

Coloque o seu nome na primeira página das respostas e coloque suas iniciais nas páginas subsequentes, para o caso em que as páginas venham a se separar. Você *não* pode usar seus livros e notas neste teste. Você deve mostrar o desenvolvimento de todas as questões. Valem as seguintes regras:

- **Se você for usar um "teorema fundamental", você deve indicar isto** e explicar porquê este teorema pode ser aplicado.
- **Organize o seu trabalho** de maneira clara e coerente. Soluções que não estejam claras e organizadas receberão pouco ou nenhum crédito.
- **Resultados misteriosos e sem embasamento não receberão crédito.** Questões corretas sem embasamento de cálculos algébricos ou sem justificativas não serão aceitas.
- **Confira as suas respostas.** Ao terminar cada questão, confira as respostas e verifique se o resultado final está correto. Resultados finais incorretos não serão aceitos.

1. Encontre a base dos auto-espacos da matriz:

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 3 & 0 \\ -4 & 13 & -1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

2. Quais as condições devem ser satisfeitas por  $b_1, b_2, b_3, b_4$  e  $b_5$  para o sistema sobre-determinado ser consistente?

$$\begin{aligned} x_1 - 3x_2 &= b_1 \\ x_1 - 2x_2 &= b_2 \\ x_1 + x_2 &= b_3 \\ x_1 - 4x_2 &= b_4 \\ x_1 + 5x_2 &= b_5 \end{aligned} \quad (2)$$

3. Determinar se  $b$  está no espaço-coluna de  $A$ , se estiver, expresse  $b$  como uma combinação linear dos vetores-coluna de  $A$ .

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

4. Encontre a matriz canônica para a composição dada de operadores lineares de  $\mathbb{R}^2$ .

- (a) Uma rotação de  $90^\circ$  seguida de uma reflexão em torno da reta  $y = x$ .
- (b) Uma reflexão em torno do eixo  $x$  seguida de uma dilatação de razão  $k = 3$ .

5. Encontre a inversa da matriz

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 3 \\ 0 & 3 & 2 \\ -2 & 0 & -4 \end{bmatrix} \quad (4)$$

---