

# Der Einfluß einer Spin-Spinwechselwirkung auf das magnetische Moment schwerer Atomkerne

H. BOLTERAUER

Institut für Theoretische Physik der Universität Gießen

Eingegangen am 18. November 1969

## *The Effect of a Spin-Spin-Interaction on the Magnetic Moment of Heavy Nuclei*

The corrections to the magnetic moments of heavy nuclei on account of a spindependent two-body-interaction of the form  $(\sigma_1 \sigma_2) V(r_1 - r_2)$  are determined in the Fermi model calculating the second order contribution for the selfenergy part. It is shown using conservation laws that this contribution is connected to the local Vertex  $T^\omega[\sigma]$  of Migdal's theory of finite Fermi systems.

### 1. Einleitung

Erfolgt die Berechnung des magnetischen Moments von Atomkernen mit Hilfe des Einteilchenmodells, so wird angenommen, daß das magnetische Moment nur durch das letzte unpaarige Nukleon bestimmt ist. Ein solches Modell ist natürlich nur sehr beschränkt gültig, da vor allem bei nicht voll besetzten Schalen alle Nukleonen der letzten Schale einen Einfluß auf das magnetische Moment haben werden. Wir wollen in dieser Arbeit den Einfluß einer Spin-Spinwechselwirkung auf das magnetische Moment schwerer Kerne betrachten. Um die störungstheoretische Behandlung in höherer Ordnung durchführen zu können, wollen wir im Rahmen des Fermimodells rechnen. Das bedeutet, daß wir nur den spinabhängigen Teil des magnetischen Moments betrachten können. Man erhält so für Neutronen und Protonen geänderte  $g$ -Faktoren, die man in der Formel für die Schmidtlinien verwenden muß.

Mit Hilfe von Erhaltungssätzen kann man den Zusammenhang dieser Korrekturen des magnetischen Moments zum lokalen Vertex  $T^\omega[\sigma]$  der Quasiteilchentheorie von Migdal zeigen.

### 2. Das magnetische Moment und die Greenfunktion

Die endliche Ausdehnung des Kerns berücksichtigen wir durch eine Periodizitätsforderung für alle ortabhängigen Größen in den drei Raumrichtungen:

$$f(x_i + L) = f(x_i) \quad (i = 1, 2, 3). \quad (2.1)$$

Dabei ist die Periodizitätslänge  $L$  durch das Kernvolumen festgelegt

$$L^3 = \Omega. \quad (2.2)$$

Da ein solches System nicht drehinvariant ist, können wir nur den Spinanteil des magnetischen Moments betrachten.

$$\mu_z = \frac{1}{2} \mu_K \{ \langle \sigma_z^N \rangle g_s^N + \langle \sigma_z^P \rangle g_s^P \}, \quad \langle \sigma_z^N + \sigma_z^P \rangle \geq 0. \quad (2.3)$$

Die  $g_s$ -Faktoren sind durch

$$g_s^P = 5,5855, \quad g_s^N = -3,8261 \quad (2.4)$$

gegeben. Bei  $gg$ -Kernen ist der Neutronen- und Protonenspin abgesättigt und verschwindet im Grundzustand. Wir müssen also  $gu$ - und  $ug$ -Kerne betrachten. Für die weitere Diskussion betrachten wir immer den Fall eines unpaarigen Neutrons.

Jeder spinunabhängige Wechselwirkungsoperator kommutiert mit dem Operator des Neutronen- und Protonenspins. Wir betrachten die spinabhängige Wechselwirkung

$$\begin{aligned} H'_\sigma &= \sum_{i>j}^N \sigma_i \cdot \sigma_j U(x_i - x_j) + \sum_{i>j}^P \sigma_i \cdot \sigma_j U(x_i - x_j) \\ &+ \sum_i^N \sum_j^P \sigma_i \cdot \sigma_j U(x_i - x_j) = H_\sigma^N + H_\sigma^P + H_\sigma^{NP}. \end{aligned} \quad (2.5)$$

Die Indizes  $N$  bzw.  $P$  über den Summenzeichen bedeuten, daß nur über Neutronen- bzw. Protonen summiert wird. Es gelten folgende Vertauschungsrelationen

$$\begin{aligned} [H_\sigma^N, \sigma^N] &= [H_\sigma^P, \sigma^P] = [H_\sigma^P, \sigma^N] = [H_\sigma^N, \sigma^P] = 0; \\ [H_\sigma^{NP}, \sigma^N] &\neq 0; \quad [H_\sigma^{NP}, \sigma^P] \neq 0; \quad [H_\sigma^{NP}, \sigma^N + \sigma^P] = 0. \end{aligned} \quad (2.6)$$

Schalten wir die Wechselwirkung  $H'_I$

$$H'_I = H'_\sigma - H_\sigma^{NP} \quad (2.7)$$

adiabatisch ein, so folgt aus Gl. (2.6), daß sich die Erwartungswerte in Gl. (2.3) nicht ändern. Erst beim zusätzlichen Einschalten von  $H_\sigma^{NP}$  ändern sich die Erwartungswerte der Spins, aber so, daß die Summe

$$\langle \sigma_z \rangle = \langle \sigma_z^N \rangle + \langle \sigma_z^P \rangle \quad (2.8)$$

unverändert bleibt. Vertauschen wir die Reihenfolge der Einschaltvorgänge, so ergibt sich auch beim Einschalten von  $H_I$  im allgemeinen eine Änderung der Erwartungswerte in Gl. (2.3); wir können aber annehmen, daß es sich dabei um einen Effekt höherer Ordnung handelt. Wir wollen daher nur  $H_\sigma^{NP}$  berücksichtigen. Das hat insbesondere auch den Vorteil,

daß die sonst schwierig zu berechnenden Austauschdiagramme in der störungstheoretischen Entwicklung des Selbstenergieanteils keinen Beitrag liefern. Das Matrixelement von  $H_{\sigma}^{NP}$  beträgt im Impuls- und Spinraum

$$\begin{aligned} V_{1\ 2,\ 3\ 4} &= \langle \varphi_1 \varphi_2 | H_{\sigma}^{NP} | \varphi_3 \varphi_4 \rangle \\ &= V(|K_1 - K_3|) \delta_{K_1 + K_2, K_3 + K_4} V_{\sigma_1 \sigma_2, \sigma_3 \sigma_4}, \\ V(K) &= \frac{1}{\Omega} \int d^3 r e^{-i r K} U(|r|), \end{aligned} \quad (2.9)$$

$$V_{\sigma_1 \sigma_2 \sigma_3 \sigma_4} = 2 \delta_{\sigma_1, \sigma_4} \delta_{\sigma_2, \sigma_3} - \delta_{\sigma_1, \sigma_3} \delta_{\sigma_2, \sigma_4}.$$

Da sich der Ausdruck (2.8) durch das Einschalten der Störung nicht ändert, folgt mit Hilfe von Gl. (2.3)

$$\mu_z = \frac{1}{2} \mu_N g_s^N \quad g_s^{*N} / g_s^N = \langle \sigma^N \rangle (1 - g_s^P / g_s^N) + g_s^P / g_s^N. \quad (2.10)$$

Der Erwartungswert des Neutronenspins läßt sich mit Hilfe der Greenfunktion

$$G_{K, \sigma}^N(t) = i \langle | \{ a_{K, \sigma}(t) a_{K, \sigma}^+(0) \} | \rangle \quad (2.11)$$

ausdrücken

$$\langle \sigma_z^N \rangle = \sum_K (m_{K+}^N - m_{K-}^N) = -i \sum_K [G_{K, +}^N(0^-) - G_{K, -}^N(0^-)]. \quad (2.12)$$

Aus der Lehmanndarstellung der fouriertransformierten Greenfunktion

$$\begin{aligned} G_{K, \sigma}(\omega) &= \int_{-\infty}^{+\infty} dt G_{K, \sigma}(t) e^{+i \omega t} \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\mu} \frac{A_{K, \sigma}(\omega')}{\omega - \omega' + i\eta} + \frac{1}{2\pi} \int_{\mu}^{\infty} \frac{A_{K, \sigma}(\omega')}{\omega - \omega' - i\eta} \end{aligned} \quad (2.13)$$

folgt die Besetzungszahl

$$m_{K, \sigma} = \int_{-\infty}^{\mu} A_{K, \sigma}(\omega) d\omega. \quad (2.14)$$

Für gerade Neutronenzahl verschwindet der Erwartungswert (2.12). Fügen wir ein Neutron mit positivem Spin hinzu, so verschiebt sich nach dem Hugenholtz-Van Hove-Theorem<sup>1</sup> auch die Fermikante des gestörten Systems. Es erscheint ein zusätzliches Quasiteilchen mit positivem Spin. Die Änderung im Erwartungswert  $\langle \sigma_z^N \rangle$  durch das Auftauchen des

<sup>1</sup> Hugenholtz, N. M., Hove, L. van: Physica **24**, 363 (1958).

neuen Quasiteilchens mit dem Impuls

$$K_Q = K_{F+}^N$$

ist gerade

$$\delta_Q \langle \sigma_z^N \rangle = m_{K_Q+} - m_{K_Q-} = Z_{K_Q}. \quad (2.15)$$

Das Quasiteilchenresiduum  $Z_{K_Q}$  läßt sich mit Hilfe des in Abschnitt 3 definierten Selbstenergieanteils darstellen

$$Z_{K_Q} = \left[ 1 + \frac{d}{d\omega} M_{K_Q}(\omega) \Big|_{\omega=\mu} \right]^{-1}. \quad (2.16)$$

Da die von uns verwendete Näherung für die Greenfunktion keine „selbstkonsistente Approximation“<sup>2</sup> ist, ist das Hugenholtz-Van Hove-Theorem nicht erfüllt und wir erhalten mit Hilfe dieser Greenfunktion nicht den richtigen Quasiteilchenbeitrag (2.15). Um diesen Fehler zu korrigieren, wollen wir den Summanden in Gl. (2.12) zum Impuls  $K = K_Q = K_{F+}^N$  aus Beziehung (2.15) verwenden, während die Besetzungszahlen für  $K \neq K_{F+}^N$  mit Hilfe der Greenfunktion bestimmt werden.

### 3. Der Selbstenergieanteil in erster und zweiter Ordnung

Wir wollen die ungestörten Fermiimpulse  $K_{F,\sigma}^N$  für Neutronen und  $K_{F,\sigma}^P$  für Protonen einführen

$$\begin{aligned} K_{F,+}^P &= K_{F,-}^P = K_F^P, \\ K_{F+}^N &= K_{F-}^N (N_+/N_-)^{\frac{1}{2}} = K_{F-}^N \{ (N_- + 1)/N_- \}^{\frac{1}{2}}. \end{aligned} \quad (3.1)$$

$N_{\pm}$  ist die Neutronenzahl mit positivem bzw. negativem Spin. Der Selbstenergieanteil  $M_{K,\sigma}^N(\omega)$  ist durch die Dysongleichung mit der Greenfunktion verbunden,

$$G_{K,\sigma}^N(\omega) = \frac{1}{\varepsilon_K^0 - \omega - M_{K,\sigma}^N(\omega)}; \quad \varepsilon_K^0 = \frac{K^2 \hbar^2}{2m}. \quad (3.2)$$

Wir betrachten den Selbstenergieanteil  $M_{K,\sigma}^N(\omega)$  in erster und zweiter Ordnung. In erster Ordnung verschwindet  $M_{K,\sigma}^N(\omega)$  für die benutzte Wechselwirkung

$$\begin{aligned} M_{K,\sigma}^N(\omega) &= \frac{1}{2\pi i} \int d\omega' \sum_{K'} \sum_{\sigma'} V(0) V_{\sigma\sigma'\sigma\sigma'} G_{K',\sigma'}^P(\omega') e^{i\omega\eta} \\ &= - \sum_{\sigma'} \sum_{l < K_F^P} V(0) [2\delta_{\sigma,\sigma'} \delta_{\sigma',\sigma} - \delta_{\sigma,\sigma} \delta_{\sigma',\sigma'}] = 0. \end{aligned} \quad (3.3)$$

<sup>2</sup> Baym, G.: Phys. Rev. **127**, 1391 (1962).

In zweiter Ordnung erhalten wir

$$\begin{aligned}
 M_{K, \sigma_K}^N(\omega) = & - \sum_{\sigma_l'} \sum_{\sigma_m'} \sum_{\sigma_m} |V_{\sigma_K \sigma_l' \sigma_m \sigma_m'}|^2 \\
 & \cdot \sum_{l' < K_F^P} \sum_{m' > K_F^P} \sum_{m > K_F^N, \sigma_m} |V(|K-m|)|^2 \delta_{K+l', m+m'} \\
 & \cdot [\omega + \varepsilon_{l'}^0 - \varepsilon_m^0 - \varepsilon_{m'}^0 + i\eta]^{-1} - \sum_{\sigma_l'} \sum_{\sigma_m'} \sum_{\sigma_l} |V_{\sigma_l \sigma_l' \sigma_K \sigma_m'}|^2 \\
 & \cdot \sum_{l' < K_F^P} \sum_{m' > K_F^P} \sum_{l < K_F^N, \sigma_l} |V(|K-l|)|^2 \\
 & \cdot \delta_{l+l', K+m'} [\omega + \varepsilon_{m'}^0 - \varepsilon_{l'}^0 - \varepsilon_l^0 - i\eta]^{-1}.
 \end{aligned} \quad (3.4)$$

Die Summationen über die Spins ergeben

$$\begin{aligned}
 M_{K, \sigma_K}^N = & - \{ 2 \sum_{m > K_F^N, \sigma_K} + 4 \sum_{m > K_F^N, -\sigma_K} \} \sum_{l' < K_F^P} \sum_{m' > K_F^P} |V(|K-m|)|^2 \\
 & \cdot \delta_{K+l, m+m'} [\omega + \varepsilon_{l'}^0 - \varepsilon_m^0 - \varepsilon_{m'}^0 + i\eta]^{-1} \\
 & - \{ 2 \sum_{l < K_F^N, -\sigma_K} + 4 \sum_{l < K_F^N, \sigma_K} \} \sum_{l' < K_F^P} \sum_{m' > K_F^P} |V(|K-m|)|^2 \\
 & \cdot \delta_{l+l', K+m'} [\omega + \varepsilon_{m'}^0 - \varepsilon_{l'}^0 - \varepsilon_l^0 - i\eta]^{-1}.
 \end{aligned} \quad (3.5)$$

Ersetzen wir die Summen in Gl. (3.5) nach der Vorschrift

$$\sum_K \rightarrow \frac{\Omega}{(2\pi)^3} \int d^3 K$$

durch Integrale, so bedeutet das eine schlechte Näherung für den Selbstenergieanteil und damit für die Greenfunktion, man kann jedoch zeigen, daß der Einfluß dieses Fehlers auf die Besetzungszahl für großes Volumen<sup>3</sup> klein ist. Wir erhalten

$$\begin{aligned}
 M_\sigma(K, \omega) = & - \frac{\Omega^2}{(2\pi)^6} \{ 2 \int_{\alpha > K_F^N, \sigma} d^3 \alpha + 4 \int_{\alpha > K_F^N, -\sigma} d^3 \alpha \} \\
 & \cdot \int_{\beta < K_F^P} d^3 \beta \int_{\gamma > K_F^P} d^3 \gamma |V(|K-\alpha|)|^2 \\
 & \cdot \delta(K+\beta-\alpha-\gamma) [\omega + \varepsilon_\beta^0 - \varepsilon_\alpha^0 - \varepsilon_\gamma^0 + i\eta]^{-1} \\
 & - \frac{\Omega^2}{(2\pi)^6} \{ 2 \int_{\alpha < K_F^N, \sigma} d^3 \alpha + 4 \int_{\alpha < K_F^N, -\sigma} d^3 \alpha \} \\
 & \cdot \int_{\beta < K_F^P} d^3 \beta \int_{\gamma > K_F^P} d^3 \gamma |V(|K-\alpha|)|^2 \\
 & \cdot \delta(\alpha+\beta-K-\gamma) [\omega + \varepsilon_\gamma^0 - \varepsilon_\alpha^0 - \varepsilon_\beta^0 - i\eta]^{-1}.
 \end{aligned} \quad (3.6)$$

#### 4. Zusammenhang der lokalen Vertices $T_N^\omega[\sigma_z^{N,P}]$ in der Theorie des endlichen Fermisystems von Migdal und den Erwartungswerten $\langle \sigma_z^{N,P} \rangle$

Migdal<sup>4</sup> hat gezeigt, daß man die Änderung im Erwartungswert eines Einteilchenoperators  $A$  beim Hinzufügen eines Quasiteilchens im Zustand  $\lambda_0$  mit Hilfe des Vertex  $T[A]$  beschreiben kann.

$$\delta \langle A \rangle = a T_{\lambda_0 \lambda_0}(\omega=0, [A]) \quad (4.1)$$

(wir verwenden im folgenden die Bezeichnungsweise von Migdal).  $a$  ist hier das Quasiteilchenresiduum entsprechend  $Z_K$  in Gl. (2.15),  $\lambda$  ist eine Abkürzung für den Satz von Quantenzahlen, der die Einteilchenwellenfunktion  $\varphi_\lambda$  kennzeichnet.  $T_{\lambda \lambda'}(\omega)$  ist gegeben durch alle Beiträge erster Ordnung im äußeren Feld  $A_{\lambda \lambda'}(\omega)$  zum Selbstenergieanteil<sup>5</sup>. Nach Ausführung einer Renormierung kann man den Vertex  $T$  mit Hilfe des renormierten „lokalen“ Vertex  $T^\omega$  ausdrücken

$$T_{\lambda \lambda'}(\omega) = T_{\lambda \lambda'}^\omega(\omega) + \sum_{\lambda_1 \lambda_2} a^2 \Gamma_{\lambda \lambda' \lambda_1 \lambda_2}^\omega \frac{n_{\lambda_1} - n_{\lambda_2}}{\varepsilon_{\lambda_1} - \varepsilon_{\lambda_2} + \omega + i\eta \operatorname{sgn} \omega} T_{\lambda_1 \lambda_2}(\omega). \quad (4.2)$$

$\varepsilon_\lambda$  sind hier die Einteilchenenergie,  $n_\lambda$  die Einteilchenbesetzungszahl

$$n_\lambda = \begin{cases} 1 & \text{für Teilchenzustände} \\ 0 & \text{für Lochzustände.} \end{cases}$$

Im unendlich ausgedehnten System sind die  $\varphi_\lambda$  ebene Wellen und die Operatoren  $\sigma_z^{N,P}$  sind diagonal. Aus Impulserhaltungsgründen gilt dasselbe für  $T[\sigma_z]$ .

$$T_{KK'}[\sigma_z^{N,P}] = T_K[\sigma_z^{N,P}] \delta_{K,K'}. \quad (4.3)$$

Die Summe in Gl. (4.2) enthält aber nur nichtdiagonale Matricelemente. Daher gilt die Beziehung

$$T_{KK}[\sigma_z^{N,P}] = T_{KK}^\omega[\sigma_z^{N,P}]. \quad (4.4)$$

Da die lokalen Vertices  $T^\omega$  im endlichen System nur schwach von der Teilchenzahl abhängen<sup>5</sup>, kann man sie in erster Näherung durch die Vertices  $T^\omega$  im unendlichen System ersetzen. Nach Einführung des Parameters  $\xi^{N,P}$  durch die Relationen<sup>4</sup>

$$\begin{aligned} a T^\omega[\sigma_z^N] &= (1 - \xi^N) \sigma_z^N \\ a T^\omega[\sigma_z^P] &= \xi^P \sigma_z^P \end{aligned}$$

4 Migdal, A. B.: Nucl. Phys. **75**, 441 (1966).

5 Migdal, A. B.: Theory of finite Fermisystems and application to atomic nuclei. New York: Interscience Publ. 1967.

ergibt sich der Zusammenhang zwischen  $\xi$  und den in dieser Arbeit betrachteten Größen  $\langle \sigma_z^N \rangle$  und  $\langle \sigma_z^P \rangle$ .

$$\langle \sigma_z^N \rangle = 1 - \xi^N; \quad \langle \sigma_z^P \rangle = \xi^P. \quad (4.5)$$

### 5. Integrale für den Selbstenergieanteil

Die Integrale in Gl. (2.8) kann man bis auf eine Integration über  $P = K - K_F^N$  ausführen

$$\begin{aligned} M_{K,\sigma}(\omega) = & -\frac{\Omega}{(2\pi)^4} \left\{ \left[ 2\Theta(K - K_{F,\sigma}^N) \int_0^\infty dP + 2\Theta(K_{F,\sigma}^N - K) \int_{K_{F,\sigma}^N - K}^\infty dP \right] \right. \\ & \cdot P^2 V(P)^2 S(K, \omega, P, K_{F,\sigma}^N) \\ & + \left[ 4\Theta(K - K_{F,-\sigma}^N) \int_0^\infty dP + 4\Theta(K_{F,-\sigma}^N - K) \int_{K_{F,-\sigma}^N - K}^\infty dP \right] \\ & \cdot P^2 V(P)^2 S(K, \omega, P, K_{F,-\sigma}^N) \\ & + \left[ 2\Theta(K - K_{F,\sigma}^N) \int_{K - K_{F,\sigma}^N}^{K + K_{F,\sigma}^N} dP + 2\Theta(K_{F,\sigma}^N - K) \int_0^{K + K_{F,\sigma}^N} dP \right] \\ & \cdot P^2 V(P)^2 S'(K, \omega, P, K_{F,\sigma}^N) \\ & + \left[ 4\Theta(K - K_{F,-\sigma}^N) \int_{K - K_{F,-\sigma}^N}^{K + K_{F,-\sigma}^N} dP + 4\Theta(K_{F,-\sigma}^N - K) \int_0^{K + K_{F,-\sigma}^N} dP \right] \\ & \cdot P^2 V(P)^2 S'(K, \omega, P, K_{F,-\sigma}^N) \left. \right\}. \quad (5.1) \end{aligned}$$

Die Funktionen  $S$  und  $S'$  sind Verallgemeinerungen der Funktionen bei Ripka<sup>6</sup>, mit denen sie für den Fall  $K_F^N = K_F^P$  zusammenfallen.

$$\begin{aligned} S(K, \omega, P, K_F^N) \\ = \frac{m}{\hbar^2 P K} [Z(y_1, x_1, P) + Z(y_2, x_2, P) - Z(y_1, x_2, P) - Z(y_2, x_1, P)]. \quad (5.2) \end{aligned}$$

Hier ist die Größe  $Z(y, x, P)$  durch den Ausdruck

$$\begin{aligned} Z(y, x, P) = & \frac{1}{4P} \{ \frac{1}{2} (K_F^{P^2} + x - y^2)^2 \log(K_F^{P^2} + x - y^2) \\ & + [(P^2 + x - 2yP)y - (P^2 + x)^3/12P^2 - 2y^3P/3] \\ & \cdot \log(P^2 + x - 2Py) - yx(2P^2 - 2yP + x)/6P \} \quad (5.3) \end{aligned}$$

<sup>6</sup> Ripka, G.: Nucl. Phys. **42**, 75 (1963).

definiert und es gilt

$$\begin{aligned}
 x_1 &= \begin{cases} \frac{2m}{\hbar^2} \omega - P^2 - K^2 + 2PK & 0 < P < |K - K_F^N| \\ \frac{2m}{\hbar^2} \omega - K_F^{N2} & |K - K_F^N| < P < K + K_F^N \\ \frac{2m}{\hbar^2} \omega - P^2 - K^2 + 2PK & K + K_F^N < P \end{cases} \\
 x_2 &= \frac{2m}{\hbar^2} \omega - P^2 - K^2 - 2PK \\
 y_1 &= P + K_F^P \\
 y_2 &= \begin{cases} K_F^P & P < 2K_F^P \\ P - K_F^P & P > 2K_F^P. \end{cases}
 \end{aligned} \tag{5.4}$$

Die Funktion  $S'$  hat dieselbe Form wie die Funktion  $S$

$$\begin{aligned}
 S'(K, \omega, P, K_F^N) \\
 = \frac{m}{\hbar^2 PK} [Z(y_1, x_1, P) + Z(y_2, x_2, P) - Z(y_2, x_1, P) - Z(y_1, x_2, P)],
 \end{aligned}$$

wobei  $x_1$  und  $x_2$  aber jetzt durch die Ausdrücke

$$\begin{aligned}
 x_1 &= - \left( \frac{2m}{\hbar^2} \omega - P^2 - K^2 + 2KP \right) \\
 x_2 &= \begin{cases} - \left( \frac{2m}{\hbar^2} \omega - P^2 - K^2 - 2KP \right) & \text{für } 0 < P < |K - K_F^N| \\ - \left( \frac{2m}{\hbar^2} \omega - K_F^{N2} \right) & \text{für } |K - K_F^N| < P < K + K_F^N \end{cases}
 \end{aligned} \tag{5.5}$$

gegeben sind.

## 6. Ergebnisse

Für den raumabhängigen Teil der Wechselwirkung nehmen wir ein Gaußpotential

$$U(|r|) = \lambda e^{-(|r|/r_0)^2} \tag{6.1}$$

an. Mit Gl. (2.9) ergibt sich für  $V(K)$  die Funktion

$$V(K) = \frac{\lambda}{\Omega} (\pi r_0^2)^{\frac{3}{2}} e^{-K^2 r_0^2/4}. \tag{6.2}$$



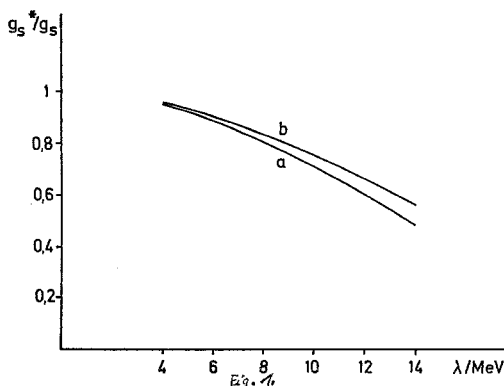


Fig. 1. Das Verhältnis der  $g$ -Faktoren  $g_s^*/g_s$  (a) für Neutronen, (b) für Protonen als Funktion der Wechselwirkungsstärke  $\lambda$

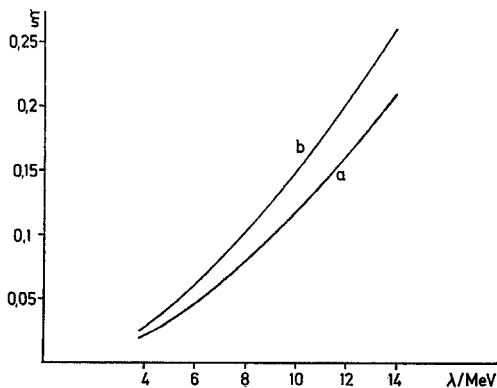


Fig. 2. Die Renormierungsparameter (a)  $\xi^N$ , (b)  $\xi^P$  als Funktion der Wechselwirkungsstärke  $\lambda$

Für  $r_0$  haben wir den Wert

$$r_0 = 2 \text{ fm}$$

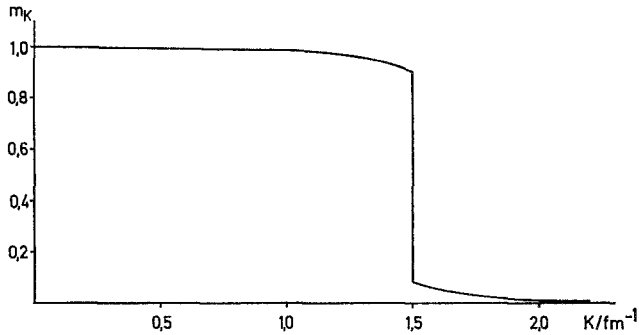
gewählt. Da für die Stärke der Wechselwirkung (6.1) sehr verschiedene Werte angegeben werden<sup>7</sup>, haben wir in Fig. 1 die berechneten Werte von  $g_s^{*N}/g_s^N$  für Wechselwirkungsstärken zwischen 4 und 12 MeV aufgetragen. Paßt man den theoretischen Wert von  $g_s^{*N}/g_s^N$  an den experimentellen Wert<sup>8</sup> für Pb 207 an

$$g_s^{*N}/g_s^N = 0.92,$$

so erhält man für die Wechselwirkungsstärke  $\lambda$  den Wert 4,39 MeV.

<sup>7</sup> Thankappan, V. K., Pandya, S. P.: Nucl. Phys. **39**, 405 (1962). — Kno, T. T. S., Baranger, E. V.: Nucl. Phys. **79**, 529 (1966).

<sup>8</sup> Eder, G.: Kernkräfte. Karlsruhe: Verlag G. Braun 1965.

Fig. 3. Die Neutronbesetzungszahl für  $\lambda = 10$  MeV

In Fig. 2 sind die Parameterwerte  $\xi^{N,P}$  in Abhängigkeit von der Wechselwirkungsstärke aufgetragen. Migdal<sup>5</sup> und Rho<sup>9</sup> haben den Wert

$$\xi^N = \xi^P = 0,09$$

angegeben. Das entspricht einer Wechselwirkungsstärke von

$$\lambda \approx 8 \text{ MeV},$$

allerdings ist der Unterschied zwischen  $\xi^N$  und  $\xi^P$  doch beträchtlich, er erklärt sich aus den unterschiedlichen Neutron- bzw. Protodichten. Denn der für  $\xi$  wirksame Teil der Wechselwirkung wirkt zwischen dem unpaarigen Neutron bzw. Proton und den übrigen Protonen bzw. Neutronen. In Fig. 3 ist der Verlauf der Neutronbesetzungszahl für  $\lambda = 10$  MeV angegeben. Da wir den spinunabhängigen Teil der Nukleon-Nukleon-Wechselwirkung nicht berücksichtigt haben, erhalten wir ein großes Quasiteilchenresiduum und damit einen großen Sprung in der Besetzungszahl  $m_K$ .

Herrn Prof. Dr. G. Eder danke ich für die Anregung zu dieser Arbeit, Herrn I. Gans für viele fördernde Diskussionen. Die numerischen Rechnungen wurden am Deutschen Rechenzentrum Darmstadt und am Rechenzentrum der Universität Marburg mit Unterstützung der Deutschen Forschungsgemeinschaft durchgeführt.

9 Rho, M.: Phys. Rev. **161**, 955 (1967).

Dr. Hannes Bolterauer  
Institut für Theoretische Physik  
der Universität Gießen  
6300 Gießen, Leihgesterner Weg 108