UNIVERSIDADE ESTADUAL DO RIO DE JANEIRO
Introdução à Álgebra Linear
P1, 2016.1
Campus:
Prof. Angelo M. Calvão

Coloque o seu nome na primeira página das respostas e coloque suas iniciais nas páginas subsequentes, para o caso em que as páginas venham a se separar. Você *não* pode usar seus livros e notas neste teste. Você deve mostrar o desenvolvimento de todas as questões. Valem as seguintes regras:

- **Se você for usar um "teorema fundamental", você deve indicar isto** e explicar porquê este teorema pode ser aplicado.
- **Organize o seu trabalho** de maneira clara e coerente. Soluções que não estejam claras e organizadas receberão pouco ou nenhum crédito.
- **Resultados misteriosos e sem embasamento não receberão crédito.** Questões corretas sem embasamento de cálculos algébricos ou sem justificativas não serão aceitas.
- **Confira as suas respostas.** Ao terminar cada questão, confira as respostas e verifique se o resultado final está correto. Resultados finais incorretos não serão aceitos.

1. Como devem ser escolhidos os coeficientes a, b e c para que o sistema tenha solução $x = 1$, $y = -1$ e $z = 2$?

$$\begin{cases} ax + by - 3z = -3 \\ -2x - by + cz = -1 \\ ax + 3y - cz = -3 \end{cases} \tag{1}$$

2. Use a regra de Cramer para resolver em y sem resolver em x,z e w.

$$\begin{gathered} 4x + y + z + w = 6 \\ 3x + 7y - z + w = 1 \\ 7x + 3y - 5z + 8w = -3 \\ x + y + z + 2w = 3 \end{gathered} \tag{2}$$

3. Pode ser provado que se A é uma matriz 2×2 com $det(A) = 1$ e tal que os vetores-colunas de A são ortogonais e têm comprimento 1, então a multiplicação de A é uma rotação por algum ângulo θ. Verifique que

$$A = \begin{bmatrix} -1/\sqrt(2) & -1/\sqrt(2) \\ 1/\sqrt(2) & -1/\sqrt(2) \end{bmatrix},$$

satisfaz as condições enunciadas e encontre o ângulo de rotação.

4. Encontre a matriz canônica para a composição dada de operadores lineares do IR^2. (Dica: se não lembra da matriz canônica de cada transformação, pense como será transformado cada vetor canônico da base do IR^2.)

(a) Uma rotação de 60^o, seguida de uma projeção ortogonal sobre o eixo-x, seguida de uma reflexão em torno da reta y=x.

(b) Uma dilatação de $k = 2$, seguida de uma rotação de 45^o, seguida de uma reflexão em torno do eixo-y.

(c) Uma rotação de 15^o, seguida de uma rotação de 105^o, seguida de uma rotação de 60^o.

5. Resolva o seguinte sistema geral invertendo a matriz dos coeficientes.

$$\begin{cases} x + 2y + z = b_1 \\ x - y + z = b_2 \\ x + y = b_3 \end{cases} \tag{3}$$

Calcular a solução se

(a) $b_1 = -1, b_2 = 3, b_3 = 4$

(b) $b_1 = 5, b_2 = 0, b_3 = 0$

(c) $b_1 = -1, b_2 = -1, b_3 = 3$