

## 第二章 随机变量及其分布

1. 将 3 个球随机地放入 4 个杯子中去，设  $X$  为杯子中球的最大个数，求  $X$  的所有取值，并求概率  $P\{X=3\}$ 。

2. 某人射击的命中率为 0.6，他独立进行了 5 次射击，记  $X$  为命中次数，求他至少命中一次的概率。

3. 袋中有编号为 1, 2, 3, 4, 5 的 5 个球，从中任取三个球，以  $X$  表示三个球的最大号码，求  $X$  的分布律。

学号：\_\_\_\_\_；姓名：\_\_\_\_\_；教师：\_\_\_\_\_

4. 设在  $N$  件产品中有  $M$  件不合格品，从这批产品中随机地抽取  $n$  件作检查，求其中不合格品的件数  $X$  的分布律，（此时称  $X$  服从参数为  $N$ ， $M$ ， $n$  的超几何分布）。

5. 已知随机变量  $X$  的分布律为

$X$	-2	-1	0	1	2	4
$p_k$	0.2	0.1	0.3	0.1	0.2	0.1

试求关于  $t$  的一元二次方程  $3t^2 + 2Xt + (X + 1) = 0$  有实根的概率。

6. 设随机变量  $X$  的分布律为  $P\{X = k\} = \frac{a}{N}$ ， $k = 1, 2, \dots, N$ 。试确定常数  $a$ 。

学号：\_\_\_\_\_；姓名：\_\_\_\_\_；教师：\_\_\_\_\_

7. 一大楼装有 5 个同类型的供水设备。调查表明在任一时刻  $t$  每个设备被使用的概率为 0.1，问在同一时刻：

(1) 恰有 2 个设备被使用的概率是多少？

(2) 至少有 3 个设备被使用的概率是多少？

(3) 至多有 3 个设备被使用的概率是多少？

(4) 至少有 1 个设备被使用的概率是多少？

8. 随机变量  $X$  的分布律为

$X$	2	3	4
$p_k$	0.3	0.4	0.3

，求  $X$  的分布函数，并求  $P\{X > \sqrt{5}\}$  和  $P\{3 \leq X \leq 5\}$ 。

学号：\_\_\_\_\_；姓名：\_\_\_\_\_；教师：\_\_\_\_\_

---

9. 已知离散型随机变量  $X$  的分布函数为  $F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ 0.2, & 0 \leq x \leq 1, \\ 1, & x \geq 1, \end{cases}$  且对  $X$  的每个可能值  $x_k$ , 有  $P\{X = x_k\} > 0$ , 求  $X$  的分布律。

10. 问  $A$  为何值时,  $F(x) = \begin{cases} A - e^{-x}, & x \geq 0, \\ 0, & x < 0 \end{cases}$  是一随机变量  $X$  的分布函数。

11. 设  $X$  是  $[-2, 5]$  上的均匀分布随机变量, 求关于  $u$  的二次方程  $4u^2 + 4Xu + X + 2 = 0$ 。有实根的概率。

学号: \_\_\_\_\_; 姓名: \_\_\_\_\_; 教师: \_\_\_\_\_

12. 连续型随机变量  $X$  的分布函数为

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -a, \\ A + B \arcsin \frac{x}{a}, & -a < x < a, \\ 1, & x \geq a. \end{cases}$$

其中,  $a$  为正常数, 求

(1) 常数  $A$  和  $B$ ;

$$(2) \quad P\left\{-\frac{a}{2} < x < \frac{a}{2}\right\};$$

(3)  $X$  的概率密度。

学号：\_\_\_\_\_；姓名：\_\_\_\_\_；教师：\_\_\_\_\_

---

13. 设随机变量  $X$  的概率密度为, 
$$f(x) = \begin{cases} cx^2, & 1 \leq x \leq 2, \\ cx & 2 < x \leq 3, \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

试确定常数  $c$ , 并求  $X$  的分布函数及  $P\{1 < X < \sqrt{5}\}$ 。

14. 设  $X \sim N(3, 2^2)$ ,

(1) 求  $P\{2 < X \leq 5\}$ ,  $P\{-4 < X \leq 10\}$ ,  $P\{|X| > 2\}$ ,  $P\{X > 3\}$ ;

(2) 确定  $c$  使得  $P\{X > c\} = P\{X \leq c\}$ ;

学号：\_\_\_\_\_；姓名：\_\_\_\_\_；教师：\_\_\_\_\_

(3) 设  $d$  满足  $P\{X > d\} \geq 0.9$ ，问  $d$  至多为多少？

15. 设  $X$  的分布律为

$X$	$-2$	$-1$	$0$	$1$	$3$
$p_k$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{15}$	$\frac{11}{30}$

求  $Y = X^2$  的分布律。

16. 设  $X \sim N(0, 1)$ ，求：(1)  $Y = X^2$ ；

学号：\_\_\_\_\_；姓名：\_\_\_\_\_；教师：\_\_\_\_\_

---

(2)  $Y=e^X$  的概率密度

17. 设  $X$  的概率密度为  $f(x)=\frac{1}{\pi(1+x^2)}$   $-\infty < x < +\infty$ 。求  $Y=1-\sqrt[3]{X}$  的概率密度。