

MESURES DE MAGNETOCONDUCTIVITE EN GUIDE CIRCULAIRE

K. HAYE et R. CHASTANET

Laboratoire de Physique Expérimentale, Université de Bordeaux I, 33405 Talence Cedex, France

Reçu le 29 octobre 1976

Revisé le 13 décembre 1976

A l'aide d'un appareillage original, (interféromètre à 3 ondes) les auteurs ont pu mesurer la variation de transmission de lames de germanium n en fonction d'une induction magnétique B appliquée transversalement. E désignant le champ électrique de l'onde, on distingue les cas $B \parallel E$ et $B \perp E$. On détermine ainsi en hyperfréquences les paramètres de magnétoconductivité ($F = 9275$ MHz).

On rapporte ici des mesures sur des échantillons dont l'axe $[111]$ coïncide avec la direction de propagation. La sensibilité du montage a permis l'étude en induction faible ($B < 0,45$ Wb/m²). Les auteurs ont ainsi pu exploiter simplement leurs résultats. Il va de soi que la méthode est applicable aux champs plus élevés.

Thanks to a newly designed three-wave interferometer we were able to measure the transmission variation of n-type germanium slabs versus a transversally applied B magnetic induction. E being the wave electric field, we then take into account both cases $B \parallel E$ and $B \perp E$. We thus determine the magnetoconductivity microwave parameters ($F = 9275$ MHz).

Measurements when the $[111]$ axis is in the propagation direction will be described. The device sensitivity made possible weak magnetic induction study and therefore the results obtained were easily interpreted. Of course, this method could also be applied to higher magnetic fields.

1. Introduction

Depuis les travaux de Donovan et Webster [1] d'une part et ceux de Furdyna et Brodwin [2] d'autre part, l'influence en hyperfréquences d'une induction magnétique sur les semi-conducteurs a fait l'objet de nombreuses études. On peut distinguer deux cas selon que l'induction magnétique B coïncide avec la direction de propagation (effet Faraday) ou selon qu'elle est perpendiculaire à la direction de propagation. Dans cette configuration, il faut encore préciser l'angle que fait B avec le champ électrique E de l'onde. De nombreux auteurs utilisent le cas où B et E font un angle de 45°. Dorschner et Vernon [3] ont étudié ainsi récemment un échantillon d'In Sb.

Les auteurs montrent ici l'intérêt de l'étude successive des cas $B \parallel E$ et $B \perp E$ lorsque les semi-conducteurs présentent une magnétoconductivité longitudinale [4]. En effet ces deux cas permettent une analyse complète du tenseur de magnétoconductivité. Les variations de conductivité en fonction de B sont déterminées en

mesurant le module et l'argument de la variation relative du coefficient de transmission de la lame.

2. Tenseurs de magnétoconductivité et constantes de propagation

2.1. Modèle isotrope

Soit un semi-conducteur où il n'existe qu'un seul type de porteurs de charge q dont les propriétés (masse effective m et temps de relaxation τ) sont isotropes avec τ indépendant de l'énergie. Si l'axe Ox est choisi selon B , le tenseur de conductivité en alternatif s'écrit sous la forme classique:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ 0 & -\sigma_{yz} & \sigma_{yy} \end{bmatrix}$$

avec:

$$\sigma_{xx} = \frac{Nq^2 \tau}{m(1 + j\omega\tau)} = \frac{\sigma_0}{1 + j\omega\tau},$$

$$\sigma_{yy} = \sigma_{xx} \frac{1}{1 + \omega_c^2 \tau^2 / (1 + j\omega\tau)^2},$$

$$\sigma_{yz} = \sigma_{xx} \frac{\omega_c \tau / (1 + j\omega\tau)}{1 + \omega_c^2 \tau^2 / (1 + j\omega\tau)^2},$$

$$\omega_c = qB/m.$$

N est la densité volumique des porteurs, σ_0 la conductivité en courant continu et ω la pulsation de l'onde.

En l'absence de \mathbf{B} , la constante de propagation suivant Oz d'une onde plane uniforme est donnée par la relation:

$$\Gamma^2 = -\omega^2 \mu_0 \epsilon + j\omega \mu_0 \sigma_{xx}, \quad (1)$$

où ϵ est la permittivité absolue du réseau ($\epsilon = \epsilon_r \cdot \epsilon_0$).

En présence de \mathbf{B} , si \mathbf{E} est appliqué suivant Ox ($\mathbf{B} \parallel \mathbf{E}$), on a:

$$\Gamma_{\parallel}^2 = \Gamma^2.$$

Par contre si \mathbf{E} est suivant Oy ($\mathbf{B} \perp \mathbf{E}$) la constante de propagation est donnée par la relation:

$$\Gamma_{\perp}^2 = -\omega^2 \mu_0 \epsilon + j\omega \mu_0 \left(\sigma_{yy} + \frac{\sigma_{yz}^2}{\sigma_{yy} + j\omega\epsilon} \right). \quad (2)$$

La constante de propagation Γ_{\parallel} est indépendante de \mathbf{B} . Pour la constante Γ_{\perp} , on peut vérifier très facilement que l'effet Hall intervient d'autant moins que le corps est peu conducteur. Si la condition $\sigma_0 \ll \omega \epsilon$ est vérifiée, on a en effet:

$$\Gamma_{\perp}^2 \simeq -\omega^2 \mu_0 \epsilon + j\omega \mu_0 \sigma_{yy}.$$

L'équation (1) permet à partir de mesures de coefficient de transmission de déterminer ϵ et σ_0 . Si la condition $\omega\tau \ll 1$ est satisfaite, on peut écrire:

$$\Gamma^2 = -\omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \epsilon'_r + j\omega \mu_0 \sigma_0,$$

avec $\epsilon'_r = \epsilon_r - \sigma_0 \tau / \epsilon_0$. En dehors de cette modification de la permittivité apparente ϵ'_r du réseau, l'influence du terme constant $\omega\tau$ peut être négligée.

2.2. Modèle anisotrope

Compte tenu de la remarque précédente, nous utilisons le tenseur de conductivité en courant continu. Ce tenseur est établi à partir de la formule de Seitz [5] limitée aux termes du second ordre en \mathbf{B} .

$$\mathbf{J} = \sigma_0 \mathbf{E} + a \mathbf{E} \wedge \mathbf{B} + b \mathbf{E} B^2 + c \mathbf{B} (\mathbf{E} \mathbf{B}) + d \hat{\mathbf{T}} \mathbf{E}.$$

Dans cette expression, $|a|/\sigma_0 = \mu_H$ est la mobilité de Hall. Les coefficients b , c et d dépendent de la nature des surfaces d'énergie des porteurs.

Enfin $\hat{\mathbf{T}}$ est un tenseur qui s'exprime de façon simple dans le système d'axes cubiques du cristal.

Les expériences étant effectuées à température ambiante, le temps de relaxation peut être supposé isotrope. Si K est le rapport d'anisotropie de masses ($K = m_l/m_t$) et si $\langle \tau \rangle$, $\langle \tau^2 \rangle$ et $\langle \tau^3 \rangle$ désignent les moyennes maxwelliennes faisant intervenir la loi de distribution de l'énergie des porteurs, on a dans le cas du germanium les relations suivantes [6]:

$$\sigma_0 = \frac{n q^2 \langle \tau \rangle}{3 m_l} (1 + 2K), \quad (3.1)$$

$$\frac{a}{\sigma_0} = \frac{q \langle \tau^2 \rangle}{m_l \langle \tau \rangle} \frac{K^2 + 2K}{(2K + 1)}, \quad (3.2)$$

$$\frac{b}{\sigma_0} = -q^2 \frac{\langle \tau^3 \rangle}{m_l^2 \langle \tau \rangle} \frac{K^2 + 2K}{3}, \quad (3.3)$$

$$b + c = 0, \quad (3.4)$$

$$\frac{d}{\sigma_0} = -\frac{q^2 \langle \tau^3 \rangle}{m_l^2 \langle \tau \rangle} \frac{2K(K - 1)^2}{3(2K + 1)}. \quad (3.5)$$

En effectuant des mesures dans le cas où l'axe [100] du cristal coïncide avec la direction de propagation, on constate que la relation (3.4) reste très bien vérifiée en hyperfréquence à 16 GHz [4].

Nous étudions ici le cas où l'axe [111] du cristal est suivant la direction de propagation Oz. L'axe Ox est pris suivant \mathbf{B} et θ désigne l'angle entre le plan xOz et le plan contenant les axes [100] et Oz. Le tenseur de conductivité s'écrit alors:

$$\begin{bmatrix} \sigma_0 + \left(b + c + \frac{d}{2}\right) B^2 & 0 & \left(d \frac{\sqrt{2}}{6} \cos 3\theta\right) B^2 \\ 0 & \sigma_0 + \left(b + \frac{d}{6}\right) B^2 & aB + \left(\frac{d\sqrt{2}}{6} \sin 3\theta\right) B^2 \\ \left(d \frac{\sqrt{2}}{6} \cos 3\theta\right) B^2 & -aB + \left(\frac{d\sqrt{2}}{6} \sin 3\theta\right) B^2 & \sigma_0 + \left(b + \frac{d}{3}\right) B^2 \end{bmatrix}$$

Pour les phénomènes de propagation, les termes faisant intervenir l'angle θ jouent un rôle négligeable tant que B reste inférieur à $0,4 \text{ Wb/m}^2$ [4]. Il apparaît ensuite une anisotropie liée au cristal. Cette anisotropie de périodicité 60° augmente lorsque la température diminue [7].

Dans ces conditions le tenseur prend la forme simple:

$$\begin{bmatrix} \sigma_0 + \Delta\sigma_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_0 + \Delta\sigma_{yy} & +aB \\ 0 & -aB & \sigma_0 + \Delta\sigma_{zz} \end{bmatrix},$$

où

$$\Delta\sigma_{xx} = \frac{1}{2} d B^2, \quad (4.1)$$

$$\Delta\sigma_{yy} = \left(b + \frac{1}{6} d\right) B^2, \quad (4.2)$$

$$\Delta\sigma_{zz} = \left(b + \frac{1}{3} d\right) B^2. \quad (4.3)$$

Les constantes de propagation sont alors:

$$\Gamma_{\parallel}^2 = -\omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \epsilon'_r + j\omega \mu_0 (\sigma_0 + \Delta\sigma_{xx}), \quad (5.1)$$

$$\Gamma_{\perp}^2 = -\omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \epsilon'_r + j\omega \mu_0 \left(\sigma_0 + \Delta\sigma_{yy} + \frac{a^2 B^2}{\sigma_{zz} + j\omega\epsilon} \right). \quad (5.2)$$

On peut comparer dans ces deux expressions $\Delta\sigma_{yy}$ et $\Delta\sigma_{xx}$ à partir des relations (3).

$$\frac{\Delta\sigma_{yy}}{\Delta\sigma_{xx}} = \frac{b + \frac{1}{6} d}{\frac{1}{2} d} = \frac{3(2K+1)(K+2) + (K-1)^2}{3(K-1)^2}. \quad (6)$$

Ce rapport vaut 2,86 pour la valeur généralement

admise $K = 19$ [8] pour le germanium n. Il évolue d'ailleurs lentement en fonction de K .

3. Principe des mesures

On mesure les variations du module et de l'argument du coefficient de transmission de l'échantillon de germanium, lorsqu'on applique le champ magnétique.

Le coefficient de transmission de la lame d'épaisseur l est donné par

$$T = \frac{(1 - \rho^2) e^{-\Gamma_g l}}{1 - \rho^2 e^{-2\Gamma_g l}} = |T| e^{j\phi}$$

avec

$$\rho = \frac{\Gamma_{g0} - \Gamma_g}{\Gamma_{g0} + \Gamma_g},$$

$$\Gamma_{g0}^2 = -\omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \left[1 - \left(\frac{\omega_c}{\omega} \right)^2 \right],$$

$$\Gamma_g^2 = -\omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \left[\epsilon'_r + j \frac{\sigma}{\omega\epsilon_0} - \left(\frac{\omega_c}{\omega} \right)^2 \right].$$

Γ_{g0} et Γ_g sont respectivement les constantes de propagation dans le guide vide et dans le guide rempli de semi-conducteur.

Si la conductivité du semi-conducteur varie sous l'action de B d'une quantité suffisamment faible, la variation relative du coefficient de transmission peut se mettre sous la forme:

$$\Delta T/T = \Delta|T|/|T| + j\Delta\phi = |k| e^{j\xi} \Delta\sigma = (\alpha + j\beta) \Delta\sigma. \quad (7)$$

Si ϵ'_r et σ_0 sont connus, les quantités $|k|$ et ξ (ou α et β) sont des coefficients numériques facilement calculables pour un échantillon donné. La mesure de $\Delta|T|/|T|$ et de $\Delta\phi$ permettra donc de connaître $\text{Re } \Delta\sigma$ et $\text{Im } \Delta\sigma$.

Suivant que l'induction B est parallèle ou perpendiculaire à E , les expressions (5) montrent que l'on doit prendre respectivement:

$$\Delta\sigma = \Delta\sigma_{\parallel} = \frac{1}{2} d B^2, \quad (8)$$

$$\Delta\sigma = \Delta\sigma_{\perp} = \left(b + \frac{1}{6} d + \frac{a^2}{\sigma_0 + (b + \frac{1}{3} d) B^2 + j\omega\epsilon} \right) B^2. \quad (9)$$

En fait, il y a déformation du mode TE_{11} dans le cas $B \perp E$ puisqu'il apparaît une composante longitudinale du champ électrique. Cette composante doit être nulle sur les parois du guide. Nous avons donc introduit comme pour l'effet Faraday un coefficient de correction $A = 0,837$ [9], ce qui donne pour $B \perp E$:

$$\Delta\sigma_{\perp} = \left(b + \frac{1}{6} d + \frac{Aa^2}{\sigma_0 + (b + \frac{1}{3} d) B^2 + j\omega\epsilon} \right) B^2. \quad (10)$$

Dans le cas $B \parallel E$, on mesure $\Delta\sigma_{\parallel}$ et on en déduit la valeur du coefficient d . La mesure de $\Delta\sigma_{\perp}$ en partie réelle et en partie imaginaire permet alors de déterminer a et b à l'aide de la relation (10).

Les mesures de variations du module et de l'argument du coefficient de transmission sont effectuées à l'aide d'un interféromètre à 3 ondes [10]: cet appareil permet d'enregistrer successivement les variations $\Delta|T|/|T|$ et $\Delta\phi$ en fonction de B .

Toutes les mesures sont réalisées à température ambiante et à la fréquence de 9275 MHz. La lame de semi-conducteur remplit complètement la section du guide circulaire, de diamètre 24,75 mm. Celui-ci est placé entre deux transitions rectangulaires circulaires. Les mesures de la variation de transmission sont faites pour diverses positions du guide circulaire et pour les deux sens de l'induction magnétique. On fait ensuite la moyenne des résultats pour éliminer certaines erreurs expérimentales comme l'ellipticité parasite du guide.

La permittivité ϵ'_r et la conductivité σ_0 sont déterminées par méthode interférométrique (on mesure le

déplacement du zéro et l'atténuation apportée par l'échantillon par rapport au guide vide [4]).

4. Résultats expérimentaux

Des mesures ont été effectuées sur 4 échantillons de germanium n.

Pour tous les échantillons, les effets obtenus sont quadratiques en B avec un écart inférieur à 3% pour $B = 0,4 \text{ WB/m}^2$. Nous donnons ici deux exemples:

Echantillon n° 1 (fig. 1). Les caractéristiques de l'échantillon sont les suivantes: $\epsilon'_r = 16,3$, $\sigma_0 = 1,95 \Omega^{-1} \text{ m}^{-1}$, $l = 3,62 \text{ mm}$. Par le calcul on a:

$$\Delta T/T = -(0,240 + j 0,076) \Delta\sigma.$$

Les courbes expérimentales (1a) et (2a) permettent alors de déterminer pour $B = 0,4 \text{ T}$:

$$\Delta\sigma_{\parallel} = -(0,0237 - j 0,0002) \Omega^{-1} \text{ m}^{-1}.$$

Conformément aux hypothèses ($\omega\tau \ll 1$), la partie imaginaire est faible devant la partie réelle. En utilisant cette dernière, la relation (3.5) donne:

$$d/\sigma_0 = -15,2 \times 10^{-2} \text{ m}^4 \text{ V}^{-2} \text{ s}^{-2}.$$

La connaissance du module et de l'argument de la

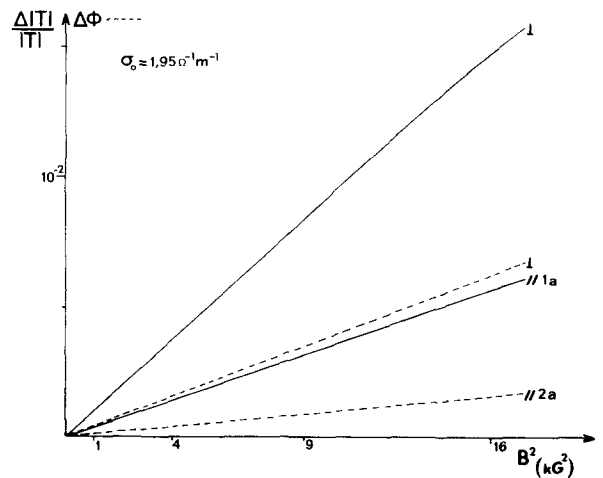


Fig. 1.

quantité $(\Delta T/T)_\perp$ permet de même de déterminer $\Delta\sigma_\perp$. Pour $B = 0,4$ T, on a :

$$\Delta\sigma_\perp = -(0,0657 + j 0,0083) \Omega^{-1} \text{ m}^{-1}.$$

En attribuant avec nos hypothèses la partie imaginaire à l'effet Hall (coefficient a), le calcul numérique dans l'expression (10) conduit à adopter :

$$b/\sigma_0 = -19,1 \times 10^{-2} \text{ m}^4 \text{ V}^{-2} \text{ s}^{-2},$$

$$\mu_H = |a|/\sigma_0 = 0,38 \text{ m}^2 \text{ V}^{-1} \text{ s}^{-1}.$$

Cette dernière valeur est influencée par le coefficient de correction A tandis que b/σ_0 en est indépendant. Le rapport (5) est alors égal à 2,84 et est très proche de la valeur calculée pour $K = 19$ à la fin du paragraphe 2.

Echantillon n° 2 (fig. 2). A partir des caractéristiques de l'échantillon: $\epsilon'_r = 16,1$, $\sigma_0 = 7,5 \Omega^{-1} \text{ m}^{-1}$, $l = 0,995$ mm, l'expression (7) donne par calcul numérique :

$$\Delta T/T = -(0,0612 - j 0,0313) \Delta\sigma.$$

Les résultats expérimentaux conduisent alors pour $B = 0,4$ T à :

$$\Delta\sigma_\parallel = -(0,089 + j 0,002) \Omega^{-1} \text{ m}^{-1},$$

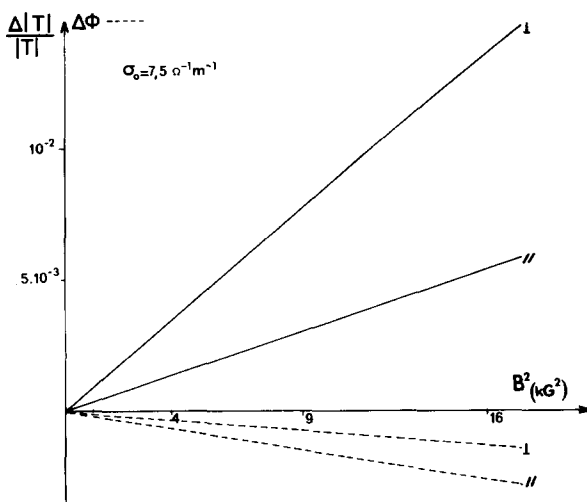


Fig. 2.

$$\Delta\sigma_\perp = -(0,188 + j 0,072) \Omega^{-1} \text{ m}^{-1}.$$

Par une méthode analogue à la précédente on peut alors déterminer :

$$d/\sigma_0 = -14,8 \times 10^{-2} \text{ m}^4 \text{ V}^{-2} \text{ s}^{-2},$$

$$b/\sigma_0 = -18,5 \times 10^{-2} \text{ m}^4 \text{ V}^{-2} \text{ s}^{-2},$$

$$\mu_H = |a|/\sigma_0 = 0,38 \text{ m}^2 \text{ V}^{-1} \text{ s}^{-1}.$$

Le rapport (5) prend la même valeur que pour l'échantillon n° 1.

Ces résultats sont en bon accord avec ceux obtenus par les méthodes des mesures en courant continu. D'autres auteurs donnent pour μ_H des résultats comparables en utilisant soit des mesures en courant continu [11] soit des mesures d'effet Faraday [12].

5. Conclusion

Ce travail original montre qu'il est possible, en utilisant un guide circulaire et un champ magnétique transversal de mesurer les paramètres de magnétoconductivité. C'est pour comparer plus facilement leurs résultats à ceux obtenus par d'autres moyens que les auteurs se sont placés dans des conditions où aucune hypothèse sur les temps de relaxation n'a été nécessaire. La méthode est cependant généralisable au cas où ces temps de relaxation ne sont plus négligeables et où les champs magnétiques sont plus élevés. On doit alors utiliser les tenseurs de magnétoconductivité en alternatif et ne plus se limiter aux termes du second ordre en B . Le principe des mesures reste le même. Il suffit de comparer les variations de transmission observées à celles que l'on peut calculer numériquement.

Comme nous l'avons montré, l'utilisation du champ magnétique transversal apporte donc des informations complémentaires par rapport à l'effet Faraday. En hyperfréquences si ce dernier est seul utilisé, on ne peut en effet déterminer que la mobilité de Hall μ_H . Les mesures que nous proposons viennent donc compléter les connaissances des phénomènes de transport en alternatif dans les semi-conducteurs.

Références

- [1] B. Donovan et J. Webster, Proc. Phys. Soc. Lond. 78 (1961) 120, 81 (1963) 90.
- [2] J. K. Furdyna et M. E. Brodwin, Phys. Rev. 124 (1961) 740, 132 (1963) 97.
- [3] T. A. Dorschner et R. V. Vernon, J. Phys. Chem. Solids 36 (1975) 99.
- [4] K. Haye, Thèse Doc. Sc. Phys. Bordeaux 1 (1975).
- [5] F. Seitz, Phys. Rev. 79 (1950) 372.
- [6] K. S. Champlin, Phys. Rev. 130 (1963) 1374.
- [7] R. Chastanet et K. Haye, C. R. Acad. Sci. 276 (1973) 91.
- [8] G. Dresselhaus, A. F. Kip et C. Kittel, Phys. Rev. 98 (1955) 368.
R. N. Dexter, H. J. Zeiger et B. Lax, Phys. Rev. 104 (1956) 637.
J. Webster et B. Donovan, Brit. J. Appl. Phys. 16 (1965) 25.
- [9] H. Suhl et L. R. Walker, Phys. Rev. 86 (1952) 122.
P. A. van Dalen, J. Appl. Phys. 41 (1970) 3092.
- [10] R. Sardos, Rev. Phys. Appl. 4 (1969) 29.
- [11] P. P. Debye et E. M. Conwell, Phys. Rev. 93 (1954) 693.
- [12] G. P. Strivastava, B. R. Sethi et S. K. Agarwal, J. Appl. Phys. 43 (1972) 3748.