

per l'acqua in capsula di ferro

$$H = 1^{\text{mill}}.532, \quad \alpha^* = 14^{\text{mill}}.87;$$

per l'acqua in bicchiere di vetro

$$H = 1^{\text{mill}}.580, \quad \alpha^* = 15^{\text{mill}}.43.$$

Colla punta d'avorio non mi riuscì di cogliere la fase corrispondente ad $A = H$; ma le tabelle numeriche mostrano che A varia con R_1 in modo analogo che colla punta di ferro. Acciocchè fosse $\alpha^* = 15$ mill. prendendo $A = H = 1^{\text{mill}}.580$, converrebbe fosse $R_1 = 1^{\text{mill}}.0166$; questa fase manca nelle mie curve. Spero fra non molto di poter fare esperienze più numerose anche con liquidi differenti dall'acqua.



SULL' ALLUNGAMENTO DEI CONDUTTORI FILIFORMI ATTRAVERSATI DALLA CORRENTE ELETTRICA; PER GIUSEPPE BASSO.

Dai principii della teoria elettro-dinamica di Ampère consegue direttamente l'esistenza d'una forza repulsiva esercitantesi fra gli elementi contigui d'un conduttore lineare attraversato da una corrente elettrica. Lo stesso Ampère cercò di verificare sperimentalmente questo fatto impiegando certi artifizi, coi quali una corrente che attraversa un conduttore formato da due porzioni contigue, di cui l'una fissa e l'altra mobile, determina quest'ultima ad allontanarsi manifestamente dalla prima.

Ciò stabilito, non riesce inverosimile la supposizione che una corrente elettrica, invadendo un filo metallico, possa produrvi un allungamento puramente *galvanico*, cioè indipen-

dente dall'allungamento *termico* dovuto al calore che la corrente sviluppa sempre nel suo passaggio.

Parecchi fisici si accinsero a constatare l'esistenza, dell'allungamento galvanico; però gli studi fatti finora, non risolvono nettamente la questione, mentre ne mettono in rilievo l'importanza e la difficoltà.

Il sig. E. Edlund, dietro ricerche che incominciarono quindici anni fa all'incirca, crede di aver riconosciuto che un filo metallico attraversato da una corrente si allunga di più che non farebbe per la semplice elevazione di temperatura che vi si produce, e considera appunto quale dilatazione galvanica l'eccesso dell'allungamento osservato sull'allungamento che sarebbe da attribuirsi alla sola azione termica. Inoltre secondo le osservazioni del sig. Edlund, la dilatazione galvanica cresce rapidamente coll'intensità della corrente, e coll'interrompersi di quest'ultima non isvanisce d'un tratto, ma poco a poco, precisamente come succede della dilatazione termica.

Il sig. Streintz si occupò eziandio di quell'argomento, in un suo importante lavoro intorno alle modificazioni che il passaggio della corrente in un filo metallico produce nelle proprietà meccaniche di questo. Le sue esperienze, non solo risolverebbero pure la questione in senso affermativo, ma condurrebbero di più alla conoscenza di certi elementi numerici relativi a metalli di diversa natura. Per esempio il sig. Streintz avrebbe trovato che l'allungamento totale prodotto dalla corrente eccede l'allungamento puramente termico di una quantità, che sarebbe i 25 centesimi di quest'ultimo per il platino, ne eguaglierebbe in media i 19 centesimi per il rame, e salirebbe sino a 27 centesimi per il ferro e per l'acciaio ricotto.

Tuttavia le conclusioni dell'Edlund e dello Streintz non possono accettarsi senza difficoltà. Per il modo lento e graduato, con cui l'allungamento galvanico andrebbe scomparendo dopo l'apertura del circuito, non si potrebbe tale allungamento verosimilmente attribuire all'azione repulsiva esistente fra gli elementi contigui di corrente: ed infatti gli

stessi due fisici citati s'accordano nel farlo piuttosto dipendere da una specie di polarizzazione dei moti termici molecolari, polarizzazione che sarebbe generata dalla corrente e che, al cessar di questa, poco alla volta si dileguerebbe. Però a questa maniera di interpretare il fenomeno si possono opporre gravi obbiezioni. Come bene osserva il sig. Potier (*), se la corrente avesse questa facoltà di dirigere o polarizzare i movimenti termici nel filo, in guisa da dar luogo ad un maggiore allungamento di questo, tale facoltà esisterebbe per qualunque temperatura del filo. Ora accurate esperienze del sig. Fr. Exner conducono a contraria conclusione, dimostrando che la pretesa dilatazione galvanica non si manifesta quando il filo attraversato dalla corrente è mantenuto nell'acqua fredda.

Le esperienze del sig. Exner, eseguite in questi ultimi tempi, contraddicono per altre ragioni ancora e rendono improbabile la esistenza di una vera dilatazione galvanica. Il procedimento da esso impiegato è press'a poco quello stesso che Edlund aveva prima seguito. Si fa passare la corrente pel filo che si studia, e quando se ne sia resa stazionaria la temperatura, se ne misurano la lunghezza e la resistenza elettrica. S'interrompe poscia la corrente, ed immerso lo stesso filo in un bagno caldo, se ne fa variare la temperatura fino a che la resistenza sia ridiventata quella di prima; si procede allora di nuovo alla misura della sua lunghezza. Or bene, dietro i risultati ottenuti dal sig. Exner, le differenze fra le lunghezze misurate nelle due esperienze sono sempre abbastanza piccole, perchè si possano attribuire unicamente alle cause d'errore inerenti al procedimento seguito, ed in ogni caso tali differenze non s'accorderebbero punto coi numeri trovati pei diversi metalli del sig. Streintz.

Sono pure degne di nota le ricerche fatte sullo stesso argomento dal sig. R. Blondot e comunicate all'Accademia delle Scienze di Parigi nella seduta del 29 Luglio 1878. Il procedimento adottato è affatto diverso dai precedenti e fu

(1) *Journal de Physique* par D'Almeida, Tom. V., n. 58.

suggerito all'autore dalla seguente considerazione. Si abbia un sottile e largo nastro metallico, inserito in un circuito elettrico mediante corpi conduttori di notevoli dimensioni saldati alle sue estremità. Le rette parallele alla lunghezza del nastro rappresenteranno le linee di corrente, mentre le rette condotte nel senso della sua larghezza rappresenteranno sensibilmente le linee di egual potenziale. Ora gli effetti calorifici, dovuti al passaggio della corrente, non possono manifestarsi in modo diverso per la direzione longitudinale e per la trasversale; mentre qualche diversità debbono presentare i fenomeni puramente elettrici, come sarebbe appunto l'allungamento galvanico. Di qui la possibilità di separare i due ordini di effetti prodotti dalla corrente. Ora il sig. Blondot asserisce che le sue esperienze non isvelano cambiamenti di dimensione nel nastro metallico, i quali si possano attribuire ad un'azione puramente galvanica.

Le contraddizioni fra i risultati ottenuti dai diversi sperimentatori non recano meraviglia a chi consideri le gravi difficoltà che si debbono affrontare, segnatamente nel determinare, in modo diretto, o non, la temperatura che un filo metallico possiede quando è invaso dalla corrente elettrica. Questa temperatura non è certamente la stessa per tutta la lunghezza del filo ed anzi, come osserva il sig. Wiedemann varia anche da punto a punto d'una medesima sezione trasversale. Per altra parte il dedurre indirettamente lo stato termico del filo dal valore della sua resistenza elettrica non può condurre a conclusioni sicure, non essendoci nota, se non per vie empiriche e per casi particolari, la legge secondo cui varia la resistenza di un conduttore colla sua temperatura.

Pensando su tutto ciò che ho fin qui brevemente accennato, mi venne fatto di immaginare un nuovo procedimento affatto diverso da quelli finora adoperati, il quale possiede, se non altro, il merito di evitare una parte delle difficoltà segnalate. In questo lavoro mi propongo appunto di svolgere prima le considerazioni d'ordine puramente razionale a cui s'informa il metodo da me seguito; descriverò in seguito le

esperienze che dovetti eseguire ed i risultati a cui queste mi condussero.

II.

Abbiasi un filo metallico, disposto secondo la verticale, in un ambiente la cui temperatura si mantenga costante; ciascuno de' suoi capi sia unito ad una grande massa conduttrice mediante cui esso comunichi con un polo d'una pila. Essendo così chiuso il circuito e la corrente attraversando continuamente il filo, si sviluppa in quest'ultimo del calore; perciò la temperatura in ogni suo punto si eleverà gradatamente e finirà per diventare dappertutto stazionaria. Invocando i principii della teoria di Fourier intorno alla propagazione del calore in un corpo omogeneo, e le leggi di Joule riguardo al calore sviluppato dalla corrente elettrica, non è difficile determinare analiticamente il modo di distribuzione della temperatura lungo il filo, e quindi l'allungamento termico prodotto in esso.

Perciò designo con:

$2l$ la lunghezza del filo;

ω l'area della sua sezione;

p il suo perimetro;

k il coefficiente di conduttività calorifica interna;

h il coefficiente di conduttività calorifica esterna;

γ il coefficiente di conduttività elettrica;

c il coefficiente di dilatazione lineare;

i l'intensità della corrente che lo attraversa.

Quando il filo ha raggiunto il suo stato termico stazionario, una sua sezione distante della quantità x qualunque dal suo punto di mezzo, avrà una temperatura eccedente la temperatura esterna d'un certo numero y di gradi. Ora si sa che la quantità elementare di calore, che attraversa la sezione nel tempo infinitesimo dt , si può esprimere con

$$k \omega \frac{dy}{dx} dt .$$

Perciò la quantità di calore che, nello stesso tempuscolo, attraversa la sezione successiva, che dista dalla quantità $x + dx$ dal punto medio del filo, dovrà rappresentarsi con:

$$k \omega \left(\frac{dy}{dx} + \frac{d^2 y}{dx^2} dx \right) dt .$$

Ma il cilindro elementare, d'altezza dx , che è compreso fra le due sezioni considerate, perde nel tempo dt , per conduttività esterna, la quantità di calore

$$h p y dx dt ,$$

ed il passaggio della corrente vi svolge contemporaneamente la quantità

$$\frac{m i^2}{\gamma \omega} dx dt ;$$

essendo noto che tale quantità è proporzionale al quadrato dell'intensità della corrente ed alla resistenza $\frac{dx}{\gamma \omega}$ del conduttore. Il coefficiente m è costante, cioè dipende solamente dalla scelta che vuolsi fare delle varie unità di misura.

L'equilibrio termico essendo raggiunto, la quantità di calore perduta per conduttività esterna è uguale, in ogni istante e per ogni cilindro elementare, al calore generato in questo dalla corrente, più il calore trasmesso per conduttività interna da una base all'altra del cilindro medesimo. Si può, in conseguenza, scrivere l'equazione:

$$(1) \quad k \omega \frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{m i^2}{\gamma \omega} - h p y = 0$$

Se consideriamo una nuova variabile z , tale che si abbia:

$$(2) \quad z = y - \frac{m i^2}{h p \gamma \omega}$$

la equazione differenziale (1) si può mettere sotto la forma ;

$$h \omega \frac{d^2 z}{dx^2} - h p' z = 0$$

o più semplicemente:

$$(3) \quad \frac{d^2 z}{dx^2} - a^2 z = 0$$

se, come usa il Fourier, si pone:

$$(4) \quad a^2 = \frac{h p}{k \omega}.$$

Ora si sa che l'integrale generale della (3) è:

$$z = A e^{ax} + B e^{-ax};$$

perciò si avrà:

$$(5) \quad y = \frac{m i^2}{h p \gamma \omega} + A e^{ax} + B e^{-ax}$$

essendo A e B costanti da determinarsi.

Si è supposto da principio che i capi del filo inserito nel circuito terminino in masse metalliche considerevoli, cioè di resistenza trascurabile. In tal caso la corrente elettrica non vi genera calore sensibile e l'eccesso termico, per esse e per i punti estremi del filo che vi sono in contatto, si può ritenere come nullo. Ciò vuol dire che, nell'equazione (5), y, dovrà essere nullo per $x = \pm l$.

Si ha quindi:

$$\frac{m i^2}{h p \gamma \omega} + A e^{al} + B e^{-al} = 0;$$

$$\frac{m i^2}{h p \gamma \omega} + A e^{-al} + B e^{al} = 0,$$

e per conseguenza:

$$A = B = - \frac{m i^2}{h p \gamma \omega (e^{al} + e^{-al})}.$$

Sostituiti questi valori nella (5), noi otteniamo la legge di distribuzione della temperatura lungo il filo rappresentata analiticamente dalla equazione:

$$(6) \quad y = \frac{m i^2}{h p \gamma \omega} \left(1 - \frac{e^{ax} + e^{-ax}}{e^{al} + e^{-al}} \right).$$

Essendo c il coefficiente di dilatazione lineare, l'allungamento dovuto all'eccesso termico y del cilindro elementare di altezza dx , è:

$$cy dx :$$

quindi l'allungamento λ di tutto il filo di lunghezza $2l$ sarà:

$$\lambda = 2 \int_0^l cy dx .$$

Ricorrendo alla espressione della y data dalla (6) ed eseguendo l'integrazione, si ottiene:

$$(7) \quad \lambda = \frac{2 m i^2 c l}{h p \gamma \omega} \left[1 - \frac{e^{2al} - 1}{al (e^{2al} + 1)} \right] .$$

Convieni ora considerare un secondo filo, disposto in condizioni analoghe a quelle del precedente. Le varie quantità che ad esso si riferiscono si indichino colle stesse lettere finora impiegate, ma munendole di apice. Si avrà, pel secondo filo,

$$(8) \quad \lambda' = \frac{2 m i'^2 c' l'}{h' p' \gamma' \omega'} \left[1 - \frac{e^{2a'l'} - 1}{a' l' (e^{2a'l'} + 1)} \right] .$$

Le formole (7) e (8) permettono di calcolare gli allungamenti termici che avvengono in due fili metallici per il passaggio della corrente elettrica attraverso di essi. Tuttavia, se volessimo applicare direttamente queste formole a casi particolari, i risultati del calcolo non meriterebbero grande fiducia; giacchè bisognerebbe tener conto di coefficienti finora mal noti e di quantità, che l'esperienza non può fornire con molta precisione.

Per questa ragione, nel mio procedimento, io mi limito ad istituire un confronto fra due fili di diversa natura, attraversati dalla corrente ed a valutare il solo rapporto fra i lo-

ro allungamenti termici. Fra breve dimostrerò, che tale rapporto si può rappresentare con una espressione molto semplice e facilmente calcolabile, purchè si supponga: 1° che i due fili facciano parte d'uno stesso circuito, cioè che la medesima corrente li attraversi; 2° che essi abbiano la stessa resistenza elettrica. S'intenderà dunque che si abbia:

$$i=i' ; \quad \frac{l}{\gamma \omega} = \frac{l}{\gamma' \omega'} .$$

Ora passo alla esposizione della parte sperimentale del mio lavoro.

III.

Eseguii le principali esperienze facendo uso di due fili, di cui uno era di rame, l'altro di ferro. Vennero questi fissati per un loro capo a due grossi torchietti che feci fermare solidamente al parapetto di una ringhiera che trovasi appoggiata alla parete, presso alla volta, nell'anfiteatro di fisica dell'Università torinese. Così i due fili discendevano verticalmente fino ad una piccola altezza dal pavimento dell'anfiteatro, mantenendosi l'un dall'altro distanti di qualche decimetro. Il capo inferiore di ciascuno di essi si prolungava in una grossa lamina di ferro, pesante circa 375 grammi e questa pescava per una porzione notevole in un vaso contenente mercurio. Mercè questa disposizione si otteneva la perfetta libertà e verticalità dei fili e potevasi, senza muoverli o toccarli, introdurli unitamente o separatamente in un circuito elettrico.

Posi ogni cura a che ciascun filo fosse ben disteso e privo affatto di sinuosità o piegature per tutta la sua lunghezza. Indi fissai su ciascuno, presso alla sua estremità inferiore, un micrometro costituito da un filo sottilissimo di rame annerito teso orizzontalmente sull'orlo di un piccolo anello.

Per ovviare a certe difficoltà, di cui farò cenno fra breve, cercai di dare alla superficie dei due fili una identica costituzione fisica; in modo da poter considerare come eguali i loro poteri emissivi. A questo fine provai varii artifizii e il migliore fu quello di bagnare molto leggermente l'uno e l'al-

tro con una soluzione di solfuro potassico. Così, esaminati attentamente per tutta la loro lunghezza, essi presentavano egualmente una superficie bruna, come affumicata, priva affatto di lucentezza metallica.

Installato un catetometro a conveniente distanza dal sistema dei due fili, io potevo puntare il suo cannocchiale ora verso il micrometro annesso al primo filo, ora verso quello del secondo; in ogni caso, girando il bottone della vite micrometrica, poteva far sì che il ramo orizzontale del reticolo del cannocchiale venisse a coincidere col sottile filo micrometrico indicante l'estremità inferiore del filo di esperienza.

È conveniente ch'io qui faccia un'avvertenza. Visto nel campo del cannocchiale, il filo micrometrico appariva più grosso del filo del reticolo; e tanto, che dovevo girare di quasi quattro divisioni il bottone della vite del catetometro per far sì che il secondo filo percorresse tutta la grossezza apparente del primo. Di qui una cagione d'errore nella misura delle altezze che ho eseguita e che riferirò fra breve; però è certo che, in ogni caso, l'errore è inferiore ad un'altezza corrispondente a 4 divisioni della vite del catetometro, cioè ad un cinquantesimo di millimetro; poichè ogni divisione, nel catetometro da me adoperato, corrisponde ad un dugentesimo di millimetro.

Nel procedimento che sto esponendo (ed in ciò parmi riposto il suo pregio principale) non è necessario misurare la temperatura dei fili attraversati della corrente elettrica. Tuttavia, ad evitare la possibilità di errori notevoli, è necessario adoperare sempre correnti piuttosto deboli, per modo che il loro passaggio in un filo metallico vi produca un innalzamento di temperatura di pochi gradi; cioè fa d'uopo che l'eccesso termico del filo sull'ambiente si mantenga in quei limiti, pei quali si ammette come vera la legge di Newton sul raffreddamento. In ogni serie di esperienze doveva accertarmi se questa condizione fosse soddisfatta; di qui la convenienza di procedere a valutazioni, almeno grossolane, di temperatura per i fili scaldati dalla corrente. A questo uopo feci saldare insieme per una loro estremità un filo di

ferro ed uno di platino, costituendo così una coppia termo-elettrica. Il doppio filo era incurvato ad U in modo che la saldatura si trovasse appunto nella regione dell'incurvamento e che i due rami fossero molto vicini fra loro. Così io potevo fissare orizzontalmente la coppia termo-elettrica ad un sostegno, far sì che i due rami di essa tenessero abbracciato il filo di esperienza e porre a contatto un punto di questo col punto d'unione dei due metalli. Essendo la coppia termoelettrica riunita ad un galvanometro di piccola resistenza, si osservava per ogni esperienza la deviazione dell'ago e, coll'aiuto di tavole precedentemente preparate, si deduceva da essa l'aumento di temperatura nel punto esplorato del filo.

Era pure necessario che, durante ciascuna serie di esperienze, la intensità della corrente elettrica si conservasse sensibilmente costante. Perciò nello stesso circuito, di cui facevano parte la pila formata da piccoli elementi Bunsen, il filo ed i fili verticali di esperienza ed un commutatore, trovavasi pur sempre una bussola reometrica. Questa venne scelta in modo da convenire alle intensità di correnti che dovevansi adoperare; inoltre fu fatta una serie di misure preliminari confrontando, per diverse correnti, le indicazioni della bussola cogli effetti elettrolitici prodotti nell'acqua acidulata di un voltmetro. Erasi perciò in grado di convertire per ogni caso l'angolo di deviazione della bussola nel numero corrispondente di unità di corrente. Basta ricordare che, secondo Kohlrausch, una corrente eguale all'unità elettromagnetica sviluppa centimetri cubi 1,0544 di gaz tonante ad ogni minuto primo.

Condizione essenziale, a cui dovevano soddisfare i due fili verticali assoggettati alle esperienze, era, che la resistenza elettrica fosse sempre la stessa per l'uno e per l'altro. Perciò io incominciava ogni serie di esperienze colla seguente operazione preliminare. Una grossa pinzetta metallica di forma conveniente poteva scorrere lungo una colonna verticale disposta vicino al filo di ferro e serviva a stringere questo ultimo in un suo punto qualunque. Lanciavo prima la corrente nel solo filo di rame e notavo la deviazione della bus-

sola reometrica; poscia, senza alterare le condizioni delle altre parti del circuito, sostituivo a tutto il filo di rame una sola porzione del filo di ferro e precisamente quella compresa fra la sua estremità inferiore e la pinzetta. Facevo poi scorrere lentamente in alto od in basso la pinzetta stessa fino a che la bussola segnasse precisamente la deviazione di prima. La sola porzione di filo di ferro, così determinata, doveva nelle esperienze seguenti far parte del circuito insieme a tutto il filo di rame.

Il filo di rame, che servì in quasi tutte le mie esperienze aveva la lunghezza di metri 4,6, e trovai che la lunghezza a darsi al filo di ferro d'egual resistenza era di metri 0,866.

Finalmente dirò che, terminata un'intera serie di esperienze, i due fili venivano staccati e si procedeva alla misura del loro diametro medio. Questa misura si faceva mediante uno sferometro e la si ripeteva più volte e per diversi punti di ciascun filo. Così risultò che ciascuno dei due fili considerati precedentemente si mantenne, durante le esperienze, con sezione sensibilmente costante: il diametro del filo di rame essendo in media di millimetri 0,54, e quello del filo di ferro di millim. 0,65.

IV.

Volendo trarre partito delle equazioni (7) e (8) trovate nel n. II. alle quali debbonsi aggiungere le condizioni espresse da:

$$i = i', \quad \frac{l}{\gamma \omega} = \frac{l}{\gamma' \omega'},$$

è necessario determinare i valori numerici di alcune quantità relative ai due fili di esperienza.

Il calcolo numerico dell'espressione:

$$a = \sqrt{\frac{h p}{k \omega}},$$

esige che per ciascun filo si conosca il rapporto $\frac{h}{k}$ del coef-

ficiente di conduttività esterna a quello di conduttività interna. Se fosse indispensabile valutare questo rapporto con una grande precisione, si incontrerebbero difficoltà gravi dipendenti dalla incertezza dei dati finora raccolti intorno alle conduttività termiche. Fortunatamente però, per l'indole stessa del procedimento che sto svolgendo, basta per il nostro scopo un'approssimazione anche un po' grossolana.

La quantità di calore emessa da una superficie mantenuta a temperatura costante, in un ambiente pure a temperatura costante, dipende dalla duplice causa della irradiazione e del contatto dell'aria. Designando con M la quantità totale di calore ceduta all'esterno nell'unità di tempo dall'unità di superficie, si può scrivere:

$$M = R + S ,$$

dove R rappresenta la quantità di calore perduta per irradiazione e S quella ceduta per contatto all'aria. Ciascuna di queste due quantità è funzione dell'eccesso termico e , quale essa sia, lo dicono con sufficiente approssimazione in molti casi le note leggi di Dulong e Petit. Però, quando l'eccesso termico non è grandissimo, e precisamente non è molto superiore ai 60° centesimali, dai lavori di E. Péclet risulta (1) che si possono, senza errore notevole, adottare le due formule seguenti:

$$R = Lt(1 + 0.0056 t) ;$$

$$S = L't(1 + 0.0075 t) ;$$

nelle quali t è l'eccesso termico, L è un coefficiente che dà la misura del potere emissivo e che non dipende dalla natura e dalla forma del corpo, ma soltanto dalla costituzione fisica della sua superficie; invece il coefficiente L' non dipende dalla costituzione, ma unicamente dalla forma del corpo stesso.

Se poi l'eccesso termico non è che di pochi gradi (e questa condizione è verificata in modo abbastanza soddisfa-

(1) *Traité de la chaleur*, par E. Péclet, tom. I, pag. 372 e seg.

cente nelle mie esperienze), in ciascuna delle formole precedenti si può trascurare il termine proporzionale a t^2 ; in tal caso si scende alla legge semplicissima di Newton e si ha:

$$M = R + S = (L + L') t .$$

In quanto a L risulta dalle esperienze dello stesso Péclet la conferma della proposizione già stabilita da Masson e da altri fisici anteriori, cioè che il valore di L è sensibilmente lo stesso per tutti i corpi a superficie affumicata o polverulenta e che si può ammettere:

$$L = 4 \text{ calorie ,}$$

quando si assuma per unità di superficie il metro quadrato e per unità di tempo l'ora.

Considerazioni alquanto più complesse si esigono per valutare a un dipresso la quantità L' . Non dipendendo tale quantità da altro, che dalla forma del corpo caldo, fece il Péclet numerose esperienze per le forme più utili a considerarsi e ne ricavò certe leggi empiriche che servono alla determinazione di L' . Studiò specialmente il caso di un corpo di forma cilindrica coll'asse verticale e chiamandone l l'altezza, r il raggio di sezione, trovò che è generalmente verificata la formola:

$$L' = \left\{ 0,726 + \frac{0,0345}{\sqrt{r}} \right\} \left\{ 2,43 + \frac{0,8758}{\sqrt{h}} \right\} .$$

Può questa formola venir applicata alla determinazione numerica di L' per ciascuno dei fili adoperati nelle mie esperienze. Debbo però avvertire che le esperienze che condussero il Péclet alla formola indicata furono istituite su corpi cilindrici, il raggio dei quali era sempre molto maggiore di quelli propri ai fili da me adoperati. E siccome una legge empirica non si può rigorosamente applicare se non nei casi prossimi a quelli per cui fu direttamente verificata, così l'approssimazione che si ottiene nel calcolo di L' per ciascuno dei miei fili è necessariamente alquanto incerta.

Dissi più sopra che per il filo di rame si aveva

$$l = \text{m. } 4,6 \quad , \quad r = \text{m. } 0,00027 \quad .$$

Sostituendo questi valori nella formola di Péclet, si ottiene:

$$L = 8,03 \quad .$$

Si ha dunque:

$$L + L' = 12,03 \quad ;$$

ed è questa la quantità che designammo fin da principio con h e che chiamammo, con Fourier, coefficiente di conduttività termica esterna.

Si sa che il coefficiente k di conduttività termica interna è la quantità di calore trasmessa, nell'unità di tempo, attraverso ad un muro grosso un metro, e le cui facce, di area uno, sono mantenute a temperature costanti e diverse l'una dall'altra di un grado. Per il rame, le ricerche accurate del Péclet danno:

$$k = 69 \quad .$$

intendendo che le unità di tempo, di superficie e di calore siano quelle adottate precedentemente.

Trovai più sopra l'espressione dell'allungamento termico prodotto in un filo da una corrente elettrica che lo attraversi continuamente, ed è:

$$\lambda = \frac{2 m i^2 c l}{h p \gamma \omega} \left[1 - \frac{e^{2\alpha l} - 1}{\alpha l (e^{2\alpha l} + 1)} \right] \quad .$$

Calcolando ora il valore numerico di αl , col sostituire nella

$$\alpha = \sqrt{\frac{h p}{k \omega}}$$

gli elementi che ci siamo procurati, si ottiene

$$\alpha l = 161 \quad .$$

Si scorge subito che, in questo caso, la quantità

$$\frac{e^{2al} - 1}{e^{2al} + 1}$$

non differisce sensibilmente dall'unità. Si può dunque scrivere:

$$\lambda = \frac{2 m i^2 c l}{h p \gamma \omega} \left(1 - \frac{1}{a l} \right).$$

Ma v'ha di più. Siccome si ha:

$$1 - \frac{1}{a l} = 0,9938 ,$$

è chiaro che l'errore che si commette, assumendo come eguale ad *uno* anche l'espressione $1 - \frac{1}{a l}$, è sempre inferiore a quelli che possono nascere dalla misura di λ fatta col cateotometro, nelle condizioni già esposte nel n. III. Tenendo conto di ciò si può semplicemente scrivere:

$$\lambda = \frac{2 m i^2 c l}{h p \gamma \omega} .$$

La corrente elettrica che, in ciascuna delle mie esperienze, attraversava il filo di rame fin qui studiato, attraversava pure un filo di ferro di egual resistenza elettrica.

Nella maggior parte dei casi feci uso di un filo di ferro il cui diametro, misurato dopo le esperienze, riconobbi essere di millimetri 0,65: e ridottolo, mediante prove che ho già descritte, ad avere la stessa resistenza elettrica dell'altro filo, trovai che la sua lunghezza doveva essere di metri 0,866. Intorno a questo secondo filo si possono fare considerazioni ed eseguire calcoli numerici analogamente a ciò che si è fatto pel filo di rame. Applicando la formola di Péclet per trovare il suo coefficiente di conduttività esterna, si ottiene per esso il numero 12.79. Lo stesso Péclet dà per coefficiente di conduttività interna del ferro il numero 28. Con questi elementi si ottiene:

$$a' l = 45,9 \quad , \quad 1 - \frac{1}{a' l} = 0,9782 \quad .$$

È dunque lecito anche qui ritenere come prossima all'unità l'espressione:

$$1 - \frac{c^2 a'' - 1}{a' l (c^2 a'' - 1)} \quad ,$$

e scrivere semplicemente:

$$\lambda' = \frac{2 m i^2 c' l}{h' p' \gamma' \omega'}$$

V.

Se le quantità contenute nelle espressioni più semplici di λ e di λ' fossero tali, che l'esperienza ne fornisse i valori numerici con sufficiente precisione, la via più diretta per riconoscere se esista, o no, un allungamento puramente galvanico, sarebbe questa: far passare una corrente di intensità conosciuta, in un solo dei due fili considerati finora: raggiunto l'equilibrio termico, misurare direttamente l'allungamento effettivo subito dal filo; calcolare infine l'allungamento teorico λ o λ' e paragonare fra loro il valore osservato e quello calcolato. Ma siccome non tutte le quantità che entrerebbero nel calcolo sono abbastanza bene conosciute, e specialmente non lo è il coefficiente γ di conduttività elettrica, perciò ricorro al seguente procedimento.

La stessa corrente elettrica invade contemporaneamente i due fili e li allunga di quantità che si misurano direttamente. I due fili soddisfanno già alla condizione di avere la stessa resistenza elettrica (relativamente alle temperature a cui vengono portati) e perciò si ha:

$$\frac{l}{\gamma \omega} = \frac{l'}{\gamma' \omega'} :$$

dividendo adunque l'espressione di λ per quella di λ' , si può scrivere:

$$\frac{\lambda}{\lambda'} = \frac{h'}{h} \frac{c}{c'} \frac{d'}{d} :$$

cioè, il rapporto degli allungamenti termici dei due fili dipende unicamente dal rapporto dei loro coefficienti di conduttività esterna, dal rapporto dei loro coefficienti di dilatazione e da quello dei loro diametri.

Nel caso delle mie esperienze si ha:

$$\begin{aligned} h &= 12,03 , & h' &= 12,79 ; \\ d &= 0,54 , & d' &= 0,65 . \end{aligned}$$

I coefficienti di dilatazione del rame e del ferro, desunti dai lavori più accreditati, danno in media :

$$\frac{c}{c'} = \frac{172}{122} .$$

Da ciò si ottiene:

$$\frac{\lambda}{\lambda'} = 1,794 .$$

Avendo misurati direttamente gli allungamenti effettivi subiti dai due fili, quando sono contemporaneamente attraversati dalla stessa corrente elettrica, consegno nella tabella seguente il riassunto dei risultati ottenuti.

I	II	III	IV
i	v	v'	$\frac{v}{v'}$
37	65	36	1,805
40	70	42	1,667
44	90	51	1,764
50	112	66	1,697
52	122	69	1,768
56	142	80	1,775

I numeri della 1^a colonna rappresentano in unità elettromagnetiche, stimate a un di presso, le intensità delle cor-

renti adoperate; queste intensità venivano desunte semplicemente dalle indicazioni della bussola reometrica inserita nel circuito.

Nella 2^a e nella 3^a colonna sono gli allungamenti v del filo di rame e v' del filo di ferro, espressi in divisioni della vite del catetometro, ciascuna delle quali equivale ad un dugentesimo di millimetro. Ho già notato più sopra che nella misura di ciascun allungamento poteva esservi, tutto al più, l'incertezza di quattro divisioni. Però l'errore probabile, che affetta i numeri della seconda e della terza colonna, è minore di questo, giacchè ciascun numero è il valore medio di parecchie misure fatte, tanto sull'allungamento operato dal passaggio della corrente, quanto sul raccorciamento che segue all'interruzione della corrente stessa. Tutte queste misure si eseguirono durante il mese di Ottobre 1878, e la temperatura dell'ambiente non fu mai inferiore ai 16°, nè superiore ai 18°,5. Si evitavano, per quanto era possibile, le correnti d'aria e si prolungavano le esperienze soltanto per intervalli di tempo, nei quali la temperatura dell'Anfiteatro si manteneva costante.

Alcune volte, e specialmente nei casi in cui si adoperavano correnti di maggiore intensità, si procedeva eziandio alla determinazione, quantunque grossolana, della temperatura dei due fili riscaldati dalla corrente. Ciò facevasi allo scopo di rigettare le misure eseguite quando l'eccesso termico era troppo considerevole. Tale determinazione facevasi col mezzo indicato nel n° III e per diversi punti del filo. Così si riconobbe che, colla corrente d'intensità 56, che è la più energica delle sovra segnate, l'eccesso termico pel filo di ferro non superava i 36° e pel filo di rame i 9°. Colla corrente di intensità 44 si avevano, a un dipresso, 24° d'eccesso termico del ferro e 6° pel rame.

Importa ora por mente ai numeri consegnati nella 4^a colonna della precedente tabella, i quali rappresentano il rapporto $\frac{v}{v'}$ degli allungamenti misurati. Fra questi numeri esistono differenze poco notevoli, ed il loro valore medio, che

è 1,746, differisce pure assai poco dal rapporto *calcolato* degli allungamenti termici, che trovammo eguale a 1.794. Se si riflette alle influenze dovute, per una parte, agli errori di misura, e per l'altra alla non assoluta verità delle ipotesi, da cui scaturisce l'espressione calcolata dell'allungamento termico, si scorge potersi stabilire, che *il rapporto degli allungamenti effettivi, misurati nei due fili, è sensibilmente eguale al rapporto che deve esistere fra i loro allungamenti termici.*

La proposizione ora stabilita non è conciliabile coll'esistenza d'un allungamento puramente elettrico, se non quando sia soddisfatta una certa condizione che è facile trovare. Se il fatto dell'allungamento galvanico esiste, un filo di lunghezza l , attraversato da una corrente, subisce un allungamento v , che è la somma dell'allungamento termico λ e dell'allungamento galvanico α ; cioè si ha

$$v = \lambda + \alpha .$$

La quantità α dev'essere proporzionale a l e funzione dell'intensità i della corrente; perciò si può porre:

$$\alpha = M l f(i) ,$$

il valore di M dipendendo soltanto dalla natura del metallo di cui il filo è costituito.

Si avrebbe adunque:

$$v = \lambda + M l f(i) .$$

Un secondo filo, di natura diversa, di lunghezza l' ed attraversato dalla stessa corrente i , presenterebbe pure un allungamento totale v' , tale da aversi:

$$v' = \lambda' + N l' f(i) ,$$

essendo λ' l'allungamento termico e N un coefficiente proprio del metallo di cui è formato il secondo filo. Si può dunque scrivere;

$$\frac{v - \lambda}{v' - \lambda'} = \frac{M}{N} \frac{l}{l'} .$$

Ma l' esperienza ha dimostrato che si ha molto prossimamente:

$$\frac{v}{v'} = \frac{\lambda}{\lambda'} = \frac{h'}{h} \frac{c}{c'} \frac{d'}{d} = 1,79 ,$$

perciò dovrà pure essere:

$$\frac{M l}{N l'} = \frac{h'}{h} \frac{c}{c'} \frac{d'}{d} = 1,79 ,$$

ossia:

$$\frac{M}{N} = 1,79 \frac{l'}{l} .$$

Sostituendo i dati sperimentali, cioè: $l = 4,6$, $l' = 0,866$, si ottiene $\frac{M}{N} = 0,337$.

Dunque il coefficiente d'allungamento galvanico del rame dovrebb'essere i 34 centesimi di quello del ferro.

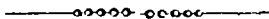
Per riconoscere se ciò può essere vero, volli istituire nuove esperienze comparative fra lo stesso filo di rame adoperato dianzi ed un nuovo filo di ferro, il cui diametro, misurato diligentemente, trovai essere di millimetri 0,55. Seguendo il processo già esposto, riconobbi che si doveva dare al medesimo la lunghezza di metri 0,636, affinchè avesse la stessa resistenza elettrica del filo di rame. Calcolai pure, colla formola già citata del Péclet, il suo coefficiente di conduttività esterna e lo trovai eguale a 13,87. Sperimentando successivamente con correnti di varia intensità, ciascuna delle quali attraversava entrambi i fili, e misurando in ogni caso gli allungamenti di questi, trovai che il rapporto di tali allungamenti si manteneva ancora quasi costante ed il suo valore medio fu eguale a 1,65. Così, prendendo come esempio il caso della corrente più intensa fra le adoperate, essa produsse nel filo di ferro un allungamento di 50 divisioni micrometriche del catetometro e nel filo di rame un allungamento corrispondente a 85 di queste divisioni.

Se alla nuova serie di esperienze si applicano le consi-

derazioni svolte poco fa, nell'ipotesi dell'esistenza d'un vero allungamento galvanico, si deve scrivere:

$$\frac{M}{N} = 1,65 \times \frac{0,636}{4,6} = 0,228.$$

Ora il numero 0,228 differisce notevolmente da 0,337, che si trovò colla prima serie di esperienze. Perciò parmi sia lecito il concludere, che è, per lo meno, *improbabile l'esistenza d'una dilatazione puramente galvanica prodotta dalla corrente nei conduttori filiformi*; e se pure un effetto di tale natura esiste, esso è piccolissimo a fronte di quello dovuto all'elevazione di temperatura.



RICERCHE SULLA CONDUTTIVITÀ ELETTRICA DEI CARBONI;
NOTA DEL PROF. R. FERRINI.

Introduzione.

1. Fino dal 1856 il noto elettricista francese conte Du Moncel scopriva che la resistenza elettrica di certe polveri mediocrementemente conduttrici, ed in particolare di quella di piombaggine, va soggetta a modificarsi colla pressione, scemando al crescere di questa e risorgendo al suo diminuire.

Nel 1865, M.^r Clérac, fondandosi su questa proprietà, intraprendeva la costruzione di *reostati a grafite* che vennero da lui denominati *Tubi di Clérac*, e difatti consistono in tubi pieni di grafite in polvere, muniti degli accessorj occorrenti per introdurli in un circuito voltiano e di un congegno per variare, entro certi limiti, la compressione della polvere.

La scoperta ricordata non attrasse però molta attenzione che da poco tempo, cioè dopo le brillanti e molteplici applicazioni che ne fece Edison e più ancora dopo il clamoroso