

Nichtlineares Nachweisverfahren zur Schädigungsermittlung von Stahlbetontragwerken

Teil 1

Wilfried B. Krätzig, Bochum

Konstantin Meskouris, Aachen

Sam-Young Noh, Kyunggi-Do

Die vor der bauaufsichtlichen Einführung stehende neue DIN 1045-1 setzt einen unverkennbaren Schwerpunkt auf Dauerhaftigkeit. Da Tragwerksdegradationen aus Umweltexpositionen und mechanischen Beanspruchungen über die Nutzungszeit entstehen, bilden zukünftig numerische Prognosen der Schädigungsevolution wichtige Entwurfswerkzeuge für dauerhafte Tragwerke. Teil 1 der Arbeit führt in diese Problematik ein. Die Arbeit erläutert zunächst das erforderliche nichtlineare FE-Berechnungskonzept. Sodann konzentriert sie sich auf notwendige Eigenschaften der Stoffgesetze für Stahlbetontragwerke, die für Schädigungsanalysen besonders realistisch sein sollen und alle wesentlichen, deteriorierenden Materialphänomene beschreiben müssen. Die Arbeit erklärt diese Eigenschaften an Hand des MC 90. Teil 2 des Beitrages erscheint in Heft 8, Beton- und Stahlbetonbau 2003, dort werden als Beispiel Schädigungsphänomene einer Kühlerschale berechnet.

Design Formats for Damage Evaluation of Reinforced Concrete Structures – Part 1.

The new German code DIN 1045-1 for reinforced concrete structures sets an unambiguous impact on structural durability and sustainability. Since structural degradations develop from environmental expositions in combination with mechanical deteriorations, future designs for improved durability will require analysis concepts for structural damage evolution. Part 1 of the present study introduces into these problems. First, it elucidates the general multi-level analysis concept presently in use in nonlinear FE-technology. It then concentrates on required properties of the constitutive laws for reinforced concrete, which shall be realistic and contain all essential deteriorating phenomena. These properties are described by example of the MC 90 material model. In Part 2 in the edition 8 of Beton- und Stahlbetonbau 2003 various damage phenomena of a cooling tower shell are evaluated.

1 Einführung

1.1 Zur Problemstellung

Erstmals in der Geschichte der deutschen Massivbaunormen wird die unmittelbar vor ihrer bauaufsichtlichen Einführung stehende neue DIN 1045-1 [1] die bekannten Entwurfsanforderungen zur Tragwerkssicherheit und Gebrauchstauglichkeit (Abschnitt 5) auf die Dauerhaftigkeit (Abschnitt 6) erweitern. Als ein *angemessen dauerhaftes Tragwerk* gilt nach 6.1 (1), *wenn dieses während der vorgesehenen Nutzungsdauer seine Funktion hinsichtlich der Gebrauchstauglichkeit und der Tragfähigkeit ohne wesentlichen Verlust der Nutzungseigenschaften bei einem angemessenen Instandhaltungsaufwand erfüllt.*

Mit dem Begriff der *vorgesehenen Nutzungsdauer* (Lebensdauerziel) greift auch der konstruktive Ingenieurbau die in vielen anderen Zweigen der modernen Technik gebräuchlichen lebensdauerorientierten Entwurfskonzepte auf. Bei diesen steht die Prognose der Lebensdauer im Mittelpunkt des Tragwerksentwurfs. Da alle Tragwerke schädigenden Nutzungs- und Umwelteinflüssen unterliegen, welche unter-

schiedlichste Tragwerksschädigungen über die Lebensdauer entstehen lassen, wird die vorgesehene Nutzungsdauer erreicht, sobald die Schädigungsevolution eine definierte (zulässige) Grenzschädigung überschreitet.

Lebensdauer-orientierte Entwurfskonzepte beziehen sich auf Schädigungsgrenzzustände.

Lebensdauerorientierte Entwurfskonzepte erfordern daher Nachweisverfahren in bezug auf Schädigungsgrenzzustände, welche in die modernen Berechnungsmethoden des konstruktiven Ingenieurbaus eingebettet sind. [1] beschreibt im Abschnitt 6.2 Umweltklassen für die Tragwerksexposition hinsichtlich Bewehrungskorrosion und Betonangriff, zugehörige konstruktive Regelungen (Betondeckung) im Abschnitt 6.3. Neben diesen Grundaspekten werden für Bemessungen gegen Grenzschädigungen Korrosionsmodelle für Beton und Stahl, möglichst in Wechselwirkung mit den bemessungsrelevanten Stoffgesetzen, erforderlich. Letztere sollten nicht nur wirklichkeitsnah sondern auch

schädigungsorientiert erfaßt werden. Schließlich werden Berechnungsalgorithmen erforderlich, welche die stofflichen Deteriorationen in die Entwurfsvariablen transformieren.

Damit ist das Thema der vorliegenden Publikation umrissen. Die folgenden Ausführungen gelten sehr allgemein für Stahlbetontragwerke, aber zur Verdeutlichung der Schädigungsaspekte werden Stahlbetonschalen in den Vordergrund gerückt. Dadurch können einige komplizierte Versagensphänomene (Schubbruch, lokales Druckversagen) ausgeklammert und wesentliche Aspekte besser herausgestellt werden.

1.2 Das Analysekonzept

Schädigungsanalysen sind stets stofflich nichtlineare Problemstellungen. Um dabei finite Elemente für Stäbe oder Flächenträger einsetzen zu können, werden diese gemäß Bild 1 als Pakete von Einzelschichten idealisiert. Dabei werden Bewehrungslagen zu uniaxial wirkenden Schichten verschmiert.

Grundlage einer nichtlinearen, quasi-statischen Schädigungsanalyse bildet die tangentielle Steifigkeitsbeziehung [2]

$$\mathbf{K}_T(\mathbf{V}, \mathbf{d}, t) \delta \mathbf{V} = \mathbf{P} - \mathbf{F}_I(\mathbf{V}, \mathbf{d}, t) = \mathbf{R}(\mathbf{P}, \mathbf{V}, \mathbf{d}, t). \quad (1)$$

Hierin bezeichnet \mathbf{K}_T die tangentielle Steifigkeitsmatrix eines Verformungs-Grundzustandes mit den globalen Freiheitsgraden $\mathbf{V} = \{V_1 \ V_2 \ \dots \ V_m\}$, die außerdem von der Schädigungsevolution \mathbf{d} und der Lebenszeit t des Tragwerks abhängt. $\delta \mathbf{V}$ sind die Freiheitsgrad-Inkrementen zum nächsten zu berechnenden Zustand, der die Gesamtlast $\mathbf{P} = \{P_1 \ P_2 \ \dots \ P_m\}$ tragen soll. \mathbf{F}_I bezeichnet den Vektor der inneren Gleichgewichts-Knotenkräfte des Grundzustands, ebenfalls eine Funktion der Schädigungsevolution \mathbf{d} und der Lebenszeit t .

Für eine vorgegebene Gesamtlast \mathbf{P} ist (1) nur iterativ lösbar, da \mathbf{V} von \mathbf{P} und \mathbf{F}_I von \mathbf{V} abhängen. Die Iteration erfolgt solange, bis das Residuum \mathbf{R} auf der rechten Seite von (1) unter eine vorgegebene Genauigkeitsschranke abgesunken ist. Ein typischer Iterationsschritt ist in Bild 2 wiedergegeben: Ein vorhandenes Residuum $\mathbf{R} = \mathbf{P} - \mathbf{F}_I$, auch Ungleichgewichts-Knotenkraftvektor genannt, führt auf Tragwerksebene zu einem inkrementellen Zuwachs $\delta \mathbf{V}$ der Knotenfreiheitsgrade. (Zur Abkürzung sind auf Bild 2 alle Inkremente mit dem Kopfindex $(\cdot)^+$ versehen.) Auf der Ebene der finiten Elemente entstehen hieraus Zuwächse $\delta \mathbf{v}^P$ aller Elementfreiheitsgrade, woraus Zuwächse der Schalendehnungen $\delta \boldsymbol{\varepsilon} = \{\delta \alpha_{\alpha\beta} \ \delta \beta_{\alpha\beta} \ \delta \gamma_{\alpha\beta}\}$ in den Integrationspunkten jedes Elementes ermittelt werden können. Aus der angenommenen Schichtung kann man hieraus die Dehnungsinkremente $\delta \gamma_{ij}$ jedes einzelnen Materialpunktes bestimmen.

Auf dieser untersten Materialpunkt-Ebene sind die Stoffgesetze des Betons, des Bewehrungsstahls und des Verbundes definiert. Durch ihre Auswertung entstehen je Materialpunkt – wegen der inkrementellen Stoffgesetze – aus den $\delta \gamma_{ij}$ die Spannungsinkremente $\delta \sigma^{ij}$, und durch deren Integration über die jeweilige Tragwerksdicke in den Gauss-

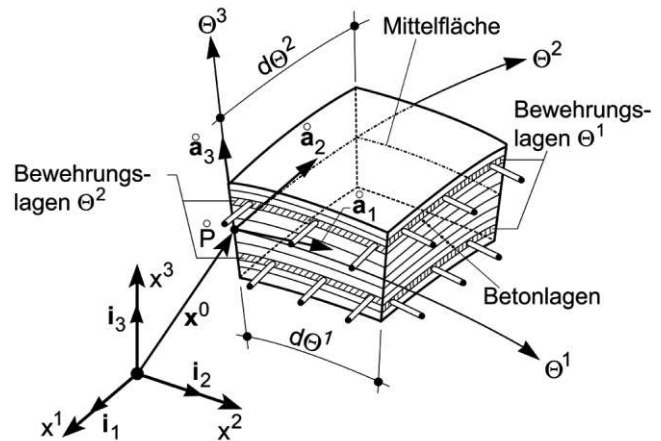


Bild 1 Element einer Stahlbetonschale

Fig. 1 Element of RC shell

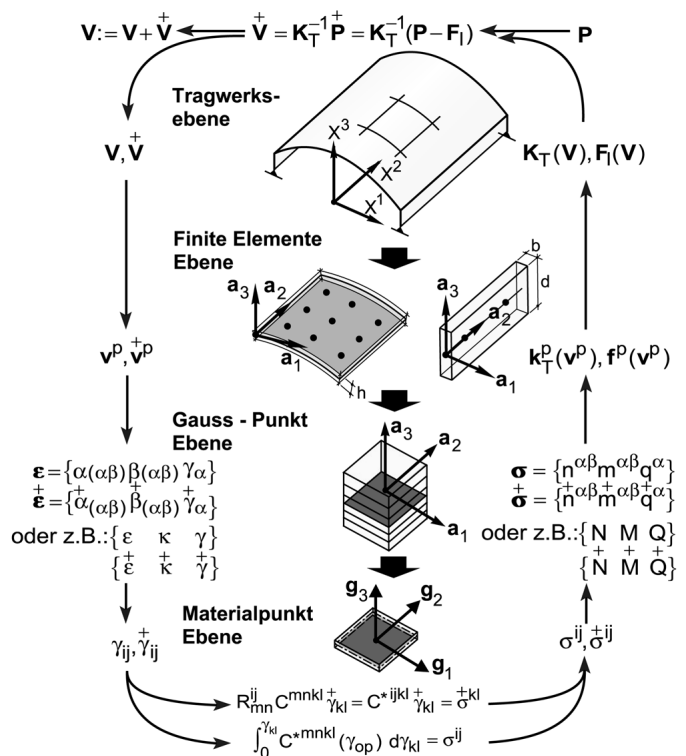


Bild 2 Multi-Level Iterationstechnik

Fig. 2 Multi-Level Iteration

punkten die Zuwächse der Schalenschnittgrößen $\delta \sigma = \{\delta n^{\alpha\beta} \ \delta m^{\alpha\beta} \ \delta q^{\alpha}\}$. Mittels Summation aller zugehörigen Inkremente gewinnt man die jeweiligen Gesamtvariablen ε , σ , γ_{ij} , σ^{ij} , und hieraus schließlich die Elementkraftgrößen \mathbf{f}^P sowie neue Elementsteifigkeiten \mathbf{k}^P . Durch Standard-FE-Techniken entstehen aus diesen schließlich auf Tragwerksebene neue Matrizen \mathbf{K}_T und \mathbf{F}_I .

Der beschriebene Algorithmus ist in das Softwaresystem FEMAS 2000 [3] eingebettet. In diesem sind die erforderlichen hochgenauen, geschichteten Schalenelemente sowie lokalen und globalen Lösungsalgorithmen verfügbar. Wegen des Operierens über verschiedene Simulationsebenen – Tragwerk, finite Elemente, Strukturmodell, Materialpunkt – nennt man die beschriebene Iterationstechnik *multi-level iteration strategy*. Aus dieser Erläuterung wird die zentrale Rolle der Stoffgesetze bei Computersimulationen von Tragwerksschä-

digungen deutlich: Insbesondere für komplexe Stahlbetonstrukturen spielen Wirklichkeitsnähe und Schädigungsbezug der Materialmodellierungen die wesentliche Rolle, auf die wir uns nunmehr konzentrieren wollen [4].

2 Wirklichkeitsnahe, schädigungsorientierte Stahlbetonmodellierung

2.1 Zum Begriff der Schädigungsorientiertheit

Wirklichkeitsnähe der Materialgesetze, mindestens Normennähe, ist eine generelle Forderung nichtlinearer Simulationen für baupraktische Anwendungen. Im vorliegenden Fall etwa bedeutet dies, daß Ergebnisse von Baustofftests leicht in die Simulationen einfließen können. Was aber bedeutet *schädigungsorientiert*? Schädigungen auf Tragwerkebene besitzen ihren Ursprung stets im Materialverhalten und müssen dort modelliert werden. Sollen beispielsweise Zugrißschädigungen oder Schädigungen infolge Druckbruch simuliert werden, so müssen die Stoffgesetze dies beschreiben können. In gleicher Weise ist das Tragverhalten betroffen. Will man beispielsweise die beträchtlichen Fähigkeiten von Schalenträgwerken zu inelastischen Spannungsumlagerungen einbeziehen, so müssen die Materialgesetze fähig sein, die hierbei auftretenden zyklischen Prozesse zu beschreiben.

Welche Schädigungskomponenten?

Daher scheinen für die vorliegenden Problemstellungen der Schädigungsermittlung folgende mechanische Eigenschaften des Stahlbetons als so bedeutsam, daß sie in der Modellierung unbedingt *wirklichkeitsnah* zu berücksichtigen sind:

- Nichtlineare Spannungs-Dehnungsbeziehung einschließlich des Entfestigungsverhaltens unter Druck;
- Zyklisches Verhalten im Druckbereich mit Plastizierungs- sowie Schädigungskomponente, dabei Degradation von Festigkeit und Steifigkeit, Energiedissipation;
- Zugrißbildung mit erneuter Rißschließung;
- Monotones und zyklisches Verhalten des Bewehrungsstahles,
- Verbundwirkung zwischen Bewehrungsstahl und Beton sowie die daraus folgende Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen, beides für monotone und zyklische Beanspruchungsprozesse.

Daneben sind natürlich alle ins Auge gefaßten, nicht-mechanischen Deteriorationsprozesse in gleicher Genauigkeit zu modellieren.

Aus dieser Merkmalsaufzählung erkennt man, daß die Materialbeschreibungen im Abschnitt 9 der Norm [1] oder solche aus der Fachliteratur [5]; [6] zur Schädigungsermittlung nicht ausreichend sind. Da diese oft nur monotones Stoffverhalten widerspiegeln, bedürfen sie erheblicher Ergänzungen, um hieraus von der Materialpunktebene gemäß

Bild 1 und 2 die komplizierte physikalische Nichtlinearität des Verbundwerkstoffes Stahlbeton über Mehrschichten-Schalenelemente zu realisieren. Detaillierte Erläuterungen hierzu finden sich in [7].

Im folgenden soll nun ein empirisches Betonmodell beschrieben werden, welches den aufgezählten Anforderungen nachkommt. Es stellt eine zyklische Erweiterung der Modellvorschläge in [8] dar.

2.2 Grundsätzliches zum Betonmodell

Das hier beschriebene Konzept ist eine 2D Modellierung und geht ursprünglich auf [9] zurück, wurde jedoch mehrfach modifiziert und aktualisiert. In moderner Terminologie beschreibt es ein nichtlineares, elasto-plastisches Schädigungsmodell mit Entfestigungsbereich. Es basiert auf ein- und zweidimensionalen Experimenten von [10]; [11]. Daher ist es empirisch begründet, eine besonders attraktive Eigenschaft für theoretische, normative und experimentelle Ergänzungen.

Das angewandte Betonmodell ist ein inkrementelles, orthogonal anisotropes Modell. Für seine Anpassung an eindimensionale Versuchsergebnissen werden äquivalente uniachsiale Dehnungssinkremente $d\varepsilon_{iu}$, $i = 1, 2$, in den Hauptspannungsrichtungen i eingeführt. Damit wird die ebene Spannungs-Dehnungsbeziehung entkoppelt:

$$\begin{pmatrix} d\sigma_1 \\ d\sigma_2 \\ d\tau_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_1 & 0 & 0 \\ 0 & E_2 & 0 \\ 0 & 0 & G \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d\varepsilon_{1u} \\ d\varepsilon_{2u} \\ d\gamma_{12} \end{pmatrix}, \quad (2)$$

mit den Hauptdehnungssinkrementen

$$d\varepsilon_{1u} = \frac{1}{1-\nu^2} (d\varepsilon_1 + \nu \sqrt{\frac{E_2}{E_1}} d\varepsilon_2), \quad (3)$$

$$d\varepsilon_{2u} = \frac{1}{1-\nu^2} (d\varepsilon_2 + \nu \sqrt{\frac{E_1}{E_2}} d\varepsilon_1), \quad (4)$$

Wegen der diagonalen Materialmatrix in (2), die einachsige Verhalten vorspiegelt, sind die Gesamtdehnungen ε_{iu} dann ebenfalls äquivalente einachsige Größen. Die inkrementelle konstitutive Beziehung führt zu folgenden finiten internen Variablen:

$$\varepsilon_{iu} = \int \frac{d\sigma_i}{E_i} \approx \sum_{i=1}^{N_{\text{Last}}} \frac{\Delta\sigma_i}{E_i}, \quad i = 1, 2. \quad (5)$$

In (2) wurde die Annahme der Invarianz der Schubsteifigkeit G im bezug auf Drehungen der Hauptspannungsachsen getroffen, diese liefert

$$(1-\nu^2)G = \frac{1}{4}(E_1 + E_2 - 2\nu\sqrt{E_1E_2}). \quad (6)$$

Die Auswertung des Stoffgesetzes (2) erfolgt im Hauptspannungssystem. Danach werden Steifigkeitsmatrix und innerer Kraftvektor weiter ins globale Koordinatensystem des zu berechnenden Tragwerks transformiert [7]; [12].

2.3 Beton im Druckbereich

Monotone Belastung: Die oben definierten äquivalenten einachsigen Verzerrungen (3,4) lassen sich unmittelbar in einachsigen Spannungs-Dehnungsbeziehungen verwenden. Zur Beschreibung der monotonen Spannungs-Dehnungsbeziehung für den Druckbereich wird die Grundgleichung aus [13] herangezogen. Diese Beziehung (7), graphisch dargestellt in Bild 3, beschreibt als Kurvenschar die elastische Phase und die Verfestigungsphase des Betons. Sie hängt vom aktuellen Spannungs-Dehnungszustand sowie vom Hauptspannungsverhältnis ab:

$$\sigma_i = \frac{\varepsilon_{iu} E_0}{1 + \left[\frac{E_0}{E_s} - 2 \right] \frac{\varepsilon_{iu}}{\varepsilon_{ic}} + \left[\frac{\varepsilon_{iu}}{\varepsilon_{ic}} \right]^2}, \quad 0 \geq \varepsilon_{iu} \geq \varepsilon_{ic}. \quad (7)$$

Hierin bezeichnet ε_{iu} die äquivalente einachsige Dehnung bei der biaxialen Druckfestigkeit σ_{iu} , eine Funktion des Hauptspannungsverhältnisses. E_0 ist der Anfangs-Elastizitätsmodul, ermittelt im einachsigen Druckversuch, und E_s der Sekantenmodul bei der Druckfestigkeit σ_{iu} . Den Entfestigungspfad des Modells, die Phase von der Mikroriß-Akkumulation zur Bruchflächenbildung, beschreibt eine abfallende Gerade mit dem Druckbruch bei $\{\varepsilon_{iu} = (1 + n)\varepsilon_{ic}, 0.2\sigma_{ic}\}$, wobei n nach [8] in Abhängigkeit der Betonfestigkeit von 0.2 bis 2.0 variiert. Die monotone Spannungs-Dehnungsbeziehung (7) wird durch vier unabhängige Parameter ε_{cu} , ε_{ic} , σ_{ic} und E_0 eindeutig definiert.

Nach bruchmechanischer Auffassung des Entfestigungsprozesses müßte die hierbei freigesetzte, lokalisierte Zerstauchungsenergie G_{cl} netzunabhängig sein. Dies wird i. a. durch Modifikation des Faktors n berücksichtigt, da die volumenspezifische Energie g_{cl} gerade dem Flächenintegral unterhalb der Entfestigungskurve entspricht und somit wie folgt berechnet werden kann:

$$g_{cl} = G_{cl}/l_{eq} \text{ für } \varepsilon_{ic} \geq \varepsilon_{iu} \geq (1 + n)\varepsilon_{ic}, \quad (8)$$

wobei l_{eq} eine äquivalente Länge des jeweiligen finiten Elementes ist. Solange das abzubildende Druckversagen je-

doch nicht ausgeprägt lokalisiert auftritt, liefert das Modell des Bildes 3 sehr gute Ergebnisse für die Strukturanalyse. Dabei wird die biaxiale Betondruckfestigkeit σ_{ic} dem Versagenskriterium von [14] entnommen.

Zyklische Belastung: Zur Formulierung des Materialverhaltens unter zyklischer Belastung wird – wie bei niederzyklischer Ermüdung üblich – die Voraussetzung getroffen, daß die monotone Spannungs-Dehnungskurve des Bildes 3 für das zyklische Verhalten als Hüllkurve dient. Auf diese Hüllkurve (*envelope curve*) werden sämtliche Schädigungsmechanismen, wie Plastizierung, Degradation von Festigkeit und Steifigkeit sowie die Energiedissipation, bezogen. Das Modell ist für wenige Zyklen experimentell validiert und korrespondiert – nach eigenen Erfahrungen – für alle *low-cycle fatigue* Prozesse hervorragend mit Versuchen.

Wenn sich die Dehnung in einem Punkt (ε_{en} , σ_{en}) der monotonen Hüllkurve umkehrt, läuft der Rückkehrpfad gemäß Bild 3 als plastische Phase mit der Neigung von E_0 , bis zum *Turning-Point* (ε_{tp} , σ_{tp}). Dessen geometrische Orte werden im gesamten Druckbereich durch

$$\sigma_{tp} = \frac{1}{2} \sigma_{en} \quad \text{für } \varepsilon_{en} \geq \varepsilon_{ic} \text{ oder } \sigma_{en} \leq f_c, \quad (9)$$

$$\sigma_{tp} = \frac{1}{2} f_c \text{ and } \sigma_{tp} \geq 2\sigma_{cp} - \sigma_{en} \quad \text{sonst.} \quad (10)$$

definiert. Im *Turning-Point* (ε_{tp} , σ_{tp}) wird der Schädigungsmechanismus zugeschaltet, so daß sich der Entlastungspfad ab diesem Punkt infolge Plastizierung und Schädigung verflacht. Dieser Pfad führt zum Punkt (ε_{ip} , $\sigma_i = 0$), wobei die plastische Dehnung ε_{ip} für den Anfangspunkt der Entlastung ε_{en} wie folgt berechnet wird:

$$\frac{\varepsilon_{ip}}{\varepsilon_{cu}} = 0.145 \left(\frac{\varepsilon_{en}}{\varepsilon_{cu}} \right)^2 + 0.13 \left(\frac{\varepsilon_{en}}{\varepsilon_{cu}} \right). \quad (11)$$

Dabei beschreibt ε_{cu} die zur einachsigen Druckfestigkeit f_c gehörige Dehnung. Vom Punkt (ε_{ip} , $\sigma_i = 0$) aus führt der Wiederbelastungspfad zum *Common-Point* (ε_{cp} , σ_{cp}), dessen Lage durch folgende Bedingung definiert ist:

$$\sigma_{cp} = \min \left(\frac{5}{6} \sigma_{en}, \sigma_{en} - \frac{1}{6} f_c \right) \leq \frac{1}{3} \sigma_{en} \quad (12)$$

Wie man aus Bild 3 erkennen kann, bestimmt die Lage der *Common-Points* die Richtung der Wiederbelastung, die mit zunehmender Dehnung flacher wird. Die Lage der *Turning-Points* kontrolliert die Energiedissipation in der Weise, daß diese mit niedriger liegenden Punkten zunimmt.

2.4 Beton im Zugbereich

Monotone Belastung: Mikrorißakkumulationen unterdrückend wird der Beton bis zum Erreichen seiner Zug-

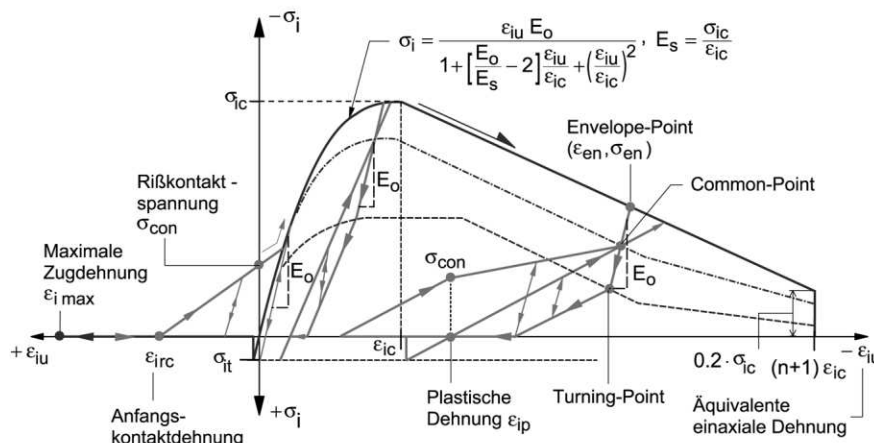


Bild 3 Stoffgesetz für Beton in Hauptspannungsrichtung

Fig. 3 Constitutive law for concrete in principle stress direction

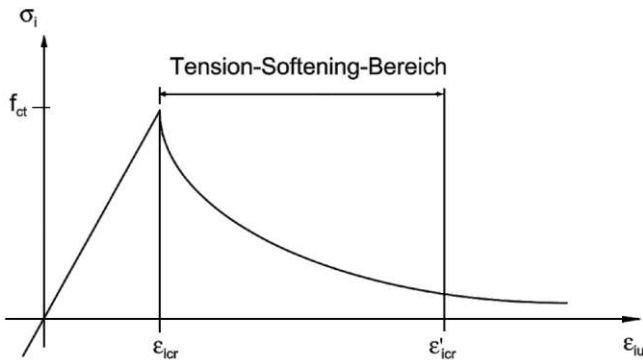


Bild 4 Materialverhalten von Beton im Zugbereich
Fig. 4 Constitutive behavior of concrete under tension

festigkeit f_{ct} als linear elastisch wirkend vorausgesetzt. Nach Überschreiten von f_{ct} , dem plötzlichen Trennbruch, nimmt das verwendete Modell einen eindimensionalen Zustand mit der Querdehnungszahl $\nu = 0$ an. Zur Festlegung der Zugrißbildung wird das Hauptspannungskriterium nach *Rankine* angewandt:

$$\max(\sigma_1, \sigma_2) - f_{ct} = 0. \quad (13)$$

Im Punkt $(f_{ct}, \varepsilon_{icr})$ in Bild 4 wird somit ein Riß initiiert und der Lokalisierungsprozeß des Rißbandes beginnt. Der Entfestigungspfad für $\varepsilon_{iu} \geq \varepsilon_{icr}$ wird i. a. durch eine linear oder hyperbolisch absteigende Funktion wie folgt beschrieben [15]:

$$\sigma_i = f_{ct} \exp\left[\frac{1}{\gamma_t} \left(\frac{f_{ct}}{E_0} - \varepsilon_{iu}\right)\right] \quad \text{mit} \quad \gamma_t = \frac{G_f}{l_{eq} f_{ct}} - \frac{1}{2 E_0}. \quad (14)$$

Dabei ist γ_t ein Parameter zur Kennzeichnung der Fläche unterhalb der Spannungs-Dehnungskurve. l_{eq} bezeichnet die äquivalente Länge des betroffenen finiten Elementes und G_f bedeutet die Bruchenergie. Die vollständige Rißöffnung bei der Dehnung ε'_{icr} wird von [16]; [17] durch

$$\varepsilon'_{icr} = 2G_f \ln(3/l_{eq})/f_{ct}(3 - l_{eq}) \quad \text{oder} \quad \varepsilon'_{icr} = G_f/l_{eq} \cdot f_{ct} \quad (15)$$

abgeschätzt.

In der skizzierten Weise lassen sich bekanntlich finite Elementanalysen für Rißschädigungsprozesse von der Netzgröße unabhängig machen. Als Preis enthält die Spannungs-Dehnungsfunktion natürlich einen Maßstabseffekt (*Size-effect*) [18].

Ein empirisches Materialmodell für theoretische, normative und experimentelle Ergänzungen.

Im Gegensatz zu dieser Art der Regularisierung verwenden die Autoren seit längerem eine konzeptionell saubere Vorgehensweise, um einen Verlust der Elliptizität des Randwertproblems im Rißbereich zu vermeiden: Die linear elasti-

sche Spannungs-Dehnungskurve in Bild 4 wird lediglich bis zur Einleitung der Rißbildung $(\varepsilon_{icr}, f_{ct})$ in der Analyse verwendet. Nach diesem Zustandspunkt wird die weitere Rißvergrößerung über das entsprechende Verbundproblem mit dem Konzept der verschmierten Risse behandelt. Dieses Konzept im Abschnitt 2.6 weicht auf eine Meso-Skala aus, es vermeidet so die Verwendung eines netzabhängigen Materialgesetzes.

Zyklische Belastung: Existiert bereits ein geöffneter Riß, so kann sich orthogonal zu diesem ein zweiter Riß ausbilden. Nach dem Reißen wird die Hauptspannung und die dazu gehörige Steifigkeit senkrecht zur Rißfläche zu Null gesetzt. Im Riß selbst bleibt die Schubfestigkeit vorhanden, ggf. abgemindert um einen „*shear retention factor*“. Aus der konstitutiven Beziehung (2) ergibt sich bei offenem Riß die verbleibende Schubsteifigkeit zu einem Viertel der vorhandenen Tangentensteifigkeit in der ungerissenen Hauptspannungsrichtung. Entstehen zwei Risse, so verschwindet die Schubsteifigkeit vollständig [12].

Natürlich kann sich ein offener Riß wieder schließen, dies erfordert eine gewisse Druckkraft. In der vorliegenden Arbeit wurde dieser Rißschließungsvorgang basierend auf der analytischen Beschreibung von [19]; [20] modelliert. Die Berechnungsformeln für die Dehnung beim anfänglichen Kontakt der Rißufer (ε_{irc}) und für die Kontaktspannung (σ_{con}) bei vollständiger Rißschließung im Beton wurden von dort übernommen:

$$\varepsilon_{irc} = \varepsilon_{ip} + 0.5\varepsilon_{max} \left(0.1 + \frac{0.9\varepsilon'_{ic}}{\varepsilon'_{ic} + \varepsilon_{max}}\right), \quad (16)$$

$$\varepsilon'_{ic} = |\varepsilon_{ic}| - |\varepsilon_{ip}| \geq 0, \quad (17)$$

$$\sigma_{con} = 0.3\sigma_{ic} \left(2 + \frac{\frac{\bar{\varepsilon}_{icr}}{\varepsilon_{ic}} - 4}{\frac{\bar{\varepsilon}_{icr}}{\varepsilon_{ic}} + 2}\right) \leq \sigma_{con,max} = \sigma_{ic} \frac{\bar{\varepsilon}_{icr}}{\bar{\varepsilon}_{icr} + \varepsilon_{ic}}, \quad (18)$$

$$\bar{\varepsilon}_{icr} = \varepsilon_{irc} - \varepsilon_p. \quad (19)$$

Vereinfachend läßt sich hiermit durch lineare Verbindung der beiden Punkte $(\varepsilon_{irc}, 0)$ und $(0, \sigma_{con})$ der Rißschließungsvorgang modellieren (Bild 3).

Im Vergleich zu Stoffgesetzformulierungen auf kontinuumsmechanischer Basis [15] erkennt man zusammenfassend im Hinblick auf die aus eindimensionalen Versuchen gewonnenen normativen Aussagen in [1]; [8] die großen Vorteile dieses empirischen Konzeptes.

2.5 Bewehrungsstahl

Bei den vorliegenden Schädigungsermittlungen wurde für normal- und hochduktilen Bewehrungsstähle das elasto-plastische Stoffmodell gemäß Bild 5 eingesetzt. Die einzelnen Parameter dieser bilinearen Idealisierung können Tabelle 18 in [1] entnommen werden. Das konstitutive Gesetz erfaßt den *Bauschinger*-Effekt durch ein kinematisches Verfestigungsmodell nach *Prager*. Über das Mehrschichtenmodell des Bildes 1 wird auch dieses Stoffverhalten in jeder Bewehrung

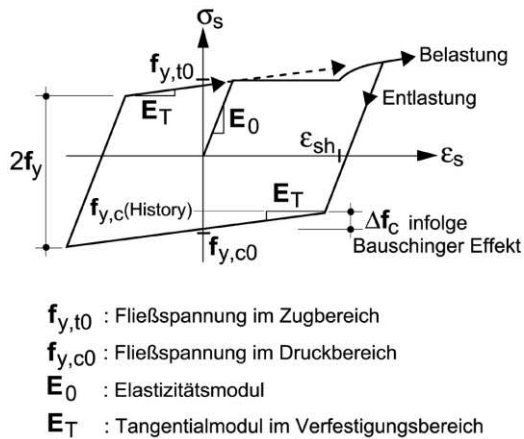


Bild 5 Zyklisches Spannungs-Dehnungsverhalten des Betonstahls
Fig. 5 Cyclic stress-strain diagram of reinforcement steel

rungs- als inkrementelle konstitutive Beziehung ausgewertet.

2.6 Verbundverhalten

Phänomenologie der Rißbildung: In diesem Abschnitt werden Verbundverhalten und Zugrißbildung des Betons in einer Meso-Skalen-Betrachtung mittels eines Rißelementes von der Länge eines halben Rißabstandes behandelt. Die gewonnenen Informationen werden ebenfalls durch das Multi-Level Konzept von Bild 2 auf die Materialpunkt-Ebene und von dort weiter zur Finiten-Element-Ebene homogenisiert.

Im gesamten Druckbereich und im ungerissenen Zugbereich des Betons besteht gemäß [1] starrer Verbund, in welchem die Dehnungen von Stahl und umgebendem Beton identisch sind. Nach Mikrorißakkumulation und Überschreitung der Zugfestigkeit f_{ct} bei der Dehnung ε_{icr} in Bild 4 beginnt die primäre Makrorißbildung. Die genaue Lage des ersten Makrorisses hängt vom Hauptspannungszustand (σ_1 , σ_2) und statistisch verteilten Faktoren ab, wie der Betonzugfestigkeit, den Eigenspannungen, Querschnittsschwächungen oder der Querbewehrung; sie ist deshalb numerisch nicht fixierbar.

Nach der Erstrißbildung im Beton wird die Spannung dort abgebaut, und der Stahl übernimmt in diesem Tension-Softening-Bereich die frei werdenden Betonspannungen. Dabei entsteht ein Dehnungsunterschied zwischen Stahl und Beton, der zur unterschiedlichen Verformung beider Materialien führt. Diese Relativverschiebung, der Verbundschlupf, ruft Spannungumlagerungen vom Stahl zurück auf den Beton im rißnahen Bereich hervor. Wenn die Spannungszunahme des Betons $\sigma_c(x)$ erneut die Zugfestigkeit f_{ct} erreicht, bildet sich ein zweiter Riß. Dieser Vorgang setzt sich so lange fort, bis die Einleitungslänge l_t zur Erzeugung eines weiteren Risses zu kurz ist. In diesem Zustand hat der Beton die Dehnung ε'_{icr} (15) in Bild 4 erreicht, und die Rißbildung ist abgeschlossen. Durch jede weitere Dehnungszunahme werden die vorhandenen Risse lediglich vergrößert.

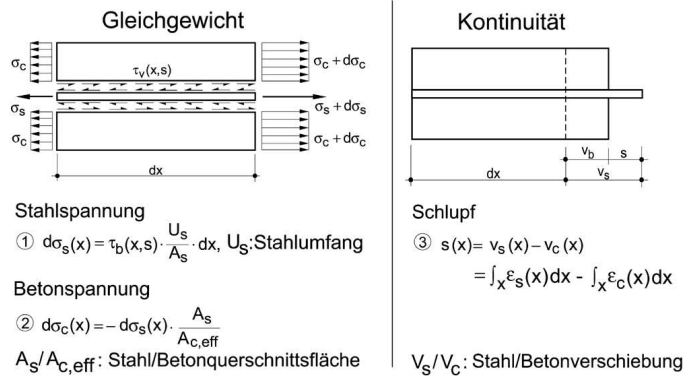


Bild 6 Verbund-Schlupf-Beziehungen
Fig. 6 Bond-slip-relations

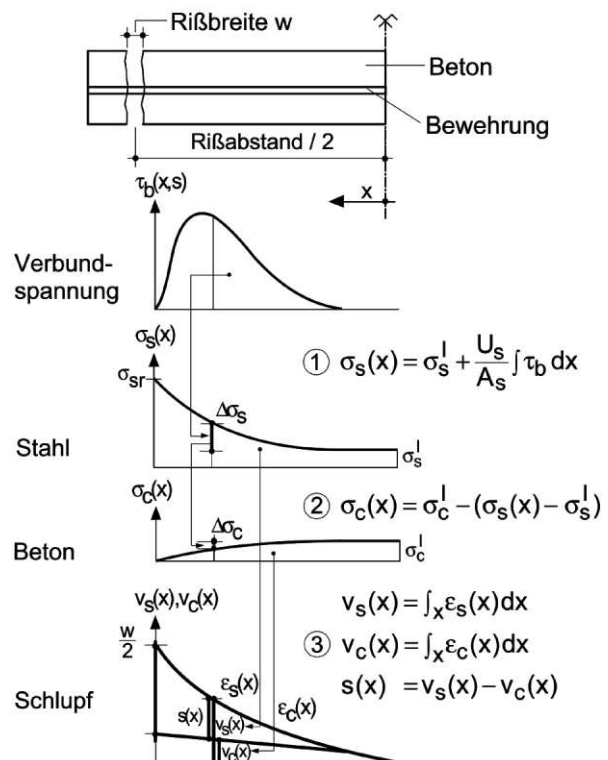


Bild 7 Spannungseinleitung in ein Rißelement
Fig. 7 Stress initiation between cracks

Mechanismen der Spannungumlagerung: Die Grundbeziehungen des Umlagerungsprozesses lassen sich aus dem differentiellen Element des Bildes 6 aus der Gleichgewichts- und Kontinuitätsbedingung ableiten. Darin sind die Verbundspannungen $\tau_b(x, s)$ an der Kontaktfläche zwischen Beton und Stahl abhängig vom Schlupf s und der Entfernung x von der Rißfläche. Verbundspannungen verschwinden, wenn der Schlupf Null ist. Prinzipielle Übertragungsmechanismen der Spannungen durch Verbundeffekte in einem Rißelement sind anhand der in Bild 7 dargestellten Beziehungen aufgezeigt. Integriert man die Gleichungen in Bild 6 über den halben Rißabstand $s_{rm}/2$, so entstehen die Spannungsverläufe im Stahl $\sigma_s(x)$ und im Beton $\sigma_c(x)$ sowie der Schlupfverlauf $s(x)$ in einem Rißelement wie folgt:

$$\sigma_s(x) = \sigma_s(x=0) + \frac{U_s}{A_s} \int_{x=0}^{s_{m'}/2} \tau_b(x, s) dx, \quad (20)$$

$$\sigma_c(x) = \sigma_c(x=0) - (\sigma_s(x) - \sigma_s(x=0)) \frac{A_s}{A_c}, \quad (21)$$

$$s(x) = \int_{x=0}^{s_{rm}/2} \varepsilon_s(x) dx - \int_{x=0}^{s_{rm}/2} \varepsilon_c(x) dx. \quad (22)$$

In klassischen Festigkeitsbetrachtungen des Stahlbetons wird dieses Konzept i. a. auf den Bereich $\varepsilon_i > \varepsilon'_{cr}$ (Bild 4) angewandt, in welchem die Rißbildung abgeschlossen ist und sich lediglich die Rißbreiten vergrößern. Bezieht man nun auch den Tension-Softening-Bereich des Betons gemäß Bild 4 mit ein, so kann die Gültigkeit aller Ableitungen unmittelbar auf ε'_{cr} erweitert werden. Dazu transformiert man die Dehnung (15), die ursprünglich eine auf die äquivalente Länge l_{eq} bezogene Rißbreite darstellt, auf den Rißabstand, d. h. auf die Länge des Rißelements, und erhält die Rißbreite am Ende des Tension-Softening-Bereichs zu

$$\varepsilon'_{icr} = (5.0 \div 6.0) G_f/f_{ct}. \quad (23)$$

Mit diesem Wert [6]; [21] wird eine nichtlineare Steifigkeitsbeziehung zwischen der Restspannung σ_c ($x = s_{rm}/2$) im Riß und der aktuellen Rißbreite w_i für den Bereich $\varepsilon_{icr} \leq \varepsilon_i \leq \varepsilon'_{icr}$ in die Gleichung (21) substituiert. Diese Ergänzung gestattet eine Formulierung der Rißbildung im Beton frei von Maßstabeffekten.

Verbundmodell: Das angewendete ortsabhängige Verbundgesetz für monoton steigende Beanspruchung aus [22], das sowohl für den quasi-verbundfreien, rißnahen Bereich als auch für große Schlupfwerte Gültigkeit besitzt, ist in Bild 8 dargestellt. Die Verbundspannungs-Schlupfbeziehung variiert in Abhängigkeit der Entfernung des Berechnungspunktes vom Rißquerschnitt. Diese Entfernung ist auf den Stabdurchmesser normiert, wobei die gesamte Beziehung durch sechs Kurven beschrieben wird. Ab dem fünffachen Stabdurchmesser bleiben alle weiteren Kurven unverändert. Für zyklische Beanspruchung hingegen wurde das Verbundmodell von [23], dargestellt in Bild 9, übernommen und der ortsabhängigen monotonen Hüllkurve angepaßt. Aufgrund der einheitlichen Formulierung des Reibungsverbundes sowohl für monotone als auch zyklische Belastung konnte das Reibungsverbundverhalten nach [24] berücksichtigt werden. Detaillierte Beschreibungen aller verwendeten Verbundkurven sind in [22]: [7]; [23] zu finden.

Lösungsalgorithmus auf der Meso-Skala: Die Beschreibung solch eines komplizierten Analysemodells kann hier natürlich nur anhand einzelner Elemente erfolgen. Aus diesen erkennt man, daß das Riß- und Verbundproblem vom

Materialverhalten her hochgradig nichtlinear ist. Die durch konstitutive Informationen ergänzten Gleichungen (20)–(22) werden zur Lösung in einem spannungsabhängigen Rißelement iterativ integriert [24]. Bild 10 skizziert das angewandte Iterationsschema, zu dessen detaillierter Erläuterung auf [7] verwiesen sei.

Tension-Stiffening in der Materialpunktebene: Das hier skizzierte Modell für das Verbundverhalten vermeidet Maßstabeffekte in der Spannungs-Dehnungsbeziehung als Folge von Lokalisierungen während der Zugrißbildung. Es liefert die benötigten Informationen über Rißbreiten, Rißabstände [22] und Stahlspannungen in der Rissen sowie den Tension-Stiffening-Effekt, die in allen aktuellen Materialpunkten berechnet werden, um dann im Multi-Level Konzept des Bildes 2 Berücksichtigung zu finden.

Wie heute üblich, wird der Einfluß des Tension-Stiffening in der Steifigkeit der Stahlbewehrung berücksichtigt [7]. Hierzu wird gemäß Bild 11 das Stoffgesetz des Bewehrungsstahls aus Abschnitt 2.5 durch ein multi-lineares Tension-Stiffening-Modell ergänzt, das für jeden Gausspunkt iterativ ausgewertet wird. Für monotone Lastprozesse wurden dabei fünf Stützstellen gewählt, während zyklisches Verhalten unter Berücksichtigung der Rißschließung mit vier Stützstellen auskommt. Bei besonderen Genauigkeitsanforderungen kann die gesamte Berechnung vorteilhaft an dieser Stelle durch Experimente kontrolliert werden [25].

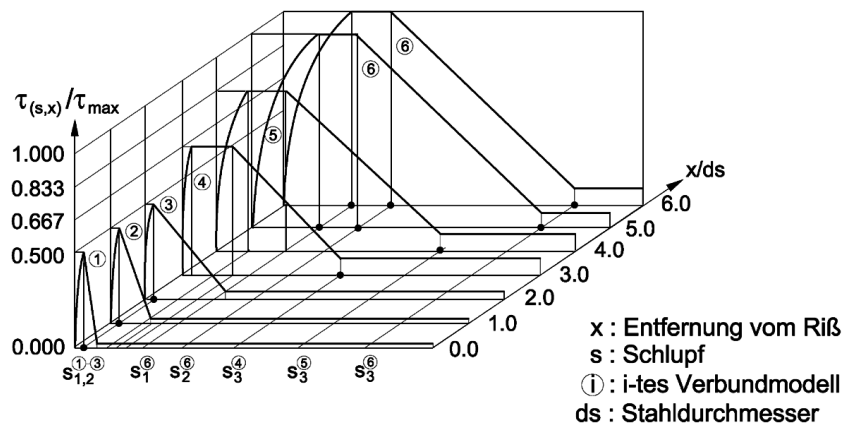


Bild 8 Lokales Verbundmodell nach [13]
Fig. 8 Local bond model of [13]

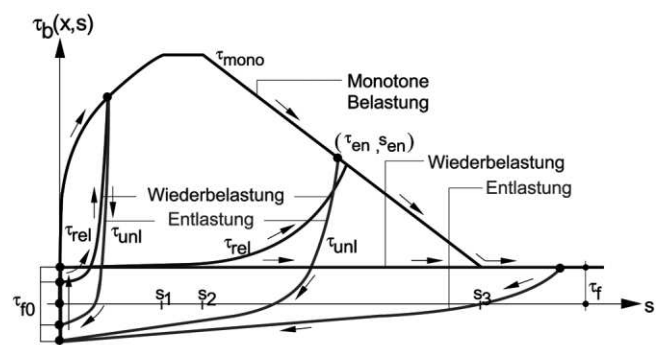


Bild 9 Zyklisches Verbundmodell nach [27]
Fig. 9 Cyclic bond model of [27]

(7), siehe Bild 3, oder als jährliche Korrosionsrate k_c in [mm/a] in den betroffenen Tragwerksabmessungen berücksichtigt.

Schädigungsvorhersagen erfordern natürlich Prognosen der jeweiligen Degradationsprozesse über die gesamte Tragwerks-Lebensdauer. Ihre numerischen Simulationen führen sodann auf Serien von Tragwerksberechnungen für zeitlich fortschreitende Schädigungszustände.

3 Schlußbemerkung

Der vorliegende Aufsatz ist der erste Teil eines 2-teiligen Aufsatzes. Er führt in moderne Verfahren der Schädigungsanalyse von Stahlbetontragwerken ein, die hochgradig nichtlineare Prozesse darstellen. Derartige Analysen dienen heute zur wirtschaftlichen Planung von Rehabilitationsmaßnahmen für geschädigte Tragwerke sowie zur Prognose von deren Restlebensdauern. Voraussetzung hierzu bildet geeignete Software mit wirklichkeitsnahen, schädigungsorientierten Stoffgesetzen und offenen Schnittstellen zur Modellierung der beobachteten Deteriorationen. Liegt alles dies vor, so können Schädigungsanalysen bedeutende Beiträge zur Beurteilung von Sicherheit und Dauerhaftigkeit neuer sowie von Sicherheit und Restlebensdauer geschädigter Stahlbetontragwerke liefern.

Dank

Die Autoren danken Frau Dipl.-Ing. Verena Krieger und Herrn Dipl.-Ing. Markus Kömpel für ihre substantielle Mitarbeit.

Literatur

- [1] DIN 1045-1: Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton. Teil 1: Bemessung und Konstruktion. Entwurf 12/98.
- [2] Krätzig, W. B. and Petryna, Y. S.: Assessment of structural damage and failure. *Archive of Applied Mechanics* 71 (2001), 1–15.
- [3] Beem, H., Könke, C., Montag, U. und Zahlten, W.: FEMAS 2000 – Finite Element Moduln allgemeiner Strukturen. Lehrstuhl für Statik und Dynamik, Ruhr-Universität Bochum. Benutzerhandbuch Release 3.0.
- [4] Krätzig, W. B. und Noh, S.-Y.: Computersimulation progressiver Schädigungsprozesse von Stahlbetonkonstruktionen. In: P. Wriggers et al. (eds.), *FEM'98-Finite Elemente in der Baupraxis*, 123–132. Ernst & Sohn, Berlin 1998.
- [5] Hofstetter, G. and Mang, H. A.: *Computational Mechanics of Reinforced Concrete Structures*. Vieweg Verlag, Wiesbaden 1995.
- [6] Mehlhorn, G.: Grundlagen zur physikalisch nichtlinearen FEM-Berechnung von Tragwerken aus Konstruktionsbeton: Materialmodelle für Bewehrung und Beton. *Bauingenieur* 70 (1995), 313–320.
- [7] Noh, S.-Y.: Beitrag zur numerischen Analyse der Schädigungsmechanismen von Naturzugkühltürmen, Dr.-Ing. Dissertation, RWTH, Fakultät für Bauingenieurwesen, Aachen, Germany, 2001.
- [8] MC 90: CEB-FIP Model Code 1990: Design Code. Lausanne: Comité Euro-International du Béton, Bulletin d'Information 195; 1990.
- [9] Darwin, D. and Pecknold, D. A.: Inelastic model for cyclic biaxial loading of reinforced concrete. *Civil Engineering Studies*, Report No. SSR 409, University of Illinois, Urbana 1974.
- [10] Karsan, I. D. and Jirsa, J. O.: Behavior of concrete under compressive loadings. *ASCE Journ. Struct. Div.* 95 (1969), 2543–2563, 1990.
- [11] Kupfer, H. B., Hilsdorf, H. K. and Rüschi, H.: Behavior of concrete under biaxial stresses. *ACI Journ.* 66 (1969), 656–666.
- [12] Stempniewski, L. und Eibl, J.: Finite Elemente im Stahlbeton. In: J. Eibl (Hrsg.), *Betonkalender 1996*, Teil 2, 577–647. Ernst & Sohn, Berlin 1996.
- [13] Saenz, I. P.: Discussion to "Equation for the stress-strain curve of concrete by Desayi and Krishnan". *ACI Journ.* 61 (1964), 1229–1235.
- [14] Kupfer, H. B. and Gerstle, K.H.: Behavior of concrete under biaxial stresses. *ASCE Journ. Engng. Mech. Div.* 99 (1973), 852–866.
- [15] Pölling, R. and Krätzig, W. B.: An elasto-plastic damage theory for reinforced concrete with minimum number of material parameters. Veröffentlichung in *Computers & Structures*.
- [16] Feenstra, P. H.: Computational aspects of biaxial stress in plain and reinforced concrete. Ph.D. Thesis, Delft Technical University 1993.
- [17] Kwak, H. G. and Fillipou, F. C.: Finite element analysis of reinforced concrete structures under monotonic loads. Report UCB/SEMM-90/14, University of California; Berkeley: 1990.
- [18] Petryna, Y. S., Pfanner, D., Stangenberg, F. and Krätzig, W. B.: Reliability of reinforced concrete structures under fatigue. *Reliability Engineering and System Safety* 77 (2002), 253–261.
- [19] Su, X. and Zhu, B.: Algorithm for hysteresis analysis of prestressed concrete frames. *ASCE Journ. Struct. Engng.* 120 (1993), 1732–1744.
- [20] Zhu, B., Wu, M. and Zhang, K.: A study of hysteric curve of reinforced concrete under cyclic loading. In: *Proc. 7th World Congress on Earthquake Engineering*. 1980, Istanbul, 509–516.
- [21] Mocros, A. and Bjohovde, R.: Fracture modeling of concrete and steel. *Journ. Struct. Engng.* 121 (1995), 1125–1131.
- [22] Kreller, H.: Zum nichtlinearen Trag- und Verformungsverhalten von Stahlbetontragwerken unter Last- und Zwangseinwirkung. Heft 409, Deutscher Ausschluß für Stahlbeton; Berlin.
- [23] Tue, N. V.: Zur Spannungsumlagerung im Spannbeton bei der Rißbildung unter statischer und wiederholter Belastung. Heft 435, Deutscher Ausschluß für Stahlbeton, Berlin 1993.

- [24] Eligehausen R., Popov, E. P. and Bertero, V. V.: Local bond stress-slip relationship of deformed bars under generalized excitation. Report No. UCB/EERC 82-23, Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley 1983.
- [25] Busch, D., Harte, R., Krätzig, W. B. und Montag, U.: Der 200 m Naturzugkühlturm Niederaussem aus Hochleistungsbeton. Beton- und Stahlbetonbau 96 (2001) 782–791.
- [26] Gehlen, Chr.: Lebensdauerbemessung – Zuverlässigkeitsberechnungen zur wirksamen Vermeidung von verschiedenartig induzierter Bewehrungskorrosion. Beton- und Stahlbetonbau 96 (2001) 478–487.
- [27] Sarja, A. and Vesikari, E.: Durability Design of Concrete Structures. RILEM Report 14, RILEM Technical Committee 130-CSL, 1996.
- [28] Zilch, K., Diederichs, C. J. und Katzenbach, R. (Hrsg.): Handbuch für Bauingenieure. Springer-Verlag, Berlin 2002.
- [29] VGB: BTR-Bautechnik bei Kühltürmen. Richtlinie für den bautechnischen Entwurf, Berechnung, Konstruktion und Ausführung von Kühltürmen. VGB Technische Vereinigung der Großkraftwerksbetreiber, Essen 1997.

Schlüsselwörter:

Stahlbetonmodell – Nichtlineare Analyse – Dauerhaftigkeit – Schädigungsevolution – Lebensdauer-orientiertes Entwurfskonzept

**Prof. Dr.-Ing. Dr.-Ing. E.h. Wilfried B. Krätzig**

Institut für Statik und Dynamik
Ruhr-Universität Bochum
Universitätsstraße 150
D-44780 Bochum

**Prof. Dr.-Ing. Konstantin Meskouris**

Lehrstuhl für Baustatik und Baudynamik
RWTH Aachen
Mies-van-der-Rohe-Str. 1
D-52056 Aachen

**Prof. Dr.-Ing. Sam-Young Noh**

Department of Architectural Engineering
Hanyang University 1271
Sa 1-Dong, Ansan
Kyunggi-Do 425-791, Korea

Erweiterungsbau des DG-Verlags voll im Zeitplan

Der Deutsche Genossenschafts-Verlag eG mit Sitz in Wiesbaden platzt räumlich aus allen Nähten. Als gefragter Partner für Volksbanken und Raiffeisenbanken, Waren-genossenschaften und Verbundinstitute bietet er von A wie Außenwerbung bis W wie Werbeartikel ein breites Spektrum an Dienstleistungen. Mit einem Erweiterungsbau sollen nun möglichst kurzfristig zusätzlicher Büroraum sowie Tiefgaragenstellplätze gewonnen werden. Ein Bauvorhaben mit einer Gesamtfläche von 11 235 m², das innerhalb von nur 22 Monaten bezugsfertig zu übergeben ist.

Der Erweiterungsbau besteht aus zwei Büroriegeln mit vier Geschossen und einem Staffelgeschoss. Für den nötigen Parkraum sorgen zwei Tiefgaragenebenen mit 257 Stellplätzen. Als Verbindung zwischen den Neubauten und den bestehenden Verlagsgebäuden dient eine Funktionshalle; sie wird den Empfang und einige Konferenzräume aufnehmen.

Bereits im ersten Bauabschnitt der 80 m langen und 56 m breiten, zweigeschossigen



Bild 1 Erweiterung des DG-Verlagshauses in Wiesbaden um zwei fünfgeschossige Büroriegel und eine Funktionshalle (Photo: Doka)

Tiefgarage konnte eine Rahmenschalung ihre Vorteile voll einbringen: einfaches Schalen durch das logische Systemraster, geringer Ankeranteil durch 1,35 m breite Standardelemente, größtmöglicher Einsatzbereich durch liegend und stehend kombinierbare Elemente, wenig benötigte Kranzeit

durch große Umsetzeinheiten, problemloses Anbringen von Zubehöerteilen – und ganz wichtig: Die hervorragende Qualität der Betonflächen.

Zum Gebäudebestand bzw. zur Bohrpfehlwand hin ermöglichten Abstützböcke ein sicheres Betonieren der einhäuptigen