

## Taller Geostatística

Omar Mercado Díaz.

### Numerical comparison of network design algorithms for regionalized variables

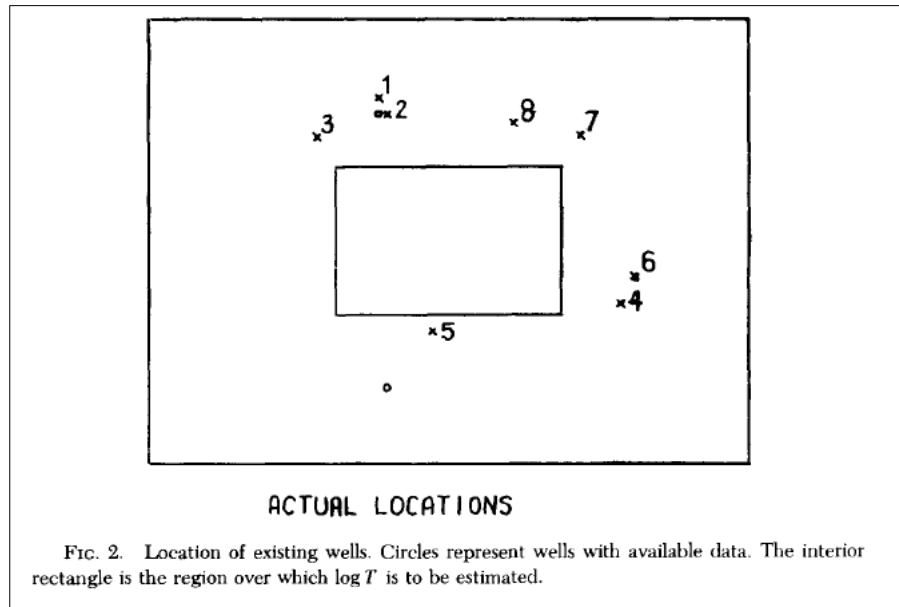
Jesus Carrera y Ferenc Szidarovszky

El artículo presenta cuatro métodos para optimizar la selección de puntos de muestreo de una red. La idea es seleccionar los mejores puntos adicionales de un conjunto de posibles ubicaciones de pozos adicionales, para minimizar la varianza de estimación en relación con los pozos de datos existentes. Para cada combinación, calculamos la varianza de estimación y la comparamos con la mejor varianza encontrada hasta el momento. Si encontramos una combinación con una menor varianza, actualizamos las mejores variables. Estos métodos son útiles cuando el tamaño del conjunto de posibles combinaciones no es extremadamente grande, ya que el tiempo de cálculo aumenta exponencialmente con el número de elementos.

1. Enumeración total (Total Enumeration), este método considera todas las combinaciones posibles de un conjunto de elementos y evalúa cada combinación de acuerdo a un criterio específico para encontrar la mejor opción.
2. Ramificación y poda (Branch and Bound), este método busca la mejor solución a un problema al dividirlo en subproblemas más manejables (ramificación) y eliminando aquellos subproblemas que no pueden producir una mejor solución que la mejor encontrada hasta ahora (poda).
3. Inclusión secuencial (Sequential Optimal Including of Additional Points), este método busca iterativamente las combinaciones de puntos adicionales que minimizan la varianza de estimación, asegurando que las mejores combinaciones se seleccionen para optimizar el diseño de muestreo espacial.
4. Intercambios Óptimos Secuenciales (Sequential Optimal Exchanges), este método optimiza iterativamente intercambiando puntos del conjunto de muestreo actual con puntos fuera de él para mejorar el criterio de optimización.

#### DESARROLLO

1. Se diseñaron códigos para implementar los 4 métodos propuestos en el artículo. Estos códigos devuelven parámetros de varianza estimada de las distancias euclidianas entre los 2 puntos con información y los 8 puntos posibles adicionales, para este ejercicio se deseaban obtener 4 puntos adicionales que complementarían a los 2 puntos con información minimizando el valor de la varianza.



**Figura 1.** Ejemplo propuesto en artículo para selección de puntos para optimizar una red

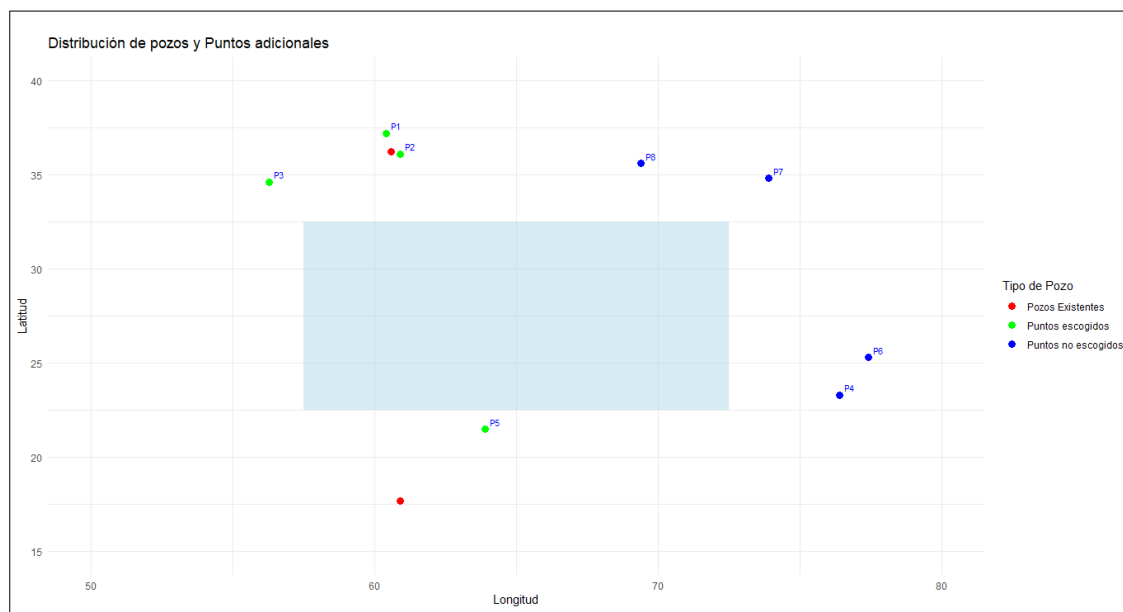
Método	combinación	varianza	Tiempo de ejecución (s)
total enumeration	P1, P2, P3, P5	0,0259688	0,110
	P2, P3, P5, P8	0,0277472	
	P1, P3, P5, P8	0,0286048	
branch and bound algorithm	P1, P2, P3, P5	0,0396624	0,080
	P2, P3, P5, P8	0,0414408	
	P1, P3, P5, P8	0,0422984	
sequential optimal including of additional points	P1, P2, P3, P5	0,0396624	0,100
	P2, P3, P5, P8	0,0414408	
	P1, P3, P5, P8	0,0422984	
sequential optimal exchanges	P1, P2, P3, P5	0,0396624	0,090
	P2, P3, P5, P8	0,0474592	
	P1, P3, P5, P8	0,0484072	

Tabla 1. Tiempos de ejecución y varianzas para los 4 metodos usados

En el primer ejemplo que se corrió se usaron 4 formas con pequeños cambios para calcular y minimizar la varianza. Como se muestra en la tabla 1 los metodos presentan tiempos similares de ejecucion tambien con pequeñas diferencias entre los valores de las varianzas con lo que se concluyen que no existen grandes diferencias en estos aspectos entre los

metodos. Adicionalmente, se decidio traer las 3 mejores combinaciones de puntos en funcion de la varianza estimada., esto con el fin de explorar diferencias entre las posibles soluciones del metodo.

Para el ejemplo se obtuvieron graficos de salida donde se pueden diferenciar los puntos con datos disponibles (puntos rojos), los puntos seleccionados con la menor varianza (puntos verdes) y los puntos no seleccionados (puntos azules) (figura 2).



**Figura 2.** Ejemplo de selección de puntos para optimización de una red.

Luego, en el artículo proponen 10 simulaciones donde se colocan los 8 puntos adicionales de forma aleatoria y se seleccionan los mejores 4 puntos adicionales que optimizan la red a partir de una menor varianza (figura 3). Estas 4 simulaciones de puntos se corren en los códigos para cada uno de los métodos. Las soluciones son consistentes para los cuatro métodos, entregando los mismos puntos que optimizan la red. Sin embargo, se encontraron algunas diferencias entre los resultados de algunas simulaciones presentados en el artículo y los obtenidos en este ejercicio. En las figuras de la 4 a la 14 se muestran los resultados de los puntos seleccionados para las 10 simulaciones que optimizan la red.

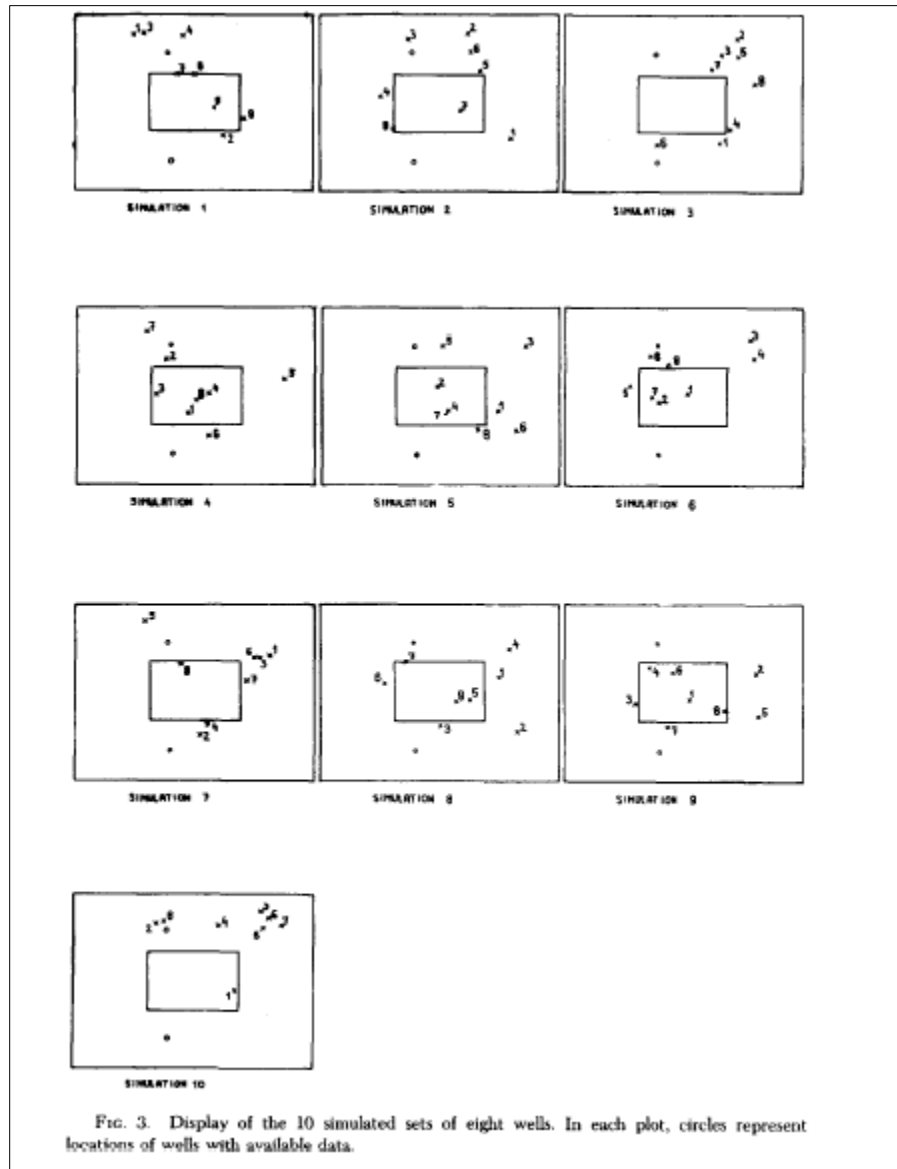


FIG. 3. Display of the 10 simulated sets of eight wells. In each plot, circles represent locations of wells with available data.

Figura 3. Ubicación de los puntos adicionales propuestos en las 10 simulaciones.

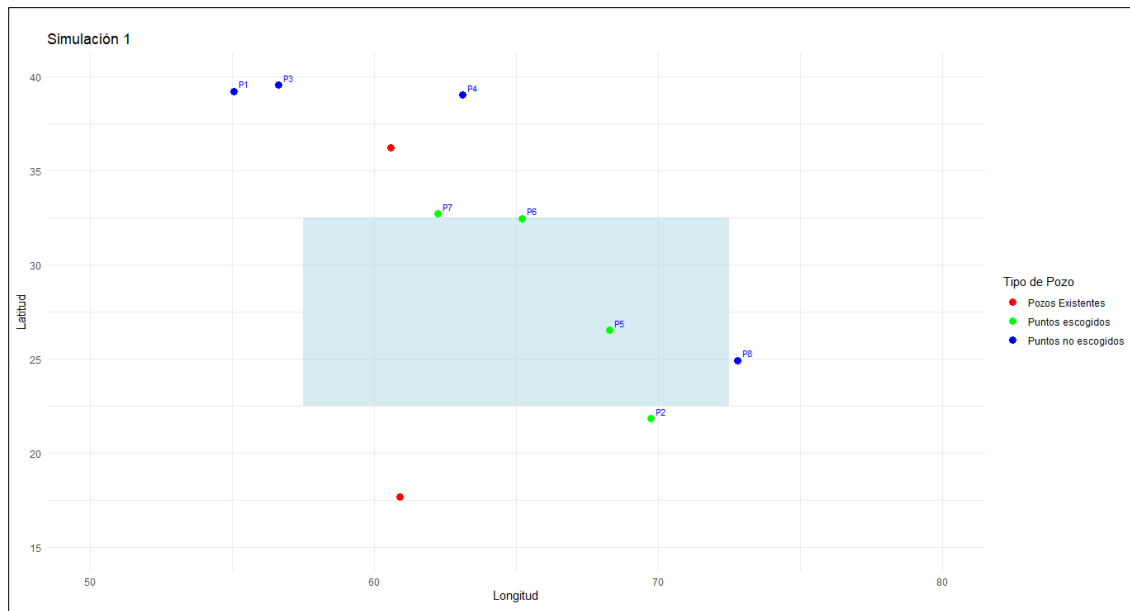


Figura 4. Simulación 1.

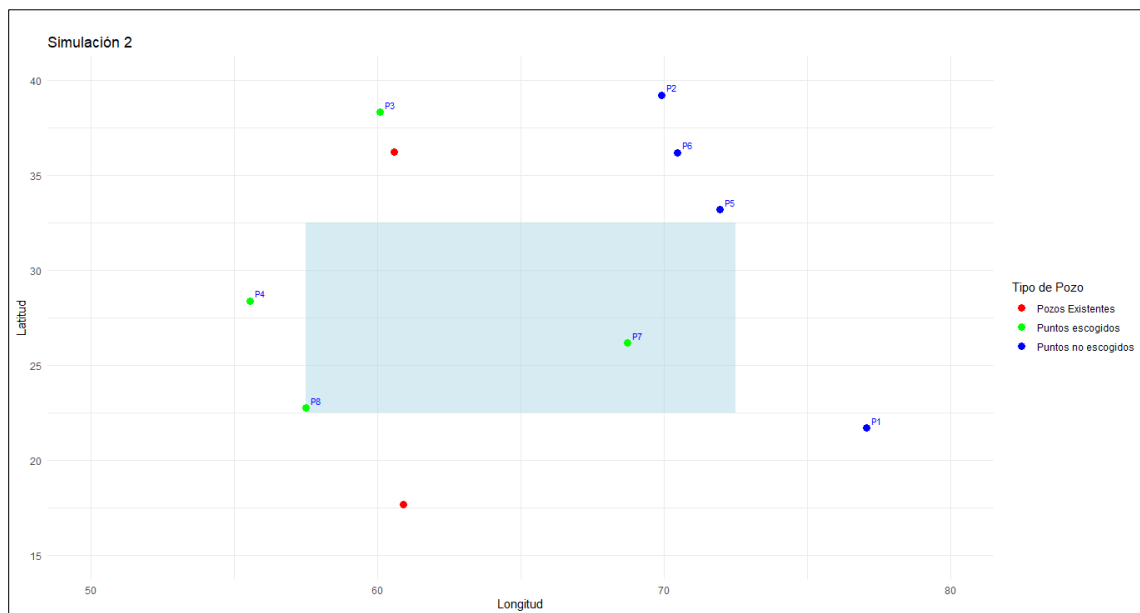


Figura 5. Simulación 2.

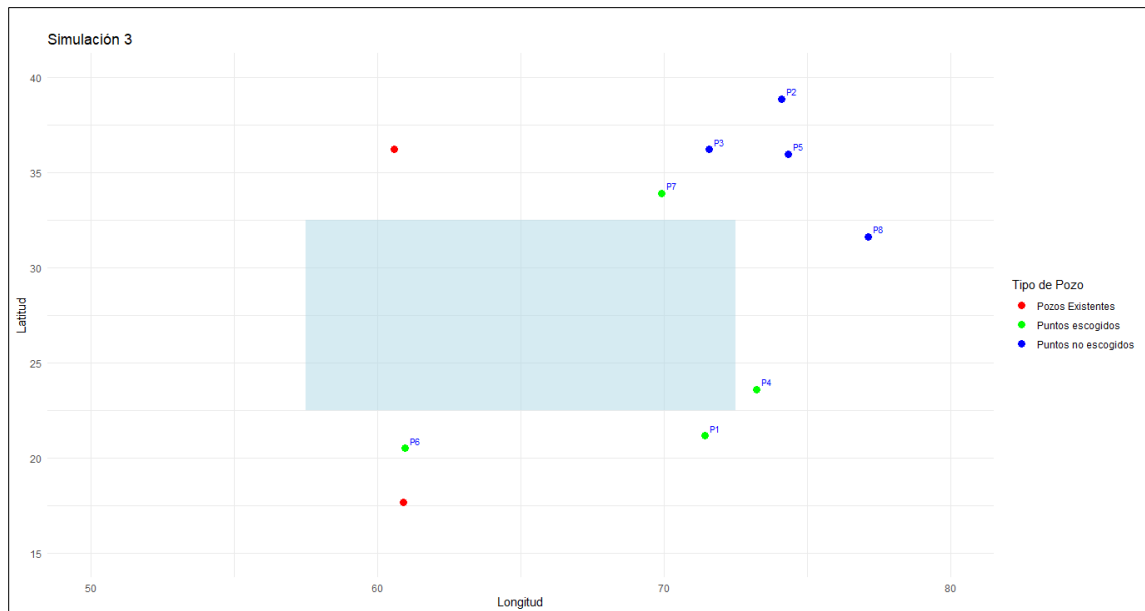


Figura 6. Simulación 3.

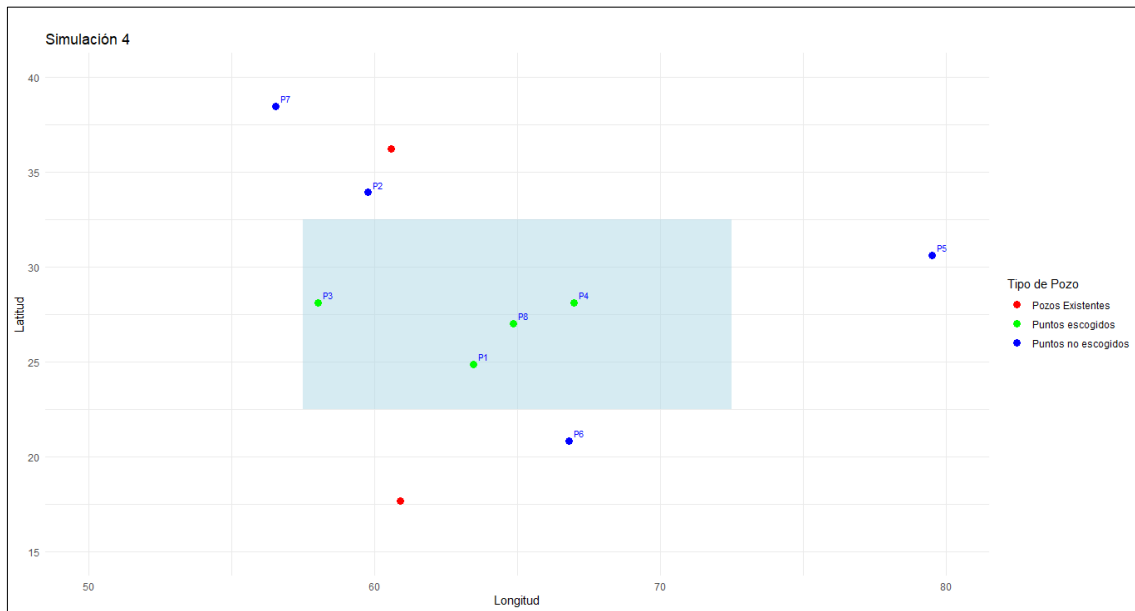


Figura 7. Simulación 4.

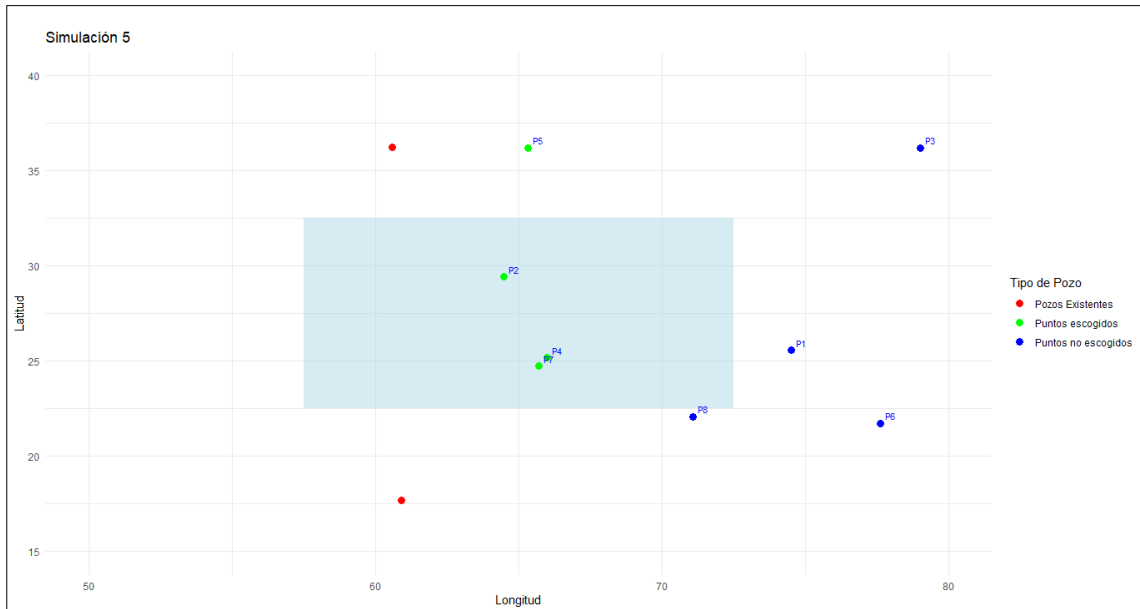


Figura 8. Simulación 5.

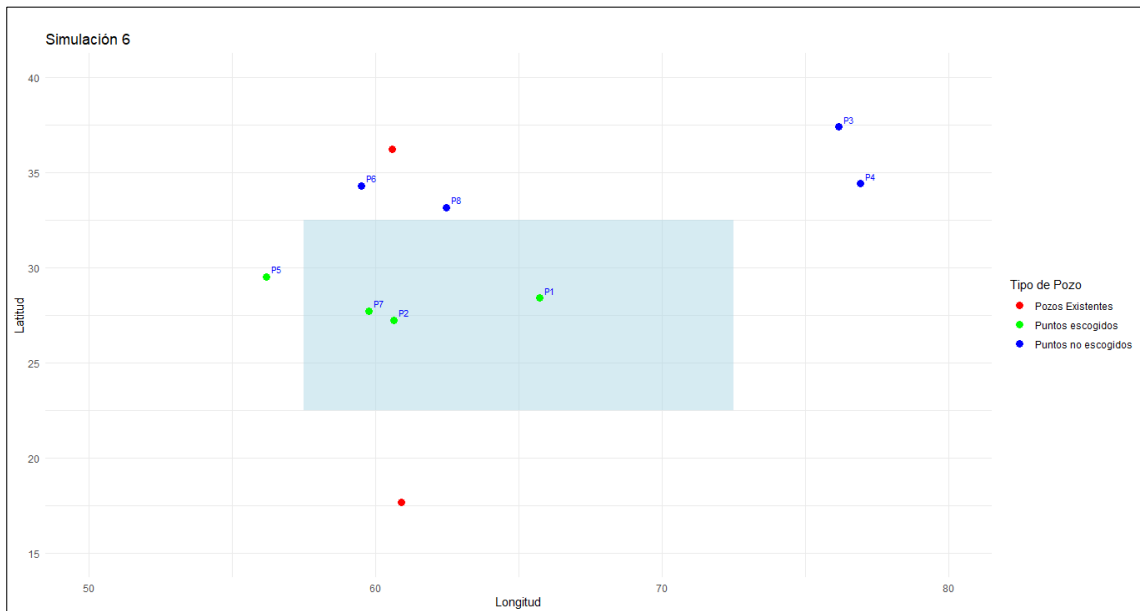


Figura 9. Simulación 6.

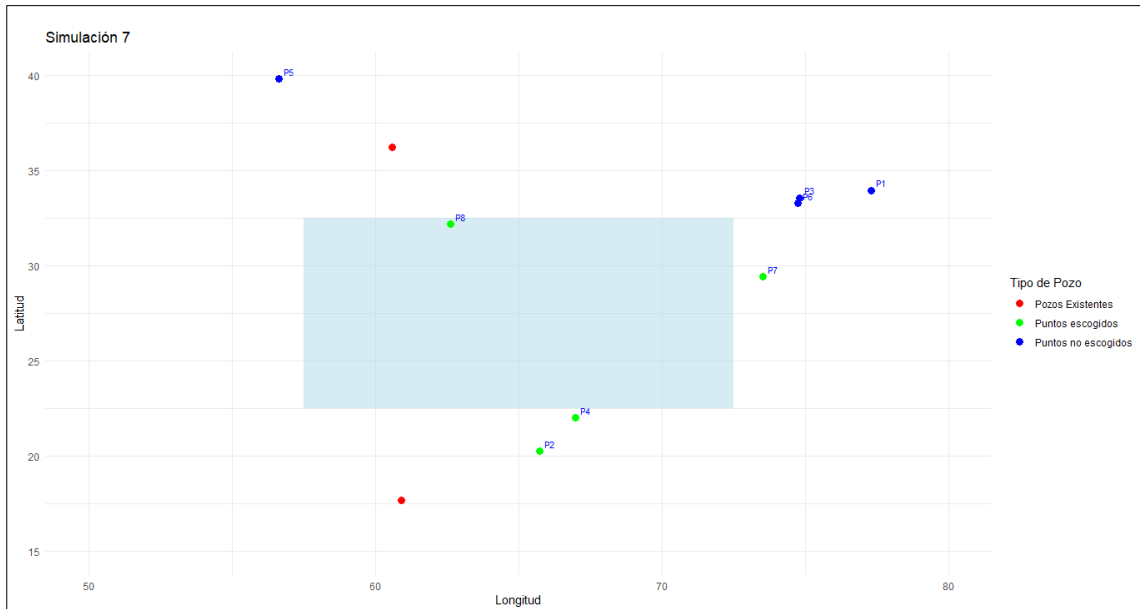


Figura 10. Simulación 7.

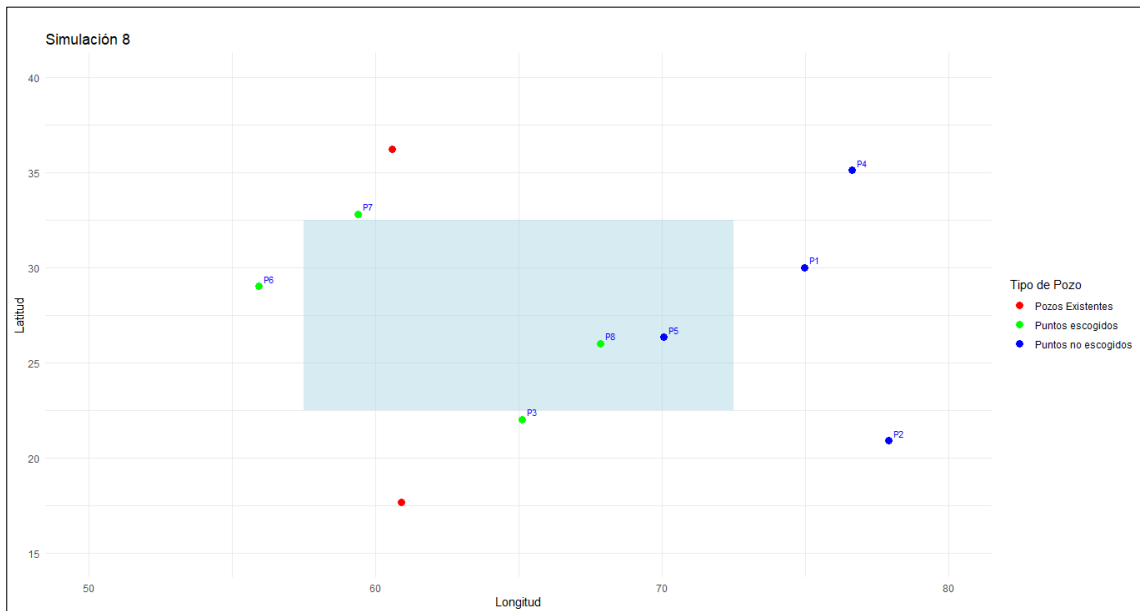


Figura 11. Simulación 8.



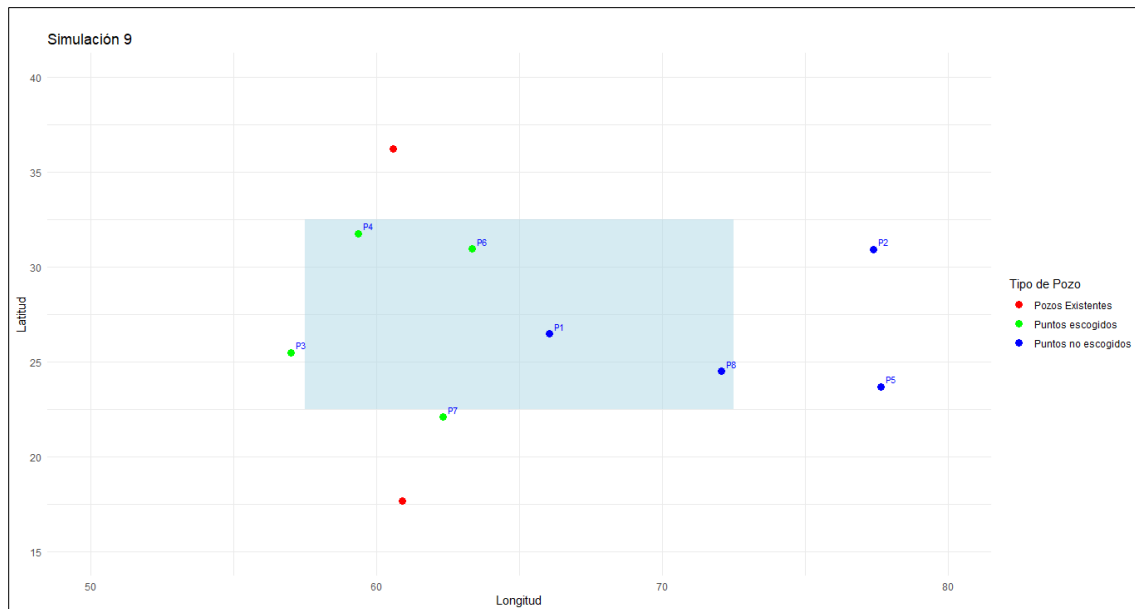


Figura 12. Simulación 9.

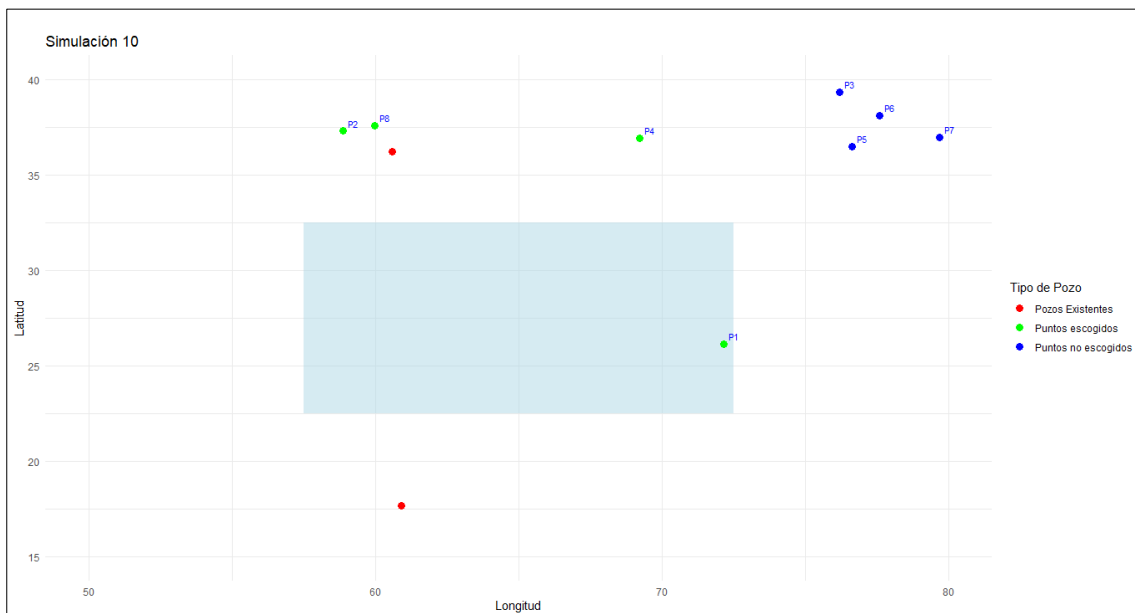


Figura 13. Simulación 10.

SUMMARY OF RESULTS AND EXECUTION TIMES												
	Branch and bound			Total enumeration			Sequential including			Sequential exchanges		
	Optimal selection	Optimal variance	Execution time (sec)	Optimal selection	Optimal variance	Execution time (sec)	Optimal selection	Optimal variance	Execution time (sec)	Optimal selection	Optimal variance	Execution time (sec)
Real data	3, 4, 5, 8	0.0319	0.3680	3, 4, 5, 8	0.0319	0.5100	3, 5, 6, 8	0.0320	0.0520	3, 4, 5, 8	0.0319	0.0650
Simulation:												
No. 1	5, 6, 7, 8	0.0287	0.3600	5, 6, 7, 8	0.0287	0.5010	5, 6, 7, 8	0.0287	0.0450	5, 6, 7, 8	0.0287	0.0580
No. 2	4, 5, 7, 8	0.0294	0.4030	4, 5, 7, 8	0.0294	0.5050	4, 5, 7, 8	0.0294	0.0450	4, 5, 7, 8	0.0294	0.0550
No. 3	1, 4, 6, 7	0.0315	0.3400	1, 4, 6, 7	0.0315	0.5020	1, 4, 6, 7	0.0315	0.0450	1, 4, 6, 7	0.0315	0.0600
No. 4	3, 4, 5, 8	0.0282	0.4140	3, 4, 5, 8	0.0282	0.5010	3, 4, 5, 8	0.0282	0.0450	3, 4, 5, 8	0.0282	0.0600
No. 5	1, 2, 4, 7	0.0283	0.4180	1, 2, 4, 7	0.0283	0.5010	1, 2, 4, 7	0.0283	0.0480	1, 2, 4, 7	0.0283	0.0550
No. 6	1, 2, 4, 7	0.0292	0.4370	1, 2, 4, 7	0.0292	0.5000	1, 2, 4, 7	0.0292	0.0450	1, 2, 4, 7	0.0292	0.0520
No. 7	2, 4, 7, 8	0.0296	0.3970	2, 4, 7, 8	0.0296	0.5030	2, 4, 7, 8	0.0296	0.0450	2, 4, 7, 8	0.0296	0.0530
No. 8	1, 5, 6, 8	0.0284	0.4450	1, 5, 6, 8	0.0284	0.4980	1, 5, 6, 8	0.0284	0.0460	1, 5, 6, 8	0.0284	0.0580
No. 9	1, 3, 6, 8	0.0277	0.4550	1, 3, 6, 8	0.0277	0.4990	1, 3, 6, 8	0.0277	0.0450	1, 3, 6, 8	0.0277	0.0630
No. 10	1, 2, 4, 5	0.0350	0.4120	1, 2, 4, 5	0.0350	0.5010	1, 2, 4, 5	0.0350	0.0460	1, 2, 4, 5	0.0350	0.0550

Figura 14. Resultados de las simulaciones presentados en el artículo.

Los resultados de las simulaciones se muestran en la tabla 2, se presentan los tres mejores resultados de las combinaciones de puntos en función de la varianza. Los resultados del artículo se muestran en la figura 14. En la tabla 2 se muestran en verde los resultados que coinciden con los presentados en el artículo. En algunas ocasiones el mejor resultado presentado en el artículo no es el mejor obtenido en el ejercicio, cuando en algunas de las simulaciones no se muestra ningún resaltadas en verde es porque el resultado obtenido fue distinto a los presentados en el artículo, como en el caso de las simulaciones 4, 8, 9 y 10.

Tabla 2. Resultados de las simulaciones.

Simulación 1			Simulación 6		
Método	combinación	varianza	Método	combinación	varianza
total enumeration	P2, P5, P6, P7	0.02368466	total enumeration	P1, P2, P5, P7	0,0159332
	P5, P6, P7, P8	0.02536756		P1, P2, P7, P8	0,0165048
	P4, P5, P6, P7	0.02545633		P2, P5, P7, P8	0,0165207
branch and bound algorithm	P2, P5, P6, P7	0.02368466	branch and bound algorithm	P1, P2, P5, P7	0,0159332
	P5, P6, P7, P8	0.02536756		P1, P2, P7, P8	0,0165048
	P4, P5, P6, P7	0.02545633		P2, P5, P7, P8	0,0165207
sequential optimal including of additional points	P2, P5, P6, P7	0.02368466	sequential optimal including of additional points	P1, P2, P5, P7	0,0159332
	P5, P6, P7, P8	0.02536756		P1, P2, P7, P8	0,0165048
	P4, P5, P6, P7	0.02545633		P2, P5, P7, P8	0,0165207
sequential optimal exchanges	P2, P5, P6, P7	0.02368466	sequential optimal exchanges	P1, P2, P5, P7	0,0159332
	P5, P6, P7, P8	0.02536756		P1, P2, P7, P8	0,0165048
	P4, P5, P6, P7	0.02545633		P2, P5, P7, P8	0,0165207
Simulación 2			Simulación 7		
Método	combinación	varianza	Método	combinación	varianza

total enumeration	P3, P4, P7, P8	0,0237341	total enumeration	P2, P4, P7, P8	0,0269948
	P4, P5, P7, P8	0,0251303		P2, P4, P5, P8	0,0275136
	P4, P6, P7, P8	0,0257494		P2, P4, P6, P8	0,0296716
branch and bound algorithm	P3, P4, P7, P8	0,0237341	branch and bound algorithm	P2, P4, P7, P8	0,0269948
	P4, P5, P7, P8	0,0251303		P2, P4, P5, P8	0,0275136
	P4, P6, P7, P8	0,0257494		P2, P4, P6, P8	0,0296716
sequential optimal including of additional points	P3, P4, P7, P8	0,0237341	sequential optimal including of additional points	P2, P4, P7, P8	0,0269948
	P4, P5, P7, P8	0,0251303		P2, P4, P5, P8	0,0275136
	P4, P6, P7, P8	0,0257494		P2, P4, P6, P8	0,0296716
sequential optimal exchanges	P3, P4, P7, P8	0,0237341	sequential optimal exchanges	P2, P4, P7, P8	0,0269948
	P4, P5, P7, P8	0,0251303		P2, P4, P5, P8	0,0275136
	P4, P6, P7, P8	0,0257494		P2, P4, P6, P8	0,0296716
Simulación 3			Simulación 8		
Método	combinación	varianza	Método	combinación	varianza
total enumeration	P1, P4, P6, P7	0,0332123	total enumeration	P3, P6, P7, P8	0,0200267
	P1, P3, P6, P7	0,0346255		P3, P5, P6, P7	0,021451
	P3, P4, P6, P7	0,0354234		P5, P6, P7, P8	0,0217795
branch and bound algorithm	P1, P4, P6, P7	0,0332123	branch and bound algorithm	P3, P6, P7, P8	0,0200267
	P1, P3, P6, P7	0,0346255		P3, P5, P6, P7	0,021451
	P3, P4, P6, P7	0,0354234		P5, P6, P7, P8	0,0217795
sequential optimal including of additional points	P1, P4, P6, P7	0,0332123	sequential optimal including of additional points	P3, P6, P7, P8	0,0200267
	P1, P3, P6, P7	0,0346255		P3, P5, P6, P7	0,021451
	P3, P4, P6, P7	0,0354234		P5, P6, P7, P8	0,0217795
sequential optimal exchanges	P1, P4, P6, P7	0,0332123	sequential optimal exchanges	P3, P6, P7, P8	0,0200267
	P1, P3, P6, P7	0,0346255		P3, P5, P6, P7	0,021451
	P3, P4, P6, P7	0,0354234		P5, P6, P7, P8	0,0217795
Simulación 4			Simulación 9		
Método	combinación	varianza	Método	combinación	varianza
total enumeration	P1, P3, P4, P8	0,016802	total enumeration	P3, P4, P6, P7	0,0172959
	P1, P2, P3, P8	0,0171704		P1, P3, P4, P6	0,0173842
	P1, P2, P3, P4	0,0181043		P1, P3, P6, P7	0,0174232
branch and bound algorithm	P1, P3, P4, P8	0,016802	branch and bound algorithm	P3, P4, P6, P7	0,0172959
	P1, P2, P3, P8	0,0171704		P1, P3, P4, P6	0,0173842
	P1, P2, P3, P4	0,0181043		P1, P3, P6, P7	0,0174232
sequential optimal including of additional points	P1, P3, P4, P8	0,016802	sequential optimal including of additional points	P3, P4, P6, P7	0,0172959
	P1, P2, P3, P8	0,0171704		P1, P3, P4, P6	0,0173842
	P1, P2, P3, P4	0,0181043		P1, P3, P6, P7	0,0174232
	P1, P3, P4, P8	0,016802		P3, P4, P6, P7	0,0172959

sequential optimal exchanges	P1, P2, P3, P8	0,0171704	sequential optimal exchanges	P1, P3, P4, P6	0,0173842
	P1, P2, P3, P4	0,0181043		P1, P3, P6, P7	0,0174232
<b>Simulación 5</b>			<b>Simulación 10</b>		
<b>Método</b>	<b>combinación</b>	<b>varianza</b>	<b>Método</b>	<b>combinación</b>	<b>varianza</b>
total enumeration	P2, P4, P5, P7	0,0211394	total enumeration	P1, P2, P4, P8	0,0347508
	P2, P4, P7, P8	0,022102		P1, P2, P5, P8	0,0416275
	P1, P2, P4, P7	0,0245396		P2, P4, P5, P8	0,0432498
branch and bound algorithm	P2, P4, P5, P7	0,0211394	branch and bound algorithm	P1, P2, P4, P8	0,0347508
	P2, P4, P7, P8	0,022102		P1, P2, P5, P8	0,0416275
	P1, P2, P4, P7	0,0245396		P2, P4, P5, P8	0,0432498
sequential optimal including of additional points	P2, P4, P5, P7	0,0211394	sequential optimal including of additional points	P1, P2, P4, P8	0,0347508
	P2, P4, P7, P8	0,022102		P1, P2, P5, P8	0,0416275
	P1, P2, P4, P7	0,0245396		P2, P4, P5, P8	0,0432498
sequential optimal exchanges	P2, P4, P5, P7	0,0211394	sequential optimal exchanges	P1, P2, P4, P8	0,0347508
	P2, P4, P7, P8	0,022102		P1, P2, P5, P8	0,0416275
	P1, P2, P4, P7	0,0245396		P2, P4, P5, P8	0,0432498