

Radiale Änderungen der Energieverteilungsfunktion der Elektronen im Plasma der positiven Säule elektrischer Entladungen

Von

D. HERRMANN, A. RUTSCHER und S. PFAU

Eingegangen am 19. 12. 1969

Herrn Prof. Dr. Dr.-Ing. E. h. R. ROMPE aus Anlaß seines 65. Geburtstages gewidmet

Abstract

In the low-current positive column measurements of the electron energy distribution function show considerable changes in radial direction. At any point of the positive column of the Ne-discharge under investigation it is possible to approximate the energy distribution function by the DRUYVESTEYN-standard form. For the case of standard energy distribution functions a theory of positive column is developed which takes into account radial changes of electron temperature. Formulae for the calculation of radial behaviour of electron temperature, space potential, and radial electric field strength are given and compared with experimental results.

1. Einleitung

Eine Reihe neuer, vorwiegend theoretischer Untersuchungen des Plasmas der positiven Säule elektrischer Entladungen ist durch den Versuch gekennzeichnet, den Mechanismus dieses Plasmas auf der Grundlage einer konsequent kinetischen Methode zu analysieren. Diese Methode benutzt die Lösung der BOLTZMANN-Gleichungen der einzelnen Plasma-Komponenten als wesentlichen Ausgangspunkt der Untersuchung. Die Vielfalt der Prozesse im Mechanismus des realen Säulenplasmas einschließlich seiner Randgebiete hat jedoch zusammen mit den bekannten mathematischen Schwierigkeiten bei der Behandlung der BOLTZMANN-Gleichung bisher noch keine allgemeine Lösung dieses Programms gestattet. Eine wesentliche Vereinfachung der Mehrzahl aller gegenwärtig vorliegenden Näherungslösungen besteht darin, daß die für die Säulentheorie benötigte Energieverteilungsfunktion der Elektronen unter Bedingungen berechnet wird, die streng genommen nur für ein stationäres und homogenes Plasma zutreffen [1...7]. Bereits der einfachste (zylindrische) Säulentyp, die sog. homogene positive Säule weicht von diesen Bedingungen prinzipiell ab, da in radialer Richtung Inhomogenitäten des elektrischen Feldes und der Ladungsträgerkonzentrationen auftreten. In diesem Fall ist die Verwendung der unter homogenen Bedingungen berechneten Energieverteilungsfunktion der Elektronen jedoch zu rechtfertigen, wenn die spezifische Wirkung der Feld- und Konzentrationsgradienten in der BOLTZMANN-Gleichung durch Terme überdeckt wird, die von den Inhomogenitäten

unabhängig sind. Solche Terme stellen die Stoßglieder dar, unter denen das Inter-Elektronenwechselwirkungsglied eine besondere Bedeutung besitzt. Bekanntlich stellt sich bei überwiegender COULOMB-Wechselwirkung lokal eine MAXWELL-Verteilung der Elektronen ein, deren Temperatur im Säulenplasma radial konstant ist. Dies konnte experimentell bestätigt werden [8]. Die Verwendung der für homogene Bedingungen berechneten Energieverteilungsfunktion der Elektronen im inhomogenen Säulenplasma ist auch dann noch zulässig, wenn durch elastische und unelastische Elektronenstöße gegen schwere Teilchen Abweichungen von der oben genannten MAXWELL-Verteilung auftreten. Diese Abweichungen sind eine Funktion des Ionisierungsgrades im Plasma und treten besonders im Bereich oberhalb der Anregungs- und Ionisierungsenergie des Gases in Erscheinung [1...3]. Im Plasma der positiven Säule ist unter diesen Bedingungen ein radial zunehmendes Defizit an schnellen Elektronen zu beobachten, das bereits durch den radial abnehmenden Ionisierungsgrad in der für homogene Bedingungen berechneten Energieverteilungsfunktion der Elektronen erfaßt werden kann. Im Bereich der langsamen Elektronen ist die Verteilungsfunktion auch in diesem Fall noch radial konstant, sofern wir von der Mitteldrucksäule absehen, in der die Elektronen ihre im axialen elektrischen Feld der Säule gewonnene Energie praktisch vollständig durch elastische Stöße an das Neutralgas übertragen. Im letzteren Fall ändert sich die Energieverteilungsfunktion (bzw. die Temperatur) der Elektronen auch im Bereich der langsamen Elektronen radial in enger Kopplung mit den Änderungen der Neutralgasdichte [9].

Im Plasma der positiven Schwachstrom-Säule, in dem sowohl die COULOMB-Wechselwirkung als auch die zu radialen Gasdichteänderungen führende Aufheizung des Neutralgases vernachlässigt werden können, entfallen die genannten Gründe für eine radiale Änderung der Energieverteilungsfunktion der Elektronen. Wie eine Abschätzung zeigt, sind jedoch unter diesen Bedingungen die Terme der BOLTZMANN-Gleichung der Elektronen, die an das Auftreten von Inhomogenitäten geknüpft sind, im allgemeinen von der gleichen Größenordnung wie die Terme der Elektronenstöße und der Term des axialen elektrischen Gleichfeldes der homogenen positiven Säule. Auch für die Schwachstrom-Säule müssen somit prinzipiell radiale Änderungen der Energieverteilungsfunktion der Elektronen erwartet werden [10]. Die Verwendung der unter homogenen Bedingungen berechneten Energieverteilungsfunktion kann nur eine erste Näherung darstellen. Dies gilt in gleicher Weise auch für die positive Säule mit axialen Inhomogenitäten, wie sie z. B. Ionisationswellen und Schichtungen darstellen. Hier ist besonders für die Schwachstromsäule eine Überprüfung der bisherigen Näherung, die die Schwankungen der Energieverteilungsfunktion der Elektronen allein in den Schwankungen eines Verteilungsparameters (z. B. Elektronentemperatur) zu erfassen suchte, notwendig. Erste theoretische Untersuchungen zeigen dies bereits eindringlich [11].

2. Experimentelle Ergebnisse

Zur Überprüfung des radialen Verhaltens der Energieverteilungsfunktion der Elektronen im stromschwachen Säulenplasma wurden systematische Sondennmessungen an Neon-Niederdruckentladungen im mA-Bereich ausgeführt. Die verwendeten zylindrischen Wolfram-Sonden hatten einen Durchmesser von 0,1 mm und ein freies, in axialer Richtung liegendes Ende von 2 mm Länge.

Mittels eines magnetisch betätigten Feintriebes (1 Spindelumdrehung $\cong 0,5$ mm Vortrieb) konnten die Sonden in der Säule radial verschoben werden.

Die Energieverteilungsfunktion der Elektronen $F(U)$ wurde aus der zweiten Ableitung des Sondenstromes i_s ermittelt. Falls die zweite Ableitung des Ionenstromes zur Sonde vernachlässigt werden kann, gilt im Elektronenanlaufgebiet [12]:

$$n_e \frac{F(U)}{U^{1/2}} \sim \frac{d^2 i_s}{dU^2}; \quad U = U_s - U_R \quad (1)$$

(n_e Elektronenkonzentration am Ort der Sonde; U_s Sondenvorspannung; U_R Plasmapotential). Zur Messung der zweiten Ableitung des Sondenstromes diente eine

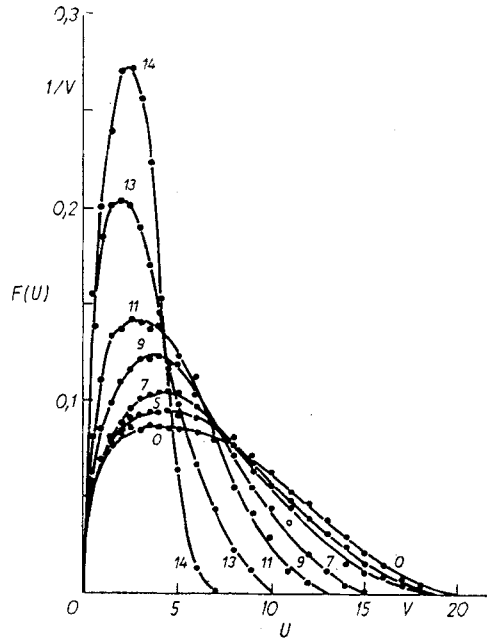


Abb. 1. Energieverteilungsfunktionen der Elektronen in verschiedenen Abständen von der Achse der positiven Säule (Kurvenparameter: Sondenabstand von der Achse in mm; Gas: Ne; Druck bei 0°C: $p_0 = 0,95$ Torr; Stromstärke: $i = 5$ mA; Rohrradius: $r_0 = 1,5$ cm)

automatisch arbeitende elektronische Anlage, die die Sondencharakteristik mit einer kleinen Sinusspannung abtastete. Diese Anlage ist in [13] bereits detailliert beschrieben worden. Eine heute noch weitgehend offene Frage stellt die Festlegung des Plasmapotentials U_R dar. Wir haben uns hier für das Vorgehen in [14] entschieden und U_R aus dem Maximum der zweiten Ableitung des Sondenstromes bestimmt.

Ein typisches Beispiel der zahlreichen gemessenen und auf 1 normierten Energieverteilungsfunktionen gibt Abb. 1. Parameter der Kurven ist der Sondenabstand von der Säulenachse in Millimeter. Die Abbildung zeigt überraschend große Unterschiede der Verteilungsfunktion in verschiedenen Abständen von der Achse. In den Randzonen der Säule ist der relative Anteil schneller Elektronen

wesentlich kleiner als im Achsenbereich. Zweifellos müssen diese starken radialen Änderungen der Verteilungsfunktion auf den Energie- und Ladungsträgerhaushalt der Schwachstromsäule entscheidenden Einfluß nehmen, so daß eine Überprüfung der bisherigen Säulentheorie, die wesentlich von einer radial konstanten Energieverteilungsfunktion der Elektronen ausging, notwendig erscheint.

Wie Experimente und Berechnungen (auch unter Berücksichtigung unelastischer Elektronenstöße) zeigten, kann in der Achse der stromschwachen Neonsäule die Energieverteilungsfunktion der Elektronen durch eine DRUYVESTEYN-Form:

$$\frac{F(U)}{U^{1/2}} \sim \frac{1}{U_e^{3/2}} \exp \left[-\frac{U^2}{2U_e^2} \right] \quad (2)$$

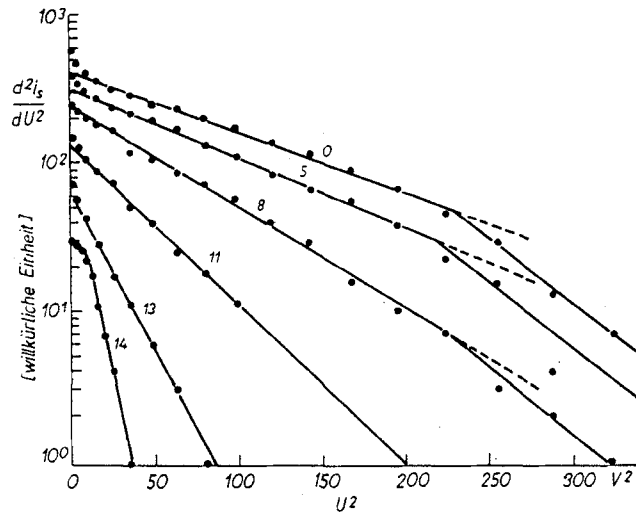


Abb. 2. Auftragung der gemessenen zweiten Ableitung $d^2 i_s / dU^2$ über U^2 (Kurvenparameter: Sondenabstand von der Säulenachse in mm; Entladungsdaten: wie in Abb. 1)

angenähert werden [4, 5] (U_e Voltäquivalent der „Elektronentemperatur“). Gegebenenfalls ist die Verteilungsfunktion im Bereich der elastischen und unelastischen Elektronenstöße formal durch unterschiedliche U_e -Werte zu charakterisieren. Beim Vorliegen der Form (2) ergibt die halb-logarithmische Auftragung von $F(U)/U^{1/2}$ über U^2 eine Gerade. Nach (1) gilt dies dann auch für die zweite Ableitung des Sondenstromes $d^2 i_s / dU^2$.

Abb. 2 zeigt eine solche Auftragung der gemessenen zweiten Ableitung des Sondenstromes (in willkürlichen Einheiten) für das Entladungsbeispiel der Abb. 1. Man erkennt, daß sich die Meßpunkte auch außerhalb des Achsenbereiches noch gut durch eine DRUYVESTEYN-Form (2) approximieren lassen. Größere Abweichungen treten lediglich im Bereich sehr langsamer Elektronen ($U \lesssim 2$ V) auf. Beim Übergang zum Energiebereich der unelastischen Elektronenstöße ($U > 16,6$ V) deutet sich auch hier ein Defizit schneller Elektronen gegenüber der Verteilungsfunktion im elastischen Bereich an [4, 5]. Da der Temperaturparameter U_e in (2) die Steigung der Geraden in Abb. 2 festlegt, besteht hier im elastischen Energiebereich eine radiale Änderung von U_e , und zwar besitzt U_e in den Randzonen der Säule kleinere Werte als in der Achse.

Aus den durchgeführten Sondenmessungen konnten weiterhin der radiale Verlauf des Plasmapotentials U_R und der Elektronenkonzentration $n_e(r)$:

$$n_e \sim \int_0^\infty U^{1/2} \frac{d^2 i_s}{dU^2} dU \quad (3)$$

ermittelt werden. Die für das gewählte Entladungsbeispiel erhaltenen Resultate werden im Abschnitt 3 mitgeteilt (vgl. Abb. 3 und 4).

3. Diskussion

Wie Abb. 2 zeigt, ist es möglich, die gemessenen radialen Änderungen der Elektronen-Energieverteilungsfunktion im stromschwachen Plasma der Neonsäule näherungsweise durch die radialen Änderungen eines Temperaturparameters $U_e(r)$ zu erfassen. Damit eröffnet sich die Möglichkeit, in einer ersten Näherung radiale Änderungen der Verteilungsfunktion in der Säulentheorie zu berücksichtigen, ohne die Schwierigkeiten der Lösung der BOLTZMANN-Gleichung für inhomogene Plasmabedingungen überwinden zu müssen.

Für die Energieverteilung der Elektronen setzen wir im folgenden den gegenüber (2) allgemeineren Ausdruck

$$\frac{F(U)}{U^{1/2}} \sim \frac{1}{U_e^{3/2}} \exp \left[-\frac{1}{m} \left(\frac{U}{U_e} \right)^m \right] \quad (4)$$

mit $U_e = U_e(r)$ an. Bei $m = 1$ stellt (4) eine MAXWELL-, bei $m = 2$ eine DRUYVESTEYN-Verteilung dar.

Bereits eine Diskussion der Bilanzgleichungen des Säulenplasmas gestattet es nun, über die Ortsabhängigkeit des Temperaturparameters U_e Aufschluß zu erhalten. Für das stationäre, axial homogene, zylindersymmetrische Säulenplasma ergeben geeignete Integrationen der BOLTZMANN-Gleichung der Elektronen die folgenden Bilanzgleichungen (Teilchen- und Energiebilanz):

$$(2/r_0)(n_e w_{er}) r_0 = \bar{P}_e, \quad (5)$$

$$(2/r_0)(\varepsilon U_e n_e w_{er}^*) r_0 = \bar{H}_e \quad (6)$$

(r_0 : Rohrradius; \bar{P}_e : effektive, über den Säulenquerschnitt gemittelte Erzeugungsrate der Elektronen; \bar{H}_e : effektive, über den Säulenquerschnitt gemittelte Energiegewinnrate der Elektronen). Es bedeuten weiterhin:

$$\varepsilon = \frac{1}{U_e} \int_0^\infty U F(U) dU, \quad (7)$$

$$w_{er} = -b_e E_r - \frac{D_e}{n_e} \frac{\partial n_e}{\partial r} - \frac{K_e}{U_e} \frac{\partial U_e}{\partial r}. \quad (8)$$

$$w_{er}^* = -b_e^* E_r - \frac{D_e^*}{n_e} \frac{\partial n_e}{\partial r} - \frac{K_e^*}{U_e} \frac{\partial U_e}{\partial r}. \quad (9)$$

Die in den Geschwindigkeiten (8) und (9) auftretenden Transportkoeffizienten (b_e , b_e^* , D_e , ...) lassen sich in Abhängigkeit von U_e einfach darstellen, wenn der Transportquerschnitt Q_D der Elektronen durch

$$Q_D = a_D U^n \quad (10)$$

angenähert werden kann. Von dieser Näherung wird im folgenden Gebrauch gemacht. Es gilt dann (vgl. [10, 15]):

$$b_e = \mu \frac{(2e_0/m_e)^{1/2}}{a_D N} U_e^{-\frac{2n+1}{2}}; \quad \mu = \frac{1}{3} \frac{\Gamma\left(\frac{1+m-n}{m}\right)}{m^{\frac{n-m+1/2}{m}} \Gamma\left(\frac{3}{2m}\right)}, \quad (11)$$

$$D_e = \alpha U_e b_e; \quad \alpha = \frac{m^{\frac{1-m}{m}} \Gamma\left(\frac{2-n}{m}\right)}{\Gamma\left(\frac{1+m-n}{m}\right)}, \quad (12)$$

$$K_e = \beta U_e b_e; \quad \beta = \frac{1-2n}{2} \alpha, \quad (13)$$

$$b_e^* = \gamma b_e; \quad \gamma = \frac{\Gamma\left(\frac{3}{2m}\right) \Gamma\left(\frac{2+m-n}{m}\right)}{\Gamma\left(\frac{5}{2m}\right) \Gamma\left(\frac{1+m-n}{m}\right)}, \quad (14)$$

$$D_e^* = \alpha^* U_e b_e; \quad \alpha^* = m^{\frac{1-m}{m}} \frac{\Gamma\left(\frac{3}{2m}\right) \Gamma\left(\frac{3-n}{m}\right)}{\Gamma\left(\frac{5}{2m}\right) \Gamma\left(\frac{1+m-n}{m}\right)}, \quad (15)$$

$$K_e^* = \beta^* U_e b_e; \quad \beta^* = \frac{3-2n}{2} \alpha^*, \quad (16)$$

$$\varepsilon = m^{1/m} \frac{\Gamma\left(\frac{5}{2m}\right)}{\Gamma\left(\frac{3}{2m}\right)} \quad (17)$$

(e_0 , m_e Elektronenladung und -masse).

Die linke Seite von (5) stellt den radialen Diffusionsverlust der Elektronen dar. Die radiale Trägerdiffusion erfolgt ambipolar, d. h. es gilt:

$$w_{er} = w_{pr} = b_p E_r - \frac{U_p b_p}{n_p} \frac{\partial n_p}{\partial r} \quad (18)$$

(b_p Ionenbeweglichkeit; U_p Voltäquivalent der (radial konstant angenommenen) Iontemperatur; n_p Ionenkonzentration).

Im Falle der Quasineutralität ($n_e \approx n_p$) erhalten wir aus (8) und (18) für die radiale elektrische Feldstärke der positiven Säule:

$$E_r = - \frac{\alpha - U_p b_p / U_e b_e}{1 + b_p / b_e} \frac{U_e}{n_e} \frac{\partial n_e}{\partial r} - \frac{\beta}{1 + b_p / b_e} \frac{\partial U_e}{\partial r}. \quad (19)$$

Damit ergibt sich für die Geschwindigkeit w_{er} und w_{er}^* in (5) und (6)

$$w_{er} = -A \frac{U_e b_p}{n_e} \frac{\partial n_e}{\partial r} - B b_p \frac{\partial U_e}{\partial r}, \quad (20)$$

$$w_{er}^* = -A^* \frac{U_e b_p}{n_e} \frac{\partial n_e}{\partial r} - B^* b_p \frac{\partial U_e}{\partial r} \quad (21)$$

mit

$$A = \frac{\alpha + U_p / U_e}{1 + b_p / b_e}, \quad B = \frac{\beta}{1 + b_p / b_e}, \quad (22)$$

$$A^* = \frac{\alpha^* + U_p \gamma / U_e - (b_e / b_p) (\alpha \gamma - \alpha^*)}{1 + b_p / b_e}, \quad (23)$$

$$B^* = \frac{\beta^* - (b_e / b_p) (\beta \gamma - \beta^*)}{1 + b_p / b_e}. \quad (24)$$

Zur Diskussion dieser Gleichungen werden die Zahlenwerte der Koeffizienten $\alpha, \alpha^*, \beta, \dots$ benötigt. Wir geben einige dieser Werte für einen Verlauf des Transportquerschnittes (10) mit $n = 1/6$ an. (Dies entspricht in guter Näherung dem Gas Neon.) Bei $m = 1$ bzw. $m = 2$ in der Standardverteilung (4) folgt aus (12) ... (16):

MAXWELL-Verteilung ($m = 1$)

$$\alpha = 1; \quad \beta = 0,333; \quad \gamma = 1,222; \quad \alpha^* = 1,222; \quad \beta^* = 1,629; \quad (25)$$

DRUYVESTEYN-Verteilung ($m = 2$)

$$\alpha = 0,842; \quad \beta = 0,281; \quad \gamma = 1,476; \quad \alpha^* = 0,956; \quad \beta^* = 1,275 \quad (26)$$

(bzgl. weiterer Werte vgl. [10, 15]).

Unter Berücksichtigung dieser Zahlenwerte zeigt die Beziehung (21) einen außerordentlich starken Einfluß der Form der Energieverteilungsfunktion der Elektronen auf den Wert der Geschwindigkeit w_{er}^* . Im Falle einer MAXWELL-Verteilung gilt exakt: $(\alpha \gamma - \alpha^*) = 0$, während diese Größe bei anderen Verteilungen im allgemeinen von Null verschieden ist. Da das Beweglichkeitsverhältnis $b_e / b_p \gg 1$ ist, muß jeder Übergang von der MAXWELL-Verteilung zu einer Nicht-MAXWELL-Verteilung den Faktor A^* in (21) um Größenordnungen ändern. Demgegenüber ist der Faktor B^* wegen $(\beta \gamma - \beta^*) \neq 0$ im allgemeinen relativ unabhängig von der Energieverteilungsfunktion und besitzt in der Regel große Absolutbeträge ($|B^*| \gg 1$).

Unter den Bedingungen der positiven Säule befindet sich das Elektronen-Ensemble in radialer Richtung im Hinblick auf die Teilchenströmung nahezu im Gleichgewicht, d. h., die Feld- und Diffusionsströme kompensieren sich fast vollständig. Man darf dann im Hinblick auf die radiale Energieströmung einen ähnlichen Gleichgewichtszustand erwarten, d. h. es sollte sein: $w_{er} \approx w_{er}^*$. Der Vergleich der Beziehungen (20) und (21) lehrt nun sofort, daß im Falle einer

MAXWELL-Verteilung gelten muß: $\partial U_e / \partial r \approx 0$, aber bei einer Nicht-MAXWELL-Verteilung $\partial U_e / \partial r \neq 0$, wobei im letzteren Falle die radiale Änderung von U_e gerade so beschaffen sein muß, daß dadurch der infolge des Konzentrationsgradienten auftretende Energiefluß nahezu vollständig kompensiert wird. Der dem sog. BOLTZMANN-Gleichgewicht entsprechende Zustand eines Elektronengases ist beim Vorliegen einer Nicht-MAXWELL-Verteilung im allgemeinen nur über die Ausbildung von Temperaturgradienten zu realisieren.

In erster Näherung kann der für den Gleichgewichtszustand in der Säule erforderliche radiale Gradient der Elektronentemperatur bereits aus der Bedingung $w_{er} = w_{er}^* = 0$ berechnet werden. Die Berücksichtigung des von Null verschiedenen ambipolaren Wandstromes ($w_{er} = w_{pr} \neq 0$) ergibt in der üblichen Näherung $b_p/b_e \ll 1$) das gleiche Ergebnis. Anstelle von (19) gilt nun:

$$E_r = - \frac{\alpha U_e}{n_e} \frac{\partial n_e}{\partial r} - \beta \frac{\partial U_e}{\partial r}. \quad (27)$$

Geht man damit unter Berücksichtigung von $w_{er}^* = 0$ in (9) ein, so folgt nach kurzer Zwischenrechnung

$$\frac{1}{U_e} \frac{\partial U_e}{\partial r} = \delta \frac{1}{n_e} \frac{\partial n_e}{\partial r}; \quad \delta = \frac{\alpha\gamma - \alpha^*}{\beta^* - \beta\gamma}. \quad (28)$$

Eine Lösung dieser Gleichung lautet

$$\frac{U_e(r)}{U_e(0)} = \left(\frac{n_e(r)}{n_e(0)} \right)^\delta. \quad (29)$$

Für eine MAXWELL-Verteilung der Elektronenenergie gilt $\delta = 0$, d. h. $U_e(r) = U_e(0) = \text{const.}$ Demgegenüber tritt bei anderen Verteilungsfunktionen ($\delta \neq 0$) ein mit dem Konzentrationsabfall gekoppelter radialer Temperaturabfall der Elektronen auf. Die in der Säulentheorie oft benutzte, vereinfachte Randbedingung $n_e(r_0) = 0$ ergibt nun auch eine verschwindende Wandtemperatur des Elektronengases. Diese Randwerte sind nicht realistisch und erfordern in unserem Rahmen eine prinzipielle Verbesserung. Darauf soll hier nicht eingegangen werden.

Welche Folgen haben die durch (24) vorgegebenen Änderungen der Elektronentemperatur auf die Berechnung des radialen Verlaufes weiterer Säulengrößen wie die radiale elektrische Feldstärke und das Plasmapotential?

Unter Verwendung von (28) ergibt sich aus (27)

$$E_r = - (\alpha + \beta\delta) \frac{U_e(r)}{n_e(r)} \frac{\partial n_e(r)}{\partial r} \quad (30)$$

oder in Ähnlichkeitsdarstellung

$$\frac{r_0 E_r}{U_e(0)} = - (\alpha + \beta\delta) \left(\frac{n_e(r)}{n_e(0)} \right)^{\delta-1} \frac{\partial (n_e(r)/n_e(0))}{\partial (r/r_0)}. \quad (31)$$

Die bisher in der Säulentheorie benutzte Beziehung ist in (30) und (31) als Spezialfall mit $\delta = 0$ enthalten.

Für die radiale Plasmapotential-Verteilung erhält man

$$U_R(r) = \frac{\alpha + \beta\delta}{\delta} [U_e(r) - U_e(0)] \quad (32)$$

oder

$$\frac{U_R(r)}{U_e(0)} = \frac{\alpha + \beta \delta}{\delta} \left[\left(\frac{n_e(r)}{n_e(0)} \right)^\delta - 1 \right]. \quad (33)$$

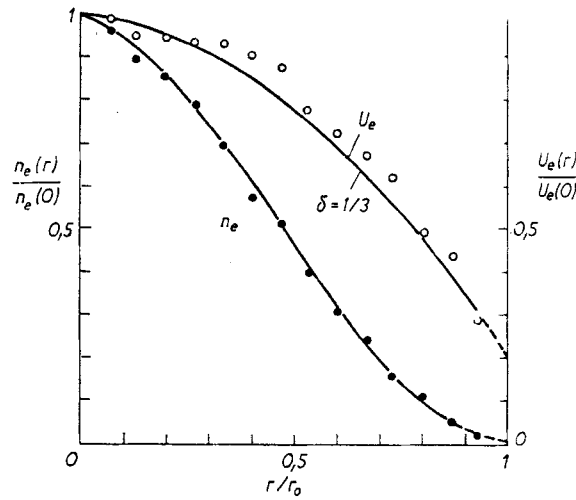


Abb. 3. Radiale Verteilung der Konzentration und Temperatur der Elektronen im Säulenplasma [die durch $\delta = 1/3$ bezeichnete Kurve wurde mittels Gl. (29) berechnet; Entladungsdaten wie in Abb. 1; Punkte: experimentelle Werte; Achsenwert $U_e(0) = 7,3 \text{ V}$]

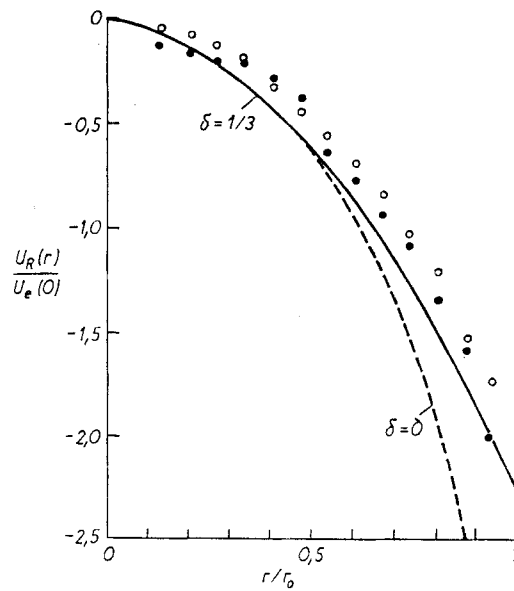


Abb. 4. Radiale Verteilung des Plasmapotentials in der positiven Säule [Kurven berechnet mittels Gl. (33) bzw. (34); \circ experimentelle Werte; \bullet berechnet mittels Gl. (32) unter Verwendung experimenteller U_e -Werte, vgl. Abb. 3; Entladungsdaten wie in Abb. 1]

Im Grenzfall $\delta = 0$ ergibt sich die bisherige Beziehung

$$U_R(r) = \alpha U_e \ln \frac{n_e(r)}{n_e(0)}. \quad (34)$$

Wir überprüfen zum Abschluß die Beziehungen (29) und (33) an experimentellen Ergebnissen. Ausgangspunkt der Überprüfung sind die mit der elektronischen Anlage [13] gemessenen radialen Verteilungen der Elektronenkonzentration in der stromschwachen Neon-Säule sowie die Approximation der Energieverteilungsfunktion der Elektronen durch eine DRUYVESTEYN-Form (2). Für diese Verteilungsfunktion gilt $\delta = 0,333$.

Abb. 3 zeigt den gemessenen radialen Verlauf der Elektronenkonzentration und Elektronentemperatur für ein Entladungsbeispiel. Der Temperaturparameter U_e wurde aus der Neigung der Geraden entsprechend einer Auftragung gemäß Abb. 2 ermittelt. Die gezeichnete U_e -Kurve stellt die Auswertung der Beziehung (29) dar. Die Übereinstimmung zwischen Experiment und Theorie ist gut. Die noch verbleibenden Unterschiede haben zweifellos ihren Grund in Abweichungen von der benutzten Approximation der Energieverteilungsfunktion der Elektronen (vgl. Abb. 2).

Abb. 4 zeigt den Vergleich gemessener und nach (33) berechneter Plasmopotentiale in Abhängigkeit vom relativen Radius r/r_0 . Zusätzlich ist der theoretische Verlauf nach der bisherigen Theorie mit $U_e(r) = U_e(0)$ entsprechend (34) mit eingetragen worden. Es ist zu erkennen, daß die Berücksichtigung radialer Elektronentemperaturänderungen zu einer besseren Übereinstimmung mit dem Experiment führt. Bei der Auswertung der Beziehung (32) mit den gemessenen U_e -Werten erhält man eine radiale Potentialverteilung, die dem Experiment sehr gut entspricht.

Literatur

- [1] KAGAN, JU. M., LJAGUSTSCHENKO, R. I., Zh. tekhn. Fiz. **31** (1961) 445; **32** (1962) 192; **34** (1964) 821.
- [2] ROTHER, H., Z. Phys. **173** (1963) 441.
- [3] WOJACZEK, K., Beitr. Plasmaphys. **5** (1965) 181.
- [4] RUTSCHER, A., Beitr. Plasmaphys. **7** (1967) 43.
- [5] PFAU, S., Beitr. Plasmaphys. **7** (1967) 57.
- [6] WILHELM, J., WINKLER, R., Beitr. Plasmaphys. **7** (1967) 97.
- [7] MEWE, R., 8th ICPIG Vienna (1967) 103.
- [8] DRUYVESTEYN, M. J., Z. Phys. **81** (1933) 571.
WOJACZEK, K., RADEMACHER, K., Ann. Phys. **18** (1956) 237.
- [9] ECKER, G., ZÖLLER, O., Phys. Fluids **7** (1964) 1996.
LYNCH, R. H., J. Appl. Phys. **38** (1967) 3965.
WOJACZEK, K., Beitr. Plasmaphys. **7** (1967) 149.
- [10] RUTSCHER, A., in „Physik und Technik des Plasmas“, Herausgeber: G. WALLIS, Berlin 1969.
- [11] RUZICKA, T., 9th ICPIG Bucharest (1969) 454.
WINKLER, R., Beitr. Plasmaphys. **10** (1970) 79.
WINKLER, R., WILHELM, J., Beitr. Plasmaphys. **10** (1970) 305.
- [12] DRUYVESTEYN, M. J., Z. Phys. **64** (1930) 64.
- [13] HERRMANN, D., Exp. Techn. Physik **14** (1968) 410.
- [14] WOROBJEWA, N. A., KAGAN, JU. M., MILENIN, W. M., Zh. tekhn. Fiz. **33** (1963) 571.
KAGAN, JU. M., Beitr. Plasmaphys. **5** (1965) 479.
- [15] RUZICKA, T., RUTSCHER, A., PFAU, S., Ann. Phys. **24** (1970) 124.