

# Die *p-n-junction* im Temperaturfeld

Von Wolfgang Klose

Mit 1 Abbildung

## Inhaltsübersicht

In einer *p-n-junction*, die sich in einem Temperaturfeld befindet, tritt ein zusätzlicher elektrischer Strom in Sperrichtung auf. Eine durch die Elektron- und Löcherleitung bedingte Unsymmetrie im Wärmetransport dürfte wegen der großen Gitterwärmeleitfähigkeit kaum zu beobachten sein.

## Einleitung

Die in Transistoren umgesetzte elektrische Energie wirkt sich wegen der Temperaturerhöhung ungünstig auf die erwünschten Eigenschaften der Schaltelemente aus. Die Untersuchungen dieses Fragenkomplexes<sup>1)2)</sup> gehen jedoch nicht darauf ein, wie sich ein *p-n*-Übergang in einem Temperaturgradienten benimmt.

Es soll hier auf die Problematik der entsprechenden Theorie hingewiesen werden.

## Die isotherme *p-n-junction*

Wir führen hier kurz diejenigen Ergebnisse der bekannten Theorie an, die für das Folgende wichtig sind. (Für eine ausführliche Darstellung vgl. <sup>3)</sup>.)

Betrachtet wird ein eindimensionaler symmetrischer *p-n*-Übergang, d. h. die Dichte der Donatoren  $n_D$  im *n*-Teil ist gleich der Dichte der Akzeptoren  $n_A$  im *p*-Teil und alle Größen hängen nur von einer Ortskoordinate ( $x$ ) ab. Es wird angenommen, daß alle Donatoren bzw. Akzeptoren ionisiert sind und daß die *n-p*-Grenze streng  $x = 0$  ist.

Der durch Raumladungen charakterisierte Übergang zwischen dem *p*- und dem *n*-Leiter bei  $x = 0$  enthält in einer Schicht ( $-d, +d$ ) den Übergang von  $n_n \rightarrow n_p$  bzw.  $p_p \rightarrow p_n$ . Im unbelasteten Fall kann man näherungsweise angeben:

$$d = \frac{1}{2} L_{Di} \sqrt{2 \left( \frac{n_i}{n_n} + \frac{n_i}{p_p} \right) \ln \frac{n_n p_p}{n_i}} \ll L_{Di}$$

$$L_{Di} = \sqrt{\varepsilon k T / 4\pi e^2 n_i} \quad \text{Debye-Länge d. Eigenhalbleiters}$$

<sup>1)</sup> G. N. Roberts a. R. W. A. Scarr, International Convention on Transistors and Associated Semiconductors Devices, London, May 1959, No. 2919. Proc. i. E. E. B **106**, (1959), im Druck.

<sup>2)</sup> C. A. Hogarth, A. Langridge a. I. M. Ziman, Transistors and Associated Semiconductor Devices, London, May 1959, No. 2968. Proc. i. E. E. B **106**, (1959).

<sup>3)</sup> O. Madelung, Handbuch der Physik, Bd. XX, S. 145ff. Springer-Verlag, Berlin 1957.

$$n_p = p_n = n_i^2/n_D$$

$$n_i = \frac{2}{h^3} (2\pi m k T)^{3/2} \left( \frac{m_n m_p}{m^2} \right)^{3/4} e^{-\Delta E/2kT}$$

$m$ : Elektronenmasse;  $m_n, m_p$ : effektive Elektronen- und Löchermassen;  $\Delta E$ : Energielücke.

Für den stationär belasteten  $p$ - $n$ -Übergang findet man bei schwacher Rekombination

$$p(d) = p_n e^{eV/kT} \quad \text{bzw.} \quad n(-d) = n_p e^{eV/kT} \quad (1)$$

$V$  ist die angelegte Spannung.

Für den Strom, der durch Elektronen ( $i_n$ ) und durch Löcher ( $i_p$ ) getragen wird, gilt:

$$0 = G_n - U_n - \frac{1}{e} \frac{di_n}{dx} \quad 0 = G_p - U_p + \frac{1}{e} \frac{dp}{dx}. \quad (2)$$

Dabei sind  $G_n$  bzw.  $G_p$  äußere Erzeugungsquoten für Elektronen und Löcher,  $U_n$  bzw.  $U_p$  die Rekombinationsüberschußquoten

$$U_n = \frac{\delta n}{\tau_n} \quad U_p = \frac{\delta p}{\tau_p}.$$

$\delta n, \delta p$ : Abweichungen von der Gleichgewichtsdichte,  $\tau$ : Lebensdauer der Überschußladungen.

Ohne äußere Erzeugung von Ladungsträgern und bei direkter Rekombination ( $G_n = G_p = 0$ ,  $U_n = U_p$ ) ist:

$$i = \text{const} = i_n(d) + i_p(d) = i_n(-d) + i_p(-d).$$

Bei schwacher Rekombination kann  $i$  allein durch die Minoritätsträger ausgedrückt werden; man vernachlässigt die Rekombination in der Übergangszone ( $-d, +d$ ) ganz und hat

$$i = i_n(-d) + i_p(+d).$$

Die Minoritätsströme können vorteilhafterweise allein als Diffusionsströme berechnet werden:

$$i_n = e D_n \frac{dn}{dx} \quad i_p = -e D_p \frac{dp}{dx} \quad (3)$$

und man erhält:

$$i = i_s \left( \exp \frac{eV}{kT} - 1 \right). \quad (4)$$

### Der nichtisotherme $p$ - $n$ -Übergang

Der Fall einer äußeren Erzeugungsquote für Ladungsträger spielt für die  $p$ - $n$ -Fotoelemente eine große Rolle. Völlig analog dazu soll das vorliegende Problem behandelt werden.

An sich ist in (2)  $G_n = G_p = 0$  zu setzen und in  $U$  die ortsabhängige Temperatur zu verwenden. Wir schreiben dafür aber:

$$U_n = \frac{\delta n}{\tau_n} = \frac{n - n_p(T)}{\tau_n} = U_n(T_0) - \frac{n_p(T) - n_p(T_0)}{\tau_n} = U_n - g_n(x)$$

mit einer passend gewählten Temperatur  $T_0$ .

Wir legen damit das folgende Modell zugrunde:

1. Der isotherme *p-n*-Übergang bleibt in seinen Eigenschaften (bzgl.  $T_0$ ) erhalten.

2. Die durch den Temperaturgradienten mehr erzeugten Ladungsträger treten allein bei den Minoritätsträgern in Erscheinung und werden durch eine Fremderzeugungsquote beschrieben.

Legen wir zwischen den Enden des Elements die Temperatur durch

$$T = T_0 + \vartheta (l \pm x)$$

fest, wobei  $\vartheta (l \pm x) \ll T_0$  sein soll, ist:

$$\begin{aligned} g_n(x) &= \vartheta (g_{n1} \pm g_{n2} x) \\ g_{n1} &= 2n_p l (3/2 + \Delta E/2kT_0)/T_0 \tau_n \\ g_{n2} &= g_{n1}/l. \end{aligned} \quad (5)$$

(Analoges gilt für die *p*-Erzeugungsquote.)

Entgegengesetzte Temperaturgradienten machen sich in (5) nur durch die Ersetzung von  $g_2$  durch  $-g_2$  bemerkbar.

Die zu (4) führenden Randbedingungen (bei  $x = \pm d : (1)$ , bei  $x = \pm l : p = 0$  bzw.  $n = 0$  (vgl. 4)) legen auch hier die Minoritätsträgerströme fest. Nach (2) und (3) ist

$$D_n(\delta n)'' - \delta n/\tau_n + g_n(x) = 0; \quad x < -d$$

$$D_p(\delta p)'' - \delta p/\tau_p + g_p(x) = 0; \quad x > +d$$

und das führt auf:

$$i = i_S (e^{eV/kT_0} - 1) - i_T \quad (6)$$

mit gleichem  $i_S$  wie in (4), nämlich

$$i_S = e \left( \frac{D_n n_p}{L_n} \Im g \lambda_n + \frac{D_p p_n}{L_p} \Im g \lambda_p \right) \quad (7a)$$

und

$$\begin{aligned} i_T = e \vartheta \left\{ + g_{p1} L_p \Im g \lambda_p + g_{n1} L_n \Im g \lambda_n - g_{p2} \left[ L_p^2 + L_p d \Im g \lambda_p - \frac{L_p^2}{\Im g \lambda_p} \right] \right. \\ \left. + g_{n2} \left[ L_n^2 + L_n d \Im g \lambda_n - \frac{L_n^2}{\Im g \lambda_n} \right] \right\}, \end{aligned} \quad (7b)$$

wobei

$$\lambda_n = (l - d)/L_n; \quad \lambda_p = (l - d)/L_p.$$

Den thermischen Zusatzstrom im Fall des umgekehrten Temperaturgradienten erhält man aus (7b) durch Ersetzen von  $g_2$  durch  $-g_2$ .

Wird an den Oberflächen  $x = \pm l$  als Randbedingung eine Oberflächenrekombination (charakteristische Länge  $L_s$ ) benutzt, erhält man an Stelle von (7)

$$\begin{aligned} i_S = e \left( \frac{D_n n_p}{L_n} \cdot \frac{\Im g \lambda_n + \frac{L_s^n}{L_n} \Im \sin \lambda_n}{\Im \sin \lambda_n + \frac{L_s^n}{L_n} \Im g \lambda_n} + \frac{D_p p_n}{L_p} \cdot \frac{\Im g \lambda_p + \frac{L_s^p}{L_p} \Im \sin \lambda_p}{\Im \sin \lambda_p + \frac{L_s^p}{L_p} \Im g \lambda_p} \right) \\ \equiv e \left( \frac{D_n n_p}{L_n} R_1 + \frac{D_p p_n}{L_p} R_2 \right) \end{aligned} \quad (8a)$$

4) R. L. Cummerow, Physic Rev. **95**, 16 (1954).

$$\begin{aligned}
 i_T = e \vartheta \left\{ + g_{p1} L_p \left[ R_2 - \frac{1}{\sin \lambda_p + \frac{L_p^p}{L_p} \cot \lambda_p} \right] + g_{n1} L_n \left[ R_1 - \frac{1}{\sin \lambda_n + \frac{L_n^n}{L_n} \cot \lambda_n} \right] \right. \\
 \left. - g_{p2} L_p \left[ L_p + R_2 d - \frac{l + L_p^p}{\sin \lambda_p + \frac{L_p^p}{L_p} \cot \lambda_p} \right] \right. \\
 \left. + g_{n2} L_n \left[ L_n + R_1 d - \frac{l + L_n^n}{\sin \lambda_n + \frac{L_n^n}{L_n} \cot \lambda_n} \right] \right\}. \quad (8b)
 \end{aligned}$$

Man erkennt, daß bei  $\lambda_n, \lambda_p \gg 1$  die Sperrströme (7a) und (8a) ineinander übergehen und die  $g_1$ -Anteile von  $i_T$  ebenfalls gleich werden.

Die mit der Richtung von grad  $T$  zusammenhängenden  $g_2$ -Teilströme haben folgende Eigenschaften:

Vernachlässigt man die Verhaltensunterschiede zwischen  $n$ - und  $p$ -Ladungsträgern, setzt also alle mit  $n$  und  $p$  indizierten Größen gleich, fallen die  $g_2$ -Anteile in  $i_T$  exakt weg. Diese Teilströme beruhen also auf den verschiedenen physikalischen Eigenschaften der  $n$ - und  $p$ -Minoritätsträger. Führt man diese Vergrößerung der Theorie nicht aus, sondern wählt nur  $\lambda_n, \lambda_p \gg 1$ , zeigt eine Abschätzung, daß die  $g_1$ -Anteile des Stroms viel größer sind als die  $g_2$ -Anteile. Vernachlässigt man diese nun, dann erhält man:

$$\begin{aligned}
 i_S = e \left( \frac{D_n n_p}{L_n} + \frac{D_p p_n}{L_p} \right) \\
 i_T = i_S \vartheta \cdot 2l \left( \frac{3}{2} + \Delta E / 2k T_0 \right) / T_0 = i_S \vartheta \cdot F. \quad (9)
 \end{aligned}$$

Für Germanium ist (bei  $T_0 = 300^\circ \text{K}$ ):

$$\vartheta \cdot F \approx 15 \cdot ((T_{\max}/T_0) - 1).$$

Entnimmt man der  $p$ - $n$ -junction keinen Strom, ist:

$$e e V / k T_0 - 1 = \frac{i_T}{i_S}$$

und die Spannung  $V$  ist von dem Temperaturgradienten erzeugt. Der Ausdruck

$$\frac{V}{\vartheta} = \frac{k T_0}{\vartheta e} \ln \left( 1 + \frac{i_T}{i_S} \right) \approx \frac{k T_0}{e} \cdot F$$

ersetzt die „absolute Thermokraft“.

### Energietransport über die junction

Zur Berechnung des Wärmestroms in dem Halbleiterelement kann man nicht auf die üblichen Theorien Bezug nehmen. Normalerweise werden die für jedes Band getrennt berechneten Wärmeströme einfach addiert und eventuell die ambipolare Diffusion zusätzlich berücksichtigt<sup>5)</sup>. Hier hat man jedoch eine Ladungsträgerdichte, die nicht erst durch die Diffusion im Temperaturfeld ortsabhängig wird und außerdem ist die Anzahl der Ladungsträger nicht konstant. Die (integralen) Ströme (9) können daher nicht direkt wie gewöhnlich verwendet werden. Durch das innere Feld des  $p$ - $n$ -Übergangs

<sup>5)</sup> P. J. Price, Philos. Mag. 1252 (1955).

wird ambipolare Diffusion verhindert (die thermisch erzeugten Elektron-Loch-Paare werden getrennt und unabhängig von der Richtung von  $(\text{grad } T)$  fließt der Zusatzstrom immer in Sperrichtung). Ohne eine exakte mikroskopische Theorie muß man mit allgemeinen Eigenschaften des Halbleiters versuchen, zu Aussagen zu kommen.

Der auf Grund des Temperaturgradienten fließende Wärmestrom  $q$  genügt im stationären Fall den Gleichungen:

$$q = -kT' \quad q' = \text{Quellterme.} \quad (10)$$

Diese Tatsache, daß bei  $T' = \text{const}$  gilt:  $q \sim -T'$ , aber  $i \sim |T'|$ , versuchen wir grob zunächst durch folgendes Modell auszudrücken:

Für den Wärmetransport sind nur die Ladungen in einem Band verantwortlich, nämlich die, die im „heißeren“ Teil des  $p$ - $n$ -Halbleiters Minoritätsträger sind. Damit betrachtet man für die thermischen Eigenschaften je nach Richtung von  $(\text{grad } T)$  zwei verschiedene Ein-Band-Halbleiter mit vorgegebener Ladungsdichte. Da  $L_n \approx L_p$  ist nach (9) die Gleichartigkeit von  $i_T$  gesichert (qualitativ!). Daß auch der Wärmestrom mit den realen Verhältnissen korrespondiert, zeigen:

Fall 1:  $T$ -Gradient von  $p \rightarrow n$ . Zusatzelektronen und -Löcher werden vom  $T$ -Feld in den  $n$ -Teil getrieben. Das elektrische  $p$ - $n$ -Feld beschleunigt seinerseits noch die Elektronen, während es die Löcher zurückhält.

Die Elektronen durchlaufen also den  $p$ - $n$ -Übergang bevorzugt und in der für den Energietransport richtigen Richtung. Im „heißen Teil“ des Halbleiters sind sie die Minoritätsträger.

Fall 2:  $T$ -Gradient von  $n \rightarrow p$ . Entsprechende Argumentationen führen zur Auszeichnung der Löcher.

Für die Modell-„Einbandhalbleiter“ entnehmen wir die Wärmeleitfähigkeit der üblichen Theorie

$$\kappa_n = (\pi k/e\sqrt{3})^2 e \mu_n n T \quad (11)$$

und setzen für  $n$  die Werte im  $p$ - $n$ -Übergangshalbleiter ein.

Trotz gleicher  $T$ -Gradienten und (nahezu) gleichen elektrischen Zusatzstroms, trotz symmetrischer  $n$  und  $p$  sind hier die Wärmeströme verschieden, da die Beweglichkeiten der Elektronen und Löcher i. a. nicht gleich sind.

Korrigiert man das Modell durch Beachtung der Tatsache, daß auch die jeweils hier nicht betrachteten Ladungsträger zum Transport beitragen, wird die Unsymmetrie noch verstärkt. Da nach (9) (wenigstens an der junction) „die anderen“ Ladungsträger immer zum Zusatzstrom in gleicher Richtung beitragen, d. h. in entgegengesetzter Richtung fließen und damit Energie in entgegengesetzter Richtung transportieren, wird der nach (11) relativ kleinere Energietransport durch Löcher noch stark reduziert durch die Elektronenleitung, während andernfalls der relativ größere Energietransport durch die Elektronen nur wenig durch die Löcher beeinträchtigt wird.

### Möglichkeiten der experimentellen Nachprüfung

Wegen der verschiedenen Eigenschaften des  $n$ - und  $p$ -Teils sind die elektronischen thermischen Leitfähigkeiten voneinander verschieden. Wäre das Gitter nicht am Wärmetransport beteiligt, müßten für die Aufrechterhaltung

eines ortsunabhängigen  $T$ -Gradienten über den  $p$ - $n$ -Übergang hinweg Wärmequellen an der Probe angebracht werden (vgl. (10)), und zwar wegen der geringen Ausdehnung des Übergangsgebietes am Ort der Trennfläche, wie man aus Abb. 1 ersehen kann.

Daß der durch diese „Symmetrisierung“ erzeugte elektrische Strom  $i_T$  fast unabhängig ist von der Richtung des Temperatur-Gradienten, ist nicht ver-

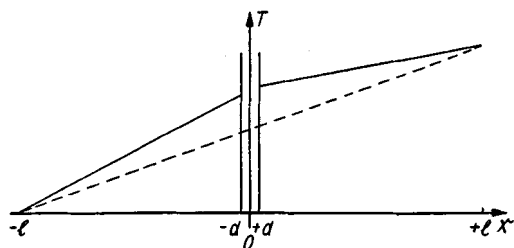


Abb. 1. Anbringen einer Quelle im Gebiet  $(-d, +d)$  gleicht die natürlichen Gradienten aneinander an

wunderlich. Läßt man  $T_{\max} \approx (1,05 \text{ bis } 1,1) \cdot T_0$  zu, dann muß der elektrische Zusatzstrom gut meßbar sein.

Ob an der Stelle des  $p$ - $n$ -Übergangs tatsächlich eine Wärmequelle anzubringen ist, hängt vom Anteil des Gitters an der Wärmeleitung ab (und diese Gittereigenschaft bleibt von dem  $p$ - $n$ -Übergang unberührt!). Da der Gitteranteil

relativ groß ist, kann man vermuten, daß der Temperaturgradient, der über dem entkoppelten Gitter allein vorhanden wäre, von dem elektronischen Anteil nur so wenig geändert wird, so daß man insgesamt mit einem fast konstanten Gradienten auch ohne äußere Quelle rechnen kann.

Mit

$$\mu_n = 3600 \text{ cm}^2/\text{Volt sec}, \quad kT_0 = 0,1 \text{ eV}, \quad e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Amp. sec}$$

$$n = 10^{14} \text{ cm}^{-3}, \quad k = 1,4 \cdot 10^{-23} \text{ Watt sec/Grad}$$

ist nach (11):  $\kappa_n \approx 10^{-6} \text{ Watt/cm grad}$

während nach <sup>6)</sup> experimentell  $\kappa = 0,5 \text{ Watt/cm grad}$  die überragende Rolle der Gitterwärmeleitung kennzeichnet. Ob die Unsymmetrie des Elektronenwärmestroms gegenüber dem großen Gitteranteil wahrnehmbar ist, bleibt abzuwarten.

<sup>6)</sup> G. K. White a. S. B. Woods, Can. J. Phys. **33**, 58 (1955).

Berlin, Physikalisch-Technisches Institut der Deutschen Akademie der Wissenschaften.

Bei der Redaktion eingegangen am 21. September 1959.