

Über Gleichstrommaschinen hoher Spannung zur Speisung von Funkenstationen. Ihre Belastung und Spannungsgefahr¹⁾.

Von

W. Rogowski.

(Mitteilung aus der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt.)

1. Allgemeine Übersicht und Ziel. Man kann eine Antenne durch eine Gleichstrommaschine in Schwingungen versetzen²⁾. Bild 1 zeigt, wie dies geschieht. Die Gleichstrommaschine lädt über den Widerstand R und über die Induktivitäten L die Kapazität C . Parallel zur Kapazität liegt unter Vorschaltung einer kleinen Induktivität \mathcal{L} eine Löschfunkenstrecke.

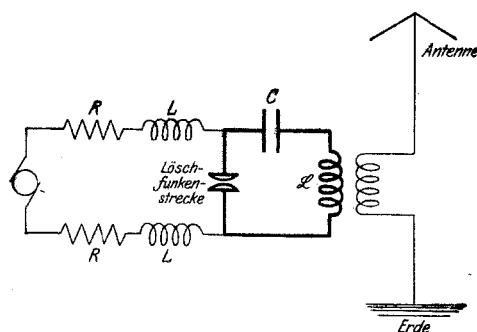


Bild 1. Anregung einer Antenne durch eine Gleichstrommaschine.

Hat die Spannung am Kondensator einen genügend hohen Wert erreicht, so setzt der Funke ein. Der Kondensator entlädt sich in Schwingungen über die Induktivität \mathcal{L} und die Löschfunkenstrecke. Mit dem stark gezeichneten Kondensatorschwingungskreis ist die Antenne gekoppelt. Auch sie beginnt bei der Kondensatorentladung zu schwingen.

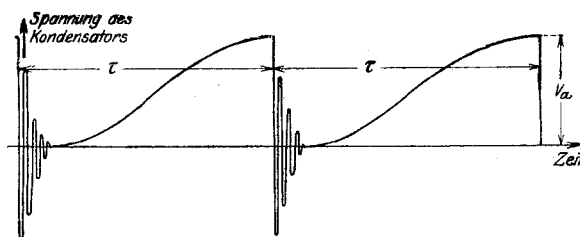


Bild 2. Spannung am Kondensator C (Bild 1).

Gekoppelte Schwingungskreise tauschen ihre Energie in Schwebungen aus. Es wandert die Energie des Kondensatorschwingungskreises in die Antenne. Nach der ersten Schwebung hat diese praktisch die ganze Energie aufgenommen. An der Löschfunkenstrecke und am Kondensator sind jetzt nur kleine Spannungen vorhanden. Der Löschfunke erlischt. Die Antenne schwingt aus. Der Kondensator lädt sich nun aufs neue auf. Die Spannung des Kondensators ändert sich nach dem Gesagten etwa nach Bild 2.

¹⁾ Geschrieben Ende 1915. Die Veröffentlichung unterblieb bisher aus militärischen Gründen.

²⁾ Zenneck: Lehrbuch der drahtlosen Telegraphie, II. Auflage, S. 235–247.

In Bild 1 setzt die Entladung bei einer Spannung ein, die die Löschfunkenstrecke durchschlägt. Das System gibt sich selbst die Zahl der Kondensatorentladungen und daher den akustischen Ton. In Bild 3, einer zweiten Art der Schwingungserregung durch Gleichstrom (Marconi-Schaltung), wird der akustische Ton durch ein besonderes Mittel — eine gedrehte Kurzschluß- und Abreißfunkenstrecke — dem System aufgezwungen. Im übrigen ist der Vorgang der gleiche wie vorhin. Die Gleichstrommaschine lädt über Widerstände und Induktivitäten den Kondensator C und dieser entlädt sich, wenn ihm durch einen Zahn der rotierenden Funkenstrecke

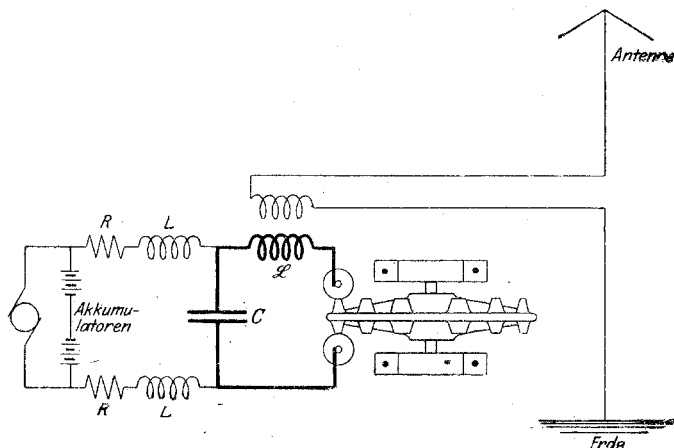


Bild 3. Zweite Art der Anregung einer Antenne durch eine Gleichstrommaschine (Marconischaltung).

hierzu Gelegenheit gegeben wird. Die Entladung erfolgt in Schwingungen und diese wiederum regen die Antenne an. Zwischen der Schwingungszahl ν_a des akustischen Tons der Station und zwischen der Zahl der in der Sekunde erfolgenden Kondensatorentladungen besteht eine einfache Beziehung: Es sei z die Zähnezahl der rotierenden Funkenstrecke, n ihre Umdrehungszahl in der Minute. Dann ist

$$\nu_a = \frac{n z}{60} \quad 1)$$

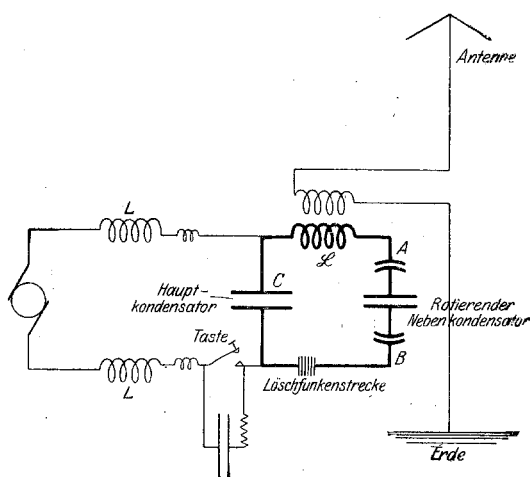


Bild 4. Dritte Art der Anregung einer Antenne (Lepel-Schaltung).

In Bild 4 zeige ich noch eine dritte Art der Schwingungserregung (Lepel-Schaltung). Wieder hat die Gleichstrommaschine die Aufgabe, über Widerstände und Drosselspulen den Hauptkondensator C zu laden. Seine Entladung wird aber nicht wie vorhin durch einen rotierenden Unterbrecher, sondern durch einen rotierenden (Neben-) Kondensator von gleicher Kapazität wie der Hauptkondensator erreicht. In der wirklichen Ausführung steht der Nebenkondensator still. Seine Umschaltung wird durch einen Dreh-Umschalter bewerkstelligt. Für die Einsicht in das Spiel der elektrischen Erscheinungen ist dies aber ohne Belang. Hat der Nebenkondensator die Spannung Null und stehen seine Klemmen wie in Bild 4 gezeichnet gerade den Klemmen (B A) gegenüber, so wird die Funkenstrecke bei genügend hoher Spannung durch-

und stehen seine Klemmen wie in Bild 4 gezeichnet gerade den Klemmen (B A) gegenüber, so wird die Funkenstrecke bei genügend hoher Spannung durch-

schlagen. Der Nebenkondensator lädt sich auf die Hälfte der Spannung des Hauptkondensators und der Hauptkondensator entlädt sich zur Hälfte. Dies geschieht infolge der Induktivität \mathfrak{L} in gedämpften Schwingungen. Diese wiederum erregen die Antenne. Damit nach der ersten Schwebung die Energie nicht wieder aus der Antenne zurückflutet, ist in den primären Schwingungskreis noch eine Löschfunkenstrecke eingeschaltet.

Hat der Nebenkondensator eine halbe Umdrehung gemacht, so hat der Hauptkondensator Zeit gehabt, sich wieder aus der Gleichstrommaschine aufzuladen. Jetzt wird sich beim Einsetzen des Funkens der Nebenkondensator mit der vom vorigen Funkenspiel zurückbehaltenen Restladung in den Hauptkondensator entladen. Die dann dem Hauptkondensator noch verbleibende Restspannung wird sich auf beide Kondensatoren zu gleichen Teilen spalten. Auch dies geschieht wieder unter Schwingungen, die die Antenne zum Mitschwingen veranlassen usf.

Die verwendeten Gleichstrommaschinen müssen für eine hohe Spannung gebaut sein, damit die Funkenstrecke regelmäßig anspricht, und damit mit einem einzigen Funkenspiel eine genügend große Energie in die Antenne gebracht wird. Ich hatte Gelegenheit, in eine nach der Bild 4 arbeitende Station eine Gleichstrommaschine (bestehend aus zwei Doppelkollektormaschinen) für eine Spannung von 10000 Volt und eine Leistung von 10 kW einzubauen. Sie sollte als Ersatz für eine andere Maschine dienen, die einige Monate die Station gespeist hatte, dann aber durchschlagen worden war. An der Schaltung wurde nichts geändert. Als die von mir eingebaute Maschine ungefähr 10 Minuten die Station gespeist hatte, schlug auch sie durch.

Dieser Maschinendurchschlag veranlaßte mich, die Betriebsweise der Station einer eingehenden theoretischen Betrachtung zu unterziehen. Der Erfolg war, daß es mir gelang, eine hohe Spannungsbeanspruchung der Maschine durch Resonanz aufzudecken. Es können noch andere Ursachen der Spannungsgefährdung auftreten: Wanderwellen und Ausschaltspannungen. Aber beide treten im vorliegenden Falle, wie hier ausführlich gezeigt werden soll, ganz gegen die Resonanzspannungen zurück. Weiter gab mir die Theorie die Möglichkeit zu zeigen, wie man Gleichstrommaschinen in Funkenstationen gegen Überspannungen schützen kann. Das Mittel besteht darin, der Maschine einen Kondensator genügend großer Kapazität parallel zu schalten, gegebenenfalls unter Vorschaltung von Drosselspulen. Im folgenden will ich diese Behauptungen begründen und durch quantitative Angaben ergänzen:

2. Stellung der mathematisch-technischen Aufgabe. Die Werte der Widerstände, der Induktivitäten und Kapazitäten haben wir als bekannt anzusehen. Desgleichen die von der Gleichstrommaschine induzierte Spannung E und die Art der Entladung des Hauptkondensators.

Wie lange dauert der Entladungsvorgang? Die Kreisfrequenz q der Entladung steht mit dem Werte der Hauptkapazität C und der Induktivität \mathfrak{L} in den Bild 1 und 3 in der Beziehung

$$q^2 = \frac{1}{\mathfrak{L}C}.$$

Bei der Schaltung (Bild 4) hat man bei gleichen Werten der Kapazität des Haupt- und Nebenkondensators

$$q^2 = \frac{2}{\mathfrak{L}C}$$

zu schreiben.

In beiden Fällen ist es dieselbe Frequenz, mit der auch die Antenne ausschwingt, die auf die Frequenz q abgestimmt werden muß. Die Kreisfrequenz q kann daher aus der Wellenlänge λ (in Metern), mit der die Funkenstation telegraphiert, nach der Formel

$$q = 2\pi \cdot \frac{3 \cdot 10^8}{\lambda} = \frac{6\pi}{\lambda} \cdot 10^8 \text{ sec}^{-1} \quad 2)$$

berechnet werden.

Bei einer Wellenlänge von 3 km \equiv 3000 m ist $q = 2\pi \cdot 10^5$. Es beträgt unter dieser Annahme die Dauer einer Schwingung $1/10\,000$ Sekunde. Nehmen wir an, daß die Kopplung so gewählt ist, daß innerhalb von 10 Schwingungen die Energie aus dem Kondensatorschwingungskreise in die Antenne wandert; in diesem Falle würde die Entladung des Hauptkondensators in $1/10\,000$ Sekunde beendet sein.

Zur Ladung des Hauptkondensators verstreicht die zwischen zwei aufeinander folgenden Funkenspielen liegende Zeit. Diese wiederum ist abhängig von der Höhe des akustischen Tones der Station. Macht der akustische Ton 250 Schwingungen in der Sekunde, so wird der Hauptkondensator in $\frac{1}{250}$ Sekunde aufgeladen. Die Aufladungszeit ist somit in unserem Beispiel 40 mal größer als die Entladungszeit. In Bild 2 ist die Ladeperiode $1/10$ der Entladeperiode. Es vermag daher bereits

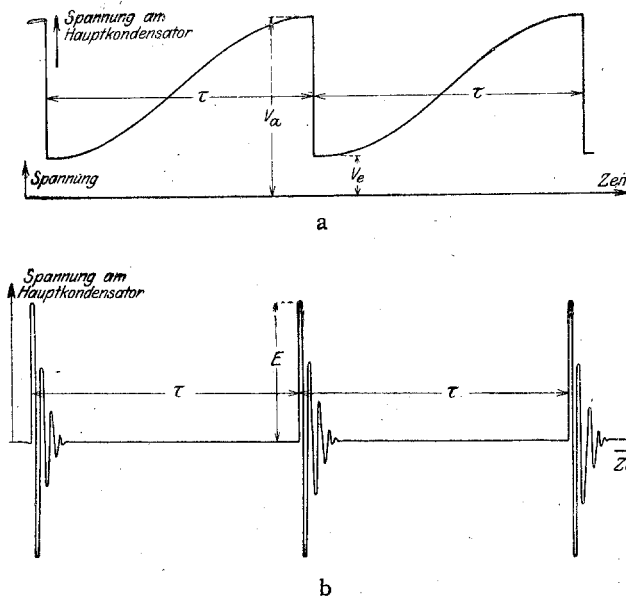


Bild 5. Zerlegung der Kondensatorspannung (Bild 2) in die Teilspannungen a u. b.

annähernd ein Bild von der Spannungsänderung des Hauptkondensators zu geben, wenn auch die Entladeperiode hier noch viel zu groß im Vergleich zur Ladeperiode gezeichnet ist. Der Augenschein lehrt, daß es zweckmäßig ist, die Spannungskurve des Hauptkondensators aus zwei Kurven (Bild 5 a und 5 b) zusammenzusetzen. Die Kurve a besteht aus einem plötzlichen Spannungssprünge von V_a beim Einsatz bis V_e am Ende des Funkenspiels. Die zweite Kurve (Bild 5 b) besteht aus der oszillatorischen Entladung selber. Wir werden die Vorgänge im Maschinenkreise ebenfalls in zwei Teile zerlegen. Der eine soll der Spannungskurve 5 a, der andere, auf den wir später im Abschnitt 10 eingehen wollen, der Spannungskurve 5 b zugeordnet sein.

Wir wollen uns im folgenden zunächst nur mit dem stationären Fall beschäftigen, der sich einstellt, wenn die Station einen lang gezogenen Strich (Ton) gibt. Die Vorgänge beim Ein- und Ausschalten der Maschine werden im letzten Abschnitt gestreift werden.

— Die Spannung springt bei der Schaltung (Bild 4) zwischen anderen Werten als bei den Schaltungen 1 und 3. Die Anfangsspannung sei bei allen Schaltungen

V_a ; dann ist die Endspannung V_e bei Bild 1 und 3 Null. Bei der Schaltung Bild 4 trifft dies nicht zu. Wenn sich der Nebenkondensator mit seiner Endspannung V_e in den Hauptkondensator mit der Anfangsspannung V_a entlädt, stellt sich als Ergebnis die Spannung $\frac{V_a - V_e}{2}$ ein. Diese muß im stationären Zustande wieder gleich V_e sein. Und aus dieser Forderung:

$$\frac{V_a - V_e}{2} = V_e \quad 3)$$

folgt

$$V_e = \frac{1}{3} V_a \quad 4)$$

Der Hauptkondensator entlädt sich bei der Schaltung 4 nicht ganz, sondern nur auf $1/3$. Im folgenden werden wir

$$V_e = \frac{1}{m} V_a \quad 5)$$

setzen und umschließen mit den Fällen m groß und $m = 3$ sämtliche Schaltungen.

Die Maschine werden wir als ein Gebilde mit Widerstand und Induktivität ansehen. Außerdem wollen wir ihr eine gewisse Kapazität zuerkennen. Bei der von mir eingebauten Maschine war die Kapazität sicherlich nicht klein. Jede Kollektorwicklung besteht aus 27 Spulen von je 1,20 m Umfang. Die Wicklungen zweier Kollektoren kehren sich eine Breite von 2 cm zu und laufen im Abstande von 1 mm einander parallel. Die Dielektritätskonstante der Isolierschicht zwischen den Wicklungen kann zu etwa 3 geschätzt werden. Dies ergibt eine Kapazität von

$$K = \frac{120 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 27}{0,1 \cdot 4\pi \cdot 9 \cdot 10^{20}} \cdot 10^{15} \approx \text{rund } 2/100 \text{ Mikrofarad.}$$

Von dieser Größenordnung muß die Kapazität der Maschine sein¹⁾. Wir bringen die Kapazität dadurch zum Ausdruck, daß wir uns dem Leitungsgebilde aus Maschinenwiderstand und Maschineninduktivität einen Kondensator C_2 (Bild 6) parallel geschaltet denken²⁾.

Wenn der Maschine noch ein Schutzkondensator parallel liegt, wirkt er wie eine Vergrößerung der Maschinenkapazität. Durch den Wert der Kapazität C_2 können wir daher zum Ausdruck bringen, ob wir es allein mit der Maschinenkapazität oder auch noch mit einer Schutzkapazität zu tun haben. Wir können nun unsere technische Aufgabe wie folgt stellen:

In einem Leitungsgebilde mit dem Widerstand R und der Induktivität L wird eine der Zeit nach unveränderliche elektrische Spannung E induziert. Parallel diesem Leitungsgebilde liegt eine Kapazität C_2 . In Hintereinanderschaltung liegt eine Drosselspule mit der Induktivität L_3 , dem Widerstand R_3 , ferner ein Kondensator mit der Kapazität C_3 . Die Spannung V_3 dieses Kondensators macht in regelmäßigen Zeit-

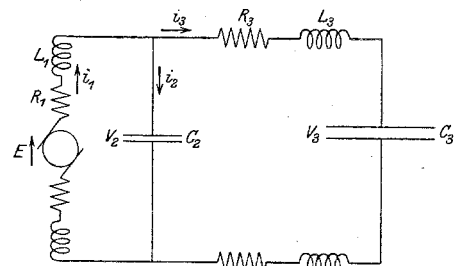


Bild 6. Behandelte Schaltung.

¹⁾ Die Kapazität gegen Erde war bei meiner Maschine klein erstens wegen der geringen Eisenlänge des Ankers (10 cm), zweitens wegen einer recht starken Isolierschicht zwischen Nutenrändern und Wicklung (vgl. Bild 15).

²⁾ Man vgl. hierzu meine später entstandene Arbeit: Die Spule bei Wechselstrom, Archiv f. Elektrotechnik VII, S. 24.

abständen von der Größe τ einen Sprung von V_a auf $\frac{1}{m} V_a$, wo m eine vorgegebene Zahl ist. Es sind sämtliche Ströme und Spannungen des elektrischen Systems zu berechnen.

3. Erste Näherung. Wir setzen in diesem Abschnitt eine ideale Maschine mit dem Widerstand und der Eigeninduktivität Null voraus. Desgleichen wollen wir den Widerstand R_3 der vorgeschalteten Drosselspulen vernachlässigen. Dann muß die von der Gleichstrommaschine induzierte Spannung E übereinstimmen mit der Spannung V_3 des Kondensators C_3 . Die induzierte Gleichspannung E setzen wir unveränderlich mit der Zeit voraus. Dann ist auch die Kondensatorspannung V_3 unveränderlich. Der Strom i_3 , der den Kondensator laden oder entladen muß, ist gleich Null. Der Maschinenstrom i_1 muß mit dem Strom i_3 in der Drosselspule übereinstimmen. Für i_3 schreiben wir die Differentialgleichung an:

$$E = \mathfrak{L}_3 \frac{di_3}{dt} + \frac{1}{C_3} \int i_3 dt \quad (6)$$

Da wir zunächst nur über die Kondensatorspannung V_3 etwas aussagen können und nicht über den Strom i_3 , so ist es zweckmäßig, i_3 durch die Kondensatorspannung V_3 zu ersetzen:

$$V_3 = \frac{1}{C_3} \int i_3 dt \quad (7)$$

$$i_3 = C_3 \frac{dV_3}{dt} \quad (8)$$

Alsdann lautet die Differentialgleichung

$$E = \mathfrak{L}_3 C_3 \frac{d^2 V_3}{dt^2} + V_3 \quad (9)$$

Die Lösung lautet:

$$V_3 = E + A \sin \omega_3 t + B \cos \omega_3 t \quad (10)$$

A und B sind Integrationskonstanten. Die Kreisfrequenz ω_3 steht mit dem Produkte Induktivität und Kapazität in der Beziehung:

$$\omega_3^2 = \frac{1}{\mathfrak{L}_3 C_3} \quad (11)$$

Man wählt aus später anzugebenden Gründen die Frequenz des zu ω_3 gehörigen elektrischen Tones $\left(\nu_3 = \frac{1}{2\pi \sqrt{\mathfrak{L}_3 C_3}} \right)$ niedrig im Vergleich zu der Frequenz ν_a des akustischen Tones der Station. In unserem Falle machte der elektrische Ton etwa 50, der akustische Ton etwa 250 Schwingungen in der Sekunde.

Die Differentialgleichung 9) sagt in Worten folgendes aus: Die Kondensatorspannung V_3 und die negative Spannung der Drosselspule $\mathfrak{L}_3 C_3 \frac{d^2 V_3}{dt^2} = \mathfrak{L}_3 \frac{di_3}{dt}$ ergänzen sich immer zu der Maschinenspannung E . Dagegen bringt unsere Differentialgleichung noch nicht zum Ausdruck, daß bei Beginn des Funkenspiels die Kondensatorspannung V_3 jedesmal einen Sprung machen soll. Die Differentialgleichung 9) und ihre Lösung 10) können daher zunächst nicht für beliebige Zeit Gültigkeit haben. Zunächst beschreiben sie nur die Vorgänge für die Zeit von einem Funkenspiel bis zum nächstfolgenden. Wenn man mit ihrer Hilfe die elektrischen Vorgänge für beliebige Zeit beschreiben will, so hat dies auf folgende Weise zu geschehen:

Der Funke setze zur Zeit $t=0$ ein. Die Kondensatorspannung V_3 sei unmittelbar vorher V_0 . Unmittelbar nach Einsatz des Funkens ist sie $V_{e0} = \frac{1}{m} V_0$.

Von jetzt ab beschreibt die Lösung 10) die Änderung der Kondensatorspannung. Die Konstanten A und B müssen wir daher so bestimmen, daß zur Zeit $t=0$, mit der die Geltung von 10) beginnt, $V_3 = V_{eo} = \frac{I}{m} V_o$ ist. Weiter sei zur Zeit $t=0$ der Strom $i_3 = C_3 \frac{dV_3}{dt} = i_{30}$. Unsere Konstanten haben somit noch die zweite Bedingung zu erfüllen, daß zur Zeit $t=0$ der Strom $C_3 \frac{dV_3}{dt} = C_3 \omega_3 \{A \cos \omega_3 t - B \sin \omega_3 t\} = i_{30}$ ist. Hiermit sind die Konstanten A und B bestimmt und es können jetzt die Werte der Kondensatorspannung V_3 und des Stromes i_3 am Ende des Ladespiels ($t=\tau$) berechnet werden. Dies seien die Werte $V_{3\tau}$ und $i_{3\tau}$. Hierdurch sind wieder die Grundlagen für die Berechnung des Verlaufs im zweiten Ladespiel gegeben. Denn im zweiten Ladespiel gilt wieder die Lösung 10). Nur müssen wir für A und B neue Werte einsetzen. Diese bestimmen sich dadurch, daß zu Anfang des zweiten Ladespieles, das wir unbeschadet der Allgemeinheit wieder von $t=0$ bis $t=\tau$ zählen können und wollen, die Spannung $V_3 = \frac{I}{m} V_{3\tau}$ sein muß und der Strom i_3 wieder mit dem Strom $i_{3\tau}$ übereinstimmen muß usw. Wollte man auf diesem Wege den stationären Vorgang angeben, der sich im allgemeinen erst nach vielen Ladespielen einstellt, so wäre eine nicht unbeträchtliche mathematische Arbeit zu leisten. Die Entschädigung für diese Mühe würde darin bestehen, daß wir über die Art und die Geschwindigkeit, mit der der stationäre Zustand erreicht wird, unterrichtet wären. Verzichten wir hierauf, so können wir mit folgendem Kunstgriff sofort zum stationären Zustand gelangen:

Der stationäre Zustand ist durch folgende Eigenschaften gekennzeichnet:

- 1) zu Anfang eines Ladespiels ($t=0$) ist die Kondensatorspannung $V_3 = V_e = \frac{I}{m} V_a$. Am Ende des Ladespiels ($t=\tau$) erreicht sie den Wert V_a ;
- 2) der Strom i_3 hat zu Anfang ($t=0$) und Ende ($t=\tau$) eines Ladespiels denselben Wert.

Die Konstanten A und B bestimmen sich somit für den stationären Zustand aus folgenden Forderungen:

$$E + B = \frac{I}{m} (E + A \sin \omega_3 \tau + B \cos \omega_3 \tau) \quad (12)$$

$$i_3(t=0) = C_3 \omega_3 A = i_3(t=\tau) = C_3 \omega_3 (A \cos \omega_3 \tau - B \sin \omega_3 \tau) \quad (13)$$

oder

$$E \left(1 - \frac{I}{m}\right) + B \left(1 - \frac{I}{m} \cos \omega_3 \tau\right) = \frac{I}{m} A \sin \omega_3 \tau$$

$$A (1 - \cos \omega_3 \tau) = -B \sin \omega_3 \tau.$$

Hiernach muß sein:

$$B = - \frac{E \left(1 - \frac{I}{m}\right)}{1 + \frac{I}{m}} \quad (14)$$

$$A = E \cdot \frac{1 - \frac{I}{m}}{1 + \frac{I}{m}} \cdot \frac{\sin \omega_3 \tau}{(1 - \cos \omega_3 \tau)} = E \cdot \frac{1 - \frac{I}{m}}{1 + \frac{I}{m}} \cdot \operatorname{ctg} \frac{\omega_3 \tau}{2}. \quad (15)$$

Mit diesen Werten erhalten wir für die Kondensatorspannung:

$$V_3 = E + E \cdot \frac{1 - \frac{1}{m}}{1 + \frac{1}{m}} \cdot \left[\cotg \frac{\omega_3 \tau}{2} \cdot \sin \omega_3 t - \cos \omega_3 t \right] \quad (16)$$

und für den Strom:

$$i_3 = E \cdot \frac{1 - \frac{1}{m}}{1 + \frac{1}{m}} \cdot C_3 \omega \cdot \left[\cotg \frac{\omega_3 \tau}{2} \cdot \cos \omega_3 t + \sin \omega_3 t \right] \quad (17)$$

Bei irgend einem Ladespiel ist die Zeit von $t=0$ bis $t=\tau$ zu zählen. Hiermit haben wir die gesuchten mathematischen Ausdrücke gewonnen.

4. Diskussion der Lösung. a) Die Spannung am Hauptkondensator. Bei Beginn eines Ladespiels ($t=0$) hat die Kondensatorspannung V_3 den Wert

$$V_3 = V_e = E - E \cdot \frac{1 - \frac{1}{m}}{1 + \frac{1}{m}} = E \cdot \frac{2}{m \cdot \left(1 + \frac{1}{m}\right)} \quad (18)$$

Bei den Schaltungen 1 und 3 (m groß) ist somit $V_e = 0$; bei der Schaltung 4 ($m=3$) ist

$$V_e = E \cdot \frac{2}{3 \cdot \frac{4}{3}} = \frac{E}{2} \quad (19)$$

Am Ende eines Ladespieles ($t=\tau$) ist:

$$V_3 = V_a = E + E \cdot \frac{1 - \frac{1}{m}}{1 + \frac{1}{m}} \cdot \left[\frac{\sin \omega_3 \tau}{1 - \cos \omega \tau} \cdot \sin \omega_3 \tau - \cos \omega_3 \tau \right]$$

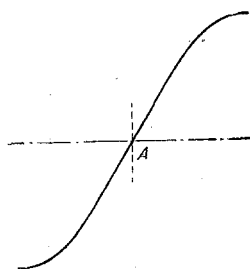


Bild 7. Ausschnitt aus einer Sinusfunktion.

$$V_a = E + E \cdot \frac{1 - \frac{1}{m}}{1 + \frac{1}{m}} = \frac{2E}{1 + \frac{1}{m}} \quad (20)$$

Bei den Schaltungen 1 und 3 erreicht am Ende des Ladespielles die Kondensatorspannung den Wert

$$V_a = 2E. \quad (21)$$

Bei der Schaltung 4 dagegen steigt sie nur bis

$$V_a = 1,5 E. \quad (22)$$

Weiter liest man aus dem Ausdrucke 16) ab, daß in der Mitte eines Ladespielles zur Zeit $t = \frac{\tau}{2}$ die Kondensatorspannung $V_3 = E$ ist.

Der Anstieg von der Spannung V_e zur Spannung V_a erfolgt nach der Funktion $D \sin(\omega_3 t + \varphi)$ oder besser nach einem aus dieser Funktion herausgeschnittenen Stücke; und zwar ist es ein symmetrisch zum Punkte A (Bild 7) gelegener Kurventeil. Denn nur ein solcher Punkt hat die Eigenschaft, daß in gleicher Entfernung rechts und links von ihm die Werte der Kurve entgegengesetzt gleich sind. Ganz das gleiche tritt für die Kondensatorspannung ein, die für die Mitte des Ladespielles die Spannung E , für den Anfang (also $\frac{\tau}{2}$ Sekunden vorher) die Spannung

$E - E \frac{1 - \frac{1}{m}}{1 + \frac{1}{m}}$, für das Ende des Ladespieles $\left(\frac{\tau}{2} \text{ Sekunden nachher}\right)$ die Spannung

$E + E \frac{1 - \frac{1}{m}}{1 + \frac{1}{m}}$ annimmt. Die Zeit eines Ladespieles $\left(\tau = \frac{1}{\nu_a}\right)$ kann immer kleiner als

die Schwingungsdauer des elektrischen Tones des Ladekreises angesehen werden (vgl. oben). Ist sie nur wenig kleiner, so hat die Kondensatorspannung das Aussehen Abb. 8a. Der sinusartige Anstieg von V_e nach V_a ist deutlich ausgeprägt. Ist die Zeit für ein Ladespiel sehr klein im Verhältnis zur Schwingungsdauer des elektrischen „Ladetones“ $\left(\frac{2\pi}{\omega_3}\right)$, so steigt die Spannung nahezu gradlinig von V_e auf V_a (Abb. 8b).

b) Der Strom i_3 . Zu Anfang eines Ladespiels ($t = 0$) hat der Strom die Größe

$$i_3(t=0) = E \cdot \frac{1 - \frac{1}{m}}{1 + \frac{1}{m}} \cdot C_3 \omega_3 \operatorname{ctg} \frac{\omega_3 \tau}{2}. \quad (23)$$

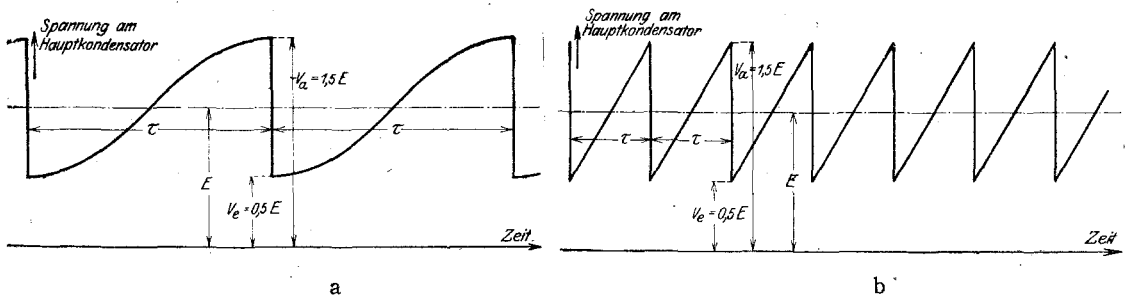


Bild 8. Spannung am Kondensator C_3 (Bild 6).

a) bei langsamer,
b) bei rascher Funkenfolge.

Genau den gleichen Wert nimmt er am Ende eines Ladespiels an. In der Mitte $\left(t = \frac{\tau}{2}\right)$ eines Ladespiels erreicht er seinen größten Wert:

$$i_{3 \max} = E \cdot \frac{1 - \frac{1}{m}}{\left(1 + \frac{1}{m}\right)} \cdot \frac{C_3 \omega_3}{\sin \frac{\omega_3 \tau}{2}} \quad (24)$$

In der ersten Hälfte des Ladespiels steigt der Strom an. Er lädt den Hauptkondensator bis zur Spannung E auf und vermehrt gleichzeitig die magnetische Energie der Drosselspule. In der zweiten Hälfte des Ladespiels sinkt er wieder herab. Er lädt den Kondensator weiter und gleichzeitig wandert die in der ersten Hälfte ausgespeicherte magnetische Energie als elektrische Energie in den Kondensator, dessen Spannung bis zum Werte $E + E \frac{1 - \frac{1}{m}}{1 + \frac{1}{m}}$ hinaufgedrückt wird.

Wir wollen die Schwingungszeit des elektrischen Ladetones mit T bezeichnen. Man wählt T etwa zu $\frac{1}{30}$ bis $\frac{1}{50}$ Sekunde. Die Zeit τ für ein Ladespiel (Schwingungszeit des akustischen Tones) liegt dagegen etwa bei $\frac{1}{250}$ bis $\frac{1}{300}$ Sekunde. Wir wollen daher in Zukunft

$$k\tau = T \quad (25)$$

setzen.

Die Verhältniszahl k gibt an, wievielmals der akustische Ton der Station höher liegt als der „elektrische Ladeton“. Für k wollen wir alle von 2 an auftretenden Werte in die Betrachtung einschließen.

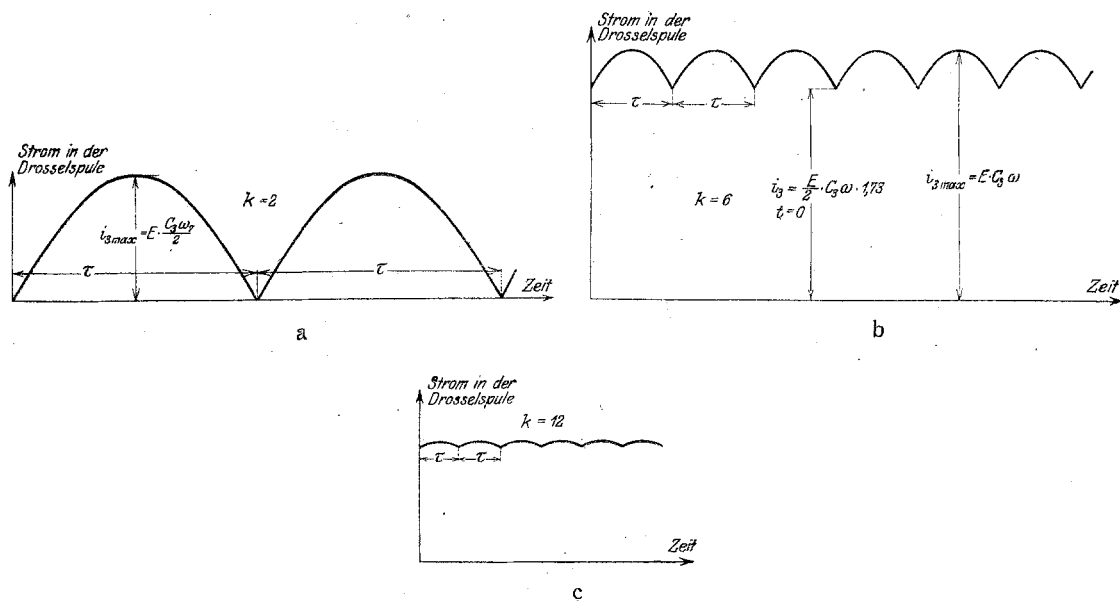


Bild 9. Strom in der Spule L_3 (Bild 6)

- a) bei langsamer,
- b) bei rascherer,
- c) bei sehr rascher Funkenfolge.

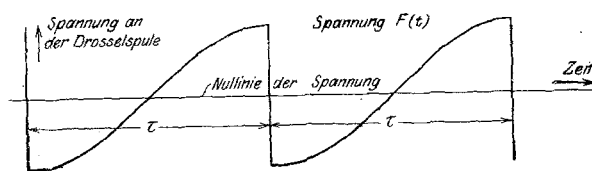
Wenn $k = 2$ ist, ist $\cotg \frac{\omega_3 \tau}{2} = \cotg \frac{\omega_3 \cdot T}{2k} = \cotg \frac{\omega_3 T}{4} = 0$; $\sin \frac{\omega_3 \tau}{2} = 1$. Der Strom ist zu Beginn des Ladespieles Null, er steigt bis zum Werte

$$i_{3 \max} = E \cdot \frac{1 - \frac{1}{m}}{1 + \frac{1}{m}} \cdot C_3 \omega_3 \quad (26)$$

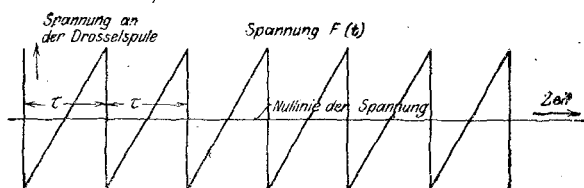
empor und sinkt wieder auf Null herab. Seine Kurve ist durch Bild 9a gegeben (stark pulsierender Gleichstrom). Wächst k , so wachsen auch Anfangs- und Maximalwert des Stromes; beide aber in verschiedenem Maße. Der Anfangswert rascher als der Maximalwert. Infolgedessen nähert sich bei großem Werte von k die Stromkurve einem Gleichstrome, über den sich eine feine Kräuselung aus Bogen, die in Spitzen aneinander stoßen (Bild 9a und 9b), überlagert. In der folgenden Tabelle habe ich für eine Reihe von Werten von k den Anfangswert des Stromes, den Maximalwert und die Größe der Stromschwankung berechnet:

Tabelle.

k		$\operatorname{ctg} \frac{\omega_3 \tau}{2}$		$\frac{I}{\sin \frac{\omega_3 \tau}{2}}$	
Frequenz des akustischen Tones		Anfangswert des Stromes, wenn		Maximalwert des Stromes, wenn	Schwankung des Stromes bezogen auf den arithmetrischen Mittelwert %
Frequenz des elektrischen Ladetones	$\frac{\omega_3 \tau}{2}$	$E \cdot \frac{1 - \frac{1}{m}}{1 + \frac{1}{m}} \cdot C_3 \omega_3 = I$ ist	$\sin \frac{\omega_3 \tau}{2}$	$E \cdot \frac{1 - \frac{1}{m}}{1 + \frac{1}{m}} \cdot C_3 \omega_3 = I$ ist	
2	90°	0	1	1	100
3	60°	0,577	0,866	1,152	33,3
4	45°	1,00	0,707	1,412	17,1
5	36°	1,376	0,587	1,701	10,5
6	30°	1,732	0,500	2,00	7,2
12	15°	3,73	0,259	3,860	1,75
24	7,5°	7,59	0,130	7,69	0,65
60	3°	19,08	0,052	19,1	0



a



b

Bild 10. Spannung an der Spule A_3 (Bild 6)

a) bei langsamer,
b) bei rascher Funkenfolge.

c) Die Spannung E_d an der Drosselspule. Mathematisch ist sie durch den Ausdruck:

$$E_d = -L_3 \frac{di_3}{dt} \quad (27)$$

gegeben. Aus der Stromkurve geht hervor, daß die Spannung der Drosselspule in der Mitte eines jeden Ladespieles den Wert Null hat; denn hier hat die Stromkurve ein Maximum, der Differentialquotient nach der Zeit verschwindet somit. Beim Ende eines Ladespiels und zu Beginn des nächstfolgenden hat die Stromkurve eine Spitze (Bild 9). Der bloße Augenschein lehrt, daß hier die Spannung der Drosselspule von einem positiven Werte auf einen negativen Wert von gleichem Betrage springt. Schon hieraus geht eine gewisse Verwandtschaft mit der Kurve

der Spannung des Hauptkondensators hervor. Die genauere Betrachtung zeigt, daß auch quantitativ die Spannung der Drosselspule mit den Schwankungen der Kondensatorspannung übereinstimmen muß, welche Frequenz auch immer dem akustischen Tone zukommen mag. Denn nach unseren Hauptdifferentialgleichungen 6) und 9) ist

$$E_d = -\mathfrak{L}_3 \frac{di_3}{dt} = \frac{1}{C_3} \int i_3 dt - E = V_3 - E \quad (28)$$

Ziehen wir daher von der Spannung des Hauptkondensators (Bild 8) die Maschinenspannung E ab, so erhalten wir die Spannung an der Drosselspule. Bei niedrigem akustischem Tone der Station erhalten wir für die Spannung der Drosselspule das Bild 10. Der Anstieg der Spannung nach einer Sinusfunktion kommt wieder deutlich zum Ausdruck. Bei hohem akustischen Tone (Bild 10b) erhalten wir bei der Spannung des Hauptkondensators wieder den gradlinigen Anstieg.

Mit hohem akustischem Tone nehmen die Schwankungen des Gleichstromes ab. Wie kommt es, daß trotzdem die von den Schwankungen induzierte Spannung immer dieselbe bleibt? Der Grund liegt darin, daß mit der Höhe des Tones auch die Zeit, in der die Schwankung durchlaufen wird, abnimmt und es bei Berechnung der Spannung der Drosselspule (Ausdruck 27) auf das Verhältnis von Stromschwankung zu der zugehörigen Zeit ankommt.

5. Zweite Annäherung. Erste Stufe. Bisher haben wir Widerstand und Induktivität der Maschine vernachlässigt. Wir wollen jetzt annehmen, beide seien von Null verschieden. Es soll zunächst aber die Maschineninduktivität L_1 als klein gegen die Induktivität L_3 der Drosselspulen vorausgesetzt werden. Wir wollen weiter annehmen, der Strom i_3 sei bekannt und stimme genau überein mit dem Strome der ersten Annäherung, den wir von jetzt ab J_3 nennen wollen. Mit dem Strome J_3 haben wir der Forderung der sprunghaften Entladung des Hauptkondensators C_3 Rechnung getragen.

Die Aufgabe, die wir jetzt behandeln, lautet folgendermaßen:

Es sei ein Leitergebilde mit dem Widerstand R_1 und der Induktivität L_1 gegeben, in dem die konstante Spannung E induziert wird (Bild 11). Parallel dem Leitergebilde liegt eine Kapazität C_2 . Durch irgend welche äußere Mittel wird an den Klemmen A B ein Strom J_3 entnommen, der durch das Bild 9 und die Formeln 17), 23), 24) bestimmt ist. Wie groß ist der Maschinenstrom i_1 , der Kondensatorstrom i_2 und die Klemmenspannung der Maschine oder die ihr gleiche Klemmenspannung des Kondensators C_2 ?¹⁾

Die Differentialgleichungen für den Kreis aus Maschine und Maschinenkondensator lauten:

$$E = R_1 i_1 + \mathfrak{L}_1 \frac{di_1}{dt} + \frac{1}{C_2} \int i_2 dt \quad (29)$$

$$i_1 = i_2 + J_3 \quad (30)$$

(J_3 eine gegebene Größe).

Es folgt, durch Beseitigung von i_1 :

$$E - \mathfrak{L}_1 \frac{dJ_3}{dt} = R_1 i_2 + \mathfrak{L}_1 \frac{di_2}{dt} + \frac{1}{C_2} \int i_2 dt \quad (31)$$

Die Ohmsche Spannung $R_1 J_3$ ist gegen die induktive Spannung $\mathfrak{L}_1 \frac{dJ_3}{dt}$ als klein gestrichen worden.

¹⁾ Von der Forderung der ersten Näherung, daß die Klemmenspannung des Kondensators C_2 gleich E sei, wird jetzt somit abgesehen.

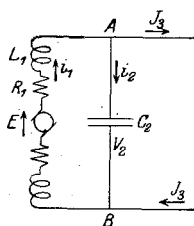


Bild 11. Schaltungs-
schema für die zweite
Annäherung der Rech-
nung.

Wir kennen die Spannung $-\mathfrak{L}_3 \frac{dJ_3}{dt}$ als Spannung der Drosselspule aus der Bild 10. Die Spannung $-\mathfrak{L}_1 \frac{dJ_3}{dt}$ hat dem Charakter nach dasselbe Aussehen. Nur sind ihre Ordinaten im Verhältnis $\frac{\mathfrak{L}_1}{\mathfrak{L}_3}$ kleiner. Wir wollen von nun an den akustischen Ton so hoch ansehen, daß der Anstieg der Spannungskurve $-\mathfrak{L}_3 \frac{dJ_3}{dt}$ als gradlinig angesehen werden kann (Bild 10b). Dann kann man diese Spannungen in die folgende Fouriersche Reihe zerlegen:

$$-\mathfrak{L}_3 \frac{dJ_3}{dt} = F(t) = \frac{2}{\pi} E \cdot \frac{1 - \frac{1}{m}}{1 + \frac{1}{m}} \left\{ \sin \frac{2\pi}{\tau} t - \frac{1}{2} \sin 2 \cdot \frac{2\pi}{\tau} t + \frac{1}{n} \sin n \cdot \frac{2\pi}{\tau} t \right\} \quad (32)^1)$$

Zur Abkürzung schreiben wir für die Kreisfrequenz des akustischen Tones:

$$\frac{2\pi}{\tau} = \omega_a = 2\pi \nu_a. \quad (33)$$

Dann ist:

$$F(t) = -\mathfrak{L}_3 \frac{dJ_3}{dt} = \frac{2}{\pi} E \cdot \frac{1 - \frac{1}{m}}{1 + \frac{1}{m}} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cdot \frac{1}{n} \cdot \sin n \omega_a t \quad (34)$$

und weiter

$$-\mathfrak{L}_1 \frac{dJ_3}{dt} = \frac{\mathfrak{L}_1}{\mathfrak{L}_3} \cdot \frac{2}{\pi} \cdot E \cdot \frac{1 - \frac{1}{m}}{1 + \frac{1}{m}} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cdot \frac{1}{n} \sin n \omega_a t \quad (35)$$

Die Spannung $-\mathfrak{L}_1 \frac{dJ_3}{dt}$ ist somit eine mehrwellige Wechselspannung, deren Grundfrequenz mit der Frequenz des akustischen Tones übereinstimmt. Wir vergleichen nun die Differentialgleichung 31) mit der Differentialgleichung eines Stromkreises vom Widerstand R , der Induktivität L und der Kapazität C , auf dessen Klemmen eine Gleichspannung E und Wechselspannung $e = f(t)$ einwirkt.

Diese lautet:

$$E + f(t) = Ri + \mathfrak{L} \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i dt \quad (36)$$

Beide Gleichungen stimmen in der Form miteinander überein. Fassen wir noch die Gleichung 30) ins Auge, so können wir folgendes aussagen:

Der Strom in der Maschine besteht aus dem Strome J_3 und einem Strome i_2 . Der Strom i_2 stimmt mit dem Strome i eines Kreises aus dem Widerstande R_1 , der Eigeninduktivität L_1 und Kapazität C_2 überein, wenn in ihm die mehrwellige Spannung von der Größe:

$$\frac{\mathfrak{L}_1}{\mathfrak{L}_2} \cdot \frac{2}{\pi} \cdot E \cdot \frac{1 - \frac{1}{m}}{1 + \frac{1}{m}} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cdot \frac{1}{n} \sin n \omega_a t$$

wirkt ²⁾.

¹⁾ Riemann-Weber, Partielle Differentialgleichungen der Physik. Bd. I. S. 83. Formel 1).

²⁾ Die konstante Spannung E in Gleichung 36) ruft keinen Strom, sondern nur eine um E vermehrte Kondensatorspannung hervor.

Nach bekannten Regeln hat man somit für den Strom i_2 den Ausdruck anzuschreiben:

$$i_2 = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{\mathcal{Q}_1}{\mathcal{Q}_3} \cdot E \frac{1 - \frac{1}{m}}{1 + \frac{1}{m}} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{n} \frac{\sin(n\omega_a t - \varphi_n)}{\sqrt{R_1^2 + \left(\mathcal{Q}_1 n \omega_a - \frac{1}{C_2 n \omega_a}\right)^2}} \quad (37)$$

$$\operatorname{ctg} \varphi_n = \frac{R_1}{\mathcal{Q}_1 n \omega_a - \frac{1}{C_2 n \omega_a}} \quad (38)$$

Für den Maschinenstrom gilt:

$$i_1 = J_3 + \frac{\mathcal{Q}_1}{\mathcal{Q}_3} \cdot \frac{2}{\pi} \cdot E \frac{1 - \frac{1}{m}}{1 + \frac{1}{m}} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{n} \frac{\sin(n\omega_a t - \varphi_n)}{\sqrt{R_1^2 + \left(\mathcal{Q}_1 n \omega_a - \frac{1}{C_2 n \omega_a}\right)^2}} \quad (39)$$

Man überzeugt sich leicht, daß für die Spannung an der Maschine und ihrem Kondensator folgender Ausdruck gilt:

$$V_2 = E + \frac{\mathcal{Q}_1}{\mathcal{Q}_3} \cdot \frac{2}{\pi} \cdot E \frac{1 - \frac{1}{m}}{1 + \frac{1}{m}} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{n} \cdot \frac{1}{C_2 n \omega_a} \cdot \frac{\cos(n\omega_a t - \varphi_n)}{\sqrt{R_1^2 + \left(\mathcal{Q}_1 n \omega_a - \frac{1}{C_2 n \omega_a}\right)^2}} \quad (40)$$

Sie setzt sich also aus der induzierten Gleichspannung E und einer ihr überlagerten mehrwelligen Wechselspannung zusammen. Die Amplitude der n^{ten} Oberwelle beträgt:

$$V_{2n} = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{\mathcal{Q}_1}{\mathcal{Q}_3} \cdot E \frac{1 - \frac{1}{m}}{1 + \frac{1}{m}} \cdot (-1)^{n+1} \cdot \frac{1}{n C_2 n \omega_a} \cdot \frac{1}{\sqrt{R_1^2 + \left(\mathcal{Q}_1 n \omega_a - \frac{1}{C_2 n \omega_a}\right)^2}} \quad (41)$$

Wir müssen nun 3 Fälle unterscheiden:

1. Der Kondensator C_2 ist so groß, daß weder die Grundwelle im Ausdruck 41), noch irgend eine Oberwelle mit der Eigenschwingung des aus Maschineninduktivität und Maschinenkondensator bestehenden Kreises in Resonanz treten kann. Alsdann können wir in dem Ausdruck 41) den Maschinenwiderstand R_1 und Kapazitätswiderstand $\frac{1}{C_2 n \omega_a}$ gegen den induktiven Widerstand streichen. Wir erhalten:

$$V_{2n} = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{\mathcal{Q}_1}{\mathcal{Q}_3} \cdot E \frac{1 - \frac{1}{m}}{1 + \frac{1}{m}} \cdot (-1)^{n+1} \cdot \frac{1}{n} \cdot \frac{1}{C_2 n \omega_a} \cdot \frac{1}{\mathcal{Q}_1 n \omega_a} \quad (42)$$

In dem vorliegenden Falle nehmen die Amplituden mit der dritten Potenz der Ordnungszahl n ab. Sprünge kommen daher in der Klemmenspannung der Maschine und des Schutzkondensators nicht vor. Wir können uns auf die Grundwelle beschränken. Diese hat, wenn wir die Kreisfrequenz der Eigenschwingung des Maschinenkreises mit ω_2 bezeichnen:

$$\omega_2^2 = \frac{1}{\mathcal{Q}_1 C_2} \quad (43)$$

die Größe:

$$V_{21} = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{\mathcal{L}_1}{\mathcal{L}_3} \cdot E \cdot \frac{1 - \frac{1}{m} \cdot \frac{\omega_2^2}{\omega_a^2}}{1 + \frac{1}{m}} \quad (44)$$

Der ziemlich kräftige Sprung am Hauptkondensator macht sich jetzt nur in einer kleinen Welle am Maschinenkondensator bemerkbar. Diese ist um so kleiner, je größer die Induktivität der Drosselspule gegenüber der Induktivität der Maschine ist und je tiefer der elektrische „Maschinenton“ (ω_2) zum akustischen Tone (ω_a) der Station liegt.

2. Der Kondensator C_2 sei so klein, daß eine der Oberwellen in Resonanz treten kann. Es sei aber der akustische Ton so eingestellt, daß die Stelle der Resonanz zwischen der k^{ten} und $(k+1)^{\text{ten}}$ Oberwelle liegt. Dann können wir bis zur k^{ten} Oberwelle R_1 und $\mathcal{L}_1 n \omega_a$ gegen $\frac{1}{C_2 n \omega_a}$ streichen.

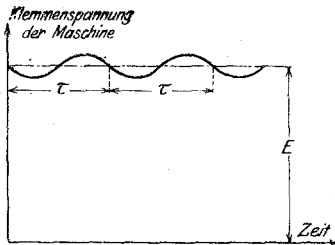


Bild 12. Klemmenspannung der Maschine bei sehr großem Kondensator C_2 (Bild 6). Resonanz kann nicht eintreten.

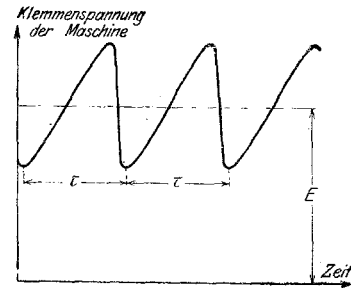


Bild 13. Der Kondensator C_2 (Bild 6) ist kleiner, als es in Bild 12 angenommen ist. Es kann Resonanz eintreten. Aber sie tritt zufälligerweise nicht ein.

Bis zur k^{ten} Oberwelle ist daher

$$V_{2n} = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{\mathcal{L}_1}{\mathcal{L}_3} \cdot E \cdot \frac{1 - \frac{1}{m} \cdot \frac{(-1)^{n+1}}{n}}{1 + \frac{1}{m}} \quad (45)$$

Von der k^{ten} Oberwelle ab vernachlässigen wir wie unter 1) R_1 und $C_2 n \omega_a$ gegen $L_1 n \omega_a$ und erhalten:

$$V_{2n} = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{\mathcal{L}_1}{\mathcal{L}_3} \cdot E \cdot \frac{1 - \frac{1}{m} \cdot \frac{(-1)^{n+1}}{n}}{1 + \frac{1}{m}} \cdot \frac{1}{n^3 C_2 \mathcal{L}_1 \cdot \omega_a^2} \quad (46)$$

Im Falle 2 stimmen daher bis zur k^{ten} Oberwelle die Amplituden bis auf den konstanten Faktor $\frac{\mathcal{L}_1}{\mathcal{L}_3}$ überein, mit den Amplituden der Oberwellen der Drosselspulenspannung $\mathcal{L}_3 \frac{dJ_3}{dt}$. Von der k^{ten} Oberwelle ab sind sie kleiner. Die Klemmenspannung von Maschine und ihres Kondensators hat daher etwa das Aussehen (Bild 13). Die Schwankung der Spannung ist rund der $\frac{\mathcal{L}_1}{\mathcal{L}_3}$ te Teil der Schwankung der Drosselspulenspannung.

3. Die k^{te} Oberwelle trete mit dem Schutzkreise in Resonanz. Dann ist

$$\mathcal{L}_1 k \omega_a - \frac{1}{C_2 k \omega_a} = 0 \quad (47)$$

Die k^{te} Harmonische muß alsdann in der Klemmenspannung der Maschine und ihres Kondensators besonders stark hervortreten. Im übrigen treffen noch Bild 13) und die Überlegungen unter 2 zu. Die Amplitude der k^{ten} Harmonischen beträgt:

$$V_{2k} = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{\mathcal{L}_1}{\mathcal{L}_3} \cdot E \cdot \frac{1 - \frac{1}{m}}{1 + \frac{1}{m}} \cdot \frac{1}{R_1} \cdot \frac{1}{k^2 \cdot C_2 \omega_a} \quad (48)$$

Da Resonanz bestehen soll, muß die Maschinenkapazität gerade eine solche Größe haben, daß

$$k^2 \omega_a^2 = \frac{1}{\mathcal{L}_1 C_2} \quad (49)$$

ist. Mit dieser Beziehung erhalten wir:

$$V_{2k} = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{\mathcal{L}_1}{\mathcal{L}_3} \cdot E \cdot \frac{1 - \frac{1}{m}}{1 + \frac{1}{m}} \cdot \frac{\mathcal{L}_1}{R_1} \cdot \omega_a \quad (50)$$

Wenn auch $\frac{\mathcal{L}_1}{\mathcal{L}_3}$ nach Voraussetzung eine kleine Zahl ist, so kann V_{2k} doch groß gegen E ausfallen, da der Ausdruck 50) noch den Faktor enthält $\frac{\mathcal{L}_1 \omega_a}{R_1}$.

Zahlenbeispiel: Es sei $\frac{\mathcal{L}_1}{\mathcal{L}_3} = \frac{1}{2}$; $\mathcal{L}_1 = 15$ Henry; $R_1 = 1000$ Ohm; $\omega_a = 250 \cdot 2\pi$;

$m = 3$ (Schaltung Bild 4). Dann ist

$$V_{2k} = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{1}{2} \cdot E \cdot \frac{2}{4} \cdot \frac{15}{1000} \cdot 250 \cdot 2\pi = E \cdot 3,75.$$

Da außerdem dauernd am Maschinenkondensator die Spannung E liegt, so ist die Maschine vorübergehend der 4,75fachen Spannung ausgesetzt (Bild 14).

In dem Ausdrucke 50) für die Resonanzspannung ist die Ordnungszahl k und die Schutzkapazität C_2 nicht enthalten. Dies zeigt, daß die Resonanzspannung unabhängig von beiden ist. Es ist daher für die Spannungsbeanspruchung praktisch ganz gleich, bei welcher Oberwelle Resonanz erfolgt. Die 10^{te} Oberwelle würde nach Formel 50) dieselbe Resonanzspannung wie die erste hervorrufen. Dies ist allerdings nur richtig, wenn der Widerstand für alle Oberwellen gleich wäre. In Wirklichkeit steigt er mit der Ordnungszahl infolge von Stromverdrängung und Wirbelströmen an. Je höher nun die Oberwelle liegt, die Resonanz hervorruft, um so kleiner braucht bei ge-

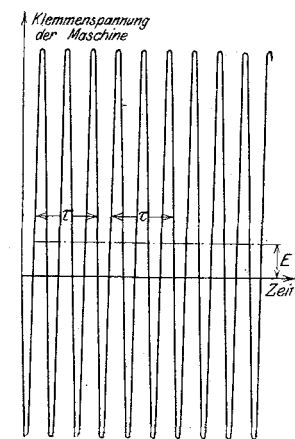


Bild 14. Es tritt eine Überspannung an der Maschine infolge von Resonanz ein.

gebener Maschineninduktivität die Kapazität C_2 zu sein, um die Resonanz herzustellen. Wenn kein besonderer Schutzkondensator der Maschine parallel liegt, stimmt der Wert der Kapazität C_2 mit der Eigenkapazität der Maschine überein. Trotzdem diese klein ist, kann sie somit doch Anlaß zu einer nicht unbeträchtlichen Resonanzspannung sein.

6. Zweite Annäherung. Zweite Stufe. Bei der ersten Annäherung waren wir davon ausgegangen, daß die Klemmenspannung der Maschine konstant gleich E

sei. Maschinenwiderstand und Induktivität wurden vernachlässigt. Unter dieser Voraussetzung hatten wir den Strom J_3 berechnet. Bei der ersten Stufe der zweiten Annäherung gaben wir uns den Strom in der Drosselspule zu J_3 . Wir berücksichtigten Maschinenwiderstand und Maschineninduktivität. Unser Ziel war die Klemmenspannung der Maschine. Offenbar ist nur dann unsere bisherige zweite Annäherung zu gebrauchen, wenn wir zu einer Klemmenspannung der Maschine kommen, die gleich oder doch angenähert mit dem konstanten Werte E übereinstimmt. Das trifft für den Fall 1) und 2) des vorigen Abschnittes zu. Aber gerade für den gefährlichen Fall der Resonanz kommen wir zu einer stark von E abweichenden Klemmenspannung. Dies macht den Wert 50) für die Resonanzspannung unsicher. Wir müssen somit noch eine weitere Annäherung suchen. Diese wird indessen nur eine bescheidene Korrektur an dem Werte 50) ergeben.

Wenn wir in allen Zweigen Widerstand und Induktivität berücksichtigen, lauten die Differentialgleichungen unserer Aufgabe:

$$E = i_1 R_1 + \mathcal{L}_1 \frac{di_1}{dt} + \frac{1}{C_2} \int i_2 dt \quad (51)$$

$$E = i_1 R_1 + \mathcal{L}_1 \frac{di_1}{dt} + i_3 R_3 + \mathcal{L}_3 \frac{di_3}{dt} + \frac{1}{C_3} \int i_3 dt \quad (52)$$

$$i_1 = i_2 + i_3 \quad (53)$$

Durch Beseitigung von i_1 erhalten wir:

$$E - R_1 i_3 - \mathcal{L}_1 \frac{di_3}{dt} = R_1 i_2 + \mathcal{L}_1 \frac{di_2}{dt} + \frac{1}{C_2} \int i_2 dt \quad (54)$$

$$E - R_1 i_2 - \mathcal{L}_1 \frac{di_2}{dt} = (R_1 + R_3) i_3 + (\mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_3) \frac{di_3}{dt} + \frac{1}{C_3} \int i_3 dt \quad (55)$$

Wir setzen nun:

$$i_3 = J + i_z \quad (56)$$

und bestimmen J aus der Differentialgleichung:

$$E = (R_1 + R_3) J + (\mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_3) \frac{dJ}{dt} + \frac{1}{C_3} \int J dt \quad (57)$$

oder bei Vernachlässigung von $(R_1 + R_3) J$ aus der Differentialgleichung:

$$E = (\mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_3) \frac{dJ}{dt} + \frac{1}{C_3} \int J dt$$

Wir fordern weiter vom Strome J , daß er die Bedingungen unseres Problems erfüllen soll: Nämlich 1. daß J zu Anfang und zu Ende eines Ladespiels denselben Wert annehmen soll und daß 2. die Kondensatorspannung $\frac{1}{C_3} \int J dt$ am Anfang des

Ladespiels einen Sprung von V_a auf V_e machen soll, wo $V_e = \frac{1}{m} V_a$;

$$V_a = E + E \cdot \frac{1 - \frac{1}{m}}{1 + \frac{1}{m}} \text{ ist.}$$

Der Vergleich mit der Differentialgleichung 6) und 9) lehrt, daß J im wesentlichen mit J_3 übereinstimmen muß. Der einzige Unterschied gegenüber der Gleichung 6) besteht darin, daß an Stelle der Induktivität \mathcal{L}_3 die Summe $(\mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_3)$ getreten ist.

Für die Ladung des Hauptkondensators kommt daher nicht, wie die erste Annäherung ergab, die Kreisfrequenz $\omega_3 = \frac{1}{\sqrt{\mathcal{L}_3 C_3}}$, sondern die Kreisfrequenz:

$$\omega_{13} = \frac{1}{\sqrt{(\mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_3) C_3}} \quad 58)$$

in Betracht.

Auf die Kurvenform der Spannung am Hauptkondensator und auf die Kurvenform des Stromes i_3 oder J hat dies nur geringen Einfluß. Ja, wenn wir die Werte des Verhältnisses k (Ausdruck 25) (Frequenz des akustischen Tones, Frequenz des elektrischen Ladetones) auf die Kreisfrequenz ω_{13} beziehen, so gilt die Tabelle S. 201 ebenfalls für Anfangs- und Maximalwerte von J .

Wir hatten früher bei Vernachlässigung der Maschineninduktivität gefunden, daß die Schwankungen $F(t)$ der Spannung des Hauptkondensators um den Wert E gleich der Spannung an der Drosselspule ist. Jetzt gilt dies nicht mehr. Nach Gleichung 57) ist nicht der Wert $-\mathcal{L}_3 \frac{dJ}{dt}$, sondern vielmehr erst der Wert

$$-(\mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_3) \frac{dJ}{dt} = F(t) \quad 58 a)$$

Der Strom J ist, ebenso wie die der Strom J_3 bei praktischen Werten von k ein Gleichstrom mit kleinen, überlagerten, spitz aneinander stoßenden Bogen (Bild 9).

Vom Strome i_z setzen wir folgendes voraus:

1. Er sei ein Wechselstrom. Seine Kreisfrequenz liege genau so hoch oder höher als die des akustischen Tones ω_a . Er sei klein gegenüber J . Seine Amplitude sei von der Größenordnung der Amplitude der im pulsierenden Gleichstrom J steckenden Wechselströme. Mit diesen Anforderungen an den Berichtigungsstrom i_z erfüllt der Gesamtstrom $i_3 = J + i_z$ zwar nicht genau, aber doch in guter Annäherung die Bedingung, daß er zu Anfang und Ende des Ladespiels gleich groß sein soll¹⁾.

2. Der Hauptkondensator wird geladen von dem Strome J und dem Zusatzstrome i_z . Da J groß gegen i_z ist, und da weiter J praktisch ein Gleichstrom, i_z dagegen ein Wechselstrom hoher Frequenz ist, wird die Spannung am Ende eines Ladespiels nur ganz wenig vom Strome i_z beeinflusst werden. In diesem Falle ist durch die Bestimmung von J bereits gewährleistet, daß die Spannung am Anfang des Ladespiels zwar nicht ganz genau, aber doch in vorzüglicher Annäherung von

$$V_a = E + E \frac{1 - \frac{1}{m}}{1 + \frac{1}{m}} \text{ auf } V_e = E - E \frac{1 - \frac{1}{m}}{1 + \frac{1}{m}}$$

springt.

3. Wir hatten vorhin gesehen, daß die induktive Spannung $-(\mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_3) \frac{dJ}{dt}$ übereinstimmt mit der Schwankung der Spannung des Hauptkondensators um E . Diese induktive Spannung rührt von den kleinen Wechselströmen in der J -Kurve her. Da i_z mit diesen Wechselströmen vergleichbar sein soll, so ist mit unseren Forderungen verträglich, daß die induktive Spannung $(\mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_3) \frac{di_z}{dt}$ mit E von der gleichen Größenordnung ist.

Die folgende Überlegung klärt uns vielleicht noch weiter über die Eigenschaften des Berichtigungsstromes i_z auf. Es werde an die Maschinenklemmen künstlich eine Wechselspannung hoher Frequenz und hohen Wertes gebracht. Da die Kreisfrequenz ω_3 des Schwingungskreises aus Drosselspule und Hauptkondensator sehr

¹⁾ Die zweite Stufe der zweiten Annäherung wird ergeben, daß i_z ein mehrwelliger Wechselstrom ist, dessen Grundwelle mit der Frequenz des akustischen Tones übereinstimmt. Alsdann ist die Forderung, daß der Strom i_z und daher auch der Strom i_3 am Anfang und Ende eines Ladespiels dieselben Werte annehmen soll, genau erfüllt.

tief liegt, so bedeutet der Hauptkondensator für diese aufgedrückten raschen Schwingungen einen Kurzschluß. Die Spannungsänderungen an ihm sind außerordentlich klein gegenüber der aufgedrückten Spannung. Die aufgedrückte Spannung wird praktisch ganz von der Drosselspule aufgenommen, die aber infolge ihrer großen Induktivität und der hohen Frequenz nur einen kleinen Strom durchläßt. Dagegen ist die Spannung an der Drosselspule selbst wiederum gleich der aufgedrückten hohen Spannung. Wir treffen also hier unsere Merkmale wieder: unwesentliche Änderung der Spannung am Hauptkondensator, geringe Änderung des Stromes J , aber nicht unbeträchtliche Größe der induktiven Spannung.

Unter Benutzung von 56) erhalten wir jetzt die drei Gleichungen:

$$E - R_1 J - \mathfrak{L}_1 \frac{dJ}{dt} - R_1 i_z - \mathfrak{L}_1 \frac{di_z}{dt} = R_1 i_2 + \mathfrak{L}_1 \frac{di_2}{dt} + \frac{1}{C_2} \int i_2 dt \quad (59)$$

$$E - R_1 i_2 - \mathfrak{L}_1 \frac{di_2}{dt} = (R_1 + R_3)J + (\mathfrak{L}_1 + \mathfrak{L}_3) \frac{dJ}{dt} + \frac{1}{C_3} \int J dt + \\ + (R_1 + R_3)i_z + (\mathfrak{L}_1 + \mathfrak{L}_3) \frac{di_z}{dt} + \frac{1}{C_3} \int i_z dt \quad (60)$$

$$E = (R_1 + R_3)J + (\mathfrak{L}_1 + \mathfrak{L}_3) \frac{dJ}{dt} + \frac{1}{C_3} \int J dt \quad (61)$$

Im Gegensatz zu früher haben wir in der letzten Gleichung das Glied $(R_1 + R_3)J$ beibehalten. Da J praktisch ein Gleichstrom ist, bedeutet dies, daß die Spannung, die für den Hauptkondensator in Betracht kommt, nicht E sondern $\mathfrak{E} = E - J(R_1 + R_3)$ ist. Wir wollen aber in Zukunft, um uns nicht mit Schwierigkeiten analytischer Natur zu belasten, wieder $\mathfrak{E} = E$ setzen.

Aus 60) und 61) folgt:

$$-R_1 i_2 - \mathfrak{L}_1 \frac{di_2}{dt} = (R_1 + R_3)i_z + (\mathfrak{L}_1 + \mathfrak{L}_3) \frac{di_z}{dt} \quad (62)$$

Hier haben wir die Kondensatorspannung $\frac{1}{C_3} \int i_z dt$ gegen $(\mathfrak{L}_1 + \mathfrak{L}_3) \frac{di_z}{dt}$ vernachlässigt, weil sie nach unseren Voraussetzungen über i_z sehr klein ist. Somit erhalten wir aus 62)

$$-\mathfrak{L}_1 \frac{di_z}{dt} = \frac{\mathfrak{L}_1}{(\mathfrak{L}_1 + \mathfrak{L}_3)} \cdot \left\{ (R_1 + R_3)i_z + R_1 i_2 + \mathfrak{L}_1 \frac{di_2}{dt} \right\} \quad (63)$$

Dies eingesetzt in die Gl. 59) liefert:

$$E - R_1 J - \mathfrak{L}_1 \frac{dJ}{dt} + i_z \cdot \frac{(\mathfrak{L}_1 R_3 - \mathfrak{L}_3 R_1)}{(\mathfrak{L}_1 + \mathfrak{L}_3)} = R_1 \frac{\mathfrak{L}_3}{(\mathfrak{L}_1 + \mathfrak{L}_3)} i_2 \\ + \mathfrak{L}_1 \cdot \frac{\mathfrak{L}_3}{(\mathfrak{L}_1 + \mathfrak{L}_3)} \frac{di_2}{dt} + \frac{1}{C_2} \int i_2 dt \quad (64)$$

E ist eine konstante Spannung; das gleiche gilt von der Spannung JR_1 , da J praktisch ein Gleichstrom ist. Wir wollen diesen Ohmschen Spannungsabfall gegen E vernachlässigen. $i_z \cdot \frac{\mathfrak{L}_1 R_3 - \mathfrak{L}_3 R_1}{(\mathfrak{L}_1 + \mathfrak{L}_3)}$ stellt ebenfalls einen Ohmschen Spannungsabfall dar. Er ist von der Größenordnung des Ohmschen Spannungsabfalls der in J steckenden kleinen Wechselströme, der bereits vernachlässigt wurde. Wir streichen somit auch ihn. Diese Vernachlässigung gilt streng, wenn $\mathfrak{L}_1 R_3 - \mathfrak{L}_3 R_1 = 0$, also wenn $\frac{\mathfrak{L}_3}{R_3} \cdot \frac{R_1}{\mathfrak{L}_1} = 1$ ist. Unsere Differentialgleichung 64) schrumpft somit zu folgender zusammen:

$$E - \mathfrak{L}_1 \frac{dJ}{dt} = R_1 \cdot \frac{\mathfrak{L}_3}{(\mathfrak{L}_1 + \mathfrak{L}_3)} i_2 + \mathfrak{L}_1 \frac{\mathfrak{L}_3}{(\mathfrak{L}_1 + \mathfrak{L}_3)} \frac{di_2}{dt} + \frac{1}{C_2} \int i_2 dt \quad (65)$$

In der Form stimmt sie mit Gl. 31) und 36) überein. Nur steht jetzt auf der rechten Seite nicht der Maschinenwiderstand R_1 , sondern der kleinere Widerstand $R_1 \frac{\mathcal{L}_3}{\mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_3}$. Auch finden wir rechts nicht die Maschineninduktivität \mathcal{L}_1 , sondern die kleinere Induktivität $\mathcal{L}_1 \frac{\mathcal{L}_3}{\mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_3}$ vor. Die Kapazität dagegen stimmt wieder mit C_2 überein. Auf der linken Seite steht wieder die konstante Spannung E . Außer ihr finden wir die mit der Spannung $F(t)$ nah verwandte Wechselspannung $\mathcal{L}_1 \frac{dJ}{dt} = g(t)$ vor. Nach unseren jetzigen Erfahrungen muß $-(\mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_3) \frac{dJ}{dt}$ mit $F(t)$ (Gl. 58 a) übereinstimmen. Die Spannung $-\mathcal{L}_1 \frac{dJ}{dt} = g(t)$, setzt sich daher aus Einzelwellen von der Amplitude $\frac{2}{\pi} \cdot \frac{\mathcal{L}_1}{(\mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_3)} \cdot E \cdot \frac{1 - \frac{1}{m}}{1 + \frac{1}{m}} \cdot \frac{(-1)^{n+1}}{n}$ zusammen.

Es ist daher

$$g(t) = -\mathcal{L}_1 \frac{dJ}{dt} = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{\mathcal{L}_1}{(\mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_3)} \cdot E \cdot \frac{1 - \frac{1}{m}}{1 + \frac{1}{m}} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cdot \frac{1}{n} \sin n \omega_a t \quad (66)$$

Unsere Differentialgleichung 65) beschreibt daher Spannungen und Ströme eines Stromkreises aus dem Widerstand $R = R_1 \frac{\mathcal{L}_3}{\mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_3}$, der Induktivität $\mathcal{L} = \mathcal{L}_1 \cdot \frac{\mathcal{L}_3}{(\mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_3)}$ und der Kapazität C_2 , auf dessen Klemmen die konstante Spannung E und die Wechselspannung $g(t)$ (Ausdruck 66) einwirkt.

Uns interessiert im wesentlichen nur die Spannung an der Maschine und ihrem Kondensator. Wir können von ihr genau so wie früher sagen, daß sie aus einer Gleichspannung E besteht, über die sich eine mehrwellige Wechselspannung herüberlagert. Die n^{te} Oberwelle hat die Amplitude:

$$V_{2n} = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{\mathcal{L}_1}{(\mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_3)} \cdot E \cdot \frac{1 - \frac{1}{m}}{1 + \frac{1}{m}} \cdot (-1)^{n+1} \cdot \frac{1}{n C_2 n \omega_a} \cdot \frac{1}{\sqrt{R_1^2 \alpha^2 + \left(\mathcal{L}_1 \alpha n \omega_a - \frac{1}{C_2 n \omega_a} \right)^2}} \quad (67)$$

Es ist somit:

$$V_2 = E + \frac{2}{\pi} \cdot \frac{\mathcal{L}_1}{(\mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_3)} \cdot E \cdot \frac{1 - \frac{1}{m}}{1 + \frac{1}{m}} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cdot \frac{1}{n \cdot C_2 n \omega_a} \cdot \frac{\cos(n \omega_a t - \varphi_n)}{\sqrt{R_1^2 \alpha^2 + \left(\mathcal{L}_1 \alpha n \omega_a - \frac{1}{C_2 n \omega_a} \right)^2}} \quad (68)$$

$$\alpha = \frac{\mathcal{L}_3}{(\mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_3)} \quad (69)$$

Wir haben jetzt wieder 3 Fälle zu unterscheiden:

1. Der Kondensator C_2 ist so groß, daß die Kreisfrequenz

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{\mathcal{L}_1 \cdot \frac{\mathcal{L}_3}{(\mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_3)} \cdot C_2}} \quad (70)$$

unterhalb ω_a liegt.

2. Die vorige Bedingung ist nicht erfüllt; die k^{te} Oberwelle ($k\omega_a$) möge mit der Eigenschwingung des Kreises aus der Kapazität C_2 und der Induktivität $\mathcal{L}_1 \frac{\mathcal{L}_3}{\mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_3}$ in Resonanz treten können. Aber es sei ω_a so gewählt, daß die Resonanz nicht auftritt.

3. Die k^{te} Oberwelle trete in Resonanz. Es sei also

$$k^2 \omega_a^2 = \frac{1}{\mathcal{L}_1 \frac{\mathcal{L}_3}{(\mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_3)} \cdot C_2} \quad (71)$$

In den Fällen 1. und 2. kommen wir in bezug auf die Kondensator- und Maschinenspannung zu denselben Schlüssen wie im Abschnitt 5. Im Falle der Resonanz liegt indessen, wie man sich leicht überzeugt, die Maschinenspannung nicht wie bei der ersten Stufe der zweiten Annäherung bei dem um E vermehrten Werte 48) sondern bei dem Werte:

$$V_{2k} = E + \frac{2}{\pi} \cdot \frac{\mathcal{L}_1}{(\mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_3)} \cdot E \frac{1 - \frac{1}{m}}{1 + \frac{1}{m}} \cdot \frac{1}{k^2 C_2 \omega_a^2 R_1 \frac{\mathcal{L}_3}{\mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_3}} \quad (72)$$

Mit Rücksicht auf die Beziehung 71) so gilt auch der etwas einfachere Ausdruck:

$$V_{2k} = E + \frac{2}{\pi} \cdot \frac{\mathcal{L}_1}{(\mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_3)} \cdot E \frac{1 - \frac{1}{m}}{1 + \frac{1}{m}} \cdot \frac{\mathcal{L}_1 \omega_a}{R_1} \quad (73)$$

Würde man in Gl. 64) das Glied $i_z \frac{(\mathcal{L}_1 R_3 - \mathcal{L}_3 R_1)}{\mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_3}$ berücksichtigen, so würde man in dem obigen Ausdrucke an Stelle von R_1 den von R_1 in praktischen Fällen im allgemeinen nur wenig verschiedenen Wert: $R_1 \left\{ 1 + \frac{R_3}{R_1} \cdot \frac{\mathcal{L}_1^2}{\mathcal{L}_3 (\mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_3)} \left[1 - \frac{\mathcal{L}_3}{R_3} \cdot \frac{R_1}{\mathcal{L}_1} \right] \right\}$ (vgl. auch S. 215) erhalten haben.

Auch die zweite Stufe der zweiten Annäherung führt auf die Werte der Resonanzspannung V_{2r} , die nicht unbeträchtlich die Maschinenspannung E übersteigen können. Auch jetzt ergibt sich wieder Unabhängigkeit der Resonanzspannung von der Ordnungszahl der in Resonanz tretenden Oberwelle und von der Größe der Maschinenkapazität. Die im Anschluß an die erste Stufe der zweiten Annäherung gezogenen Schlüsse bleiben daher qualitativ bestehen. Quantitativ ist insofern eine Änderung eingetreten, als der Bruch $\frac{\mathcal{L}_1}{\mathcal{L}_3}$ im Ausdruck 50) durch den Bruch $\frac{\mathcal{L}_1}{\mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_3}$ im Ausdruck 71) ersetzt erscheint.

Wir werfen nochmals einen Blick auf dieses Kapitel zurück. Seine Bedeutung besteht in der Zuziehung eines Berichtigungstromes i_z . Wir brauchten ihn nicht zu berechnen, sondern konnten ihn aus der Gleichung 59) wieder beseitigen. Wir könnten ihn jetzt aber nach Kenntnis der Kondensatorspannung V_2 nach der Gleichung 63) leicht berechnen (was aber nicht unbedingt notwendig ist). Bei der ersten Stufe der zweiten Näherung ergab sich ein Widerspruch darin, daß das Zustandekommen des Stromes J_3 die Gleichspannung E an der Maschine zur Voraussetzung hatte, im Falle der Resonanz sich indessen außer dieser Gleichspannung noch eine hohe zusätzliche Wechselspannung ergab. Bei der zweiten Stufe verlangt

zwar der Strom J ebenfalls eine konstante Maschinenspannung. Aber durch Einfügen des Berichtigungstromes i_z wird der Möglichkeit Rechnung getragen, daß die Maschinenspannung eine hohe zusätzliche Wechselspannung enthalten kann. Ein Widerspruch tritt jetzt also bei Resonanz nicht mehr auf.

Die in Resonanz befindliche Oberwelle des Stromes i_z hat die Größe

$$i_{zr} = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{\mathcal{L}_1}{(\mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_3)} \cdot E \cdot \frac{1 - \frac{1}{m}}{1 + \frac{1}{m}} \cdot \frac{\mathcal{L}_1}{R_1 k \cdot \mathcal{L}_3} \sin k \omega_a t \quad (74)$$

Wir sehen auch, daß unsere Annahmen über i_z zutreffen:

1. i_z ist ein Wechselstrom von der gleichen oder höheren Kreisfrequenz als die Ladekreisfrequenz ω_a .
2. Wenn keine Resonanz vorliegt, ist i_z klein.
3. Wenn Resonanz vorliegt, ist i_z klein, wenn eine hohe Oberwelle (k groß) in Resonanz tritt.
4. Wenn eine niedrige Welle in Resonanz tritt, ist der Strom i_z zwar nicht mehr klein, aber er hat am Anfang und Ende der Ladeperiode den gleichen Wert, so daß er die Bedingung: $i_3 = J + i_z$, müsse für die Zeitpunkte $t = 0$, $t = \tau$ gleich groß sein, nicht verletzt.

Wir haben somit jetzt eine in sich widerspruchslose Lösung erhalten.

7. Ein Maschinendurchschlag und Versuch seiner Erklärung. Wie bereits oben mitgeteilt, hatte ich Gelegenheit, eine Gleichstromhochspannungsmaschine in eine nach Bild 4 arbeitende Station einzubauen. Die Maschine besteht aus 2 getrennten Teilmaschinen; jede Teilmaschine hat 2 Kollektoren. Jedem Kollektor ist eine Spannung von 2500 Volt zu entnehmen. Bei Hintereinanderschaltung gibt die Maschine somit 10000 Volt. In ein und derselben Nut liegen jedesmal Wicklungen, die mit 2 verschiedenen Kollektoren verbunden sind (Bild 15). Die Isolation zwischen ihnen ist betriebsmäßig maximal mit 2500 Volt beansprucht. Bei der Prüfung in der Fabrik war sie einer Wechselspannung von 12000 Volt ausgesetzt worden. In der Fabrik hatte sie somit einer Maximalspannung von 17000 Volt widerstehen können.

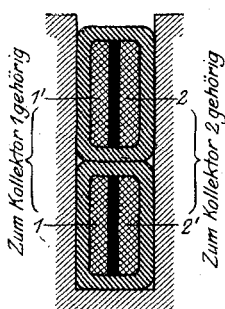


Bild. 15.
Nut der behandelten
Gleichstrom-Hoch-
spannungsmaschine.

Es war anfangs meine Absicht, einen Kondensator von rund $\frac{1}{100}$ Mikrofara, den man als betriebsmäßigen Schutz für die Maschine vorgesehen hatte, auch hier der Maschine parallel zu schalten. Ich sah aber schließlich von ihm ab, weil nach meinem physikalischen Gefühl durch ihn Resonanzüberspannungen hätten hervorgerufen werden können. Die Maschine schlug nach einem Betrieb von 10 Minuten durch. Da ich die Maschine gegen Wanderwellen bereits durch die vorgeschalteten Drosselspulen genügend geschützt ansah (vgl. Abschnitt 10), lag die Vermutung nahe, daß vielleicht die Eigenkapazität der Maschine die Resonanzüberspannung verschuldet haben könnte. Diese Ansicht hat durch die vorliegende Untersuchung insofern eine wesentliche Stütze erhalten, als sich gezeigt hat, daß die Resonanzüberspannung unabhängig von der der Maschine parallel geschalteten Kapazität ist. Es kann bereits eine kleine Eigenkapazität der Maschine zu hohen Resonanzspannungen Anlaß geben. Die Untersuchung in der Fabrik ergab, daß die Durchschlagsstelle in der Bild 15 schwarz hervorgehobenen Isolierschicht zwischen zwei benachbarten Kollektorwicklungen lag. Grad hier sind nach unserer Theorie die hohen Spannungen zu erwarten. Eine weitere Stütze erhielt meine Ansicht durch Nachrechnung der Resonanz-

spannung. Allerdings konnte die Formel 73) nicht unmittelbar auf den vorliegenden Fall angewendet werden. Dies lag an zwei Gründen. Erstens entspricht das Schaltungsschema der aus zwei Doppelkollektoren bestehenden Maschinen dem Bild 16 und nicht dem Bild 6. Die Maschinenkapazität liegt je einem Anker parallel und nicht der gesamten Maschineninduktivität, zu der auch noch die Induktivität der Wendepole gehört¹⁾. Außerdem haben wir es nicht mit „konzentrierter“ Kapazität, sondern mit „verteilter“ Kapazität zu tun. Wir werden indessen leicht die hierdurch notwendigen Erweiterungen unseres Ausdrucks für die Resonanzspannung herleiten können.

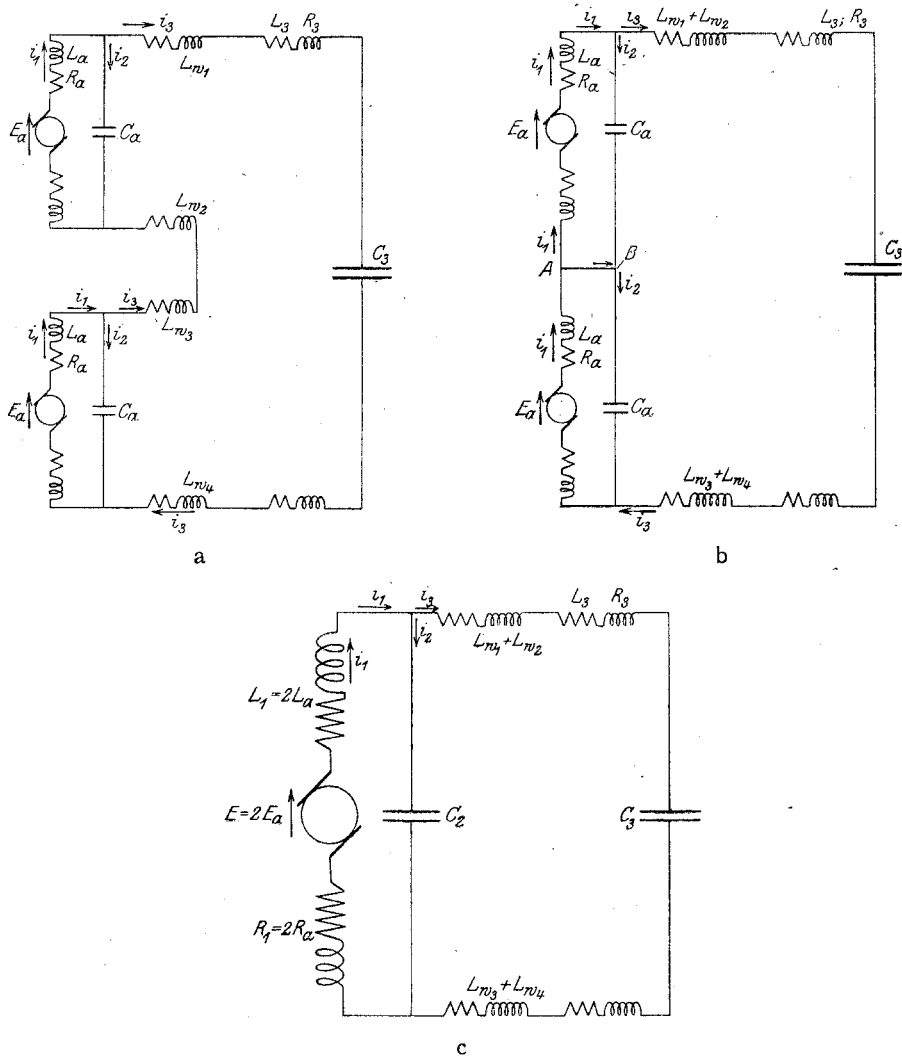


Bild 16. Zurückführung einer Vier-Kollektormaschine auf den bereits behandelten Fall.

- Schaltung bei vier Kollektoren.
- Schaltung nach Umlegung der Wendepolwicklung.
- Schaltung nach einer Vereinfachung von 16b. Grundsätzlich dieselbe Schaltung wie Bild 6.

a) Erweiterung für den Fall einer 4-Kollektormaschine. Für beide Anker werden wir Widerstand, Induktivität und Kapazität, die wir vorläufig als „konzentrierter“ ansehen, als gleich voraussetzen. Wie ein Blick auf Bild 16 lehrt,

¹⁾ Die Kapazität der Wendepole ist sehr klein im Vergleich zu der des Ankers.

folgt aus der Symmetrie des elektrischen Gebildes, das von vornherein die Ströme in den Ankern gleichgesetzt werden können. Desgleichen die Ströme in den den Ankern parallel liegenden Kapazitäten. Dies ist bereits in der Bezeichnungsweise (Bild 16a) zum Ausdruck gekommen. Weiter lehrt der Augenschein, daß die Wendepole genau so wirken, wie eine Vergrößerung der vorgeschalteten Drosselspulen. Ihre Induktivität und ihr Widerstand soll daher in den Werten \mathfrak{L}_3 und R_3 enthalten sein¹⁾.

Infolgedessen kann das Schaltungsschema 16a durch das Schaltungsschema 16b ersetzt werden. In diesem ist die Brücke AB aus Symmetriegründen stromlos. Wir können diese Brücke daher auch weglassen und erhalten bei passender Zusammenfassung von induzierten Spannungen und Leitungskonstanten die Schaltung 16c. Letztere stimmt nun wieder mit der untersuchten Schaltung 6 überein. Man kann nun leicht den Ausdruck für die Resonanzspannung V_{2r} anschreiben, die sich für die Klemmen einer einzigen Doppelkollektormaschine (einen Kondensator C_a) (Bild 16a) ergibt.

¹⁾ Die Vorgänge in unserer Anordnung unterliegen folgenden Differentialgleichungen (vgl. Bild 16a)

$$E_a = R_a i_1 + \mathfrak{L}_a \frac{di_1}{dt} + \frac{1}{C_a} \int i_2 dt \quad (75)$$

$$2 E_a = 2 R_a i_1 + 2 \mathfrak{L}_a \frac{di_1}{dt} + R_3 i_3 + \mathfrak{L}_3 \frac{di_3}{dt} + \frac{1}{C_3} \int i_3 dt \quad (76)$$

$$i_1 = i_2 + i_3 \quad (77)$$

aus 76) und 77) folgt:

$$2 E_a - 2 R_a i_2 - 2 \mathfrak{L}_a \frac{di_2}{dt} = (R_3 + 2 R_a) i_3 + (\mathfrak{L}_3 + 2 \mathfrak{L}_a) \frac{di_3}{dt} + \frac{1}{C_3} \int i_3 dt \quad (78)$$

Wir setzen nun wie früher

$$i_3 = J + i_z$$

und lassen J die Differentialgleichung

$$2 E_a = (R_3 + 2 R_a) J + (\mathfrak{L}_3 + 2 \mathfrak{L}_a) \frac{dJ}{dt} + \frac{1}{C_3} \int J dt \quad (79)$$

und die Bedingungen der Aufgabe erfüllen.

Dann verbleiben zur Bestimmung von i_2 und i_z die beiden folgenden Differentialgleichungen:

$$E_a - R_a J - R_a i_z - \mathfrak{L}_a \frac{dJ}{dt} - \mathfrak{L}_a \frac{di_z}{dt} = R_a i_2 + \mathfrak{L}_a \frac{di_2}{dt} + \frac{1}{C_a} \int i_2 dt \quad (80)$$

$$- 2 R_a i_2 - 2 \mathfrak{L}_a \frac{di_2}{dt} = (R_3 + 2 R_a) i_z + (\mathfrak{L}_3 + 2 \mathfrak{L}_a) \frac{di_z}{dt} \quad (81)$$

Die Kondensatorspannung $\frac{1}{C_3} \int i_z dt$ haben wir wie früher gegen die induktive Spannung $(\mathfrak{L}_3 + 2 \mathfrak{L}_a) \frac{di_z}{dt}$ vernachlässigt.

Aus 81) folgt:

$$\mathfrak{L}_a \frac{di_z}{dt} = \frac{\mathfrak{L}_a}{(\mathfrak{L}_3 + 2 \mathfrak{L}_a)} \left[2 R_a i_2 + 2 \mathfrak{L}_a \frac{di_2}{dt} + (R_3 + 2 R_a) i_z \right] \quad (82)$$

Wir setzen diesen Wert in 80) ein und erhalten:

$$E_a - \mathfrak{L}_a \frac{dJ}{dt} - R_a J - R_a i_z + \frac{\mathfrak{L}_a}{(\mathfrak{L}_3 + 2 \mathfrak{L}_a)} \left[2 R_a i_2 + 2 \mathfrak{L}_a \frac{di_2}{dt} + (R_3 + 2 R_a) i_z \right] = R_a i_2 + \mathfrak{L}_a \frac{di_2}{dt} + \frac{1}{C_a} \int i_2 dt \quad (83)$$

$$E_a - \mathfrak{L}_a \frac{dJ}{dt} - R_a J - R_a i_z \left\{ 1 - \frac{(R_3 + 2 R_a) \mathfrak{L}_a}{R_a (\mathfrak{L}_3 + 2 \mathfrak{L}_a)} \right\} = R_a \frac{\mathfrak{L}_3}{\mathfrak{L}_3 + 2 \mathfrak{L}_a} i_2 + \mathfrak{L}_a \cdot \frac{\mathfrak{L}_3}{\mathfrak{L}_3 + 2 \mathfrak{L}_a} \cdot \frac{di_2}{dt} + \frac{1}{C_a} \int i_2 dt \quad (84)$$

Wir vernachlässigen wie früher die Ohmschen Spannungsabfälle links und erhalten

$$E_a - \mathfrak{L}_a \frac{dJ}{dt} = R_a \frac{\mathfrak{L}_a}{\mathfrak{L}_3 + 2 \mathfrak{L}_a} i_2 + \mathfrak{L}_a \cdot \frac{\mathfrak{L}_3}{(\mathfrak{L}_3 + 2 \mathfrak{L}_a)} \cdot \frac{di_2}{dt} + \frac{1}{C_a} \int i_2 dt \quad (85)$$

Der Form nach stimmt die Gleichung 85) mit der Gleichung 65) überein.

Fußend auf dem aus Gleichung 65) folgenden Ausdruck 73) schreiben wir:

$$V_{2r} = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{\mathcal{L}_a}{L} \cdot E \cdot \frac{1 - \frac{1}{m}}{1 + \frac{1}{m}} \cdot \frac{\omega_a \mathcal{L}_a}{R_a} \quad 86^1))$$

$$E = 2 E_a$$

Unter L_a ist die Ankerinduktivität, unter R_a der Ankerwiderstand einer Doppelkollektormaschine verstanden. L die gesamte Induktivität

$$L = \mathcal{L}_3 + 2 \mathcal{L}_a \quad 87)$$

Die Resonanzkreisfrequenz ω_r kann aus der Beziehung

$$\omega_{2r} = \frac{1}{C_a \mathcal{L}_a \frac{\mathcal{L}_3}{L}} \quad 88)$$

berechnet werden.

Einfluß der verteilten Kapazität. Das Schaltungsschema Bild 16 setzt eine konzentrierte Kapazität voraus. In Wirklichkeit liegt die Kapazität verteilt auf der Ankerwicklung. Welchen Einfluß hat dies auf unser Ergebnis 86?)

Wie schon erwähnt, bestand die Maschine aus zwei Maschinenhälften und jede Hälfte wieder aus einer Doppelkollektormaschine. Bild 15 zeigt die Nut einer Maschinenhälfte. Die Querschnitte 1 und 1' gehören zu einem Kollektor, die Quer-

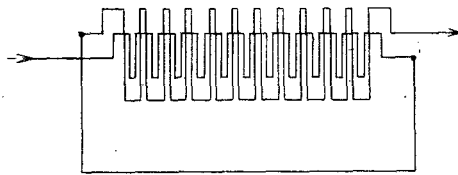


Bild 17. Schaltung der beiden Wicklungen eines Doppelkollektors.

schnitte 2 und 2' zum anderen. Bei normal erregter Maschine beträgt die Spannung zwischen 1 und 1', zwischen 2 und 2' 2500 Volt. Aber auch zwischen den unmittelbar gegenüberliegenden Querschnitten 1 und 2', 1' und 2 beträgt die Spannung, bei der bei der Maschine angewandten Wickelart 2500 Volt. Die Wicklung beider Kollektoren gleicht daher, soweit Spannungsverteilung in Betracht kommt, einer zweilagigen Spule. Die Anfänge beider Lagen befinden sich an einem, die Enden beider Lagen am anderen Ende (Bild 17). Die insgesamt induzierte Spannung ist bei normaler Erregung $E_a = 5000$ Volt. Die Spannungsbeanspruchung der Isolierschicht zwischen beiden Wicklungen 2500 Volt.

Was sagt nun die übliche Gleichung für einen Thomson'schen Schwingungskreis

$$E \sin nt = R i + \mathcal{L} \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i dt$$

aus? Wir erweitern diese Gleichung durch Multiplizieren mit $i dt$:

$$E i \sin nt dt = R i^2 dt + \mathcal{L} i di + \frac{i dt}{C} \int i dt$$

Links steht die im Zeitelement dt zugeführte Energie; rechts die Joulesche Wärme, die Änderung der magnetischen und die Änderung der elektrischen Energie

¹⁾ Bei Berücksichtigung der auf S. 211 in der Anmerkung zugefügten Korrektur hat man an Stelle von R_a zu schreiben:

$$R_a \left\{ 1 + \frac{R_3}{\mathcal{L}_3} \cdot \frac{\mathcal{L}_a}{R_a} \cdot \frac{2 \mathcal{L}_a}{2 \mathcal{L}_a + \mathcal{L}_3} \left[1 - \frac{\mathcal{L}_3}{R_3} \cdot \frac{R_a}{\mathcal{L}_a} \right] \right\}$$

$\left(\frac{i}{C} \int i dt = V dQ = \text{Kondensatorsspannung} \times \text{Änderung der Ladung}\right)$. Nun wissen wir, daß bei eingeschwingener Resonanz der Strom i in Phase mit der Spannung ist. In jedem Augenblick decken sich daher die Beträge der zugeführten und der durch Joulesche Wärme vernichtenden Energie. Gleichzeitig geht abwechselnd magnetische Energie in elektrische, oder elektrische in magnetische Energie über. Beim Thomson'schen Schwingungskreis befindet sich die elektrische Energie in dem Kondensator. In unserem Falle der verteilten Kapazität muß sie sich in der Isolierschicht zwischen den Ankerwicklungen befinden. D. h. nichts anderes, als daß in unserem Falle die Spannung zwischen den beiden Kollektorwicklungen so hoch steigen muß, daß die elektrische Energie im Zwischenraume einen Betrag erhält, der der magnetischen Energie gleich ist. Daraus ist zu entnehmen, daß die Resonanzspannung V_{2r} Gleichung 86) unmittelbar die Spannungsbeanspruchung der Isolierschicht angeben muß.

Indessen bedürfen unsere Überlegungen noch einer Erweiterung. Eine überall gleiche Spannung zwischen beiden Ankerwicklungen ist nur möglich, wenn die Spannung gegen Erde gradlinig abfällt oder ansteigt (Bild 18a). In Wirklichkeit ist aber zu erwarten, daß sie sinusförmig sinkt oder wächst (Bild 18b). Alsdann ist die

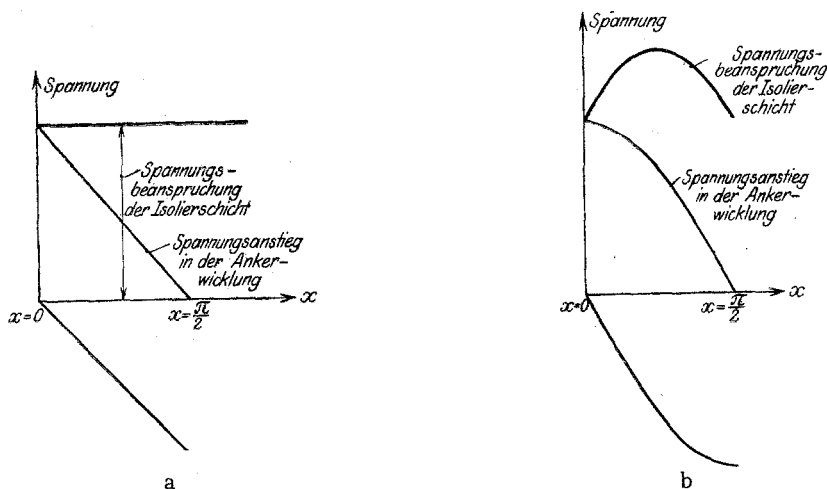


Bild 18. Spannung gegen Erde und Spannung zwischen zwei Kollektorwicklungen.

- a) Gradliniger,
b) sinusförmiger Spannungsabfall.

Spannungsbeanspruchung der Isolierung beider Wicklungen ungleichmäßig. Uns kommt es auf die höchste Spannungsbeanspruchung an, während aus Formel 86) nur die mittlere Spannungsbeanspruchung folgt, die, wie eben erläutert, sich ergeben würde, wenn die elektrische Energie sich gleichmäßig über die Maschinenwicklung verteilen würde. Es sei nun die Spannung in einer Ankerwicklung durch den Ausdruck gegeben:

$$e = E_0 \cos x; \quad x = 0 \text{ bis } x = \frac{\pi}{2}.$$

Die Spannungsbeanspruchung der Isolierung ist dann bestimmt durch den Wert (vergl. Bild 18b)

$$E = \sqrt{2} E_0 \cos \left(x - \frac{\pi}{4} \right); \quad x = 0 \text{ bis } x = \frac{\pi}{2}.$$

Der höchste Wert ist

$$E_{\max} = \sqrt{2} E_0$$

Die gesamte elektrische Energie erhalten wir bis auf einen Proportionalitätsfaktor, dessen Wert im vorliegenden Falle ohne Belang ist, durch das Integral

$$W_e = \int_{x=0}^{x=\frac{\pi}{2}} E^2 dx = 2 E_0 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 \left(x - \frac{\pi}{4} \right) dx = E_0^2 \left(1 + \frac{\pi}{2} \right)$$

Für die mittlere Spannung E_{mittel} besteht daher die Forderung:

$$E_{\text{mittel}}^2 \cdot \frac{\pi}{2} = E_0^2 \cdot \left(1 + \frac{\pi}{2} \right).$$

Hieraus folgt:

$$E_{\text{mittel}} = E_0 \cdot 1,27,$$

oder

$$E_{\text{mittel}} = E_{\text{max}} \cdot \frac{I}{I,11}, \quad (91)$$

$$E_{\text{max}} = I,11 \cdot E_{\text{mittel}}$$

Gleichung 86) gibt die mittlere Spannung E_{mittel} . Die höchste Spannung, mit der das Isoliermittel beansprucht wird, ist somit gleich

$$E_{\text{max}} = I,11 \cdot \frac{2}{\pi} \cdot \frac{\mathcal{Q}_a}{L} \cdot E \cdot \frac{1 - \frac{1}{m}}{1 + \frac{1}{m}} \cdot \omega_a \frac{\mathcal{Q}_a}{R_a} \quad (92)$$

Noch ein Umstand verdient Erwähnung. Da sich die Elektrizität auf der Wicklung selbst niederschlägt, so wird die Ankerwicklung nicht an jeder Stelle vom gleichen Strome durchflossen. Man könnte daher versucht sein, in Formel 92) einen Bruchteil von R_a einzuführen. Das würde indessen aus folgendem Grunde nicht richtig sein. Auch die magnetische Energie ist infolge des Niederschlags der Elektrizität auf der Ankerwicklung kleiner, als wenn, wie wir angenommen haben, der Strom die ganze Wicklung gleichmäßig durchsetzen würde. Da in Formel 92) das Verhältnis $\frac{\mathcal{Q}_a}{R_a}$ steht, so wird dieses auch bei Berücksichtigung der Wirkung der verteilten Kapazität keine Änderung erfahren.

Zahlenbeispiel. Wir können jetzt der Größenordnung nach die Spannung berechnen, mit der unsere Maschine beansprucht wurde. Bei einer einzigen Kollektorwicklung war eine Induktivität von rund 3 Henry gemessen worden. Da die Streuung zwischen den beiden Kollektorwicklungen sehr klein ist (vergl. Bild 15), so kommt für die Induktivität einer Doppelkollektorwicklung der Wert von $3 \times 4 = 12$ Henry in Betracht. Die Ankerwicklung enthält sehr wenig Eisen (Ankereisenlänge = 10 cm). (Die Maschine hat ungewöhnlich lange Wickelköpfe.) Die Wendepole und vorgeschalteten Drosselspulen enthalten dagegen viel Eisen. Bei der Frequenz 50 betrug ihre Induktivität rund 54 Henry. Da für den Resonanzfall nur Frequenzen höher als 250 in Betracht kommen, so ist ihre Induktivität infolge der Wirbelstromrückwirkung kleiner, etwa zu 36 Henry anzusetzen. Mit diesem Werte ist

$$\frac{\mathcal{Q}_a}{L} = \frac{\mathcal{Q}_a}{\mathcal{Q}_z + 2 \mathcal{Q}_a} = \frac{12}{36 + 24} = \frac{1}{5}.$$

Wenn wir den höchsten Wert $\mathcal{Q}_3 = 54$ Henry eingesetzt hätten, so hätten wir

$$\frac{\mathcal{Q}_a}{L} = \frac{12}{78} = \frac{1}{6,5}$$

erhalten.

Die Brüche $\frac{1}{5}$ und $\frac{1}{6,5}$ weichen nicht sehr voneinander ab. Man sieht, daß ein Fehler in der Schätzung des Wertes der Eiseninduktivität von geringem Einfluß ist.

Der Ankerwiderstand beträgt bei Gleichstrom 600 Ohm. Die Ankerwicklung besteht aus sehr dünnem Draht (Durchmesser 0,35 mm). Sie enthält sehr wenig Eisen. Bei Frequenzen zwischen 250 und 500 Perioden in der Sekunde machen sich Stromverdrängung und Wirbelströme daher noch nicht wesentlich bemerkbar. Wir werden daher mit dem Werte $R_a = 600$ Ohm rechnen.

Die Maschine war bei der Inbetriebsetzung nicht voll erregt worden; ihre Spannung betrug nur 8000 Volt. Wir werden daher mit den Werten $E_a = 4000$; $E = 8000$ Volt rechnen.

Der akustische Ton machte etwa 250–300 Schwingungen in der Sekunde. Wir wählen die obere Grenze und setzen somit

$$\omega_a = 300 \cdot 2\pi.$$

Die Station arbeitete nach der Schaltung 4. Die Verhältniszahl m ist somit gleich 3. Die Kreisfrequenz ω_r der Resonanz liegt bei dem Werte $C_a = \frac{2}{100}$ Mikrofarad bei

$$\omega_r = \frac{1}{\sqrt{C_a \mathcal{L}_a \cdot \frac{\mathcal{L}_3}{L}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{2}{100} \cdot 10^{-6} \cdot 12 \cdot \frac{36}{60}}} = 2600 \text{ Sek}^{-1}.$$

Hierzu gehört eine Frequenz von

$$\nu_\nu = 420.$$

Da der Wert der Kapazität C_a unsicher ist und nur der Größenordnung nach richtig sein dürfte, so kann man sagen, daß bereits die Grundwelle oder eine der ersten Oberwellen in Resonanz treten konnte.

Die Resonanzspannung betrug

$$V_{2r} = E_{\max} = 1,11 \cdot \frac{2}{\pi} \cdot \frac{1}{5} \cdot 8000 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{300 \cdot 2\pi \cdot 12}{600} = 21300 \text{ Volt}^1).$$

Durch die induzierte Gleichspannung von 8000 V liegt bereits eine Spannungsbeanspruchung von 2000 V vor. Die Isolierschicht zwischen den beiden Ankerwicklungen konnte daher mit 23300 V beansprucht werden²⁾.

¹⁾ Will man die auf S. 215 in der Anmerkung gegebene Korrektur berücksichtigen, so muß man den Widerstand R_3 kennen. Die Wendepole hatten einen Gleichstromwiderstand von 52 Ohm. Von gleicher Größenordnung dürfte der Gleichstromwiderstand der vorgeschalteten Drosselspulen sein. Selbst wenn man annehmen wollte, daß infolge von Hysterese und Wirbelströmen für R_3 der Widerstand von 2000 Ohm einzusetzen sei, weicht der Faktor

$$1 + \frac{R_3}{\mathcal{L}_3} \cdot \frac{\mathcal{L}_a}{R_a} \cdot \frac{2\mathcal{L}_3}{2\mathcal{L}_a + \mathcal{L}_3} \left(1 - \frac{\mathcal{L}_3}{R_3} \cdot \frac{R_a}{\mathcal{L}_a}\right) = 1 + \frac{2000}{36} \cdot \frac{12}{600} \cdot \frac{24}{60} \cdot \left(1 - \frac{36}{2000} \cdot \frac{600}{12}\right)$$

nur 4,5% von der Einheit ab. Ich vernachlässige diese Korrektur, da nach den Angaben der folgenden Anmerkung der oben berechnete Wert von 21300 V eher zu klein als zu groß sein dürfte.

²⁾ Die wirkliche Spannung dürfte unter Zugrundelegung der obigen Zahlenwerte noch höher gewesen sein. Ein Kreis aus konzentrierter Induktivität mit hintereinander geschalteter „konzentrierter“ Kapazität hat nur eine einzige Eigenschwingung, die man nach der Thomson'schen Formel zu berechnen hat. Ein Gebilde aus verteilter Kapazität und verteilter Induktivität kann dagegen wie eine Saite eine Reihe von Schwingungen ausführen. Die Frequenzen brauchen zwar nicht „harmonisch“ zu sein. Sie hängen nicht nur von den Werten der Induktivität und Kapazität der Längeneinheit, sondern auch noch von den Grenzbedingungen ab. Gewöhnlich liegen sie aber ganz nahe bei dem ganzzahligen Vielfachen der Grundschwingung. Tritt daher die Grundfrequenz der Maschine mit der p ten Oberwelle der Spannung $\mathcal{L}_a \frac{dJ}{dt}$ in Resonanz, so muß es nahezu die 3. und 5. Oberfrequenz mit der 3^{ten} und 5^{ten} Oberwelle ebenfalls tun. Wir sahen, daß jede Oberwelle eine beträchtliche Resonanzspannung hervorrufen kann. Es ist daher zu erwarten, daß die genaue Berücksichtigung der Kapazität und Oberwellen zu sehr hohen Spannungen führt. Ich gehe hierauf nicht ein, da bereits die Resonanzgrundwelle eine Spannungsgefahr für die Maschine nachgewiesen ist. Die Durchführung des hier skizzierten Problems macht keine wesentliche mathematische Schwierigkeiten und hat auf Grund der bekannten Kabelgleichungen zu geschehen.

Die Spannung ist indessen nur als eine rohe Schätzung aufzufassen. Sie hängt hauptsächlich von dem für den Ankerwiderstand R_a eingesetzten Werte ab. In untergeordnetem Maße wird sie in praktischen Fällen im allgemeinen von dem Werte R_3 des Widerstandes der Drosselspule beeinflusst. Das für diesen hinzutretende Korrektionsglied (Anm. S. 215) hatten wir bisher vernachlässigt. Es kann aber, namentlich dann, wenn R_3 noch sehr viel größer als 2000 Ohm sein sollte (was allerdings nicht zu vermuten ist) beträchtliche Werte annehmen.

Bei dieser Unsicherheit wäre es wünschenswert gewesen, daß noch Versuche über die Höhe des Wechselstromwiderstandes des Maschinenankers, der Wendepole und der Drosselspule angestellt worden wären. Doch ergab sich für mich hierfür keine Gelegenheit.

8. Diskussion des Wertes der Resonanzspannung. Wir prüfen die Abhängigkeit der Resonanzspannung von Konstruktions- und Betriebsdaten.

Man liest der Formel 73) und 92) unmittelbar ab: Die Resonanzspannung fällt um so kleiner aus, je größer die Induktivität der Drosselspule im Vergleich zur Maschineninduktivität ist, je kleiner m ist und je niedriger die Kreisfrequenz des akustischen Tones liegt. Bei den Schaltungen 1 und 3 ($m = 0$) ist die Resonanzspannung doppelt so groß als bei der Schaltung 4 ($m = 3$). Jetzt erklärt sich auch, weshalb Marconi seinen Maschinen in den transatlantischen Stationen Clifden und Glacebay eine Hochspannungs-Akkumulatorenbatterie parallel schaltet. Die die Resonanzspannungen hervorruhenden Stromschwankungen von J gehen bei der Schaltung 3 nicht durch die Maschine, sondern durch die Hochspannungsbatterie, die diesen Schwankungen so gut wie keinen Widerstand entgegensetzt. Die Maschinen sind durch die Batterie vor Überspannungen geschützt. Allerdings weiß jeder, der mit Hochspannungs-Akkumulatorenbatterien zu tun gehabt hat, daß ihre gute Isolierung große Schwierigkeiten macht. Da dürfte es nicht unwichtig sein, daß unsere Theorie für den Spannungsschutz noch andere Wege zeigt.

9. Schutz gegen Resonanzspannungen. 1. Vorschlag. Nach unseren Ausführungen unter 7 sind die Resonanzspannungen des Gleichstromankers zu fürchten. Die (Resonanz-) Kreisfrequenz ω_r hatten wir zur

$$\omega_r = \frac{1}{\sqrt{C_a \Omega_a \frac{\Omega_3}{L}}}$$

berechnet. Soll der Gleichstromanker gegen Überspannungen geschützt werden, so kann dies dadurch erreicht werden, daß dem Anker eine Schutzkapazität C_r parallel geschaltet wird, die die Eigenfrequenz ω_r weit unter die Frequenz des akustischen Tones herunderdrückt. In diesem Falle hat in Anlehnung an die Formel 86) die n te Oberwelle der Spannung am Schutzkondensator und daher auch der Spannung am Anker die Amplitude

$$V_{2n} = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{\Omega_a}{L} E \cdot \frac{1 - \frac{1}{m}}{1 + \frac{1}{m}} \cdot \frac{1}{n} \cdot \frac{1}{C_r n \omega_a} \cdot \frac{1}{\Omega_a \frac{\Omega_3}{L} \cdot n \omega_a} \quad (93)$$

Es ist ausreichend, wenn wir

$$\omega_r^2 = \frac{1}{4} \omega_a^2 \quad (94)$$

wählen. Die Schutzkapazität C_r muß in diesem Falle

$$C_r = \frac{4}{\Omega_a \cdot \frac{\Omega_3}{L} \cdot \omega_a^2} \cdot 10^6 \text{ Mikrofadar} \quad (95)$$

betragen.

Diese Forderung führt, wenn der tiefste akustische Ton der Station 250 Schwingungen in der Sekunde macht, für unsere Maschine (vergl. Abschnitt 7) zu einem Kondensator von

$$C_r = \frac{4}{12 \cdot \frac{36}{60}} \cdot \frac{10^6}{250^2 \cdot 2 \pi^2} = \frac{2}{10} \text{ Mikrofarad.}$$

Mit der Beziehung

$$\omega_r^2 = \frac{2}{C_r \cdot \mathfrak{L}_a \frac{\mathfrak{L}_3}{L}} \quad (96)$$

kann man für die Amplitude der n^{ten} Spannungsoberwelle auch schreiben:

$$V_{2n} = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{\mathfrak{L}_a}{L} E \frac{1 - \frac{1}{m}}{1 + \frac{1}{m}} \cdot \frac{1}{n_3} \frac{\omega_r^4}{\omega_a^2} \quad (97)$$

Mit der Forderung 94) erhält man weiter:

$$V_{2n} = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{\mathfrak{L}_a}{L} E \frac{1 - \frac{1}{m}}{1 + \frac{1}{m}} \cdot \frac{1}{n_3} \cdot \frac{1}{4} \quad (98)$$

Bei einem Gleichstromanker, der durch einen nach Formel 95) bemessenen Schutzkondensator geschützt ist, übertrifft die maximale Spannung die mittlere Spannung E_a um rund

$$V_{21} = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{\mathfrak{L}_a}{L} E \frac{1 - \frac{1}{m}}{1 + \frac{1}{m}} \quad (99)$$

Bei unserer Maschine ist dies ein Betrag von

$$\frac{1}{2\pi} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{E}{2} \sim \frac{E}{60} \text{ Volt.}$$

In diesem Falle ist jede Spannungsgefahr beseitigt.

2. Vorschlag. Schon bei unserer Maschine, der eine beträchtliche Ankerinduktivität zukommt, fällt die Schutzkapazität C_r groß aus. Wenn die Ankerinduktivität klein ist, dann kann die Forderung 95) so große Kondensatoren ergeben, daß ihr Einbau ausgeschlossen ist. Alsdann hat man folgenden Weg einzuschlagen: Man schaltet vor den Anker zunächst eine weitere Induktivität. Diese kann in der Induktivität der Wendepole oder in der Induktivität eines Teiles der Drosselspulen bestehen (Bild 19). Erst jetzt schaltet man einen Schutzkondensator parallel. Wir bezeichnen die Induktivität des Ankers mit \mathfrak{L}_a , die Induktivität der Wendepole und des abgetrennten Teiles der Drosselspule mit \mathfrak{L}_v , die Induktivität des Restes der Drosselspule mit \mathfrak{L}_3 und mit L die gesamte Induktivität. An die Schutzkapazität C_r stellen wir jetzt die Forderung, daß die Kreisfrequenz

$$\omega_r = \frac{1}{\sqrt{C_r \cdot (\mathfrak{L}_a + \mathfrak{L}_v) \frac{\mathfrak{L}_3}{L}}} \quad (100)$$

wieder tiefer als die Kreisfrequenz ω_a liegen soll. Es sei wieder vorgeschrieben

$$\omega_r^2 = \frac{1}{4} \omega_a^2 \quad (101)$$

$$C_r = \frac{4 \cdot 10^6}{(\mathfrak{L}_a + \mathfrak{L}_v) \frac{\mathfrak{L}_3}{L} \omega_a^2} \text{ Mikrofarad.} \quad (102)$$

Diese Forderungen können immer mit Kondensatoren erfüllt werden, die kleiner sind als der Kondensator C_3 .

Jetzt läßt sich zwar eine Resonanz im Ankerkreise nicht vermeiden. Aber der Schutzkondensator C_r soll dafür sorgen, daß die Resonanzspannung klein bleibt.

Wie groß sind die Spannungen, die wir jetzt an dem Ankerkondensator (gestrichelt gezeichnet) zu erwarten haben?

Wir berechnen sie in der ersten Annäherung folgendermaßen:

Die Ankerkapazität sei sehr klein (Null). Dann liegt die Schaltung Bild 6 vor. Es besteht die Wechselspannung am Schutzkondensator C_r aus Wellen, deren Amplitude durch den Wert:

$$V_{2n} = \frac{2}{\pi} \frac{(\mathcal{Q}_a + \mathcal{Q}_v)}{L} E \frac{1 - \frac{1}{m}}{1 + \frac{1}{m}} \cdot \frac{1}{n_3} \frac{\omega_v^2}{\omega_a^2} \quad (103)$$

gegeben ist.

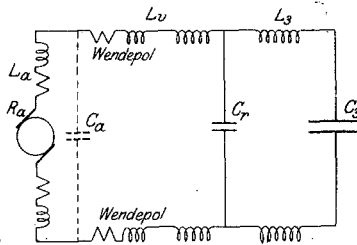


Bild 19. Schutz der Maschine durch Einbus eines Kondensators C_a oder C_r . Letzterer unter Vorschaltung geeigneter Induktivitäten.

Nach den Differentialgleichungen 51), 54) und 60) ist die im Anker und der ihm vorgeschalteten Induktivität induzierte Spannung

$$-(\mathcal{Q}_a + \mathcal{Q}_v) \frac{di_1}{dt} = -(\mathcal{Q}_a + \mathcal{Q}_v) \frac{d(i_2 + i_3)}{dt} = -(\mathcal{Q}_a + \mathcal{Q}_v) \frac{d(i_2 + j + i_z)}{dt}.$$

Bis auf die kleine Spannung $R_1 i_2$ ist dies nichts anderes als die Kondensatorspannung $\frac{1}{C_r} \int i_2 dt$, also nichts anderes als die Spannung am Schutzkondensator $C_r = C_2$. Diese wiederum ist uns durch den Ausdruck 103) bekannt. In der Ankerwicklung wird daher eine Wechselspannung induziert, für deren n^{te} Oberwelle der Amplitudenwert:

$$V'_{2n} = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{\mathcal{Q}_a}{L} \cdot E \frac{1 - \frac{1}{m}}{1 + \frac{1}{m}} \cdot \frac{1}{n_3} \frac{\omega_v^2}{\omega_a^2} \quad (104)$$

beträgt.

Ohne Schutzkondensator würde die im Anker induzierte Spannung die Größe

$$V_{2n} = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{\mathcal{Q}_a}{L} \cdot E \frac{1 - \frac{1}{m}}{1 + \frac{1}{m}} \cdot \frac{1}{n} \quad (105)$$

haben.

Durch Hinzufügen des Schutzkondensators wird somit die im Anker induzierte Spannung auf den $\frac{1}{n^2} \frac{\omega_r^2}{\omega_a^2}$ -fachen Betrag gebracht.

$$\frac{V'_{2n}}{V_{2n}} = \frac{1}{n^2} \frac{\omega_r^2}{\omega_a^2} \quad (105a)$$

Wenn der Anker nur eine merkliche Kapazität hat, kann wieder Resonanz auftreten. Die jetzt auftretenden Resonanzspannungen können aber auch nur das

$$\frac{1}{n^2} \frac{\omega_r^2}{\omega_a^2} \text{-fache} \quad (106)$$

der Resonanzspannungen der ungeschützten Maschine betragen.

Wenn Gefahr vorhanden ist, daß bei der ungeschützten Maschine die Grundwelle ($n=1$) oder die erste Oberwelle ($n=2$) in Resonanz tritt, wird man die Maschine noch nach dem Vorschlage 1 schützen können, indem man dem Anker unmittelbar eine Schutzkapazität parallel schaltet. Man erhält alsdann Kondensatoren, deren Kapazität höchstens 16mal so groß ist als die Maschinenkapazität. Unser Vorschlag 2 ist daher erst angebracht, wenn die zweite oder eine höhere Oberwelle ($n \geq 3$) bei der ungeschützten Maschine Resonanz verursachen würde. In diesem Falle sind bei der nach dem Vorschlage 2 geschützten Maschine (Forderungen 101) und 102) die auftretenden Resonanzspannungen nach den Formeln 105) und 106) höchstens $\frac{1}{36}$ der Resonanzspannungen der ungeschützten Maschine.

3. Ein dritter Vorschlag besteht darin, die Induktivität der Drosselspule \mathcal{L}_3 groß gegen die Ankerinduktivität zu wählen.

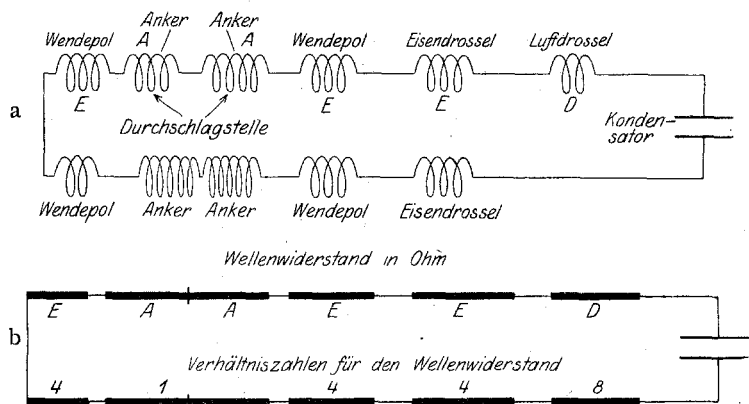


Bild. 20. Wicklung und Wellenwiderstände. Die Durchlagstelle ist eingetragen.

10. Wanderwellen. Bisher stützten sich unsere Betrachtungen lediglich auf die in Bild 5 a gezeichnete Spannungskurve. Wir erinnern uns daran, daß sie nur einen Teil der wirklichen Spannung (Bild 2) ausmacht, und daß bisher die Spannungsschwankungen während des Entladevorgangs (Bild 5 b) nicht berücksichtigt wurden. Wir haben dies jetzt durch die Behandlung der folgenden Aufgabe nachzuholen:

An einem Kondensator, dem durch irgend welche künstliche Mittel die Spannungsschwankung (Bild 5 b) aufgezwungen wird, ist eine Leitung aus Drossel- und Maschinenspulen und Verbindungsleitungen angeschlossen. Welche Spannungsbeanspruchung erleiden die angeschlossenen Spulen?

In Bild 20 a habe ich die mit dem Kondensator verbundene Leitung schematisch herausgezeichnet. Für Frequenzen von der Höhe von 100 000 Perioden in der Sekunde wirkt die Leitung ähnlich wie ein Kabel. Den Verschiedenheiten in der Induktivität und Kapazität der einzelnen Leitungsteile müssen wir dadurch Rechnung tragen, daß wir das Ersatzkabel (Bild 20 b) aus verschiedenen Stücken zusammensetzen, denen wir verschiedene Werte des Wellenwiderstandes beizulegen haben¹⁾.

¹⁾ Man beachte, daß die Arbeit aus dem Jahre 1915 stammt. Eine derartige Rechnung ist nach dem heutigen Stande unserer Kenntnis von Wanderwellen als recht grobe Annäherung zu bezeichnen; ich veröffentliche sie weil, sie ein Bild von den Schwierigkeiten gibt, mit denen man zu kämpfen hat, wenn man das Verhalten von Wanderwellen in Spulen berechnen will. Auch heute ist eine befriedigende Lösung der angeschnittenen Frage noch nicht möglich.

Der Wellenwiderstand W einer Doppelleitung ist gegeben durch das Verhältnis

$$W = \sqrt{\frac{\mathfrak{L}}{\mathfrak{C}}},$$

wo \mathfrak{L} die Induktivität, \mathfrak{C} die Kapazität, beide auf die Längeneinheit bezogen, bedeuten. Welche Werte bei einer Drosselspule, die als einfaches Kabel behandelt werden soll, für Induktivität und Kapazität in obigem Ausdrucke einzusetzen sind, kann heute noch nicht mit befriedigender Sicherheit angegeben werden. Man würde hierüber unterrichtet sein, wenn man über den Durchzug von Wanderwellen durch Drosselspulen genau unterrichtet wäre. Das ist aber nicht der Fall. Sicherlich muß auch die Behandlung der Drosselspule als einfaches Kabel nur als ein Notbehelf angesehen werden, mit dem man sich begnügen muß, da tiefergehende Untersuchungen nicht vorliegen. Bei dieser Unsicherheit werden wir zur Berechnung des Wellenwiderstandes die Werte von L und C für die ganze Spule einsetzen. Wir machen dabei stillschweigend die Annahme, daß $\mathfrak{L} = \frac{L}{l}$; $\mathfrak{C} = \frac{C}{l}$ gesetzt werden kann, wo l die Länge des Drahtes der Spule bedeutet. Beim Anker hatten wir nun eine Induktivität von 12 Henry, eine Kapazität von ungefähr $\frac{2}{100}$ Mikrofarad gefunden. Mit diesen Werten kommen wir zu einem Wellenwiderstande des Ankers von¹⁾

$$W_a = \sqrt{\frac{12}{2} \cdot 10^8} = \sim 2,5 \cdot 10^4 \text{ Ohm.}$$

Die Luftdrossel D bestand aus 4 Hauptspulen, jede Hauptspule aus 2 Einzelspulen und jede Einzelspule aus 23 Lagen zu je 6 Windungen. Der mittlere Durchmesser einer Windung betrug 31,6 cm, die Gesamtdrahtlänge etwa 1 km, die Induktivität $\frac{1}{2}$ Henry. Die Kapazität der Spule war nicht bekannt. Wir müssen sie schätzen.

Die Kapazität von Spulen ist selten gemessen worden. Eine wertvolle, systematische experimentelle Untersuchung findet sich bei Rietz: „Über die Kapazität von Spulen“, Annalen der Physik, Bd. 41, 1913, S. 543. Herr Rietz findet folgendes: Die einlagige Spule hat eine sehr kleine Kapazität. Die Kapazität einer zweilagigen Spule kann die Kapazität der einlagigen mehr als 100mal übertreffen. Wächst die Lagenzahl höher als 2, so nimmt die Kapazität wieder stark ab. Herr Rietz ist nur bis zu 4 bis 5 Lagen gegangen und fand in einem Falle einen Rückgang um 20% im anderen Falle von 30%. Bei 23 Lagen muß der Rückgang der Kapazität entsprechend größer sein. Weiter kommt hinzu, daß Herr Rietz seine Spulen so wickelte, daß erst die gesamte innere Lage, dann darüber die zweite Lage usw. gewickelt wurde. Bei der Luftdrossel D ist dagegen erst die erste Teilspule, dann die zweite usw. gewickelt worden. Infolgedessen muß die Luftdrossel D eine viel kleinere Kapazität haben, als entsprechende Spulen bei Rietz.

Nun entspricht die Ankerwicklung praktisch der zweilagigen Spule (Bild 15 und 16), die Luftdrossel einer auf möglichst kleine Kapazität gewickelten viellagigen Spule. Die Kapazität dieses Gebildes schätze ich etwa 64mal kleiner als die der Ankerwicklung (also rund 300 cm)²⁾.

¹⁾ Vgl. hierzu auch S. 54 und den Schluß dieses Abschnittes.

²⁾ Die sorgfältigen Messungen von E. Giebe machen es wahrscheinlich, daß der Wert der Eigenkapazität der Spule noch viel kleiner ist. Nach diesen Messungen müßte man die Eigenkapazität zu etwa 100 cm schätzen (vgl. E. Giebe, Präzisionsmessungen an Selbstinduktionsnormalien, Zeitschrift für Instrumentenkunde, 1911, S. 47. Hiernach müßte man noch höhere Werte des Wellenwiderstandes der Drosselspule einsetzen und noch niedrigere Werte der Spannungsbeanspruchung der Ankerwicklung durch Wanderwellen erhalten.

Für die Drosselspule D beträgt daher der Wellenwiderstand das Achtfache des Wellenwiderstandes der Ankerwicklung

$$W_d = 8 W_a = \sim 20 \cdot 10^4 \text{ Ohm}^1). \quad (107)$$

Für den Wellenwiderstand der Eisendrosselspule setze ich

$$W_e = 4 W_a \sim 10 \cdot 10^4 \text{ Ohm}^1) \quad (108)$$

und für den Wellenwiderstand der Verbindungsstücke

$$W_v = 500 \text{ Ohm}. \quad (109)$$

Die Länge der vom Kondensator ausgehenden Welle beträgt einige Kilometer. Die Verbindungsstücke dagegen sind nur wenige Meter lang. Wie mir besondere Rechnungen gezeigt haben, durchsetzt in diesem Falle die Welle die Verbindungsstücke ohne merklichen Verlust durch Reflektion²⁾. Wir werden daher die Verbindungsstücke gänzlich vernachlässigen. In die Luftdrossel D zieht daher eine gedämpfte Welle von der maximalen Amplitude (vgl. Bild 5 b)

$$A_d = 2 E \frac{1 - \frac{1}{m}}{1 + \frac{1}{m}} \quad (110)$$

ein. Bei ihrer Wanderung erleidet die Spannungswelle eine erste Schwächung dadurch, daß der Wellenwiderstand der Eisendrossel nur halb so groß ist als der der Luftdrossel. Die Amplitude sinkt in der Eisendrossel auf den Wert

$$A_b = 2 \cdot E \cdot \frac{1 - \frac{1}{m}}{1 + \frac{1}{m}} \cdot \frac{2}{3} \quad (111)$$

herab. Würde man die Luftdrossel als eine reine Induktivität ansehen, so würde, wie ich durch besondere Rechnungen gefunden habe, ungefähr eine halb so große Wellenamplitude in die Eisendrossel eintreten. Der hohe Wellenwiderstand der Luftdrossel ist somit immer noch niedrig genug, um die durchlassende Wirkung der Kapazität der Luftdrossel zum Ausdruck zu bringen³⁾.

Beim Eintritt in den Anker sinkt die Spannung infolge des sinkenden Wellenwiderstandes weiter, und zwar auf die Amplitude

$$A_a = 2 E \frac{1 - \frac{1}{m}}{1 + \frac{1}{m}} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{5} = \frac{8}{15} \cdot E \frac{1 - \frac{1}{m}}{1 + \frac{1}{m}}. \quad (112)$$

Wir müssen uns nun die Frage vorlegen, wieviel Zeit gebraucht die Welle, um eine Kollektorwicklung zu durchheilen? Bei einer Doppelleitung von der Länge l würde hierzu die Zeit

$$t = \sqrt{1\mathfrak{L} \cdot 1\mathfrak{C}} \text{ Sekunden}$$

gehören (\mathfrak{L} Induktivität, \mathfrak{C} Kapazität für die Längeneinheit).

Setzen wir, da es jetzt nur auf eine Schätzung der Größenordnung der Laufzeit ankommt, für eine einzige Kollektorwicklung

$$1\mathfrak{L} = L = 3 \text{ Henry; } 1\mathfrak{C} = C = \frac{2}{100} \text{ Mikrofarad,}$$

¹⁾ Vgl. den Schluß dieses Abschnittes.

²⁾ Rogowski, Eine Erweiterung des Reflexionsgesetzes für Wanderwellen, Archiv für Elektrotechnik, IV, S. 204.

³⁾ Doppelte Drahtlänge $2L = 2000 \text{ m}$; Wellenlänge der Wanderwelle $\lambda = 3000 \text{ m}$; $\frac{\lambda}{2L} = 1.5$. Die Untersuchung des Herrn Gothe (Archiv f. Elektrotechnik, IX, S. 1) macht es wahrscheinlich, daß die Wellenlänge in der Nähe der Grundwelle erster Art der Schutzspule lag. Diese würde dann praktisch die ganze Spannung abgeschirmt haben.

so erhalten wir:

$$t = \sqrt{6 \cdot 10^{-8}} = 2,5 \cdot 10^{-4} \text{ Sekunden.}$$

D. h., wenn die Station mit einer Wellenlänge von etwa 3 km telegraphiert (Schwingungszeit 10^{-5} Sekunden), liegen ungefähr 25 Wellen auf einer Kollektorwicklung. Die Kondensatorschwingungen sind nun stark gedämpft (Bild 5b). Befindet sich daher der Kopf der Wanderwelle in der zweiten Kollektorwicklung, so wird sich der Fuß der Welle in der ersten Kollektorwicklung befinden. Die Spannungsbeanspruchung der Isolierschicht wird daher durch den Ausdruck 112) gegeben.

Bei $E = 8000$ Volt; $m = 3$ (Beispiel im Abschnitt 7) ergibt dies den Wert von

$$V_a = \frac{8}{15} \cdot \frac{8000}{2} = 2100 \text{ Volt.}$$

Eine Überspannung von diesem Betrage kann den beobachteten Spannungsdurchschlag (vgl. Abschnitt 7) nicht erklären.

Dabei ist zu beachten, daß der Wert von 2100 Volt noch als eine obere Grenze anzusehen ist, da die Dämpfung durch Wirbelströme und Widerstand noch nicht berücksichtigt wurde.

Noch auf einen weiteren Umstand sei aufmerksam gemacht. Wir haben bisher in diesem Kapitel so gerechnet, als ob die beiden Ankerwicklungen räumlich

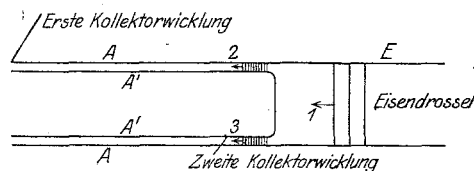


Bild 21. Einziehen der Wanderwellen in Ankerwicklung. Abschirmung.

hintereinander liegen. In Wirklichkeit liegen sie räumlich sehr nahe zusammen und wirken induktiv stark aufeinander ein (Bild 17). Eisendrossel und Anker verhalten sich etwa so, wie eine einzige Doppelleitung E (Eisendrossel) auf die zwei Doppelleitungen A und A' (Ankerwicklung) folgen (Bild 21). Die Doppelleitungen A und A' laufen einander in kleinem Abstände parallel und wirken induktiv kräftig aufeinander ein. Die aus der Eisendrossel kommende Welle teilt sich alsdann in zwei Teile. Jede Teilwelle durchsetzt den engen Raum zwischen den Doppelleitungen A und A'. In den gemeinsamen Raum der beiden Doppelleitungen dringt praktisch kein Feld. Der resultierende Induktionsfluß ist dort sehr klein. Die elektrische Spannung zwischen zwei Punkten der inneren Doppelleitung dauernd Null. Für die Berechnung der Größe der Teilwelle kommt offenbar nicht die Induktivität der Leitung A oder A' für sich allein genommen, sondern die Streuinduktivität der beiden Leitungen in Betracht. Diese ist bei unserer Ankerwicklung (vgl. Bild 15) sehr klein. Sie ist vielleicht der 12. bis 24. Teil der Induktivität der beiden Kollektorwicklungen zusammengenommen. Für diese hatten wir früher den Wert von 12 Henry eingesetzt. Der Wellenwiderstand des Ankers dürfe daher etwa nur $\frac{1}{3}$ bis $\frac{1}{5}$ der Angabe auf Seite 224 sein¹⁾. Dies hat zur Folge, daß der Anker nicht mit der durch den Ausdruck 112) gegebenen Spannung, sondern mit einer 3- bis 5mal so kleinen Spannung beansprucht werden dürfte. Die wirkliche Spannungsbeanspruchung des Ankers durch Wanderwellen dürfte daher bei der von mir eingebauten Maschine kaum 600 Volt erreicht haben²⁾. Bei diesem Werte ist die Dämpfung durch Wirbelströme und Stromverdrängung noch nicht berücksichtigt.

¹⁾ Diese Überlegung hat sich später völlig bestätigt und ist die Grundlage für meine Arbeiten Spulen und Wanderwellen, Archiv f. Elektrotechnik, Band VI und VII geworden.

²⁾ Die Laufzeit für eine Ankerwicklung ergibt sich unter Benutzung der Streuinduktivität zu mindestens $10 \cdot 10^{-4}$ Sekunden. Sie ist immer noch beträchtlich. Die vorhin aus der großen Laufzeit gezogenen Folgerungen bleiben bestehen.

Wir werfen auf unsere Wanderwellenrechnung einen Rückblick. Die angegebenen Werte der Wellenwiderstände sind nach dem auf S. 223 Gesagten mit großer Vorsicht aufzunehmen. Sie sind Schätzungen. Nun hat aber das Vorhergehende gezeigt, daß es nicht auf die Absolutwerte der Wellenwiderstände, sondern auf ihre Verhältnisse ankommt. Wer die mitgeteilten Zahlen nachrechnet, wird finden, daß auf unser Resultat wesentlich das Verhältnis des Wellenwiderstandes der Luftdrossel D (Bild 20a) und des Ankers A ausschlaggebend ist. Und wenn dieses Verhältnis höher als 3 liegt, so dürfte wenigstens insofern unser Ergebnis richtig sein, als die Maschine infolge der Wanderwellen nicht durchschlagen ist¹⁾, und daß die Spannungsgefahr durch Wanderwellen gegen die durch Resonanzspannungen bei unserer Maschine völlig zurücktritt.

Immerhin zeigt die Betrachtung dieses Abschnittes, daß es gut ist, vor den Kondensator eine Luftdrossel sehr kleiner Kapazität zu legen. Schließlich sei erwähnt, daß einer Maschine, die mit einem Kondensator nach Formel 95) und 102) geschützt ist, auch starke Wanderwellen nichts anhaben werden. Die Wanderwellen dringen in die geschützte Maschine nicht ein, sondern gehen an ihr, den Weg über den Kondensator nehmend, vorbei.

II. Ein- und Ausschaltperiode: Bisher haben wir uns nur mit dem stationären Fall beschäftigt. Weitere Überlegungen, über die ich nicht näher berichten will, haben mir gezeigt, daß die Einschaltperiode keine wesentlich höheren Spannungsbeanspruchungen ergibt, als der stationäre Fall. Das gleiche gilt für die Ausschaltperiode, wenn man, wie dies gewöhnlich geschieht, der Taste einen Kondensator (Bild 4) parallel legt und diesen groß gegenüber dem Hauptkondensator wählt.

Zusatz bei der Korrektur. In einer Arbeit über den gleichen Gegenstand (E.T.Z. 1920 S. 581) hat Herr Wagner diese Ausschaltspannungen rechnerisch und experimentell untersucht. In seiner Anordnung ist der Tastkondensator zehnmal kleiner als in Königswusterhausen gewählt worden. Seine durch Versuch und Rechnung ermittelten hohen Werte der Ausschaltspannungen kommen daher für die Erklärung des Durchschlags in Königswusterhausen nicht in Frage. In Übereinstimmung meinem mit obigen Ergebnis findet Herr Wagner für die Verhältnisse in Königswusterhausen, allerdings bei kurzgeschlossenem Hauptkondensator eine Ausschaltspannung von 2500 Volt. In Wirklichkeit ist der Hauptkondensator nicht dauernd kurzgeschlossen. Es wandert in ihm, wenn er groß gegen den Tastkondensator ist, beim Abschalten ein großer Teil der Spulenenergie hinein, die hin und wieder durch den dauernd rotierenden Nebenkondensator in die Antenne abgeführt wird. Aus diesem Grunde liegt die wirkliche Ausschaltspannung noch tiefer als 2500 Volt, so daß die Ausschaltspannungen als Ursache für den Durchschlag ganz außer Betracht bleiben.

Als wirksamer Schutz gegen Ausschaltspannungen kommt in praktischen Fällen nur ein gegen den Hauptkondensator großer Tastkondensator in Frage.

Neuerdings sucht Herr Wagner den Durchschlag durch Wanderwellen zu erklären, indem er sich auf eine Mitteilung des Herrn v. Lepel stützt, die Luftdrossel D (Bild 20) sei kurzgeschlossen gewesen. Ich kann dieser Erklärung nicht beistimmen. Selbst bei kurzgeschlossener Drossel D ergeben sich die Überspannungen durch Wanderwellen immer noch beträchtlich kleiner als durch Resonanz, einerlei ob man für letztere meine oder Herrn Wagners Werte nimmt. Nach meiner Überzeugung ist die von mir eingebaute Maschine hauptsächlich durch Resonanzspannungen gefährdet gewesen. Daß eine später benutzte Maschine nicht durchschlug, erklärt sich dadurch, daß sie besser isoliert war und eine weit kleinere Ankerinduktivität besaß, mit der die Resonanzspannungen herabsinken.

¹⁾ Inzwischen sind sehr wertvolle Versuche von Herrn Böhm, Archiv f. Elektrotechnik, V, S. 427, mitgeteilt worden, die neues Licht über das Eindringen gedämpfter Wellen in Spulen geworfen haben. Wir haben es im vorliegenden mit dem Fall zu tun, daß die Wellenlänge klein ist im Vergleich zur aufgewickelten Drahtlänge. In einem solchen Falle findet auch Herr Böhm (S. 431, Bild 51), daß die Spannung gegen Erde sehr rasch abnimmt, wenn man von den Spulenklammern ins Innere hereingeht. Selbst wenn man von allen Inhomogenitäten der Wicklung absehen wollte, müßte man nach den Böhmischen Versuchen schließen, daß auf die Ankerwicklung nur ein bescheidener Bruchteil der Spannung am Kondensator gefallen ist.