

2. Zur Strahlungstheorie; von Max B. Weinstein.

Im folgenden möchte ich für die grundlegenden Formeln Plancks, die zu dem nach Wien und ihm benannten Verschiebungsgesetz führen, eine neue statistische Ableitung geben. In der Tat läßt sich das Entropieprinzip, dessen Planck sich bei seinen Entwicklungen bedient, vermeiden und wird erst nötig zur Verbindung der Energie mit der Temperatur, da wir für Temperatur einer Strahlung sonst keine sichere Definition besitzen. Folgt man bei dieser der Ableitung von Nernst, so ist also, das Entropieprinzip ganz ausgeschaltet, und es bleibt nur noch die bekannte Hypothese Plancks. Als ich die Rechnungen begann, glaubte ich auf meinem Wege etwas Neues zu finden. Aber es war damit nicht viel. Und das ist eigentlich angenehm; denn Plancks Theorie hat sich ja in der Erfahrung auf das glänzendste bestätigt. So bleibt bis auf einiges die einfache und einer weiten Anwendung und Ausbildung fähige Methode der Berechnung und die Unabhängigkeit vom Entropieprinzip. Zum Schluß eine kleine Erweiterung dieser Theorie. Ich beziehe mich auf Plancks grundlegendes Werk über Strahlung (2. Aufl.) und bediene mich auch seiner Bezeichnungen.

Das System der Oszillatoren möge zunächst bei Einsetzen des umgebenden Strahlungsfeldes Energien nicht besitzen, also alle Energie durch Absorption erhalten. Ferner heben wir diejenigen Oszillatoren heraus, welche zu der zu betrachtenden Richtung der Feldstärke im Durchschnitt sich alle gleich verhalten; ihre Zahl sei N . Die Wahrscheinlichkeit, daß einer von ihnen mit der Energie $n\varepsilon$ diese im Planckschen Sinne plötzlich und ganz abgibt, sei η_n . Die Absorption beginne zur Zeit $t = 0$. Zur Zeit t_κ soll die Absorption an jedem Oszillator $\kappa\varepsilon$ betragen, so daß von $t = t_{\kappa-1}$ bis $t = t_\kappa$ ein ε absorbiert wird. Alle Oszillatoren haben zur Zeit $t = t_1^1)$

1) Nach Plancks Bezeichnung wäre also z. B. $t_1 = 4 L s / 3$.

an absorbiert, also überhaupt an Energie 1ε . Die Emission im Moment $t = t_1$ beträgt hiernach $N \eta_1 \varepsilon$, und im nächsten Abschnitt t_1 bis t_2 sind zwei Klassen von Oszillatoren vorhanden, mit Energien zwischen 0 und ε und mit solchen zwischen ε und 2ε . Im Moment $t = t_2$ ist hiernach die Emission $N \eta_1^2 \varepsilon + N (1 - \eta_1) \eta_2 2 \varepsilon$. Im Abschnitt t_2 bis t_3 tritt die Klasse mit 3ε hinzu; die Emission im Moment $t = t_3$ ist hiernach $(N \eta_1^2 + N (1 - \eta_1) \eta_2) \eta_1 1 \varepsilon + N \eta_1 (1 - \eta_1) \eta_2 2 \varepsilon + N (1 - \eta_1) (1 - \eta_2) \eta_3 3 \varepsilon$. So geht die Rechnung weiter. Jeder weitere Zeitabschnitt bringt eine neue Klasse hinzu. Im Moment t_λ sind in den Oszillatoren die durch Absorption gewonnenen Energien vorhanden $0 \varepsilon, 1 \varepsilon, 2 \varepsilon, \dots, \lambda \varepsilon$. Und es mehrt sich die Zahl der möglichen und vorhandenen Energien. Und da die Emission regellos erfolgt, mehrt sich die Nichtordnung, deren zu forderndes Maß mit hinlänglich großem λ , d. h. t_λ , erreicht wird. Für die Emissionen in den verschiedenen Emissionsmomenten ist die Rekursionsformel leicht anzugeben. Die Emissionen seien in den Momenten t_λ und $t_{\lambda+1}$ ($\lambda = 0, 1, 2, \dots$)

$$V_\lambda = a_{\lambda 1} 1 \varepsilon + a_{\lambda 2} 2 \varepsilon + \dots + a_{\lambda \lambda} \lambda \varepsilon,$$

$$V_{\lambda+1} = a_{\lambda+1 1} 1 \varepsilon + a_{\lambda+1 2} 2 \varepsilon + \dots + a_{\lambda+1 \lambda} \lambda \varepsilon + a_{\lambda+1 \lambda+1} (\lambda + 1) \varepsilon,$$

dann haben wir

$$(1) \quad \begin{cases} a_{\lambda+1 1} = \eta_1 (a_{\lambda 1} + a_{\lambda 2} + \dots + a_{\lambda \lambda}); \\ a_{\lambda+1 \kappa+2} = \frac{1 - \eta_{\kappa+1}}{\eta_{\kappa+1}} \eta_{\kappa+2} a_{\lambda \kappa+1}; \quad (\kappa = 0, 1, 2, \dots), \end{cases}$$

wobei also $a_{01} = 0$, $a_{11} = N \eta_1$ ist, was zur Berechnung aller Emissionen genügt.

Folgt man der Anschauung von Planck, daß die Quantenemission ihre Ursache in inneren Verhältnissen der Oszillatoren hat, so sollte man die η wohl auch als von den vorhandenen Energiebeträgen abhängig ansehen. Darüber am Ende etwas. Einstweilen nehmen wir aber mit Planck die η sämtlich einander gleich an und bekommen für die Emission im Moment t_λ :

$$(2) \quad \begin{cases} V_\lambda = N \varepsilon (1 \eta^2 + 2 \eta^2 (1 - \eta) + 3 \eta^2 (1 - \eta)^2 + \dots \\ \quad + (\lambda - 1) \eta^2 (1 - \eta)^{\lambda-2} + \lambda \eta (1 - \eta)^{\lambda-1}). \end{cases}$$

Die Emission in jedem Moment ist hiernach kleiner als die Absorption bis zur vorausgegangenen Emission, die ja $N \varepsilon$ beträgt. Mit wachsendem λ verringert sich der Unter-

schied, und für sehr große λ hat man $V_\lambda = N\varepsilon$. Der Plancksche Satz gilt also bei hinreichendem Abstand vom Anfangszustand für jeden Moment der Emission; was die Oszillatoren in der Zeit zwischen zwei aufeinanderfolgenden Emissionen absorbiert haben, geben sie am Ende dieser Zeit wieder ab. Nehmen wir die Zeiten hinlänglich weit vom Anfangszustand, so gilt dieser Satz für jede beliebige Zeitdauer, die eine ganze Anzahl der obigen Zeitabschnitte enthält, und wenn diese Zeitdauer gegen die Dauer zwischen zwei Emissionen, d. h. gegen die Dauer τ der Absorption von 1ε , groß genug ist, gilt der Satz überhaupt für jede Dauer. Planck hat ihn für solche Verhältnisse ausgesprochen, jedoch wegen seiner besonderen Berechnung für die Absorption. Allgemein hat man für die Emission zwischen t_λ und $t_{\lambda+\kappa}$ den Betrag

$$V_{\lambda+\kappa} = \sum_{i=0}^{\kappa} V_{\lambda+i},$$

die Emissionen bei t_λ und bei $t_{\lambda+\kappa}$ eingeschlossen, und für die ganze Emission

$$V_{on} = \sum_{\lambda=0}^{\lambda=n} V_\lambda,$$

wenn t_n den Moment der letzten Emission angibt. Diese Größe ist immer kleiner als die ganze Absorption, und natürlich um endliche Beträge, so daß man die Energieformel nur in Differenzgestalt für in obigem Sinne bezeichnete Dauern anzuwenden hätte. Das liegt im Wesen der Quantenlehre.

Beachtet man, daß in V_λ der Faktor von $N\varepsilon$ sich auch schreiben läßt

$$\begin{aligned} & \eta^2 \frac{d}{d(1-\eta)} \left((1-\eta) (1 + (1-\eta) + (1-\eta)^2 + \dots + (1-\eta)^{\lambda-2}) \right) \\ & \quad + \lambda \eta (1-\eta)^{\lambda-1} \\ &= \eta^2 \frac{d}{d(1-\eta)} \left((1-\eta) \frac{1 - (1-\eta)^{\lambda-1}}{1 - (1-\eta)} \right) + \lambda \eta (1-\eta)^{\lambda-1}, \end{aligned}$$

so folgt auch sehr einfach und bemerkenswert

$$(3) \quad V_\lambda = N\varepsilon (1 - (1-\eta)^\lambda), \quad \lambda = 0, 1, 2, \dots$$

Die Größe

$$(4) \quad U_\lambda = N\varepsilon (1 - \eta)^\lambda$$

stellt den bei jeder Emission von den Oszillatoren von der nach der letzten Emission ihnen zugegangenen Energie zu-

rückbehaltenen Teil. Die ganze seit Beginn der Emissionen bis zur Zeit t_k erworbene Energie ist also

$$\sum U_k = N \varepsilon \frac{1 - (1 - \eta)^k}{1 - (1 - \eta)} (1 - \eta) = \frac{1 - \eta}{\eta} (1 - (1 - \eta)^k) N \varepsilon$$

und für hinlänglich große Zeit nach Beginn der Feldwirkung

$$(5) \quad U = \sum U_k = \frac{1 - \eta}{\eta} N \varepsilon.$$

Daraus folgt

$$(6) \quad \frac{1 - \eta}{\eta} = \frac{U}{N \varepsilon}.$$

Die Zahl der Oszillatoren, die keine Energie abgeben, steht zur Zahl der Oszillatoren, die Energie abgeben, im Verhältnis der ganzen zuletzt erworbenen Energie zu der zuletzt bei einer Emission abgegebenen Energie; offenbar ein sehr sinnfälliger Ausdruck.

Nun ist die ganze Energie der Oszillatoren zwischen zwei Emissionen in hinlänglichem Abstand vom Beginn im Durchschnitt

$$(7) \quad E = U + \frac{N \varepsilon}{2},$$

also wird

$$(8) \quad \frac{1 - \eta}{\eta} = \frac{E}{N \varepsilon} - \frac{1}{2}, \quad E = N \left(\frac{1}{\eta} - \frac{1}{2} \right) \varepsilon,$$

der Formel Plancks entsprechend.

Planck hat weiter die Annahme gemacht, daß die Zahl Oszillatoren, welche nicht emittiert, zu der Zahl, welche emittiert, proportional ist der Energie \mathfrak{S} der erregenden Schwingung des Feldes, $(1 - \eta)/\eta = p \mathfrak{S}$. Die obige Gleichung ergibt hiernach

$$(9) \quad p \mathfrak{S} = \frac{E}{N \varepsilon} - \frac{1}{2},$$

in Übereinstimmung mit dem Ergebnis von Plancks Ableitung, unter Benutzung des Entropieprinzips, das also hier vermieden ist. Doch darf nicht verschwiegen werden, daß die *Momente* der Emission eine Ausnahme zu bilden scheinen, da in ihnen die Energie immer U ist; und die Ausnahme bleibt wohl auch bis zu einem gewissen Grade bestehen, selbst wenn man statistisch Gruppen für Gruppen treten läßt. Man wird also, im Sinne von Planck, als wirkliche Momente, Plötzlichkeiten anzusehen haben, deren Dauer selbst gegen

die der Absorption auch nur eines ε , der Dauer zwischen zwei Emissionen, ungeheuer klein sind. Das verlangt übrigens auch Plancks Theorie ihrer Natur nach. Sonst ändert sich die Theorie, worüber in einer nächsten Abhandlung.

Die Zahl Oszillatoren, welche Energien $n\varepsilon$ aussenden, ist (abgesehen noch von denen, die die höchste Energie abgeben) nach Obigem $\eta^2(1-\eta)^{n-1}$. Also die Zahl der Oszillatoren, die ihre Energie $n\varepsilon$ in den nächsten Abschnitt hinüberbringen $\eta^2(1-\eta)^{n-1}(1-\eta)/\eta = \eta(1-\eta)^n$. Und in der Zeit dt , innerhalb dieser Emission und der nächsten, hat man $\eta(1-\eta)^n dt$. Nun ist

$$dt = \frac{d\rho}{\varepsilon},$$

falls $d\rho$ das Anwachsen der absorbierten Energie bedeutet. Mithin wird

$$(10) \quad R_n = \frac{\eta}{\varepsilon}(1-\eta)^n,$$

abermals in Übereinstimmung mit dem von Herrn Planck auf anderem Wege gewonnenen Ergebnis.

Es handle sich nun um den allgemeinen Fall, daß vor Beginn des betrachteten Feldes die Oszillatoren schon unter dem Einfluß eines anderen Feldes gestanden und dabei thermodynamisches Gleichgewicht erreicht haben. Sie bringen dann schon Energien mit, die sich an der Emission im neuen Felde beteiligen können. Es ist schwer zu sagen, wie dann zu verfahren ist, da das neue Feld die früheren Schwingungen ändern wird. Vielleicht genügt aber folgende Vereinfachung. Da es sich um schwarze Strahlung handelt, sind vor Einsetzen des neuen Feldes im Gleichgewicht alle möglichen Schwingungszahlen vertreten. Im Moment des Eintretens des neuen Feldes findet freilich eine Störung des Gleichgewichts statt, die erst allmählich durch Absorption und Emission, ähnlich wie im früheren Fall, ausgeglichen wird. Wir können aber unmittelbar nach Eintritt des Feldes die Verhältnisse so betrachten, als wenn auch jetzt noch alle möglichen Schwingungszahlen vertreten sind, und nur die Verteilungszahlen eine Änderung erfahren haben. Sind außerdem die Feldschwingungen in der Grundschiwingung hinlänglich langsam gegen die Schwingungen der Oszillatoren (Plancks Annahme), so wird man jene Betrachtung bis zur ersten Emission im neuen

Felde fortsetzen dürfen und dann die Verteilungszahlen so nehmen, wie sie sich unmittelbar vor dieser ersten Emission eingestellt haben. Eine Stütze für diese Vereinfachung finde ich in Plancks Berechnung der Absorption unter den angegebenen Umständen. Das von ihm durch eingehende Näherungsrechnung ermittelte Ergebnis läßt sich nämlich nachträglich so deuten, als wenn von allen Teilschwingungen des Feldes nur diejenigen zur Absorption wesentlich beitragen, deren Schwingungszahlen in der Nähe der durch das Feld nicht gestörten Schwingungszahl des betreffenden Oszillators liegen.¹⁾ In der Tat nimmt man von dem allgemeinen Planckschen Ausdruck für die Absorption

$$\frac{1}{L} \sum_1^{\infty} \frac{A_n^2}{\omega_0^2 - \omega^2} \left[-\frac{\sin^2 \omega \tau}{2} + \omega_0 \left(\frac{\sin^2 \frac{\omega_0 + \omega}{2} \tau}{\omega_0 + \omega} + \frac{\sin^2 \frac{\omega_0 - \omega}{2} \tau}{\omega_0 - \omega} \right) \right] \\ + \frac{1}{L} \sum_1^{\infty} \frac{B_n^2}{\omega_0^2 - \omega^2} \left[+\frac{\sin^2 \omega \tau}{2} - \omega \left(\frac{\sin^2 \frac{\omega_0 + \omega}{2} \tau}{\omega_0 + \omega} - \frac{\sin^2 \frac{\omega_0 - \omega}{2} \tau}{\omega_0 - \omega} \right) \right]$$

von vornherein nur diejenigen zwischen n_1 und n_2 liegenden Glieder, für welche ω sich von ω_0 nur unendlich wenig unterscheiden, so hat man für die Absorption

$$\frac{\tau}{8L} \sum_{n_1}^{n_2} (A_n^2 + B_n^2)$$

und kommt damit auf den von Planck ermittelten Wert. Also richtet sich die Bedeutung des von Planck angenommenen Feldes für die Absorption nach der mitgebrachten Schwingung der Oszillatoren.

Es seien nun die Energien der Oszillatoren bei Beginn des neuen Feldes $n_1 \varepsilon + \varrho_1$, $n_2 \varepsilon + \varrho_2$, ..., die ε für die betreffenden Oszillatoren gleicher Schwingungszahl so gedacht, wie sie unter dem Einfluß des Feldes bestehen können. Sind die zugehörigen Verteilungszahlen N_{n_1}' , N_{n_2}' , ..., so sollen diese also die unter diesen Umständen geltenden bedeuten. Die Energien füllen sich durch Absorption zu ganzen Be-

1) Die späteren Auseinandersetzungen von Plank, am Schluß seines Werkes, weiß ich noch nicht anzuwenden; doch werden sie das mitzuteilende Hauptergebnis nicht berühren.

trägen $n_1 + 1, n_2 + 1, \dots$ des ε auf zu den verschiedenen Zeitpunkten $\tau(\varepsilon - \varrho_1)/\varepsilon, \tau(\varepsilon - \varrho_2)/\varepsilon, \dots$, wo τ die Zeit der Absorption von 1ε angibt. Zu diesen Zeitpunkten beginnt auch die Emission. Da die ϱ Beträge von 0 bis 1ε , im Durchschnitt also solche von $\varepsilon/2$, haben, und die Zeit τ jedenfalls sehr kurz ist, kann man im Durchschnitt den Emissionsmoment für alle Oszillatoren auch als den gleichen ansehen, $\tau/2$. Und unmittelbar nach den Emissionsmomenten haben alle Oszillatoren ganze Beträge von ε zu Energien. Dem früheren entsprechend ist nun:

Erste Emission:

$$\varepsilon \sum_i N'_n \eta_{n_i+1} (n_i + 1),$$

Zweite Emission:

$$\varepsilon \eta_1 \sum_i N'_n \eta_{n_i+1} + \varepsilon \sum_i N'_n \eta_{n_i+2} (1 - \eta_{n_i+1}) (n_i + 2),$$

Dritte Emission:

$$\begin{aligned} & \varepsilon \eta_1^2 \sum_i N'_n \eta_{n_i+1} + \varepsilon \eta_1 \sum_i N'_n \eta_{n_i+2} (1 - \eta_{n_i+1}) \\ & + \varepsilon \eta_2 (1 - \eta_1) \sum_i N'_n \eta_{n_i+1}^2 + \varepsilon \sum_i N'_n \eta_{n_i+3} (1 - \eta_{n_i+1}) \\ & (1 - \eta_{n_i+2}) (n_i + 3), \end{aligned}$$

usf., und die Formeln nähern sich im Wesen mehr und mehr den früheren, indem von den ursprünglichen Energien mehr und mehr verschwinden. Die Rekursionsformeln sind also entsprechend den früheren zu bilden. Wenn wieder alle η einander gleich genommen werden, ergibt sich die Formel (2), nur daß an Stelle des letzten Gliedes in der Klammer steht

$$\frac{1}{N'} \eta (1 - \eta)^{\lambda-1} \sum_i N'_n (n_i + \lambda).$$

Hiernach hat man entsprechend (3)

$$V_\lambda = N' \varepsilon \left[1 - (1 - \eta)^\lambda + \eta (1 - \eta)^{\lambda-1} \left(\sum_i \frac{N'_n}{N'} (n_i + \lambda) - \lambda \right) \right],$$

oder mit w_{n_i}' als Verteilungsdichte bei der ersten Emission

$$V_\lambda = N' \varepsilon (1 - (1 - \eta)^\lambda + \eta (1 - \eta)^{\lambda-1} \sum_i w'_n n_i).$$

Hieraus folgt, daß auch jetzt V_λ gegen $N\varepsilon$ konvergiert, so daß in hinlänglicher Weite vom Beginn wieder Absorption und Emission gleich sind. Man könnte auf die Idee kommen,

die Gleichheit zwischen Absorption und Emission *jederzeit* durch passende Wahl der η , für die eine Abhängigkeit von den n ja nicht ausgeschlossen ist, zu erzwingen; aber das ist nicht durchführbar.

Die gewonnene Energie beträgt in der ersten Stufe $N'\varepsilon/2$ unmittelbar vor der Emission; in den folgenden Stufen ist sie unmittelbar nach der Emission

$$(11) \quad U_\lambda = N'\varepsilon \left((1-\eta)^\lambda - \eta(1-\eta)^{\lambda-1} \sum_i w'_{n_i} n_i \right).$$

Demnach haben wir für die bis zur Stufe λ (eingeschlossen) im ganzen unmittelbar nach den Emissionen gewonnene Energie

$$(12) \quad \left\{ \begin{aligned} \bar{U}_\lambda &= N'\varepsilon \sum_{i=1}^{\lambda-1} \left((1-\eta)^i - \eta(1-\eta)^{i-1} \sum_i w'_{n_i} n_i \right) - \frac{N'\varepsilon}{2} \\ &= N'\varepsilon \left(\frac{1-\eta}{\eta} (1 - (1-\eta)^\lambda) - (1 - (1-\eta)^\lambda) \sum_i w'_{n_i} n_i \right) - \frac{N'\varepsilon}{2} \end{aligned} \right.$$

und in hinreichendem Abstand vom Einsetzen des neuen Feldes

$$(13) \quad \bar{U} = N'\varepsilon \frac{1-\eta}{\eta} - N'\varepsilon \sum_i w'_{n_i} n_i - \frac{N'\varepsilon}{2}.$$

Sei E' die Gesamtenergie der Oszillatoren am Beginn, so beträgt sie unmittelbar vor der ersten Emission $E' + N'\varepsilon/2$. Die Gesamtenergie allgemein ist hiernach

$$(14) \quad E = N'\varepsilon \frac{1-\eta}{\eta} - N'\varepsilon \sum_i w'_{n_i} n_i + E'.$$

Da unmittelbar vor der ersten Emission die n_i übergegangen sind in $n_i + 1$ und die Energie $E' + N'\varepsilon/2$ beträgt, so haben wir

$$N'\varepsilon \sum_i w'_{n_i} (n_i + 1) = E' + \frac{N'\varepsilon}{2}.$$

Diese Formel gilt allgemein, welche Werte auch den n_i zukommen, und sie bestimmt die Größe $\sum w'_{n_i} n_i$. Nehmen wir aber statistisch an, daß die N'_{n_i} alle ganzen Zahlen $0, 1, 2, \dots$ darstellen, so können wir mit ihrer Hilfe auch die einzelnen w' ermitteln. Man kann sie dann nämlich schreiben (weil die N' am Ende der ersten Stufe die gleichen sind wie am Beginn)

$$N'\varepsilon \sum_{i=1}^{\infty} i w'_i = E' + \frac{N'\varepsilon}{2}$$

und hat außerdem

$$\sum_{i=1}^{i=\infty} w'_i = 1.$$

Beachtet man nun, daß die N' den früheren R entsprechen, so folgt schon, daß die w' von der Form $\alpha' \gamma'^n$ sein müssen, und nunmehr hat man zur Bestimmung von α' und γ' die Gleichungen

$$N' \varepsilon \frac{\alpha' \gamma'}{(1 - \gamma')^2} = E' + \frac{N' \varepsilon}{2}, \quad N' \varepsilon \frac{\alpha' \gamma'}{1 - \gamma'} = N' \varepsilon,$$

woraus

$$\alpha' = \frac{2 N' \varepsilon}{2 E' - N' \varepsilon}, \quad \gamma' = \frac{2 E' - N' \varepsilon}{2 E' + N' \varepsilon}$$

folgt. Diese Werte hat Planck mit Hilfe des Entropieprinzips gewonnen, das hier also wieder umgangen und durch eine statistische Betrachtung ersetzt ist. Wir bekommen aber

$$(15) \quad N' \varepsilon \sum_i w'_i n_i = E' - \frac{N' \varepsilon}{2}$$

und

$$E = N' \varepsilon \frac{1 - \eta}{\eta} + \frac{N' \varepsilon}{2}$$

wie früher. Also hat die mitgebrachte Energie auf den Endzustand gar keinen Einfluß; sie wird vollständig zerstreut. Und so ist der Endzustand überhaupt von allen Zwischenzuständen unabhängig, und die Wien-Plancksche Verschiebungsformel gilt allgemein, aus welchen Zuständen der Endzustand hervorgegangen ist. Freilich enthält dieses Ergebnis die Annahme, daß die Emissionswahrscheinlichkeit der mitgebrachten Energien unter dem Einfluß jedes neuen Feldes gleich ist der Emissionswahrscheinlichkeit der aus dem Felde durch Absorption erworbenen Energien. Wird das angezweifelt, so stellt sich die Rechnung anders. Doch mag das einstweilen sein.

Nur noch eine kurze Bemerkung. Im Sinne des Urhebers der Quantenlehre, der sie immer auf dem Maß zurückhält, das sie gegenwärtig noch nicht überschreiten kann, ohne in große Schwierigkeiten zu geraten, ist die Absorption stetig vorausgesetzt. Wenn auch die Absorption unstetig sein sollte,

so muß das auf das Glied $N\varepsilon/2$ im Ausdruck für E Einfluß haben. Geschieht z. B. die quantenweise Absorption in dem Momente der Emission, so entfällt das Glied $N\varepsilon/2$ ganz. Findet sie statt in der Mitte zwischen zwei Emissionen, so bleibt es bestehen. Erscheint sie früher oder später, so ist $N\varepsilon/2$ entsprechend zu vergrößern oder zu verkleinern. Also tritt allgemein für $N\varepsilon/2$ ein $\mu N\varepsilon$ mit $\mu = 1$ bis 0 , je nach dem Momente der Absorption. Und hierdurch ändert sich das Verschiebungsgesetz. Es wäre

$$u_\nu = \frac{8\pi h \nu^3}{c^3} \left(\frac{1}{2} - \mu + \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1} \right).$$

Eine solche Formel würde schon dem Stefan-Boltzmannschen Gesetz widersprechen, wenn nicht $\mu = 1/2$ ist. Dann kann freilich die Absorption immer noch quantenweise erfolgen, wenn sie nur auf die Mitte zwischen zwei Emissionen fällt.

(Eingegangen 31. Dezember 1915.)