

# Vorgespannte Betonstäbe bei Bauteilen im Zustand II unter Gebrauchslasten

Ein Verfahren zur Abschätzung von zeitabhängigen Spannungen und Verformungen

Herrn Professor Dr.-Ing. Dr.-Ing. e.h. Gert König zum Geburtstag gewidmet.

Holger D. Basche, Leipzig  
Balthasar Novák, Stuttgart

In Heft 7/2002 [1] wurde für vorgespannte Betonstäbe aus hochfestem Feinbeton ein Verfahren vorgestellt, mit dem die Vorspannverluste der Betonstäbe auch nach dem Einbau in Betonbauteile berechnet werden können. Dieses Verfahren gilt für den baupraktisch eher seltenen Fall des Zustandes I, ist aber gleichzeitig Grundlage für den hier vorgestellten Berechnungsalgorithmus für Zustand II im rechnerischen Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit.

Weiterhin wird über einen ersten Einsatz der Betonstäbe unter Baustellenbedingungen berichtet.

Determination of Time-dependent Stresses and Deformation of Prestressed Concrete Bars in Cracked Construction Elements (State II) under Service Loads.

*In a former article [1] a solution was presented to compute the loss of prestress of Prestressed Concrete Bars after moulding. This solution is valid only for uncracked concrete elements (state I), but it also basis for the computation for cracked elements (state II) under service loads being discussed within this article. Furthermore, a first application on building site is described.*

## 1 Einführung

In einem vorangegangenen Artikel [1] wurden für betonstabbewehrte Bauteile im Zustand I der Vorspannverlust und die Spannungumlagerungen nach dem Einbau in ein Bauteil behandelt. Dieser baupraktisch eher seltene Fall des ungerissenen Betonquerschnittes bildet jedoch die Grundlage der weiteren Betrachtung. Das nachstehend kurz erläuterte Rechenverfahren stellt eine Erweiterung des für schlaff bewehrte Betonbauteile bekannten Verfahrens dar. Der Algorithmus gilt für Betonbauteile mit Betonstabbewehrung unter der Wirkung von Momenten und Längskräften. Es wird der Einfluß verschiedener Parameter auf die Verformung der Betonstäbe untersucht. Dabei werden prinzipielle Zusammenhänge abgeleitet.

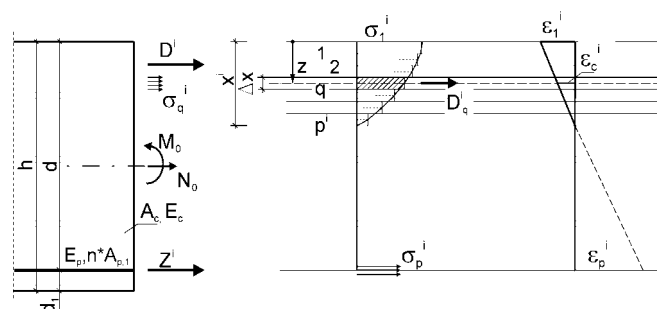
Eine komplette Herleitung der mathematischen Beziehungen ist im Rahmen dieses Artikels wegen des Umfangs nicht möglich. Die mathematische Behandlung des Problems ist ausführlich in [2] dargelegt. Nachstehend werden die Grundlagen und der Lösungsansatz mitgeteilt.

## 2 Modellvorstellung und Voraussetzungen

Der Querschnitt wird vereinfachend im nackten Zustand II behandelt, d.h. Effekte, die durch tension stiffening oder durch Bruchprozesse unterhalb der rechnerischen Nulllinie auftreten, bleiben unberücksichtigt, da sie das prinzipielle

Verhalten nicht ändern, aber die mathematische Behandlung bei geringem Genauigkeitsgewinn beträchtlich erschweren.

Der Querschnitt wird in einzelne horizontale Lamellen aufgeteilt (Bild 1), die über die Lamellendicke eine konstante Druckspannung aufweisen. Die Lamellen unterliegen einzeln dem Materialgesetz nach Gl. (1) mit den später näher besprochenen Einschränkungen. Die Lamellen werden jeweils als zentrisch beanspruchte Einzelquerschnitte behandelt. Das Zusammenwirken aller Lamellen wird erreicht durch die Hypothese, daß die Betondehnungen linear über die Querschnittshöhe verlaufen. Diese Annahme, die Grundlage der Betrachtung für den Zustand I ist, ist auch für gerissene Querschnitte hinreichend genau [3].



**Bild 1** Rechteckquerschnitt im Zustand II zum Zeitpunkt  $t_i$  mit horizontalen Lamellen

**Fig. 1** Rectangular cross-section at time step  $t_i$  with horizontal layers

Analog dem Vorgehen bei Zustand I [1] wird entsprechend dem Vorschlag von Kupfer [4] die Spannungsrelaxation mittels stufenweise konstanter Spannungen erfaßt. Folgende Annahmen liegen dem Ansatz zugrunde:

- Das Ebenbleiben der Querschnitte ist auch im Zustand II zu jedem Zeitpunkt gewährleistet.
- Es besteht starrer Verbund zwischen Beton und Bewehrung.
- Der Beton ist bis zur Spannungsnulllinie gerissen.
- Beton und Bewehrung folgen sowohl im Zustand I als auch im Zustand II dem Hookeschen Gesetz mit der Ausnahme, daß Beton im Zustand II keine Zugspannungen aufnehmen kann.
- Für Beton wird das allgemeine Superpositionsprinzip in der Formulierung entsprechend Gl. (1) für  $(i - 1)$  Lastinkremente verwendet.
- Die Biegesteifigkeit der Bewehrung wird vernachlässigt.
- Uneingeschränkte Gültigkeit des Superpositionsgesetzes, das nach Shen [5] für bestimmte Kriechfunktionen zu mathematischen Widersprüchen führen kann.
- Es werden nur einlagig bewehrte Biegebauteile betrachtet. Eine Druckbewehrung ist nicht vorhanden.
- Werden Biegerisse durch das Wandern der Nulllinie infolge Betonkriechens des Bauteils wieder überdrückt, können wieder Druckspannungen in vollem Umfang übertragen werden. Diese Näherung ist genügend genau.
- Belastung unter quasi-ständigen Lasten im Gebrauchslastfall. Durch die Beschränkung der Betondruckspannung bei diesem Lastfall kann lineares Kriechen vorausgesetzt werden.
- Alle Größen werden grundsätzlich positiv in die Rechnung eingeführt.

$$\varepsilon_c(t) = \frac{\sigma_c^1(t_1)}{E_c^1(t_1)} [1 + \varphi(t, t_1)] + \sum_{\ell=2}^i \frac{\Delta \sigma(t_\ell)}{E_c(t_\ell)} \cdot [1 + \varphi(t, t_\ell)] + \varepsilon_{cs}(t) \quad (1)$$

$(1 \leq i \leq r)$

Gl. (1) stellt für  $t = t_1$  das Hookesche Gesetz dar.

Die Zusammenfassung lastabhängiger und lastunabhängiger Verformungen in Gl. (1) kann bei Untersuchung des Gleichgewichtes zu Widersprüchen führen und ist deshalb kritisch zu betrachten. Die Schwindverformung wird daher gesondert behandelt.

Die durch die zeitabhängigen Verformungen des Betonstabbetons bedingten Formänderungen der Betonstabbewehrung führen zu einer Umverteilung der Betonspannungen in der Biegedruckzone gegenüber einem Verlauf, der sich bei Betonstahlbewehrung ergeben würde. Das Gleichgewicht im Querschnitt muß deshalb unter Beachtung der Verformung der Betonstäbe ermittelt werden.

### 3 Betonschwinden im Zustand II

Der Einfluß des Betonschwindens auf das Verformungsverhalten von vorgespannten Bauteilen ist hinlänglich untersucht. Hingegen finden sich wenige, z. T. auch widersprüchliche Aussagen bzgl. der Auswirkungen des Betonschwindens bei schlaff bewehrten Stahlbetonbauteilen im

Zustand II. Deshalb soll im Folgenden der Einfluß des Betonschwindens auf den schlaff bewehrten Betonquer-

#### **Die Auswirkung der Dehnungsbehinderung an der Bewehrung ist beschränkt.**

schnitt näher untersucht werden. Dazu werden folgende Annahmen getroffen:

- Betonschwinden wird als spannungslose Verformung definiert.
- Betonschwinden stellt einen unabhängigen Lastfall dar, der mit anderen Lastfällen superponiert werden kann.
- Betonschwinden tritt als konstante zeitabhängige Größe über die Querschnittshöhe auf und ist belastungsunabhängig. Es ist auch unabhängig vom Beanspruchungszustand des Betons (Zustand I oder Zustand II). Dabei stellt der konstante Schwindverlauf über die Höhe eine Näherung dar, die mit der Wirklichkeit nur bedingt übereinstimmt. Diese Annahme entspricht aber gängigen Ansätzen und bringt eine ausreichende Genauigkeit für den betrachteten Fall.
- Wird die spannungslose Verformung behindert, treten Reaktionskräfte auf. Diese führen zu Eigenspannungszuständen im Innern eines Systems oder zu Auflagerkräften bei statisch unbestimmt gelagerten Systemen. Die Auflagerkräfte des statisch unbestimmten Systems haben keine Resultante.
- Nach Voraussetzung kann Betonschwinden bei einem statisch bestimmt gelagerten Träger keine Auflagerkräfte hervorrufen. Folglich erzeugt das Schwinden entweder einen Eigenspannungszustand im Querschnitt oder es bedingt eine spannungslose Verformung.

Das Schwinden des Betons wird durch die Bewehrung grundsätzlich behindert. Die Behinderung kann durch die Dehnsteifigkeit oder die Biegesteifigkeit der Bewehrung hervorgerufen werden. Die durch das Betonschwinden erzeugte Krümmung des Querschnittes ruft ein widerstehendes Moment hervor, sofern ein Biegegewiderstand der Bewehrung vorhanden ist. Dieser ist jedoch bei einlagiger Bewehrung so gering, daß das daraus entstehende Moment um etwa 4...5 Zehnerpotenzen unter dem Tragmoment liegt, das dem betreffenden Querschnitt zugeordnet ist. Aus diesem Grunde wird der Biegegewiderstand der Bewehrung entsprechend den Voraussetzungen vernachlässigt. Erfolgt die Behinderung des Schwindens aber durch die Dehnsteifigkeit der Bewehrung, wird an der Zugbewehrung eine Verbundkraft geweckt.

Für den theoretischen Zustand II, der auch als nackter Zustand II bezeichnet wird, gilt die Annahme eines starren Verbundes sowie ein völliger Ausfall der Zugfestigkeit des Betons. Es ergibt sich der typische Zweipunktquerschnitt, dessen wirkende Querschnitte durch einen schubstarken Verbund miteinander gekoppelt sind. Eine Ausbreitung der Verbundkraft über den Querschnitt ist für diesen theoretischen Fall nicht möglich, da durch die Inanspruchnahme der Schubsteifigkeit ein Biegemoment geweckt werden würde und das globale Gleichgewicht gestört wäre. Eine Weiter-

leitung der Verbundkraft über Normalspannungen ist auf die Zugfestigkeit angewiesen, die aber nach Voraussetzung nicht vorhanden ist.

Aber auch für den realen Balken ist die Auswirkung der Dehnungsbehinderung an der Bewehrung aus statischen Gründen begrenzt und auf einen Bereich um die Bewehrung beschränkt. Nach St. Venant ist in hinreichender Entfernung des Angriffsbezirkes eines Kräftepaars die Wirkung nur von den statischen Resultanten abhängig, nicht aber von der Verteilung. Da die Spannungsresultanten Null sind, muß in hinreichender Entfernung der Eigenspannungszustand abgeklungen sein. Das Verhalten ist prinzipiell vergleichbar mit tension stiffening, jedoch mit umgekehrtem Vorzeichen.

Eine Fortpflanzung der Spannungen bis in die Druckzone ist i. d. R. nicht möglich und braucht deshalb bei der Kräftebilanz im Querschnitt nicht berücksichtigt werden. Es handelt sich also um eine spannungsfreie Verformung. Dagegen kann der Einfluß der mitwirkenden Betonfläche um die Bewehrung auf die Verformung (Krümmung) nicht völlig negiert werden. Dieser Einfluß ist jedoch nicht Gegenstand der Untersuchung und müßte weitergehende Annahmen bzgl. des Verbundverhaltens und des Zugkriechens beinhalten.

Das Betonschwinden wirkt sich im Zustand II völlig anders auf den Querschnitt aus als im Zustand I. Daher sind Formelsätze, die für das Betonschwinden im Zustand I gewonnen wurden und bei denen die Querschnittsparameter durch diejenigen des Zustandes II ersetzt werden, um Ergebnisse für das Betonschwinden im Zustand II zu erhalten, nur als Abschätzung zu betrachten.

Diese Aussagen gelten nicht für Betonquerschnitte mit Druckbewehrung.

#### 4 Lösungsansatz

Ebenso wie im Zustand I wird auch im Zustand II Kompatibilität der Verformungen zwischen Bewehrung und Bauteilbeton vorausgesetzt. Diese Verformungen resultieren aus den alternden (zeitabhängigen) Eigenschaften der Materialien. Im Zustand I wird die Verträglichkeit dieser Verformungen durch ein Kräftepaar hergestellt, dessen Größe nach Art statisch unbestimmter Systeme ermittelt wird [1].

#### **Die Verbundkraft aus Zustand I bleibt im Zustand II voll erhalten.**

Es ist naheliegend, die Verträglichkeit auch im Zustand II durch Verbundkräfte herzustellen – und in [6] wird eine derartige Wirkung auch angenommen. Es zeigt sich aber, daß es nicht möglich ist, für den Betonquerschnitt eine statisch wirksame Verbundkraft zu ermitteln, die die Störung der Verträglichkeit ausgleicht. Formelsätze, nach denen eine solche Verbundkraft als neuer Lastfall aufgefaßt oder bei denen die Änderung der Betonspannungen in der Druckzone in Anteile aufgespalten wird, von denen einer die Spannungsänderungen infolge Betonkriechens und der andere die Spannungen aus dieser Verbundkraft erfaßt, führen zu Widersprüchen.

Die Beanspruchung der Betonstäbe setzt sich aus folgenden Anteilen zusammen:

- Vorspannung,
- Betonschwinden des Betonstabbetons,
- Verbundkräfte aus Zustand I sowie äußerer Belastung.

Ortbetonbauteile verbleiben für gewöhnlich einige Tage zum Aushärten in der Schalung. Während dieser Zeit befindet sich das Bauteil im Zustand I. Da besonders für junge Betonstäbe dieser Zeitraum kritisch hinsichtlich des Gesamtvorspannverlustes ist, wird dieser Zeitraum analog [1] erfaßt, und es werden die Verbundkräfte ermittelt. Der Zeitraum bis zum Ausschalen wird mit 14 Tagen abgeschätzt.

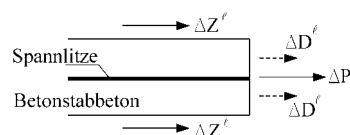
Zum Zeitpunkt des Ausschalens  $t = t_a$  geht der Querschnitt in den Zustand II über. Vereinfachend wird angenommen, daß ab diesem Zeitpunkt die volle Nutzlast unter dem Gebrauchslastfall quasi-ständige Lasten wirkt. Für die numerische Behandlung werden insgesamt 33 Zeitschritte definiert, wobei fünf Zeitschritte für den Zustand vor dem Ausschalen (Zustand I) und 28 Zeitschritte nach dem Ausschalen (Zustand II) festgelegt wurden. Für den Ausschalzeitpunkt fallen zwei Bemessungszeitpunkte aus Zustand I und Zustand II zusammen.

Die Änderungen in den Beanspruchungen der Betonstäbe machen es notwendig, die Belastung des Betonstabbetons und der Litze getrennt zu betrachten. Es greifen am Betonstab Kräfte  $\Delta Z^\ell$  an, die infolge äußerer Belastung und Betonkriechens des Bauteilbetons hervorgerufen werden (Bild 2).

Bis zum Zeitpunkt  $t_a$  (Ausschalen) befindet sich der Querschnitt im Zustand I. Die Verbundkräfte werden nach dem bekannten Verfahren [1] ermittelt. Im Zeitpunkt  $t_a$  reißt der Beton und geht in den Zustand II über. Die bis dahin aufgebaute Verbundkraft  $Z^a = \sum_{\ell=1}^a \Delta Z^\ell$ , die auf den Beton einwirkt, muß jetzt vom Betonquerschnitt im Zustand II aufgenommen werden. Es ändert sich nur ihre Aufteilung über den Querschnitt, nicht aber ihre Größe. Die Verbundkraft bleibt in ihrer Einwirkung auf den Betonstab nach Größe und Richtung für diesen Zeitpunkt unverändert erhalten und muß bei der Bestimmung des Gleichgewichts berücksichtigt werden.

Diese Festlegung ist für den Betonstab von grundlegender Bedeutung, weil in den folgenden Zeitpunkten Belastung und Verformung des Betonstabes von  $t = t_1$  bis  $t_r$  in die Berechnung eingehen. Wegen des starren Verbundes der Bewehrung mit dem Bauteilbeton gilt zum Zeitpunkt  $t_i$  im Zustand II ebenso wie im Zustand I

$$\varepsilon_{HC}^i - \varepsilon_{HC}^1 = \varepsilon_c^i - \varepsilon_c^1 \quad (2)$$



**Bild 2** Prinzipielle Aufteilung der Zugkraft in der Zugzone auf den Betonstab für Zustand II

**Fig. 2** Distribution of tensile forces on PCB in state II

Die Verformungsanteile sind bis zum Abgleich bekannt. Im Zustand I dient Gl. (2) zur Ermittlung der Verbundkraft  $Z^a$  ( $X^i$  nach [1]). Gl. (2) ist aber jetzt eine Bestimmungsgleichung für  $\varepsilon_c^i$ , das mit den Verformungen  $\varepsilon_{HC}^i - \varepsilon_{HC}^1$  in Übereinstimmung gebracht werden muß.

Ein wesentlicher Unterschied zu herkömmlichen Verfahren liegt also in der Berücksichtigung der zeitabhängigen Materialeigenschaften der Betonstabbewehrung selbst. Bereits bei einer relativ kurzen Verweildauer der Betonelemente im Zustand I können beträchtliche Verbundkräfte auftreten, die bei der weiteren Betrachtung beim Übergang in den Zustand II berücksichtigt werden müssen. Im Gegensatz dazu wird bei stahlbewehrten Bauteilen nur eine Verbundkraft infolge Betonschwindens des Bauteilbetons aufgebaut, die aber hinsichtlich des kurzen Zeitraumes bis zum Übergang in den Zustand II vernachlässigbar klein ist. Aber auch nach Übergang in den Zustand II haben die zeitabhängigen Eigenschaften des Betonstabes Einfluß auf das Gleichgewicht des Querschnitts.

Ausgehend von der Grundgleichung (2) der Verträglichkeit erhält man das Gleichungssystem (3)

$$P^i - P^1 + \frac{1}{n} \cdot \left( Z^{i-1} \cdot K^i + \Delta Z^i \cdot \frac{\beta_{HC}}{1 + \beta_{HC}} \right) = Z^i \times \frac{E_p A_{p,1}}{(EA)^*} + E_p A_{p,1} \cdot \varepsilon_c^a \quad (3)$$

mit

$P^i$	Kraft im Spannstahl zum Zeitpunkt $t = t_i$
$P^1$	Kraft im Spannstahl zum Zeitpunkt $t = t_1$ (Einbau)
$n$	Anzahl der Betonstäbe
$\beta_{HC}$	$\beta_{HC} = (E_p A_{p,1}) / (E_{HC} A_{HC})$ Steifigkeitsverhältnis Spannstahl/Litze/hochfester Beton des Betonstabes
$E_p A_{p,1}$	Dehnsteifigkeit der Litze eines Betonstabes
$\varepsilon_c^a$	Dehnung des Bauteilbetons beim Ausschalen in Höhe der Bewehrung
$Z^i$	Zugkraft in der Bewehrung zum Zeitpunkt $i$
$Z^{i-1}$	Matrix mit $\Delta Z^i$ -Werten von $\ell = 1$ bis $\ell = i - 1$
$K^i$	entspricht $K_{HC,i}^{i,i+1}$ in [1]
$\Delta Z^i$	$\Delta Z^i = Z^i - Z^{i-1}$
$(EA)^*$	siehe unten,

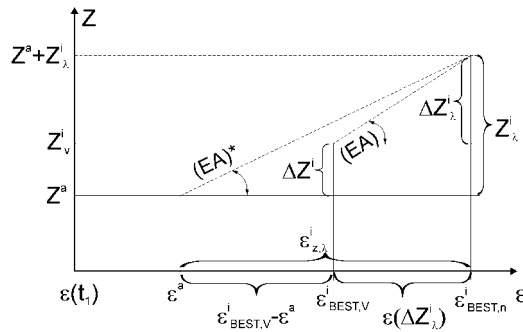
das aber für die numerische Behandlung ungeeignet ist. Mit den Bezeichnungen nach Bild 3 gilt

$$\varepsilon_Z^i = \varepsilon_{BEST,n}^i - \varepsilon^a = \varepsilon_{BEST,\nu}^i + \varepsilon(\Delta Z^i) - \varepsilon^a \quad (4)$$

Daraus erhält man die Grundgleichung der Verträglichkeit einlagig mit Betonstäben bewehrter Betonelemente im Zustand II für den Zeitpunkt  $t_i$

$$\varepsilon_Z^i = \varepsilon_{BEST,\nu}^i - \varepsilon^a + \varepsilon(\Delta Z^i) \quad (5)$$

vgl. Bild 3, wobei  $\varepsilon(\Delta Z^i)$  gesucht wird. Der Index  $\nu$  kennzeichnet Werte vor dem Abgleich  $t_i$ , Index  $n$  steht für die unbekannten (gesuchten) Werte nach dem Abgleich. Mittels der fiktiven Steifigkeit  $EA^* = \kappa \cdot (EA)$  der Betonstäbe erhält man die Beziehung



**Bild 3** Zeitabhängige ideale Steifigkeiten der Betonstäbe  
**Fig. 3** Time-dependent stiffness of PCB

$$\kappa \cdot \left[ \frac{(EA)}{E_p A_{p,1}} \cdot (\bar{\varepsilon}_{BEST,\nu}^i - \varepsilon^a) + Z_{\nu}^i - (Z_{\nu}^i - Z^a) \right] - Z_{\lambda}^i = 0$$

$$\text{mit } \bar{\varepsilon} = \varepsilon \cdot E_p A_{p,1} \text{ und } Z_{\nu}^i = Z_{\nu}^i(\kappa'(EA)) \quad (6)$$

Gl. (6) stellt eine nichtlineare Gleichung für die Unbekannte  $\kappa$  dar. Die Lösung erfolgt sukzessiv. Für  $\kappa$  wird angesetzt  $\kappa = \kappa_m + \lambda \cdot \Delta\kappa$ , wobei  $\kappa_m$  den geschätzten Mittelwert,  $\Delta\kappa$  die Schrittweite,  $\lambda = -3, -2, \dots, +3$ , darstellen. Damit erhält man aus Gl. (6) den Fehlerwert  $f_{\lambda}$ . Mittels der Stirlingschen Interpolationsformel wird durch die Wertepaare  $(f_{\lambda}, \kappa)$  ein Ersatzpolynom sechsten Grades gelegt, dessen Nullstelle das gesuchte  $\kappa$  ist. Damit sind  $Z^i$  und  $\Delta Z^i$  bekannt.

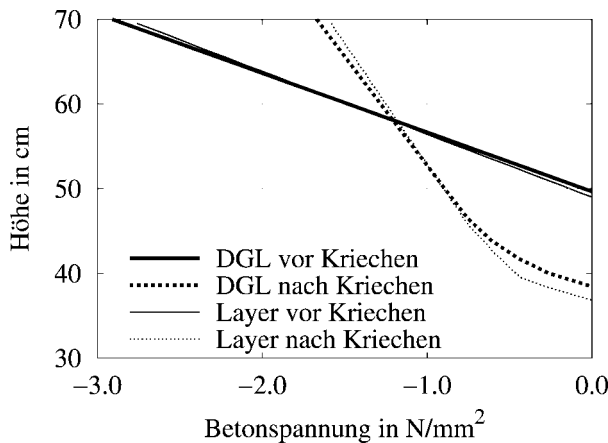
## 5 Beispielrechnung

### 5.1 Parameter

Der Lösungsansatz (6) beinhaltet als Sonderfall gewöhnliche Stabstahlbewehrung. Für diesen Fall werden Schwindmaß und Kriechwert des hochfesten Betons der Betonstäbe zu Null. Mit dem Querschnitt nach [7] ist dann ein Vergleich des Ansatzes (6) mit der Lösung der Differentialgleichung nach Dischinger möglich. In Bild 4 ist der qualitative Verlauf der Betondruckspannungen für die beiden unterschiedlichen Ansätze dargestellt. Bei der Bewertung ist jedoch zu beachten, daß die äußere Belastung für diesen Querschnitt relativ gering ist, was auch an der geringen Initialdruckspannung am oberen Rand ersichtlich ist. Die Druckspannungen zeigen den typischen Verlauf mit Einfluß des Betonkriechens: die Druckzone vergrößert sich und die Randspannungen nehmen ab. Die Spannungen in der Bewehrung nehmen zu.

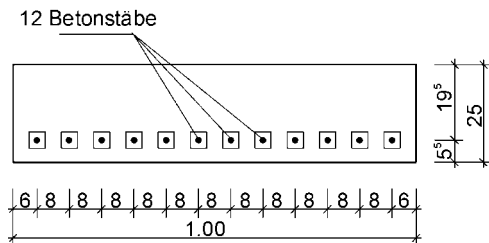
Zur Illustration des Ergebnisses werden zwei unterschiedliche Bauteile berechnet, die stellvertretend für das Anwendungsspektrum gelten. In Bild 5 ist ein hochbewehrtes dünnes Bauteil dargestellt. Demgegenüber steht der Querschnittstyp in Bild 6 für schwach bewehrte Bauteile. Die Beispielrechnungen (Tabelle 1) sollen das prinzipielle Verhalten aufzeigen und Tendenzen verdeutlichen. Der Einfluß weiterer Parameter wird in [2] untersucht.

Die Belastung der Querschnitte wurde so gewählt, daß für den Gebrauchslastfall Vollast im ungünstigsten Fall (Einbaualter der Betonstäbe  $t = 100$  d) gerade Dekompression der Betonstäbe eintritt. Der kriecherzeugende Lastfall Dauerlast wurde mit 80 % der Vollast angenommen. Die zeitabhängigen Funktionen sind von [1] übernommen.



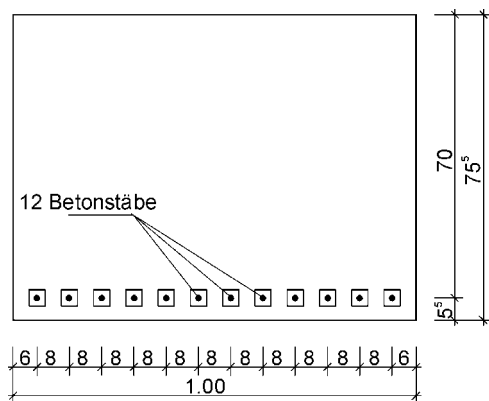
**Bild 4** Vergleich des Ansatzes (6) mit der Lösung der Differentialgleichung nach Dischinger

**Fig. 4** Comparison of equation (6) with differential equation of Dischinger



**Bild 5** Platte für Beispielrechnung

**Fig. 5** Plate for computation



**Bild 6** Balken für Beispielrechnung

**Fig. 6** Beam for computation

Bauteilbeton:

RH = 80 %

$f_{ck} = 40 \text{ N/mm}^2$  (normal erhärtender Zement)

$E_c^{28} = 34\,500 \text{ N/mm}^2$

Betonstab:

$P^0 = 79,5 \text{ kN}$

$A_{HC, \text{brutto}} = 1600 \text{ mm}^2$

$E_{HC} = 50\,000 \text{ N/mm}^2$

$A_{p,1} = 93 \text{ mm}^2$

$E_p = 195\,000 \text{ N/mm}^2$

## 5.2 Ergebnisse/Auswertung

Die Berechnung erfolgte unter Ansatz der o. a. Parameter. In den Bildern 7–9 ist der Verlauf der wichtigsten normierten Größen aufgetragen. Die Normierung erfolgte auf den betragsmäßig größten Wert für das jeweilige Bauteil.

Die Betondruckspannungen über die Querschnittshöhe zeigen auch bei Betonstabbewehrung den bekannten Verlauf, wobei die Druckzone bei Bauteilen, die mit Betonstäben bewehrt sind, die in jungem Alter eingebaut wurden, größer ist. Dies ist auf die Verbundkraft aus Zustand I zurückzuführen, die als Druckkraft auf den Querschnitt wirkt und zu einer Vergrößerung der Druckzone führt.

Die Zugkraft im Zugband steigt mit der Zeit stetig an, wobei die Zugkräfte für junge Betonstäbe größere Werte annehmen. Auch hier liegt eine Erklärung in den Verbundkräften aus Zustand I, die als Zugkraft auf die Bewehrung wirken und im Zustand II erhalten bleiben. Bei Betonstäben, die erst nach einer Freilagerung eingebaut werden, baut sich dagegen im Zustand I durch das Schwinden des Bauteilbetons eher eine Druckkraft in der Bewehrung auf.

In den Bildern 8 und 9 sind der Verlauf der Betondruckspannungen im Betonstab sowie die Stahlspannung der Litze dargestellt. Das Ansteigen der Betondruckspannung kurz nach Aufbringen der äußeren Last scheint zunächst widersprüchlich. Im Vergleich mit Bild 8 ist jedoch ersichtlich, daß gleichzeitig ein starker Anstieg der Stahlspannung erfolgt, d. h. die Zugkraft aus äußerer Belastung lagert sich vom Beton des Verbundquerschnittes auf die Litze um und die Druckkraft aus Vorspannung gewinnt an Bedeutung, da die Kriechfunktion für diese Belastung wegen ihres höheren Alters wesentlich flacher verläuft.

Bezeichnung	Bild	Einbualter BEST d	Statische Höhe cm	Belastung kNm
B1-N-03	6	0,3	70,0	451,8
B1-N-100	6	100	70,0	451,8
P4-N-03	7	0,3	19,5	113,2
P4-N-100	7	100	19,5	113,2
B1-N-Stahl	6	ohne K+S	70,0	451,8

**Tabelle 1** Parameter der Beispielrechnungen

**Table 1** Parameters of the example

ARGE Wiesental-Langer Grund  
(Gerdum und Breuer, Adam Hörnig, Bickhardt Bau)

iCOR Spantec GmbH, Im Emser 9,  
64287 Darmstadt, Telefon +49 (0)6102/3093169

Kinkel + Partner GmbH, Neu-Isenburg

Universität Leipzig,  
Institut für Massivbau und Baustofftechnologie

DEGES

**Tabelle 2** Am Projekt Beteiligte

**Table 2** Project partners

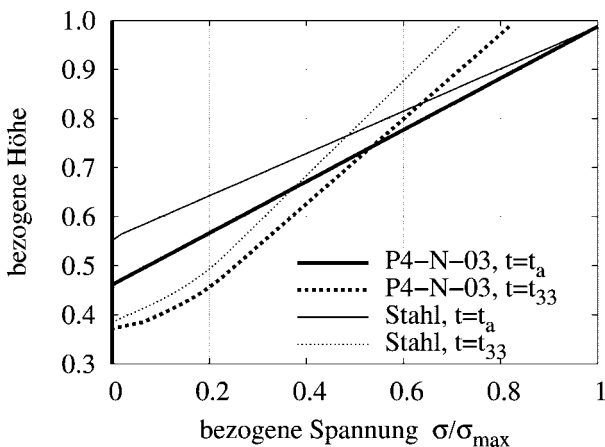


Bild 7 Verlauf der Betondruckspannungen

Fig. 7 Curve of non-dimensional compressive stresses

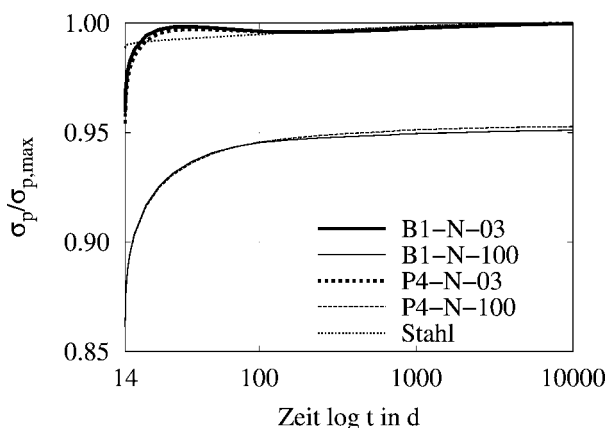


Bild 8 Verlauf der Zugspannung in der Litze

Fig. 8 Curve of non-dimensional tensile stress in strand

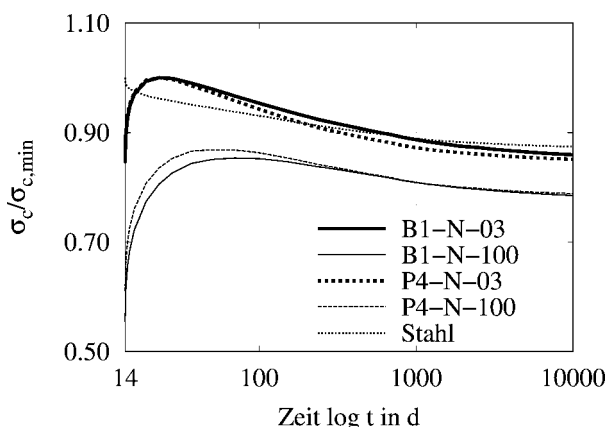


Bild 9 Verlauf der Betondruckspannung im Betonstab

Fig. 9 Curve of non-dimensional compressive stress in PCB

Durch den sprunghaften, starken Anstieg der Zugkraft im Betonstab beim Übergang in den Zustand II tritt eine Umlagerung der Aufteilung der Zugkraft  $Z$  auf Betonstabbeton und Spannlitze auf (vgl. Bild 2). Diese Umlagerung führt zu einer fiktiven Steifigkeit  $(EA)_{BEST}^* < (EA)_{BEST}$ , d. h. der Betonstab wird mit der Zeit weicher. Daraus folgt, daß die Nulllinie nach oben wandern muß. Gleichzeitig wird

aber die Nulllinie durch das Betonkriechen der Druckzone nach unten gedrückt, so daß beide Effekte gegenläufig auftreten. In Bild 7 ist dies auch deutlich erkennbar: die größere Differenz in der bezogenen Druckzonenhöhe zwischen  $t = 14 d$  und  $t = 10000 d$  weist der Balken mit Stahlbewehrung auf.

Der zeitliche Verlauf der Schnittkräfte von Betonstab und Umgebungs beton wird bestimmt durch die Verbundkräfte  $\Delta Z_i$ , die nach Voraussetzung konstant über  $t$  sind. Diese Verbundkräfte hängen neben den Querschnittsparametern der beiden Bauelemente hauptsächlich von den Materialparametern von Beton und Betonstab sowie Größe und Zeitpunkt der Eintragung von Nutzlasten ab. Die Verbundkräfte wirken auf die Schnittkräfte zu jedem Zeitpunkt in unterschiedlicher Größe ein, wobei der Einfluß zu Belastungsbeginn überproportional groß ist. Dadurch ergeben sich bei der Superposition in den einzelnen Zeitstufen Störungen in den Trendlinien, die einer grundsätzlichen Tendenz zwar nicht widersprechen, aber Abweichungen vom homogenen Verlauf der statischen Größen bringen. Am deutlichsten wird das zwischen den Zeitstufen  $t_a = 14 d$  mit dem Wirkungsbeginn einer äußeren Belastung und  $t_i = 20 d$ . Je nach der „Steifigkeit“ von Umgebungs beton und BEST sowie der Größe der Betonspannungen bewirkt die Verbundkraft  $\Delta Z^a$  eine Verlagerung der Nulllinie nach oben oder nach unten. Da die „Steifigkeit“ der BEST von der Größe der bis zu diesem Zeitpunkt eingetretenen Verbundkräfte abhängt, ergeben sich Strukturen, die es schwer machen, genaue Aussagen über den zeitlichen Verlauf der Spannungen in der Bewehrung und im Bauteilbeton zu treffen.

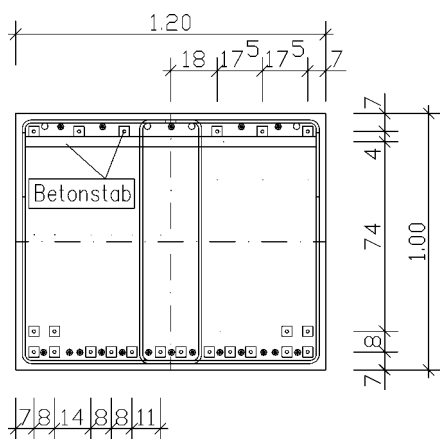
## 6 Erstanwendung auf der Baustelle

In [8] wurde über ein erstes erfolgreiches Pilotprojekt mit Betonstabbewehrung berichtet. Bei der Fußgängerbrücke in Rudisleben/Thüringen wurden erstmals Betonstäbe als Biegezugbewehrung im Überbau der Brücke verwendet. Der Einbau der Betonstäbe in die Tragelemente erfolgte damals unter kontrollierten Bedingungen im Fertigteilwerk.

**Betonstäbe haben sich auch unter Baustellenbedingungen bewährt.**

Im Zuge des Neubaus der BAB 73 (Thüringen) wurden vorgespannte Betonstäbe zum ersten Mal auf der Baustelle als Bewehrungselemente eingesetzt, um die Tauglichkeit und Handhabbarkeit bei einem Einsatz unter Baustellenbedingungen zu erproben (Tabelle 1). Der Einbau erfolgte in die Zerrbalken des Fundamentes eines Taktschiebekastens (Bild 10). Das Vorhaben wurde technisch durch die Universität Leipzig, Institut für Massivbau und Baustofftechnologie, betreut. Die Betonstäbe wurden durch die Firma iCOR bereitgestellt. Da es sich bei diesem Bauteil um ein Interimsbauwerk handelt, das nach dem Taktschieben wieder abgerissen wird, ergeben sich beim kontrollierten Abriß Möglichkeiten der Kontrolle, über die zu gegebener Zeit berichtet werden wird.





**Bild 10** Querschnitt des Zerrbalkens im Fundament des Taktschiebekastens

**Fig. 10** Cross-section of foundation beam of abutment for incremental launching technique

Der Transport auf der Baustelle erfolgte mit dem Kran unter Verwendung von Textilschlupps (Bild 11). Der Einsatz von Ketten- oder Stahlschlupps verbietet sich, da dadurch die Kanten der Betonstäbe beschädigt werden können. Die Bearbeitung auf der Baustelle erfolgte mit üblichen Werkzeugen und erfordert keine speziellen Hilfsmittel. Dies gilt sowohl für das Zuschneiden der Stäbe mittels Winkelschleifer als auch für das Fixieren der Betonstäbe im Bewehrungskorb. Ein allzu roher Umgang mit der Bewehrung, wie Fallenlassen der Stäbe aus größerer Höhe oder Positionieren mit Hammerschlägen, sollte vermieden werden, da es dadurch zu Abplatzungen des Betonstabbetons kommen kann. Jedoch kann bei lokalen Transportschäden der Betonstab außerhalb der Schadzone weiterhin verwendet werden, sofern die Mindestlänge der Stäbe von 2 m nicht unterschritten wird.

Die Arbeiter verlegten mühelos die Betonstäbe analog gewöhnlicher Stabstahlbewehrung. Es ist jedoch darauf zu achten, daß vor allem beim händischen Transport der Stäbe die maximalen Unterstützungsabstände eingehalten

werden, da es sonst zum Bruch des Betonstabbetons kommt. Dieser Abstand beträgt gemäß Zulassungsentwurf 4 m, das Metergewicht unter Berücksichtigung der Fertigungstoleranzen etwa 5 kg/lfm.

Die Betonage des Fundamentes erfolgte nach dem üblichen Vorgehen. Wegen der dichten Packung der Bewehrungslagen wurde als Größtkorn 16 mm gewählt. Die Einbringung des Bauteilbetons erfolgte mit Betonpumpe, die Verdichtung mit den üblichen Rüttlern.

Es wurde auch der Einsatz von vorgefertigten Elementen, sogenannten Makroelementen, untersucht (Bild 12). Makroelemente bestehen aus mehreren Betonstäben, die bereits im Werk entsprechend den statischen Erfordernissen unter Einhaltung des lichten Bewehrungsabstandes zusammengepackt werden und ein in sich stabiles Paket bilden. Diese Makropakete könnten auf der Baustelle mittels Kran leicht in die Bewehrung eingehoben werden, sofern keine geschlossenen Bügel verwendet werden. Damit sinkt der Positionieraufwand auf der Baustelle beträchtlich.

Das Vorhaben hat gezeigt, daß sich dieses neuartige Bewehrungselement auch unter rauen Baustellenbedingungen bewährt. Als besonders vorteilhaft erwies sich die unproblematische Handhabung auf der Baustelle. Damit kann auch Personal, das nicht mit diesem neuen Bewehrungselement vertraut ist, diese Bewehrung ohne besondere Einweisung verlegen.

## 7 Fazit

Nachdem die theoretischen Grundlagen vollständig aufbereitet sind [2], [8] und die Testphase in der Praxis abgeschlossen ist, wird mit der demnächst verfügbaren Zulassung durch das DIBt ein Bewehrungselement der praktischen Anwendung zugänglich gemacht, das seine Vorzüge vor allem im Gebrauchslastbereich findet. Durch die Entwicklung eines industriellen Fertigungsprozesses können Betonstäbe in beliebiger Länge und Quantität hergestellt werden [9]. Einem breiten Einsatz der Betonstäbe in der Praxis steht nun nichts mehr im Wege.



**Bild 11** Transport der Betonstäbe auf der Baustelle mit Kran und Textilschlupps

**Fig. 11** Transportation of PCBs on building site by crane



**Bild 12** Vorgefertigte Makropakete

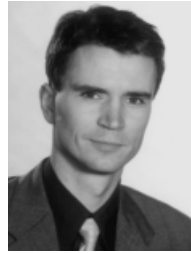
**Fig. 12** Prefabricated macro-elements

## Literatur

- [1] Basche, H. D., König, G. und Novák, B.: Vorgespannte Betonstäbe bei Bauteilen im Zustand I. In: Beton- und Stahlbetonbau, Juli, 2002, S. 335–342.
- [2] Basche, H. D.: Betonstäbe in Biegebauteilen, Querkrafttragverhalten und zeitabhängige Verformungen. Dissertation in Vorbereitung, Leipzig, 2002.
- [3] Frey, J. und Trost, H.: Zur Berechnung von teilweise vorgespannten Betontragwerken im Gebrauchszustand. In: Beton- und Stahlbetonbau (1983), November, S. 302–308.
- [4] Kupfer, H.: Bemessung von Spannbetonbauteilen – einschließlich teilweiser Vorspannung. Ernst & Sohn, 1991 (Betonkalender), S. 623–711.
- [5] Shen, J.-H.: Lineare und nichtlineare Theorie des Kriechens und der Relaxation von Beton unter Druckbeanspruchung. Heft 432, DAfStb. Beuth Verlag 1992.
- [6] Rickenstorff, G. und Gerstner, H.: Statische Berechnung spannstabbewehrter Stahlbetonkonstruktionen. VEB Verlag für das Bauwesen, Berlin, 1964.
- [7] Eliás, E.: Einfluß des Kriechens auf einen gebogenen Stahlbeton-Rechteckbalken im Stadium II. In: Bauingenieur 36 (1961), März, S. 93–96.
- [8] König, G. und Novák, B.: Vorgespannte Betonstäbe aus Hochleistungsbeton. In: Beton- und Stahlbetonbau 94 (1999), September, S. 348–361.
- [9] Basche, H. D. und König, G.: Prestressed Concrete Bars – Fabrication and Shear Bearing Capacity of PCB-Reinforced Concrete Members. In: König, G. (Hrsg.), Dehn, F. (Hrsg.), Faust, T. (Hrsg.): High Strength/High Performance Concrete, 2002, S. 643–650.

### Schlüsselwörter:

Vorgespannte Betonstäbe – Kriechen und Schwinden im Zustand II – Betonstäbe unter Baustellenbedingungen



**Dipl.-Ing. Holger D. Basche**

Universität Leipzig  
Wirtschaftswissenschaftliche Fakultät  
Institut für Massivbau und Baustofftechnologie  
Marschnerstraße 31  
04109 Leipzig



**Prof. Dr.-Ing. Balthasar Novák**

Universität Stuttgart  
Institut für Leichtbau Entwerfen  
und Konstruieren  
Pfaffenwaldring 7  
70569 Stuttgart

## Polizeischutz für Gerüsttürme

Acht nächtliche Schwertransporte unter Polizeischutz waren nötig, um eine Hamburger Baustelle mit zwei Traggerüsten zu versorgen. Weil den Gerüstbauern vor Ort zu wenig Platz zum Aufbau ihrer acht jeweils 17,50 m hohen und 2,50 m × 3,50 m breiten Gerüsttürme blieb, montierte man die stählernen Türme für schwere Lasten auf dem eigenen Firmengelände und brachte jeden einzeln als Sondertransport auf streng vorgeschriebenen Wegen zum Einsatzort.

Gut 25 Mio. € investiert die seit 1965 in Hamburg ansässige ECE Projektmanagement GmbH in den mittlerweile vierten Erweiterungsbau ihrer Hauptverwaltung im Stadtteil Poppenbüttel. Das langjährige Hauptstandbein der international stark expandierenden ECE sind die Entwicklung, Realisierung, Vermietung und das Management von Einkaufszentren, von denen es allein bundesweit 60 Stück gibt. Die Gruppe gilt als europäischer Marktführer. Der Rohbau des statisch aufwendigen neuen Verwaltungsgebäudes (gut 50000 m<sup>3</sup> umbauter Raum) ist jetzt abgeschlossen.

Insbesondere der Bau der beiden um 5,40 m auskragenden Glastürme hatte von den Bauausführenden und dem Gerüst-

bauer Ideenreichtum abverlangt. Bevor sich das komplette Gebäude nach dem Prinzip einer Hängebrücke über Spannglieder selbst tragen konnte, mußten zwölf Wochen lang zwei Traggerüste jeweils bis zu 600 t Last aus den darüberstehenden, auskragenden Stockwerken aufnehmen.

Drei Tage lang haben sechs Gerüstbauer 35 t Stützenmaterial zu acht S50-Türmen

vormontiert. Auf der Baustelle wurden diese dann per Autokran auf die hierfür betonierten Fundamente gestellt und mit weiteren 50 t Stahlträgern zu zwei Traggerüstkonstruktionen ergänzt. Die stehen jetzt nach dem Betonieren der Türme zwar immer noch, nehmen aber nur noch die vergleichsweise kleine Last aus der Fassadeneinrüstung auf.



Vierter Erweiterungsbau der ECE-Hauptverwaltung in Hamburg: Zwei Traggerüste aus je vier S50-Türmen und rund 50 t Stahlträgern leiteten während der Bauphase die bis zu 600 t großen Lasten aus den um 5,40 m auskragenden Türmen ab (Photo: PeinigerRöRo).