

Zustand des Gases und nassen Gutes beim Trockenvorgang mit Darstellung in einem geänderten Mollier-Diagramm feuchter Luft

Von Prof. Dr.-Ing. habil. EMIL KIRSCHBAUM, Technische Hochschule Karlsruhe

Das i, x -Bild feuchter Luft nach Mollier mit schiefwinkligen Koordinaten wird abgewandelt in ein Diagramm mit senkrechten Koordinaten. Unter Beibehaltung des gleichen graphischen Darstellungsfeldes wird dies dadurch möglich, daß der Wärmeinhalt auf ein gasförmiges Gemisch von 0 °C bezogen wird. Die Linien gleicher Kühlgrenze werden von einer Wärmebilanzgleichung ausgehend ermittelt. Ansatzgleichungen über den gekoppelten Wärme- und Stoffaustausch gestatteten ferner, zusätzlich in das neue Diagramm Linien einzutragen, die den geometrischen Ort aller Luftzustände darstellen, welche einem nassen Gut mit gleichem Wassergehalt und gleicher Temperatur zugeordnet sind.

Allgemeines

Bei der Behandlung technisch-wissenschaftlicher Probleme gibt es Fälle, bei denen die Lösung nur mit Hilfe der reinen Mathematik gefunden werden kann. Es kommt aber auch vor, daß allein graphische Methoden zum Ziele führen. Zwischen diesen beiden Grenzfällen liegen schließlich Fragen, deren Klärung eine innige Koppelung der rechnerischen und geometrischen Hilfsmittel zur Voraussetzung hat. Als klassisches Beispiel für diesen letzten Fall kann der gekoppelte Wärme- und Stoffaustausch angeführt werden, wie er sich beim Trocknen feuchten Gutes abspielt. Anscheinend ist es auf das Ineinandergreifen nicht ganz einfacher mathematischer Ansatzgleichungen mit graphischen Darstellungen zurückzuführen, daß die Klärung wichtiger und beim Verdunstungsvorgang eine Rolle spielender Zusammenhänge so langsam vor sich geht und mit der praktischen Verwirklichung der Vorgänge, z. B. in Trockenapparaten oder Kühlwerken, nicht Schritt zu halten vermag.

Ein Beispiel für eine Koppelung zwischen mathematischen Gleichungen und graphischen Lösungsmethoden sind die folgenden Betrachtungen. Sie haben zum Ziele, genaue Angaben über den Zusammenhang zwischen dem Zustand feuchter Luft und nassem Trockengut aufzustellen. Es ist dabei nicht die Absicht, Bekanntes zu wiederholen und auf Diskussionen einzugehen, welche im einschlägigen Schrifttum veröffentlicht sind. Es soll vielmehr an den neuesten Stand der Ergebnisse angeknüpft werden, wie sie in der vor kurzer Zeit veröffentlichten Forschung¹⁾ gefunden wurden. Diese zeichnet sich dadurch aus, daß die technisch-graphischen Ergebnisse durch Experimente eingehend nachgeprüft sind. Letztere wurden in einer Versuchseinrichtung durchgeführt, die etwa 15 Jahre lang benutzt und dabei stetig so geändert sowie ergänzt wurde, daß die in der genannten Arbeit aufgeführten genauen Ablesungen erhalten werden konnten. Sie lassen die überragende Bedeutung der laminaren Grenzschicht beim Verdunstungsvorgang erkennen und bringen Klarheit in die Vorstellungen²⁾, welche sich auf alle Fälle stärker Turbulenz beziehen. Es ist danach nicht zulässig, die sehr dünne laminare Grenzschicht zu vernachlässigen.

Neues Zustandsdiagramm feuchter Luft

Die beiden mathematischen und graphischen Unterlagen, durch deren Koppelung die hier gestellte Aufgabe gelöst wird, sind einerseits die Grundgleichungen für den Wärme- und Stoffaustausch und andererseits ein Zustandsbild für feuchte Luft. Die Darstellung, welche hier erstmalig verwendet wird, ist aus dem Mollierschen i, x -Bild abgeleitet. In ihm ist der Gehalt x [kg/kg] an Wasserdampf, welchen 1 kg reine trockene Luft enthält, auf

der Abszisse aufgetragen und auf der senkrechten Ordinate der Wärmeinhalt i [kcal/kg]. Er stellt diejenige Wärmemenge dar, welche einem gasförmigen Luft-Dampfgemisch mit 1 kg reiner trockener Luft zuzuführen ist, um es von einer Temperatur von 0 °C auf eine solche von t °C zu erwärmen. In der Gleichung

$$i = i_L + x \cdot i_D = c_L \cdot t + x \cdot c_D \cdot t \quad [1]$$

bedeuten dann i_L [kcal/kg] den Wärmeinhalt von 1 kg reiner Luft, i_D [kcal/kg] den Wärmeinhalt von 1 kg Wasserdampf, beide auf 0 °C und gasförmigen Zustand bezogen, c_L [kcal/kg °C] und c_D [kcal/kg °C] die mittleren spezifischen Wärmen der Luft und des Wasserdampfes zwischen den Temperaturen 0 °C und t °C. Für den hier interessierenden Bereich kann $c_L = 0,241 + 0,000031 \cdot t/2$ und $c_D = 0,46$ gesetzt werden³⁾⁴⁾. Trägt man unter Verwendung dieser Zahlenwerte i über x in einem üblichen und rechtwinkligen Koordinatensystem auf, so liegen die Zustandspunkte für gleiche Temperatur auf einer Geraden, welche für $t > 0$ von links nach rechts in Bild 1 ansteigt. Sie schneidet auf der Ordinate ($x = 0$) den Wert $i = c_L \cdot t$ ab. Diese „Temperaturgeraden“ sind in Bild 1 im Bereich von $x = 0$ bis zur Sättigungslinie gezeichnet, welche den geometrischen Ort aller Zustandspunkte darstellt, für die der Sättigungsgrad $\varphi = 1$ ist. Weil das Zahlenverhältnis der Gaskonstanten R_L/R_D von Wasserdampf und Luft den Zahlenwert 0,622 hat, können für einen Gesamtdruck P geltende Linien gleichen Sättigungsgrads nach der Beziehung

$$x = 0,622 \cdot \frac{\varphi \cdot P''}{P - \varphi \cdot P''} \quad [2]$$

berechnet werden, in welcher P'' den Sättigungsdruck zu einer Temperatur t bedeutet. Man geht dabei so vor, daß zunächst ein Sättigungsgrad (z. B. $\varphi = 0,5$) gewählt wird. Zu einer bestimmten Temperatur (z. B. $t = 30$ °C) wird sodann aus einer Dampftafel der zugeordnete Sättigungsdruck P'' abgelesen. Mit ihm wird nach Gl. [2] der Dampfgehalt x berechnet und die Senkrechte durch den so berechneten Abszissenwert in Bild 1 zum Schnitt mit der Temperaturgeraden für die gewählte Temperatur (von z. B. $t = 30$ °C) gebracht. Auf die gleiche Weise werden unter Beibehaltung des gewählten Sättigungsgrades (z. B. $\varphi = 0,5$) Schnittpunkte mit anderen Temperaturgeraden ermittelt. Die Verbindung dieser Punkte ergibt eine Linie gleichen Sättigungsgrades (z. B. für $\varphi = 0,5$). Sie kann auf die erläuterte Art für beliebige Sättigungsgrade bestimmt werden. In Bild 1 sind die für den praktischen Gebrauch zweckmäßigen Kurven gleicher φ -Werte (φ -Linien) eingezeichnet.



Bild 1. Geändertes und ergänztes *Molliersches* i, x -Bild feuchter Luft für nichthygroskopisches Gut; $P = 760$ mm Q.S.

In dem beschriebenen i, x -Bild sind im Gegensatz zum i, x -Bild nach *Mollier* die Linien gleichen Wärmeinhaltes durch waagerechte Gerade gegeben. *Mollier*⁴⁾ hat bekanntlich schiefwinklige Koordinaten gewählt, und er hat „den Wärmeinhalt des Wasserdampfes nicht auf Dampf von 0 °C, sondern auf Wasser von 0 °C“ bezogen. Deshalb errechnet sich der Zahlenwert für den Wärmeinhalt, wie ihn *Mollier* in seinem Bild angewendet hat, aus dem hier eingeführten dadurch, daß die rechte Seite

der Gl. [1] durch den Summanden $x \cdot r_0$ ergänzt wird, wobei r_0 die Verdampfungswärme des Wassers bei 0 °C bedeutet ($r_0 = 597$). Das i, x -Bild für feuchte Gase ist für die Technik von größter Bedeutung. Und doch hat es in der Industrie und vor allem in der Trocknungstechnik nicht die ihm gebührende Anerkennung und Anwendung gefunden. Selbst in neuestem Schrifttum wird von ihm kein Gebrauch gemacht⁵⁾. Mit Betrübnis beobachtete der Verfasser diesen Tatbestand seit

langer Zeit und fragte nach dessen Ursache. Von zuständiger Seite wurde seine Vermutung als zutreffend bestätigt, daß die Anwendung der „schiefwinkligen Koordinaten“ so ungewöhnlich sei, daß nicht nur das erste Bekanntwerden mit dem Bild Befremden hervorruft, sondern auch die gedankliche Umstellung von den seit jeher und überall gewohnten senkrechten Koordinaten auf die schiefwinkligen deren Gebrauch erschwert. Würde man andererseits den Wert für i im Sinne *Molliers* beibehalten und in einem senkrechten Koordinatensystem über x auftragen, dann würde das Darstellungsfeld auf eine so kleine Fläche zusammengedrängt werden, daß die Zeichengenaugkeit unzureichend würde.

Mit der hier vorgeschlagenen und verwendeten Deutung von i können nicht nur die Temperaturgeraden und φ -Linien vom alten *Mollier*-Bild für feuchte Gase in gleicher Lage im neuen Diagramm mit senkrechten Koordinaten beibehalten werden, sondern es wird auch der folgende, scheinbar begriffliche Widerspruch beseitigt. Strömt beispielsweise Trockenluft mit einer Temperatur von 150 °C in einen Trockenapparat und verläßt diesen mit 70 °C, so hat bei Vernachlässigung der Wärmeverluste die kältere Abluft eine im *Molliers*chen Sinne höheren Wärmeinhalt als die heißere zuströmende Luft. Wird jedoch nach der neuen Definition der Wärmeinhalt auf Dampf von 0° (statt auf Wasser von 0°) bezogen, so hat die abgekühlte Abluft den kleineren Wärmeinhalt.

Es sind auch schon andere Diagramme für feuchte Luft vorgeschlagen worden, indem unter Verwendung von stets rechtwinkligen Koordinaten x in Abhängigkeit von t (wie es in USA gebräuchlich ist) oder i in Abhängigkeit von t aufgetragen worden ist. Von einem i, x -Bild sagt aber *Mollier* im Vergleich mit der letztgenannten Wiedergabe selbst, daß es „noch weit mehr leistet“. Der Verfasser sieht den Vorteil vor allem darin, daß allein aus den Zustandspunkten der Frischluft und Abluft der Wärmeverbrauch eines Trockenapparates aus dem i, x -Bild abgelesen werden kann, wobei die Veränderung des Trockengutes bereits berücksichtigt wird⁴⁾. Im besonderen läßt sich in dem Diagramm überblicken, wie die betrieblich so wichtige Größe des Wärmeverbrauches sich verhält, wenn irgend eine Zustandsgröße geändert wird. Auch die Zustandsänderungen sowie Wärme- und Luftverbräuche, wie sie sich beim Umlufttrockner, bei der Stufentrocknung oder bei der Kombination dieser beiden Verfahren ergeben, lassen sich im i, x -Bild leicht verfolgen. In dem neuen i, x -Diagramm dürften deshalb alle Vorteile vereinigt sein, weshalb es auch für die folgenden Untersuchungen verwendet wird.

Zunächst sei dargelegt, wie sich der Zustand der Luft ändert, wenn diese über einen nassen und nichthygroscopischen Stoff hinwegströmt, und wie diese Zustandsänderung in dem neuen Diagramm wiedergegeben wird.

Der angeströmte Teil der Gutoberfläche habe in der Strömungsrichtung eine Länge von ds , Bild 2. Die zuströmende Luft habe den gleichbleibenden Wärmeinhalt i und den ebenfalls konstanten Dampfgehalt x , während der abströmenden Luft die Grö-

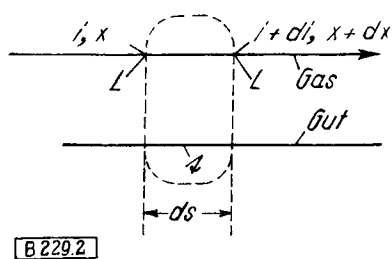


Bild 2. Schematische Darstellung der Gas- und Gutsbewegung beim Trockenvorgang.

ßen $i + di$ und $x + dx$ zugeordnet sind. Die Menge an reiner trockener Luft sei mit L [kg/h] bezeichnet. Nach einer gewissen Einstellzeit erreicht das Gut die gleichbleibende Gleichgewichtstemperatur t [°C], welche allein durch die Zahlenwerte der Wärmeübergangszahl zwischen Luft und Gut sowie die Verdunstungszahl gegeben ist¹⁾. Auf der Strecke ds nimmt der Wärmeinhalt des Gutes um den Betrag $L \cdot dx \cdot t \cdot 1$ ab, weil $L \cdot dx$ die Wassermenge darstellt, welche das Gut auf dem Wege ds verliert. Für die spezifische Wärme c [kcal/kg °C] des flüssigen Wassers kann $c = 1$ gesetzt werden. In der abströmenden Luft mit dem Gehalt an

Wasser von $x + dx$ ist letzteres aber dampfförmig enthalten. Um es auf diesen Zustand, von flüssigem Wasser mit t [°C] ausgehend, zu bringen, muß je kg der Wärmebetrag $\Delta i = L \cdot dx \cdot (r_0 + i_D) - L \cdot dx \cdot t$ aufgebracht werden ($r_0 = 597$ kcal/kg bedeutet die Verdampfungswärme des Wassers bei 0 °C). Man gelangt zu diesem Δi -Werte, wenn man davon ausgeht, daß von der Luft auf das Gut längs der Strecke ds die Wärmemenge $L \cdot dx \cdot (r_0 + i_D)$ hätte übergehen müssen, um Flüssigkeit mit 0 °C in Dampf vom Zustande, wie er in der abströmenden Luft vorliegt, zu verwandeln. Weil aber die Flüssigkeit vor der Verdampfung bereits eine Temperatur von t °C besitzt, ist von $L \cdot dx \cdot (r_0 + i_D)$ der Betrag $L \cdot dx \cdot t \cdot 1$ abzuziehen, so daß von der Luft auf das Gut längs ds tatsächlich nur die Wärmemenge $\Delta i = L \cdot dx \cdot (r_0 + i_D - t)$ übertragen wird. Sie ist also von dem Gesamt-Wärmeinhalt $L \cdot i$ der ankommenden Luft in Abzug zu bringen. Dafür bringt aber die vom Gut in das Gas wandernde Dampfmenge den Wärmebetrag $L \cdot dx \cdot i_D$ mit, welcher demjenigen hinzuzuzählen ist, den die von dem Gutsteilchen mit der Länge ds abströmende Luft aufweist. Es gilt daher:

$$L \cdot (i + di) = L \cdot i - L \cdot dx \cdot (r_0 + i_D - t) + L \cdot dx \cdot i_D \quad [3]$$

oder

$$L \cdot i + L \cdot dx \cdot t = L \cdot (i + di) + L \cdot dx \cdot r_0 \quad [3a]$$

Daraus folgt:

$$\frac{di}{dx} = t - r_0 \quad [4]$$

Solange der Zahlenwert der rechten Seite der Gl. [4] gleich bleibt, kann der Differentialquotient di/dx durch einen Differenzenquotienten $\Delta i/\Delta x = (i_2 - i_1) / (x_2 - x_1)$ ersetzt werden, wenn sich die Indices 1 und 2 auf die Anfangs- und Endzustände beziehen. Der Maßstab für $di/dx = \Delta i/\Delta x$ ist in Bild 1 rechts unten auf einem Kreisbogenstück aufgetragen. Für eine Guttemperatur von $t = 40$ °C wird $di/dx = 40 - 597 = -557$. Streicht Luft über nasses nichthygroscopisches Gut, welches die Beharrungstemperatur $t = 40$ °C hat, so verändert sich der Zustandspunkt der Luft auf einer Geraden, welche zur Geraden parallel verläuft, die durch die Punkte O_2 und A geht. Die Richtung dieser Geraden O_2A wird genauer erhalten, wenn von dem in Bild 1 links oben und auf der oberen waagerechten Begrenzungslinie aufgetragenen vergrößerten Randmaßstab für $\Delta i/\Delta x$ Gebrauch gemacht wird, für welchen der gleiche Pol O_2 gilt. Deshalb schneidet die Gerade O_2A die Skala des erwähnten vergrößerten Randmaßstabes im Punkte B . Am Ende einer unendlich langen Strecke der Berührung zwischen Gas und Gut haben beide gleiche Temperatur. Der Zustand des ersteren ist daher gleich demjenigen der feuchten Luft unmittelbar an der Gutoberfläche und ist für $t = 40$ °C durch Punkt C als Schnittpunkt der Temperaturgeraden für 40 °C und der Sättigungslinie gegeben. Zieht man durch ihn nach oben eine Parallele zur Verbindungsgeraden O_2A , so erhält man eine gerade Linie, welche mit Linie gleicher Kühlgrenze (τ -Linie) für die Kühlgrenztemperatur $t = \tau = 40$ °C bezeichnet wird. Auf dieselbe Weise werden τ -Linien für andere Kühlgrenztemperaturen in das i, x -Bild eingezeichnet. An anderer Stelle¹⁾ ist der Begriff der Kühlgrenze noch ausführlicher erläutert. Es ist nachgewiesen, daß diese Linie gleicher Kühlgrenze mit genügender Genauigkeit als eine Gerade angesehen werden kann, auf welcher sich der Zustandspunkt feuchter Luft im i, x -Bild verschiebt, welche über nichthygroscopisches Gut streicht, das die Beharrungstemperatur aufweist. Genau genommen ist diese Linie der Zustandsänderung nach unten schwach gekrümmt, weil nämlich die Beharrungstemperatur des Gutes auch bei dem Phasengaspaar Luft—Wasser sich wenig ändert¹⁾. Die Abweichung beträgt jedoch nur etwa Zeichenstrichstärke. Die Zustandsänderung der Luft längs einer τ -Linie verläuft unter Verwendung des neuen i, x -Bildes derart, daß mit abnehmender Lufttemperatur auch der Wärmeinhalt i sinkt.

Bei der Aufstellung einer Ausgangs-Wärmebilanz zur Ermittlung des Wärmeverbrauches ist unter Beachtung des Gedankenganges, der zur Gl. [3] führte, aus Gl. [3a] zu folgern, daß bei Bezugnahme des Wärmeinhalts auf Dampf von 0° der Wärmeinhalt der die Austauschvorrichtung verlassenden Luft durch die Verdampfungswärme zu ergänzen ist, welche dem verdunsteten

Wasser bei 0 °C zuzuführen ist. Werden der stündliche Gesamt-wärmeverbrauch mit Q [kcal/h], die stündliche Frischgutmenge mit G_1 , die Menge an stündlich getrockneter Ware mit G_2 [kg/h], deren spez. Wärmen mit c_1 und c_2 [kcal/kg °C], die Temperaturen des in den Trockner eintretenden und diesen verlassenden Gutes mit t_1 und t_2 [°C], die stündliche Trockenluftmenge mit L [kg/h], deren Wärmeinhalt und Dampfgehalte vor und nach dem Trockenvorgang mit i_1 und i_2 [kcal/kg] sowie x_1 und x_2 [kg/kg] und schließlich die Wärmeverluste mit Q_V [kcal/h] bezeichnet, so gilt

$$Q + L \cdot i_1 + G_1 \cdot c_1 \cdot t_1 = L \cdot i_2 + G_2 \cdot c_2 \cdot t_2 + L \cdot (x_2 - x_1) \cdot r_0 + Q_V \quad [5].$$

Die stündlich verdunstete Wassermenge W [kg/h] ist gegeben durch

$$W = G_1 - G_2$$

und der je Kilogramm verdunsteten Wassers aufzuwendende Wärmeverbrauch

$$Q/W = q \quad [6].$$

sowie die je kg verdunsteten Wassers notwendige Menge an Trockenluft

$$L = \frac{W}{x_2 - x_1} = \frac{1}{x_2 - x_1} \quad [7].$$

Setzt man noch

$$G_1 \cdot c_1 = G_2 \cdot c_2 + W \cdot 1 \quad [8].$$

so erhält man aus der Zusammenfassung der Gl. [4] bis [7] die wichtige Beziehung

$$q + q_0 - r_0 = \frac{i_2 - i_1}{x_2 - x_1} \quad [9].$$

in welcher $r_0 = 597$ kcal/kg und

$$q_0 = t_1 - \left(\frac{G_1}{W} - 1 \right) \cdot c_2 (t_2 - t_1) - \frac{Q_V}{W} \quad [10]$$

zu setzen ist. In der von Mollier⁴⁾ angegebenen Gleichung zur Bestimmung des Wärmeverbrauches ist also bei Anwendung des hier vorgeschlagenen Diagrammes für feuchte Luft mit senkrechten Koordinaten die Summe $q + q_0$ zu ersetzen durch $q + q_0 - r_0$. Die Zahlenwerte dieser Summe sind durch den Zustand der Frischluft und Abluft eines Trockners auf Grund der Gl. [9] gegeben. Sie sind in Bild 1 rechts und oben als Randmaßstab aufgetragen, beginnend von dem Wert $(i_2 - i_1)/(x_2 - x_1) = \Delta i / \Delta x = 0$ bis zum Wert ∞ . Man erkennt, daß die in dem neuen Diagramm angegebenen Zahlenwerte des Randmaßstabes sich von denjenigen des Mollierschen i, x -Bildes um den Wert $r_0 = 597$ unterscheiden. Wie in letzterem wird auch in ersterem der Wärmeverbrauch eines Trockners in der Weise bestimmt, daß der Zustandspunkt der Frischluft im Diagramm mit demjenigen der Abluft durch eine Gerade verbunden wird, daß zu dieser Geraden eine parallele Gerade durch den Ursprung O_1 des Bildes gelegt und diese Gerade mit der Randmaßstab-Skala zum Schnitt gebracht wird. Der an ihr abzulesende Zahlenwert stellt gemäß Gl. [9] den Betrag der Summe $q + q_0 - 597$ dar. Weil q_0 berechenbar ist, ist der spez. Wärmeverbrauch q somit bekannt. Der Zahlenwert von q_0 ist gegenüber q meist sehr klein. Bei diesem Verfahren der Bestimmung des Wärmeverbrauches ist es gleichgültig, ob die Wärme der Luft vor ihrem Eintritt in den Trockenapparat zugeführt wird, ob irgendwelche Wärmeaustauscher in letzterem untergebracht sind, oder ob die Wärme an das Trockengut übertragen wird.

Zahlenverhältnis zwischen Wärmeübergangs- und Verdunstungszahl

Das Zahlenverhältnis der Wärmeübergangszahl α [kcal/m²h °C] zwischen Gas und Gut sowie der Verdunstungszahl σ [kg/m²h] legt die gesuchten Zusammenhänge fest. Der Klarheit wegen sei darauf hingewiesen, daß die Verdunstungszahl auf die Einheit des Unterschiedes der Dampfgehalte an der Guts-oberfläche und im Gaskern bezogen ist, was auch für die anschließend noch zu verwendende Diffusionszahl β [kg/m h] zutreffend sein muß.

Der Bedeutung des Verhältnisses α/σ wegen muß sein Zahlenwert zuerst ermittelt werden. Aus einer grundsätzlichen Betrachtung über den gekoppelten Wärme- und Stoffaustausch beim Verdunstungsvorgang wurde für laminare Strömung abgeleitet und durch Versuche als richtig erwiesen die Beziehung¹⁾

$$\frac{\alpha}{\sigma} = \frac{\lambda}{\beta} \quad [11].$$

wobei λ [kcal/m h °C] die Wärmeleitzahl des Gases bedeutet, in das hinein die Verdunstung erfolgt. Unter Verwendung der neuesten³⁾⁷⁾ Zahlenwerte für λ und β ergibt sich die in der unteren Kurve von Bild 3 wiedergegebene Abhängigkeit für α/σ von der Temperatur. Danach kann für den hier interessierenden Temperaturbereich und für laminare Strömung gesetzt werden

$$\frac{\alpha}{\sigma} = 0,1976 \quad [11a].$$

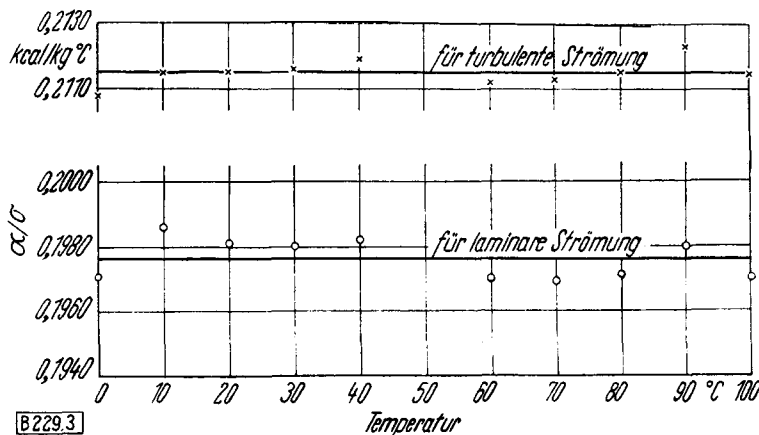


Bild 3. Zahlenverhältnis α/σ in Abhängigkeit von der Temperatur für laminare und turbulente Strömung bei $P = 760$ mm QS.

Dividiert man die linke Seite von Gl. [11] durch die spez. Wärme c_p [kcal/kg °C] der Luft, in die hinein beim Trockenvorgang der Wasserdampf wandert, dann erhält man den Lewisschen Koeffizienten $\ell = \alpha/\sigma \cdot c_p$. Für eine Temperatur von 40 °C sowie laminare Strömung errechnet sich mit den aus dem Schrifttum bekannten c_p -Werten ein Lewisscher Koeffizient von $\ell = 0,82$. Für die gleichen Bedingungen ergab der Versuch¹⁾ $\ell = 0,84$.

Für die praktischen Belange ist die turbulente Strömung vorherrschend. Bei ihr gilt unter Verwendung der ursprünglich von Nusselt aufgestellten dimensionslosen Gleichung, deren Gültigkeit für den Stoffaustausch durch Versuche⁷⁾⁸⁾ erwiesen ist, die Beziehung¹⁾

$$\frac{\alpha}{\sigma} = c_p^{1/3} \cdot \left(\frac{\lambda}{\beta} \right)^{2/3} \quad [12]$$

In der oberen Kurve von Bild 3 ist α/σ für turbulente Strömung über der Lufttemperatur aufgetragen. Es ergibt sich, daß für den in Frage stehenden Temperaturbereich bei turbulenter Strömung

$$\frac{\alpha}{\sigma} = 0,2115 \quad [12a]$$

gesetzt werden kann. Der Vergleich von Gl. [11a] und [12a] lehrt, daß der Lewissche Koeffizient bei turbulenter Strömung größer ist als bei laminarer Strömung. Systematisch durchgeführte Versuche¹⁾ lieferten Werte zwischen 0,87 und 0,94.

Beziehung zwischen dem Verhältnis der Austauschzahlen und den Zustandsgrößen von Luft und Gut

Strömt Luft mit der Temperatur t [°C] und dem Dampfgehalt x gemäß Zustandspunkt A in Bild 4 („Luftpunkt“) über nicht-hygroskopisches Gut, so nimmt die Luft unmittelbar an der Guts-oberfläche im Beharrungszustand eine Temperatur t und einen Dampfgehalt x_K an. Diese beiden Größen ergeben den „Guts-

punkt" K, welcher auf der Sättigungslinie ($\varphi = 1$) liegt. Die erwähnte zum Luftpunkt A gehörige Guttemperatur t sei fortan mit **Beharrungstemperatur** bezeichnet. Würde die Luft auf einer unendlich langen Strecke über das nichthygroskopische Gut hinwegströmen, so würde sich der Zustandspunkt der Luft auf der durch Punkt A verlaufenden Linie gleicher Kühlgrenze (τ -Linie) verschieben, und am Ende dieser Strecke würde gemäß Punkt B die Luft im Gaskern und an der Gutoberfläche denselben Dampfgehalt x_t und dieselbe Temperatur τ annehmen. Die vom Gas an die Gutoberfläche übergehende Wärmemenge dient dazu, das Wasser im Gut zu verdampfen, welches als Dampf von diesem in das Gas wandert:

$$\alpha \cdot (t - \tau) = \sigma \cdot (x_K - x) \cdot r \quad [13].$$

Dabei bedeutet r [kcal/kg] die Verdampfungswärme des Wassers bei t [°C]. Die Erwärmung des gebildeten Dampfes von t auf τ [°C] geht durch molekularen Austausch vor sich, indem die Dampfmolekeln von der Gutoberfläche mit der Temperatur t ausgehen, in das Gas hineinwandern und dort mit den Gasmolekeln zusammentreffen, was den erwähnten molekularen Wärmeübergang zur Folge hat. Er ist in der Wärmeübergangszahl α und in allen Gleichungen, in denen α auftritt, nicht enthalten, wohl aber in der Wärmebilanzgleichung [3]. Aus Gl. [13] ergibt sich die zweite Beziehung zwischen den Austauschzahlen:

$$\frac{\alpha}{\sigma} = \frac{x_K - x}{t - \tau} \cdot r \quad [14].$$

Der Zahlenwert α/σ der linken Seite dieser Gleichung ist auf Grund der Ableitungen im vorhergehenden Abschnitt durch die physikalischen Werte des Dampf-Gasgemisches gegeben, während durch die Größen auf der rechten Seite der Gleichung der Zustand der feuchten Luft im Gaskern und an der Gutoberfläche festgelegt ist. Im i, x -Bild ist nämlich durch x und t der „Luftpunkt“ und durch x_K , t und r der „Gutspunkt“ bestimmt. Nimmt man also eine Guttemperatur t an, womit x_K und r vorgegeben sind, dann ist zu jeder Lufttemperatur t der Dampfgehalt zu berechnen nach der Gleichung:

$$x = x_K - \frac{\alpha}{\sigma} \cdot \frac{t - \tau}{r} \quad [15].$$

Es sei $t = 40$ °C. Zu dieser Temperatur wird aus der Dampftafel ein Sattedampfdruck von $P_D = 0,0752$ kg/cm² = 55,4 mm Q.S. und eine Verdampfungswärme von $r = 574,7$ kcal/kg abgelesen. Der Dampfgehalt in der Luft an der Oberfläche nichthygroskopischen Gutes wird damit berechnet zu

$$x_K = 0,622 \cdot \frac{1,55,4}{760 - 1,55,4} = 0,04895,$$

womit der Punkt K auf der Sättigungslinie in Bild 4 festgelegt ist. Luft, welche mit einer gewählten Temperatur von $t = 100$ °C turbulent ($\alpha/\sigma = 0,2115$) über das Gut strömt, muß einen Dampfgehalt von

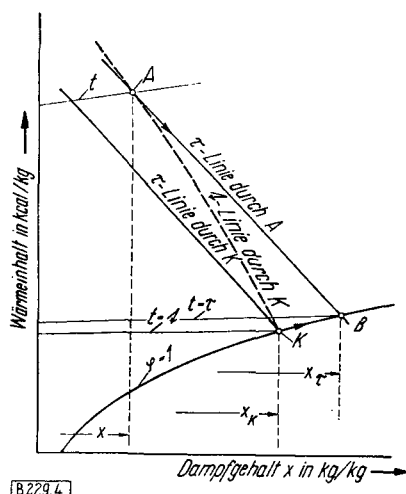


Bild 4. Zustand der Luft im Gaskern und an der Gutoberfläche sowie Linie gleicher Beharrungstemperatur (t-Linie).

$$x = 0,04895 - 0,2115 \cdot \frac{100 - 40}{574,7} = 0,04895 - 0,02212 = 0,02683$$

aufweisen, damit der nasse Stoff die Gleichgewichtstemperatur beibehält. Durch t und x ist der „Luftpunkt“ A in Bild 4 festgelegt. Für ein anderes t ergibt sich bei gleichem $t = 40$ °C ein anderes x und damit ein anderer Luftpunkt. Verbindet man die Luftzustandspunkte, welche derselben Gleichgewichtstemperatur t entsprechen, so erhält man eine Linie, welche in Bild 4 gestrichelt gezeichnet und mit t bezeichnet ist. Sie werde mit „Linie gleicher Beharrungstemperatur“ bezeichnet und stellt den geometrischen Ort aller Luftzustandspunkte dar, welche einer gleichen Guts-Gleichgewichtstemperatur t entsprechen. Für jede angenommene Gleichgewichtstemperatur t kann auf die gezeigte Art eine ihr zugeordnete Linie gleicher Beharrungstemperatur ermittelt werden. In Bild 1 sind derartige „t-Linien“ für diejenigen Gleichgewichtstemperaturen eingetragen, für welche auch die τ -Linien gezeichnet sind. Strömt beispielsweise in einen Trockner die Luft mit $t = 150$ °C und $x = 0,0084$ (was praktischen Fällen entspricht), so gehört gemäß Bild 1 zu diesem Luftzustand eine Gleichgewichtstemperatur von $t = 40$ °C. Durch den Zustandspunkt der Luft verläuft aber eine τ -Linie für eine Kühlgrenztemperatur von $\tau = 42,1$ °C. Verschiebt sich der Luftpunkt auf dieser τ -Linie nach unten, so wandert der Gutspunkt auf der Sättigungslinie nach rechts. Aus dem schematisch und nicht maßstäblich wiedergegebenen Bild 4 geht dieser Zusammenhang deutlicher hervor. Die gestrichelt eingezeichnete t-Linie geht durch den Luftpunkt A und den Gutspunkt K. Am Ende einer unendlich langen Berührungsstrecke fallen Luftpunkt und Gutspunkt im Punkte B zusammen. Man kann sich die geschilderten Verhältnisse einfach verwirklicht denken durch eine nasse nicht hygroskopische Wand, über welche Luft streicht. An einer bestimmten Stelle herrscht im Gaskern der Zustand des Punktes A (siehe Bild 4) und an der Gutoberfläche der Zustand des Punktes K. In der Strömungsrichtung des Gases ändert sich sein Zustand derart, daß der Luftpunkt sich auf der durch Punkt A verlaufenden τ -Linie verschiebt und der Gutspunkt auf der Sättigungslinie. Am Ende eines unendlich lang gedachten Strömungsweges hat das Gas im Kern denselben Zustand wie an der Oberfläche des Gutes, den Punkt B angibt. Für einen zwischen A und B liegenden Luftzustand ist der Gutspunkt dadurch gegeben, daß er auf der Sättigungslinie ($\varphi = 1$) und auf einer t-Linie liegen muß, welche durch den zugeordneten „Luftpunkt“ verläuft.

Für laminare Strömung gilt $\alpha/\sigma = 0,197$. Für dieses Zahlenverhältnis können die t-Linien in gleicher Weise mit Hilfe der Gl. 15 ermittelt werden wie für turbulente Strömung. Auch sie sind in Bild 1 eingetragen. Sie sind durch strichpunktiert gezeichnete Linien wiedergegeben. Praktisch sind jedoch die t-Linien für turbulente Strömung wichtiger.

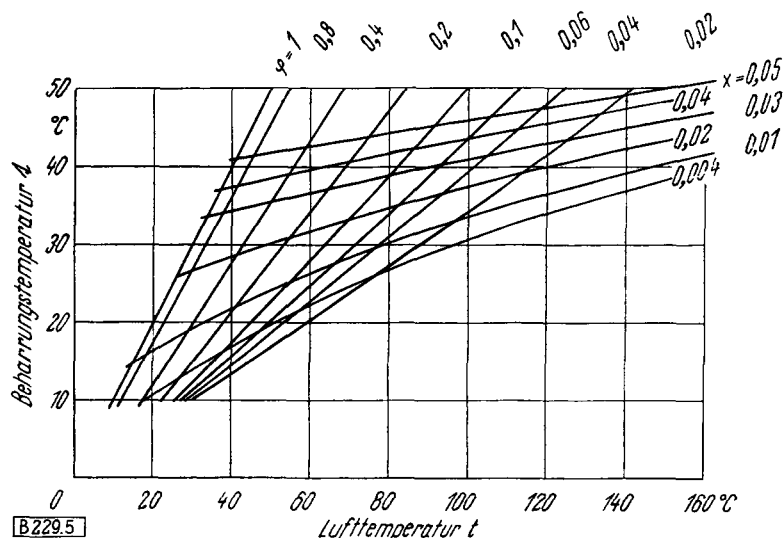


Bild 5. Zusammenhang zwischen Luft und Beharrungstemperatur für $\alpha/\sigma = 0,2115$ (turbulente Strömung).

Man kann nämlich aus Bild 1 ein Diagramm ableiten, in welchem die Lufttemperatur t als Abszisse und die Beharrungstemperatur t_s als Ordinate aufgetragen und in der Darstellungsfläche Linien gleichen Dampfgehaltes x und gleichen Sättigungsgrades φ angegeben sind. In Bild 5 sind diese Zusammenhänge für $\alpha/\sigma = 0,2115$ wiedergegeben.

Sie wurden unter anderem benutzt, um ein Psychrometer⁹⁾ zu entwickeln, welches den Zustand auch sehr heißer Luft zu messen gestattet. Das wesentliche ist, daß das feuchte Thermometer allseitig von feuchten Wänden umgeben ist, die wie das Thermometer selbst im Betrieb die Beharrungstemperatur annehmen. Die aus Bilanzmessungen an einer Versuchsapparatur erhaltenen Meßwerte ergaben Übereinstimmung mit den theoretischen Ableitungen⁹⁾. Während bei den bekannten Psychrometern die Temperatur des feuchten Thermometers schon bei niederen Lufttemperaturen steigt, wenn die Luftgeschwindigkeit unter

dann t die Temperatur des hygroskopischen Gutes, und es lassen sich Linien gleicher Kühlgrenze für hygroskopisches Gut in der gleichen Weise ermitteln wie für nichthygroskopische Stoffe, indem diese Geraden mit Hilfe des Randmaßstabes vom Zustandspunkt des hygroskopischen Gutes aus gezeichnet werden. In den Gleichungen [13], [14] und [15] muß aber r ersetzt werden durch die Differenz $i_0 - t \cdot 1$, wobei i_0 den Wärmeinhalt des Dampfes an der Gutoberfläche bedeutet, der zu dem Teildruck an der Gutoberfläche und zu t gehört. Unter Benützung der Gl. [15] lassen sich dann für das hygroskopische Gut Linien gleicher Beharrungstemperatur ermitteln und zeichnen, wie es für das nichthygroskopische Gut erläutert wurde. Sie sind in Bild 6 für zwei Sättigungsgrade der Luft an der Gutoberfläche eingezeichnet.

Eingeg. 2. Jan. 1951 [B 229].

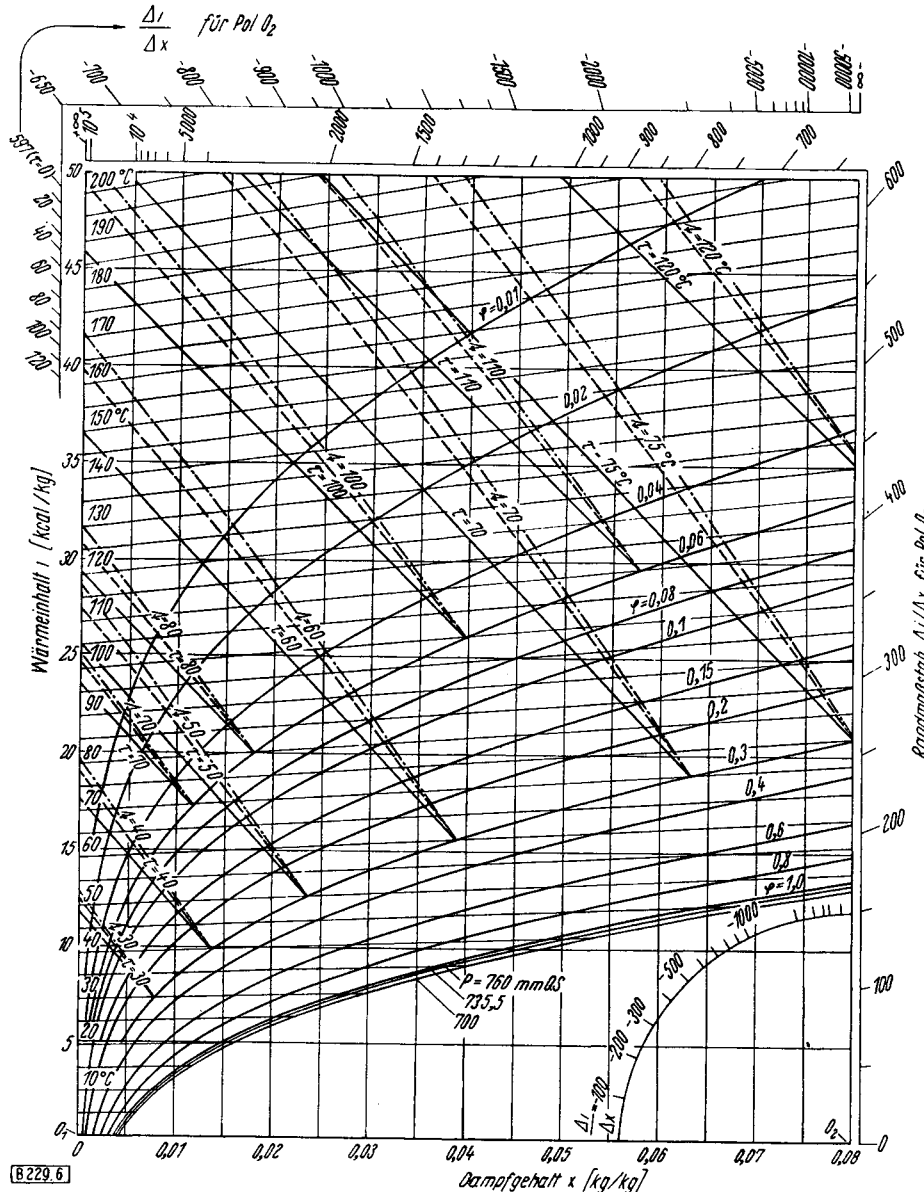


Bild 6. Geändertes und ergänztes Molliersches i,x -Bild feuchter Luft für hygroskopisches Gut; $P = 760$ mm Q.S.

einen bestimmten Wert (etwa 3 m/s) erniedrigt wird, sinkt bei dem neuen Psychrometer die Temperatur des feuchten Thermometers selbst bei hohen Lufttemperaturen (z. B. 100 °C) bei sehr kleinen Luftgeschwindigkeiten. Diese Erscheinung ist darin begründet, daß bei gleichem Luftzustand die laminare Strömung eine etwas niedrigere Beharrungstemperatur ergibt.

Wird das Gut bei der Trocknung hygroskopisch, so entweicht der Dampf nicht mehr als Sattdampf, sondern als überhitzter Dampf. Der Zustandspunkt der Luft an der Gutoberfläche (Gutspunkt) liegt dann nicht auf der Sättigungslinie ($\varphi = 1$) sondern auf einer Linie gleichen Feuchtigkeitsgrades für $\varphi < 1$. Der Gutspunkt ist somit festgelegt durch die Gutstemperatur und den Sättigungsgrad $\varphi_g = \varphi$ des Gases an der Gutoberfläche, der aus der Sorptionsisotherme des Trockengutes zu dem vorliegenden Feuchtigkeitsgehalt gegeben ist. In Gl. [4] bedeutet

- 1) E. Kirschbaum u. J. Lisé, diese Ztschr. 21, 89/94 [1949].
- 2) H. Hausen, diese Ztschr. 20, 177 [1948].
- 3) M. ten Bosch: Die Wärmeübertragung, Berlin 1936, S. 257.
- 4) R. Mollier, Z. Ver. dtsh. Ing. 67, 869 [1923].
- 5) K. Kröll: Die Vorgänge in Trocknungs- und Erwärmungsstromen für rieselfähige Güter, Berlin-Göttingen-Heidelberg 1950.
- 6) Das hier beigelegte neue Diagramm feuchter Luft, Bild 1 und 6, ist für technische Belange aufgestellt, bei denen die Temperatur des Gases nicht unter 0 °C sinkt, was im allgemeinen für Trocknapparate oder Kühlwerke zutrifft.
- 7) R. Schirmer: Z. Ver. dtsh. Ing. Beiheft Verfahrenstechn. 1938 S. 170.
- 8) E. Kirschbaum u. K. Kienzle, diese Ztschr. 14, 171 [1941].
- 9) Dtsch. Patentanm. Nr. K. 300 IX b/42 i.