	习题6.3.6图	7

6 磁路与铁心线圈电路

6.1 磁路及其分析方法

6.1.1

有一线圈，其匝数 $N = 1000$ ，绕在由铸钢制成的闭合铁心上，铁心的截面积 $S_{Fe} = 20\text{cm}^2$ ，铁心的平均长度 $l_{Fe} = 50\text{cm}$ ，如要在铁心中产生磁通 $\Phi = 0.002\text{Wb}$ ，试问线圈中应通入多大的直流电流？

[解]

先计算磁感应强度

$$B = \frac{\Phi}{S_{Fe}} = \frac{0.002}{20 \times 10^{-4}}\text{T} = 1\text{T}$$

而后查铸钢的磁化曲线（教材图6.1.5），得出

$$H = 0.7 \times 10^3\text{A/m}$$

于是可得

$$I = \frac{Hl_{Fe}}{N} = \frac{0.7 \times 10^3 \times 50 \times 10^{-2}}{1000}\text{A} = 0.35\text{A}$$

6.1.2

如果上题的铁心中含有一长度为 $\delta = 0.2\text{cm}$ 的空气隙（与铁心柱垂直），由于空气隙较短，磁通的边缘扩散可忽略不计，试问线圈中的电流必需多大才可使铁心中的磁感应强度保持上题中的数值？

[解]

$$\begin{aligned} NI &= Hl_{Fe} + H_0\delta = Hl_{Fe} + \frac{B_0}{\mu_0}\delta \\ &= (0.7 \times 10^3 \times 50 \times 10^{-2} + \frac{1}{4\pi \times 10^{-7}} \times 0.2 \times 10^{-2})\text{A} = 1942\text{A} \\ I &= \frac{NI}{N} = \frac{1942}{1000}\text{A} = 1.94\text{A} \end{aligned}$$

6.1.3

在题6.1.1中，如将线圈中电流调到 2.5A ，试求铁心中的磁通。

[解]

磁场强度

$$H = \frac{NI}{l_{Fe}} = \frac{1000 \times 2.5}{50 \times 10^{-2}}\text{A/m} = 5000\text{A/m}$$

从教材图6.1.5所示的磁化曲线 b 查得相应得磁感应强度

$$B = 1.6T$$

铁心中的磁通

$$\Phi = BS_{Fe} = 1.6 \times 20 \times 10^{-4}Wb = 0.0032Wb$$

6.1.4

有一铁心线圈，试分析铁心中的磁感应强度、线圈中的电流和铜损 RI^2 ，在下列几种情况下将如何变化：

- (1) 直流励磁—铁心截面积加倍，线圈的电阻和匝数以及电源电压保持不变；
- (2) 交流励磁一同(1)
- (3) 交流励磁—频率和电源电压的大小减半。

假设在上述各种情况下工作点在磁化曲线的直线段。在交流励磁的情况下，设电源电压与感应电动势在数值上近于相等，且忽略磁滞和涡流。铁心是闭合的，截面均匀。

[解]

- (1) 电流和铜损不变，即

$$I = \frac{U}{R} \quad \Delta P_{Cu} = RI^2$$

由 $R_m = \frac{l}{\mu S}$ 可知，磁阻 R_m 减半，而磁通势 NI 不变，故磁通

$$\Phi = \frac{NI}{R_m}$$

加倍，磁感应强度

$$B = \frac{\Phi}{S}$$

不变。

- (2) 由 $U \approx 4.44fN\Phi_m = 4.44fNB_mS$ 可知，铁心中的磁感应强度的最大值 B_m 减半。

因工作点在磁化曲线的直线段， H 与 B 成正比，故 H_m 也减半。由 $\sqrt{2}NI = H_m l$ 可知，线圈中电流 I 减半，而铜损 RI^2 则减小到原来的 $\frac{1}{4}$ 。

- (3) B_m 、 I 及 RI^2 均不变。

6.2 交流铁心线圈电路

6.2.3

将一铁心线圈接于电压 $U = 100V$ 、频率 $f = 50Hz$ 的正弦电源上，其电

流 $I_1 = 5A$, $\cos \varphi_1 = 0.7$ 。若将此线圈中铁心抽出, 再接于上述电源上, 则线圈中 $I_2 = 10A$, $\cos \varphi_2 = 0.05$ 。试求此线圈在具有铁心时的铜损和铁损。

[解]

线圈有铁心时的功率:

$$P_1 = UI_1 \cos \varphi_1 = 100 \times 5 \times 0.7W = 350W$$

线圈无铁心时的功率:

$$P_2 = UI_2 \cos \varphi_2 = 100 \times 10 \times 0.05W = 50W$$

由此可求线圈的电阻:

$$R = \frac{P_2}{I_2^2} = \frac{50}{10^2} \Omega = 0.5 \Omega$$

线圈有铁心时的铜损:

$$\Delta P_{Cu} = RI_1^2 = 0.5 \times 5^2 W = 12.5W$$

线圈有铁心时的铁损:

$$\Delta P_{Fe} = P_1 - \Delta P_{Cu} = (350 - 12.5)W = 337.5W$$

6.3 变压器

6.3.2

SJL 型三相变压器铭牌数据如下: $S_N = 180kV \cdot A$, $U_{1N} = 10kV$, $U_{2N} = 400V$, $f = 50Hz$, 联接 Y/Y_0 。已知每匝线圈感应电动势为 $5.133V$, 铁心截面积为 $160cm^2$ 。试求: (1)一次、二次绕组的匝数; (2)变压比; (3)一次、二次绕组的额定电流; (4)铁心中磁感应强度 B_m 。

[解]

电路见教材图6.3.4(a)

(1)

$$\begin{aligned} U_{p1} &= \frac{U_{1N}}{\sqrt{3}} = \frac{10 \times 10^3}{\sqrt{3}} V = 5.78 \times 10^3 V \\ N_1 &= \frac{U_{p1}}{e} = \frac{5.78 \times 10^3}{5.133} \text{匝} = 1126 \text{匝} \\ U_{p2} &= \frac{U_{2N}}{\sqrt{3}} = \frac{400}{\sqrt{3}} V = 231 V \\ N_2 &= \frac{U_{p2}}{e} = \frac{231}{5.133} \text{匝} = 45 \text{匝} \end{aligned}$$

(2)

$$K = \frac{U_{1N}}{U_{2N}} = \frac{10 \times 10^3}{400} = 25$$

(3)

$$I_{1N} = \frac{S_N}{\sqrt{3}U_{1N}} = \frac{180 \times 10^3}{\sqrt{3} \times 10 \times 10^3} A = 10.4 A$$
$$I_{2N} = \frac{S_N}{\sqrt{3}U_{2N}} = \frac{180 \times 10^3}{\sqrt{3} \times 400} A = 260 A$$

(4)

$$B_m = \frac{U_{p1}}{4.44fN_1S} = \frac{5.78 \times 10^3}{4.44 \times 50 \times 1126 \times 160 \times 10^{-4}} T$$
$$= 1.45 T$$

6.3.4

在图1中，输出变压器的二次绕组有中间抽头，以便接 8Ω 或 3.5Ω 的扬声器，两者都能达到阻抗匹配。试求二次绕组两部分匝数之比 $\frac{N_2}{N_3}$ 。

[解]

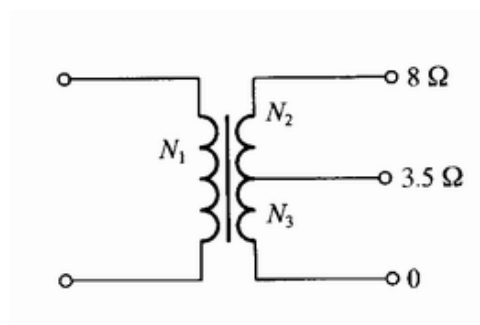


图 1: 习题6.3.4图

$$\left(\frac{N_1}{N_2 + N_3}\right)^2 \times 8 = \left(\frac{N_1}{N_3}\right)^2 \times 3.5$$
$$\left(\frac{N_2 + N_3}{N_3}\right)^2 = \frac{8}{3.5}$$
$$\left(\frac{N_2}{N_3} + 1\right)^2 = \frac{8}{3.5}$$
$$\frac{N_2}{N_3} = \sqrt{\frac{8}{3.5}} - 1 \approx 1.5 - 1 = \frac{1}{2}$$

6.3.6

图2所示的是一电源变压器，一次绕组有550匝，接220V电压。二次绕组有两个：一个电压36V、负载36W；一个电压12V、负载24W。两个都是纯电阻负载。试求一次电流 I_1 和两个二次绕组的匝数。

[解]

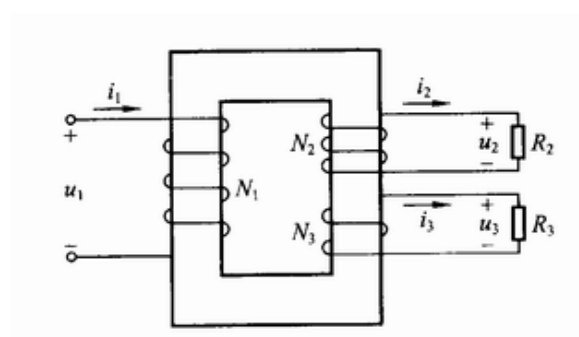


图 2: 习题6.3.6图

(1)

$$\begin{aligned} \frac{N_1}{N_2} &= \frac{U_1}{U_2} & N_2 &= \frac{U_2}{U_1} N_1 = \frac{36}{220} \times 550 \text{匝} = 90 \text{匝} \\ \frac{N_1}{N_3} &= \frac{U_1}{U_3} & N_3 &= \frac{U_3}{U_1} N_1 = \frac{12}{220} \times 550 \text{匝} = 30 \text{匝} \end{aligned}$$

(2)

$$\begin{aligned} I_2 &= \frac{P_2}{U_2} = \frac{36}{36} A = 1 A \\ I_3 &= \frac{P_3}{U_3} = \frac{24}{12} A = 2 A \end{aligned}$$

(3) 因 i_2 和 i_3 相位相同，故用下式计算 I_1 ：

$$\begin{aligned} I_1 &= \frac{N_2 I_2}{N_1} + \frac{N_3 I_3}{N_1} = \left(\frac{90 \times 1}{550} + \frac{30 \times 2}{550} \right) A \\ &= (0.16 + 0.11) A = 0.27 A \end{aligned}$$

6.4 电磁铁

6.4.1

有一交流接触器CJ0-10A，其线圈电压为380V，匝数为8750匝，导线直径为0.09mm。今要用在220V电源上，问应如何改装？即计算线圈匝数和换用直径为多少毫米的导线。

[解]

(1)改装前后吸力不变，磁通最大值 Φ_m 应保持不变；(2) Φ_m 保持不变，改装前后磁通势应该相等；(3)电流与导线截面积成正比。

由 $U \approx 4.44fN\Phi_m$ 可知，当 Φ_m 与 f 保持不变时， U 和 N 成正比，于是改装后线圈的匝数为

$$N = \frac{220}{380} \times 8750 \text{匝} = 5066 \text{匝}$$

改装后的电流为 I ，改装前的电流为 I_1 ，而电流正比于导线截面，于是得出

$$\begin{aligned} NI &= 8750I_1 \\ d^2 N &= (0.09)^2 \times 8750 \\ d^2 &= \frac{(0.09)^2 \times 8750}{5066} = 0.014 \\ \text{导线直径} \quad d &= 0.12 \text{mm} \end{aligned}$$

目录

- 第7章 交流电动机 2
 - 第7.3节 三相异步电动机的电路分析 2
 - 第7.3.2题 2
 - 第7.4节 三相异步电动机的转矩与机械特性 2
 - 第7.4.1题 2
 - 第7.4.2题 3
 - 第7.4.4题 4
 - 第7.5节 三相异步电动机的起动 5
 - 第7.5.2题 5

7 交流电动机

7.3 三相异步电动机的电路分析

7.3.2

有一台四极， $50Hz$ ， $1425r/min$ 的三相异步电动机，转子电阻 $R_2 = 0.02\Omega$ ，感抗 $X_{20} = 0.08\Omega$ ， $E_1/E_{20} = 10$ ，当 $E_1 = 200V$ 时，试求：(1)电动机起动初始瞬间($n = 0, s = 1$)转子每相电路的电动势 E_{20} ，电流 I_{20} 和功率因数 $\cos \varphi_{20}$ ；(2)额定转速时的 E_2 ， I_2 和 $\cos \varphi_2$ 。比较在上述两种情况下转子电路的各个物理量（电动势、频率、感抗、电流及功率因数）的大小。

[解]

(1) 起动初始瞬间

$$\begin{aligned}E_{20} &= \frac{E_1}{10} = \frac{200}{10}V = 20V \\I_{20} &= \frac{E_{20}}{\sqrt{R_2^2 + X_{20}^2}} = \frac{20}{\sqrt{0.02^2 + 0.08^2}}A = 243A \\\cos \varphi_{20} &= \frac{R_2}{\sqrt{R_2^2 + X_{20}^2}} = \frac{0.02}{\sqrt{0.02^2 + 0.08^2}} = 0.243\end{aligned}$$

(2) 额定转速时

$$\begin{aligned}S_N &= \frac{1500 - 1425}{1500} = 0.05 \\E_2 &= sE_{20} = 0.05 \times 20V = 1V \\I_2 &= \frac{E_2}{\sqrt{R_2^2 + (sX_{20})^2}} = \frac{1}{\sqrt{0.02^2 + (0.05 \times 0.08)^2}}A = 49A \\\cos \varphi_2 &= \frac{R_2}{\sqrt{R_2^2 + (sX_{20})^2}} = \frac{0.02}{\sqrt{0.02^2 + (0.05 \times 0.08)^2}} = 0.98 \\f_2 &= sf_1 = 0.05 \times 50Hz = 2.5Hz\end{aligned}$$

7.4 三相异步电动机的转矩与机械特性

7.4.1

已知Y100L1-4型异步电动机的某些额定技术数据如下：

$2.2kW$	$380V$	星形接法
$1420r/min$	$\cos \varphi = 0.82$	$\eta = 81\%$

试计算：(1)相电流和线电流的额定值及额定负载时的转矩；(2)额定转差率及额定负载时的转子电流频率。设电源频率为 $50Hz$ 。

[解]

(1) 线电流的额定值

$$I_{1N} = \frac{P_{2N}}{\sqrt{3}U_l \cos \varphi \cdot \eta} = \frac{2.2 \times 10^3}{\sqrt{3} \times 380 \times 0.82 \times 0.81} A = 5A$$

相电流的额定值

$$I_{pN} = I_{lN} = 5A$$

额定转矩

$$T_N = 9550 \frac{P_{2N}}{n_N} = 9550 \times \frac{2.2}{1420} N \cdot m = 14.8 N \cdot m$$

(2) 额定转差率和额定负载时的转子电流频率

$$\begin{aligned} s_N &= \frac{1500 - 1420}{1500} = 0.053 \\ f_2 &= s_N f_1 = 0.053 \times 50 Hz = 2.65 Hz \end{aligned}$$

7.4.2

有台三相异步电动机，其额定转速为 $1470r/min$ ，电源频率为 $50Hz$ 。在 a .启动瞬间， b .转子转速为同步转速的 $\frac{2}{3}$ 时， c .转差率为 0.02 时三种情况下，试求：

(1) 定子旋转磁场对定子的转速 n_{1-1} ；

(2) 定子旋转磁场对转子的转速 n_{1-2} ；

(3) 转子旋转磁场对转子的转速 n_{2-2} ；

(4) 转子旋转磁场对定子的转速 n_{2-1} ；

(5) 转子旋转磁场对定子旋转磁场的转速。

[解]

转子旋转磁场和定子旋转磁场是按同一方向在空间旋转。
定子旋转磁场对定子（即对空间）的相对转速 $n_{1-1} = n_0 = \frac{60f_1}{p}$ ，决定于定子电流的频率 f_1 ；同理，转子旋转磁场对转子的相对转速 n_{2-2} 决定于转子电流的频率 f_2 ，即

$$n_{2-2} = \frac{60f_2}{p} = \frac{60sf_1}{p} = sn_0$$

但转子本身是以 n 的转速在空间转动（转动方向与磁场旋转方向相同），于是转子旋转磁场对定子的相对转速为

$$n_{2-1} = n_{2-2} + n = sn_0 + (1-s)n_0 = n_0$$

由此可见，不论转子转速 n 等于多大，转子旋转磁场和定子旋转磁场总是以同一转速在空间旋转着。两者的相对转速为零。

a. $n = 0, s = 1$

$$(1) n_{1-1} = n_0 = \frac{60f_1}{p} = \frac{60 \times 50}{2} r/min = 1500 r/min$$

$$(2) n_{1-2} = n_0 - n = (1500 - 0) r/min = 1500 r/min$$

$$(3) n_{2-2} = sn_0 = 1500 r/min$$

$$(4) n_{2-1} = n_0 = 1500 r/min$$

$$(5) 0$$

b. $n = \frac{2}{3} \times 1500 r/min = 1000 r/min, s = \frac{1500 - 1000}{1500} = \frac{1}{3}$

$$(1) n_{1-1} = n_0 = 1500 r/min$$

$$(2) n_{1-2} = n_0 - n = (1500 - 1000) r/min = 500 r/min$$

$$(3) n_{2-2} = sn_0 = \frac{1}{3} \times 1500 r/min = 500 r/min$$

$$(4) n_{2-1} = n_0 = 1500 r/min$$

$$(5) 0$$

c. $s = 0.02, n = (1 - s)n_0 = 0.98 \times 1500 r/min = 1470 r/min$

$$(1) n_{1-1} = n_0 = 1500 r/min$$

$$(2) n_{1-2} = n_0 - n = (1500 - 1470) r/min = 30 r/min$$

$$(3) n_{2-2} = sn_0 = 0.02 \times 1500 r/min = 30 r/min$$

$$(4) n_{2-1} = n_0 = 1500 r/min$$

$$(5) 0$$

7.4.4

已知Y132S-4型三相异步电动机的额定技术数据如下：

功率	转速	电压	效率	功率因数	I_{st}/I_N	T_{st}/T_N	T_{max}/T_N
5.5kW	1440r/min	380V	85.5%	0.84	7	2.2	2.2

电源频率为50Hz。试求额定状态下的转差率 s_N ，电流 I_N 和转矩 T_N ，以及起动电流 I_{st} ，起动转矩 T_{st} ，最大转矩 T_{max} 。

[解]

目前4~100kW的异步电动机都已设计为380V三角形联结，所以连接方式是知道的。但计算本题时毋须知道是何种联结。

(1) 因为 $n_N = 1440 r/min$ ，可判定同步转速

$$n_0 = 1500 r/min$$

则磁极对数为

$$p = \frac{60f_1}{n_0} = \frac{60 \times 50}{1500} = 2$$

额定转差率

$$s_N = \frac{n_0 - n}{n_0} = \frac{1500 - 1440}{1500} = 0.04$$

(2) 额定电流指定子线电流, 即

$$I_N = \frac{P_2}{\sqrt{3}U_N \eta \cos \varphi} = \frac{5.5 \times 10^3}{1.73 \times 380 \times 0.84 \times 0.855} A = 11.6 A$$

(3) 额定转矩

$$T_N = 9550 \frac{P_2}{n_N} = 9550 \times \frac{5.5}{1440} N \cdot m = 36.5 N \cdot m$$

注意, 式中 P_2 的单位为 kW

(4) 起动电流

$$I_{st} = \left(\frac{I_{st}}{I_N} \right) I_N = 7 \times 11.6 A = 81.2 A$$

(5) 起动转矩

$$T_{st} = \left(\frac{T_{st}}{T_N} \right) T_N = 2.2 \times 36.5 N \cdot m = 80.3 N \cdot m$$

(6) 最大转矩

$$T_{max} = \left(\frac{T_{max}}{T_N} \right) T_N = 2.2 \times 36.5 N \cdot m = 80.3 N \cdot m$$

7.5 三相异步电动机的起动

7.5.2

某四极三相异步电动机的额定功率为 $30kW$, 额定电压为 $380V$, 三角形连接, 频率为 $50Hz$ 。在额定负载下运行时, 其转差率为 0.02 , 效率为 90% , 线电流为 $57.5A$, 并已知 $\frac{T_{st}}{T_N} = 1.2$, $\frac{I_{st}}{I_N} = 7$ 。如果采用自耦变压器降压起动, 而使电动机的起动转矩为额定转矩的 85% , 试求: (1) 自耦变压器的变比; (2) 电动机的起动电流和线路上的起动电流各为多少?

[解]

电动机的额定转速

$$n_N = (1 - s)n_0 = (1 - 0.02) \times 1500 r/min = 1470 r/min$$

额定转矩

$$T_N = 9550 \times \frac{30}{1470} N \cdot m = 194.9 N \cdot m$$

- (1) 采用自耦变压器降压起动，而使起动转矩为额定转矩的85%，即

$$T'_{st} = 194.9 \times 85\% N \cdot m = 165.7 N \cdot m$$

而直接起动时

$$T_{st} = 1.2T_N = 1.2 \times 194.9 N \cdot m = 233.9 N \cdot m$$

因起动转矩与电压的平方成正比，故变压器的变比为

$$K = \sqrt{\frac{T_{st}}{T'_{st}}} = \sqrt{\frac{233.9}{165.7}} = 1.19$$

- (2) 电动机的起动电流即为起动时自耦变压器二次侧的电流

$$I'_{st} = \frac{I_{st}}{K} = \frac{7 \times 57.5}{1.19} A = 338.2 A$$

线路上的起动电流即为起动时自耦变压器一次侧的电流

$$I''_{st} = \frac{I'_{st}}{K} = \frac{338.2}{1.19} A = 284.2 A$$

目录

第10章 继电接触器控制系统	3
第10.2节 笼型电动机直接起动的控制线路	3
第10.2.1题	3
第10.2.3题	3
第10.4节 行程控制	4
第10.4.1题	4
第10.4.2题	4
第10.5节 时间控制	5
第10.5.1题	5
第10.5.2题	5

List of Figures

1	习题10.2.1图	3
2	习题10.4.2图	4
3	习题10.4.2图	5
4	习题10.5.1图	6
5	习题10.5.1图	6
6	习题10.5.1图	6
7	习题10.5.1图	6
8	习题10.5.2图	7
9	习题10.5.2图	7

10 继电器控制系统

10.2 笼型电动机直接起动的控制线路

10.2.1

试画出三相笼型电动机既能连续工作，又能点动工作的控制线路。

[解]

在图1中， SB_2 是连续工作的起动按钮。 SB_3 是双联按钮，用于点动工作。

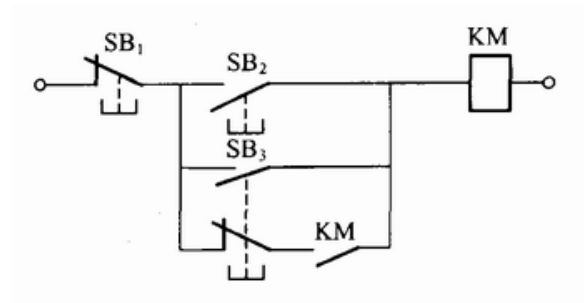


图 1: 习题10.2.1图

按下 SB_3 时， KM 通电，主触点闭合，电动机起动。因 SB_3 的常闭触点同时断开，无自锁作用。松开 SB_3 ， KM 断电，电动机停车。

10.2.3

根据教材图10.2.2接线做实验时，将开关 Q 合上后按下起动按钮 SB_2 ，发现有下列现象，试分析和处理故障：(1)接触器 KM 不动作；(2)接触器 KM 动作，但电动机不转动；(3)电动机转动，但一松手电机就不转；(4)接触器动作，但吸合不上；(5)接触器触点有明显颤动，噪声较大；(6)接触器线圈冒烟甚至烧坏；(7)电动机不转动或者转的较慢，并有“嗡嗡”声。

[答]

- (1) 接触器 KM 不动作的故障原因可能有下列几种：
 - (a) 三相电源无电；
 - (b) 有关相中熔断器的熔丝已断，控制电路不通电；
 - (c) 热继电器 FR 的动断触点动作后未复位；
 - (d) 停止按钮 SB_1 接触不良；
 - (e) 控制电路中电器元件的接线端接触不良或连接导线端有松动。
- (2) 接触器 KM 动作，但电动机不转动的故障原因可能有下列几种（问题不在控制电路，应查主电路）：
 - (a) 接触器的主触点已损坏；

- (b) 从接触器主触点到电动机之间的导线有断线处或接线端接触不良；
- (c) 电动机已损坏。
- (3) 电动机转动，但一松手电机就不转，其原因是自锁触点未接上或该段电路有断损和接触不良之处。
- (4) 接触器动作，但吸和不上，主要由于电压过低，也可能因某种机械障碍造成的。
- (5) 接触器触点有明显颤动，主要由于铁心端面的短路环断裂所致，也可能由于电压过低，吸力不够。
- (6) 接触器线圈冒烟甚至烧坏，其原因有：
 - (a) 电压过高；
 - (b) 由于(4)中原因接触器吸和不上，导致线圈过热而烧坏。
- (7) 电动机不转动或转的较慢，并有“嗡嗡”声，这是由于某种原因而造成电动机单相起动所致。

10.4 行程控制

10.4.1

将教材图10.4.2(b)的控制电路怎样改一下，就能实现工作台自动往复运动？

[解]

只需将原位行程开关 SQ_a 的动合触点与正转按钮 SB_F 并联即可。当电动机反转到达原位时，挡块压下 SQ_a ，不仅将它的动断触点压开，使电动机停止反转，同时将上述动合触点压合，使电动机正转，接着就实现工作台自动往复运动。按下停止按钮 SB_1 ，电动机才停车。

10.4.2

在图2中，要求按下起动按钮后能顺序完成下列动作：(1)运动部件A从1到2；(2)接着B从3到4；(3)接着A从2回到1；(4)接着B从4回到3。试画出控制线路。（提示：用四个行程开关，装在原位和终点，每个有一动合触点和一动断触点。）

[解]

电动机 M_1 和 M_2 的主电路按教材图10.3.2正反转连接，其正反转接触器分别

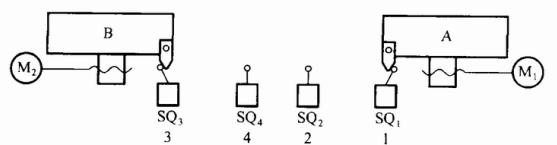


图 2: 习题10.4.2图

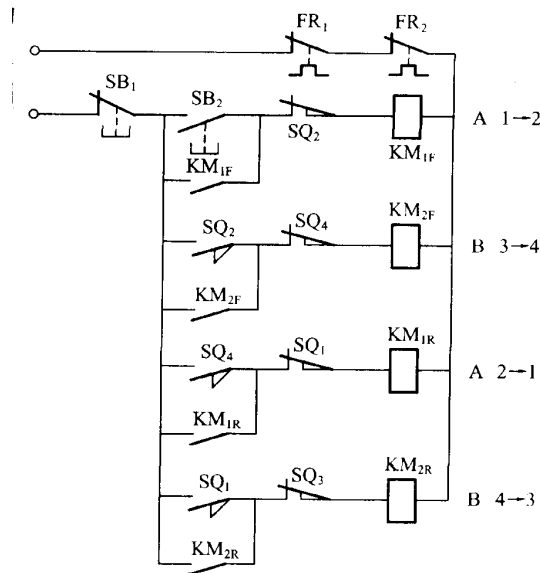


图 3: 习题10.4.2图

为 KM_{1F} , KM_{1R} 和 KM_{2F} , KM_{2R} 。控制电路如图3所示。

10.5 时间控制

10.5.1

根据下列要求分别绘出控制电路 (M_1 和 M_2 都是三相笼型电动机) ;

- (2) 电动机 M_1 先起动后, M_2 才能起动, 且 M_2 能点动;
- (4) M_1 先起动, 经过一定延时后 M_2 能自行起动, M_2 起动后, M_1 立即停车;
- (5) 起动时, M_1 起动后 M_2 才能起动; 停止时, M_2 停止后 M_1 才能停止。

[解]

图4是电动机 M_1 和 M_2 的主电路。图5, 图6和图7分别为习题10.5.1(2).(4).(5)的控制线路。

10.5.2

试绘出笼型电动机定子串联电阻降压起动的控制线路。

[解]

主电路和控制电路如图8所示。

控制电路接上电源 \rightarrow KT 通电 \rightarrow 动断延时闭合触点瞬时断开

按 $SB_2 \rightarrow KM_1$ 通电 $\left\{ \begin{array}{l} \text{电动机串联电阻 } R \text{ 降压起动} \\ KT \text{ 断电} \xrightarrow{\text{延时}} KM_2 \text{ 通电 (起动完毕)} \end{array} \right.$

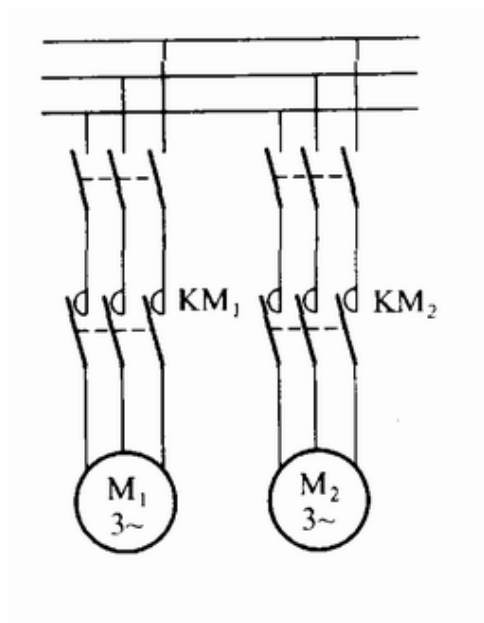


图 4: 习题10.5.1图

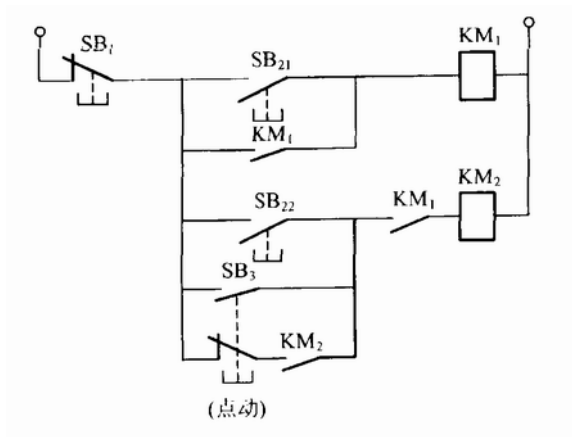


图 5: 习题10.5.1图

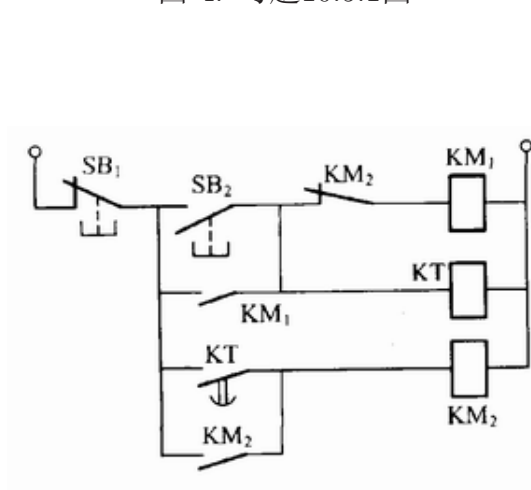


图 6: 习题10.5.1图

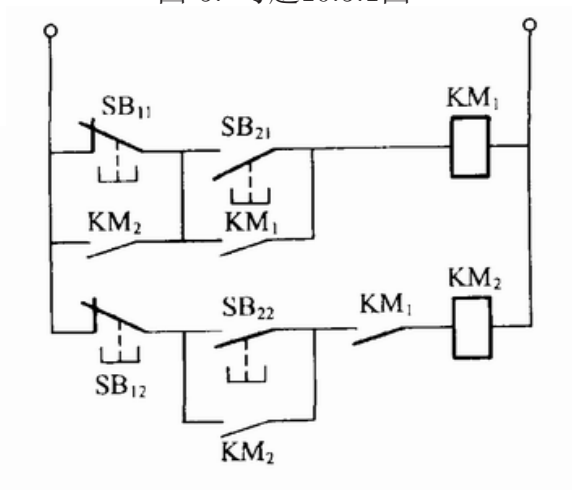


图 7: 习题10.5.1图

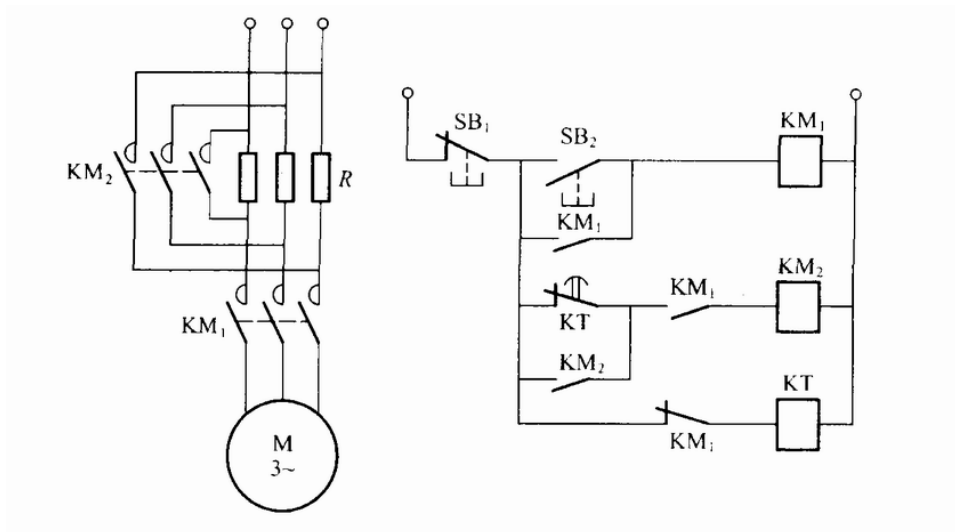


图 8: 习题10.5.2图

这里要注意时间继电器的动作：

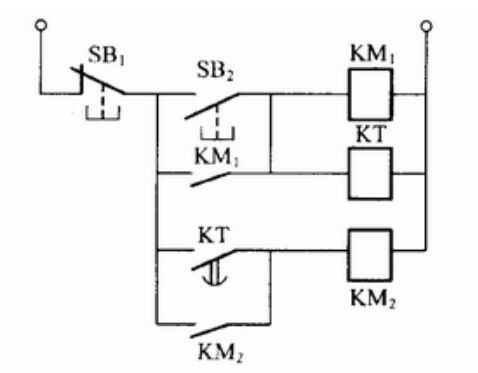


图 9: 习题10.5.2图

- (1)它是断电延时的；
 - (2)它的动断延时闭合触点的动作顺序。
- 本题也可采用通电延时，其控制电路如图9所示。

