

Einfache Vorausberechnung der Pendelmomente von umrichter gespeisten Drehstrommaschinen mit eingprägtem Strom

J. Štěpina, Kaiserslautern

Übersicht: Eine einfache Methode für die Vorausberechnung von Pendelmomenten in den von stromeinprägenden Wechselrichtern gespeisten Synchron- und Asynchronmaschinen wird dargestellt. Das Verfahren beruht auf der Analyse der periodischen Änderung der Strombelagswellen des Ständers und Läufers in einem rotierenden Koordinatensystem. Die wichtigsten Daten sind dem üblichen Zeigerdiagramm zu entnehmen.

A simple predetermination of pulsating torques in three-phase machines fed from current-source inverters

Contents: A simple method for the preliminary calculation of pulsating torques in synchronous and asynchronous three-phase machines fed from current-impressing inverters is shown. The treatment is based on the analysis of the stator and rotor current-distribution waves changing periodically in a rotating coordinate system. The main data are obtained from the usual phasor diagram.

Verwendete Symbole

f	Frequenz der Grundschiwingung der Ständerströme
f_v	Frequenz einer Harmonischen des Pendelmomentes
g	Anzahl der Sprünge der Ständerstrombelagswelle in einer Periode der Ständerströme
i_A, i_B, i_C	Augenblickswerte der Strangströme
\dot{i}_S, \dot{i}_R	Raumzeiger der Strombelagswellen der Ordnung p des Ständers und Läufers im rotierenden Koordinatensystem (Betrag = $\pi \times$ Amplitude der betrachteten Welle in A/rad)
$\dot{i}_{Sq}, \dot{i}_{Rq}$	veränderliche Komponenten von \dot{i}_S, \dot{i}_R
$\dot{I}_{So}, \dot{I}_{Ro}$	Raumzeiger der nützlichen Strombelagswellen des Ständers und Läufers; Mittelwerte von \dot{i}_S, \dot{i}_R
k_0	Faktor (siehe Gln. (12), (32) und (33))
k_q	Faktor (siehe Gln. (5) und (34))
k_s	Faktor (siehe Gln. (11) und (40))
M	Drehmoment
p	Polpaarzahl
t	Zeit
α	Winkel in Bild 3
β	Winkel in Bild 3 und 5 (siehe Anhang A1)
ν	Ordnung der Harmonischen der Pendelmomente

ω	Kreisfrequenz der Grundschiwingung des Ständerstromes
ω_1	Kreisfrequenz der Grundschiwingung der Pendelmomente (Gl. (21))
*	konjugiert komplex

1 Einleitung

Die Stromrichter als Energiequellen für frequenzgesteuerte Synchron- und Asynchronmotoren gewinnen in der modernen Antriebstechnik immer mehr an Bedeutung. Sie liefern jedoch Ströme und Spannungen, die von der Sinusform abweichen und in dem Motor Zusatzverluste und Zusatzmomente verursachen. Diesen Problemen wurden im Laufe der letzten Jahre mehrere Veröffentlichungen gewidmet. Die sehr ausführlich und gründlich durchgeführten Untersuchungen haben jedoch oft den Nachteil, daß sie auf eine bestimmte Schaltung und einen bereits bekannten Motor ausgerichtet sind, so daß eine Übertragung der Ergebnisse auf andere Fälle kaum möglich ist. Unter den zahlreichen, oft gleich am Anfang eingeführten Parametern geht die Rolle der entscheidenden Einflußgrößen verloren. Bei vorläufigen Entscheidungen über geplante Antriebe fehlen nämlich genaue Angaben über den zu verwendenden Motor. Benötigt wird eine vorläufige Abschätzung der zu erwartenden Pendelmomente und die Möglichkeiten ihrer Einschränkung bei verschiedenen Betriebszuständen.

In der vorliegenden Arbeit wird eine sehr einfache Methode der annähernden Vorausberechnung von Pendelmomenten in den von stromeinprägenden Wechselrichtern gespeisten Drehstrommaschinen gezeigt. Das Verfahren stützt sich auf die bereits in [1] verwendete Analyse der periodischen Änderung der Strombelagswellen des Ständers und Läufers, die in dem mit der mittleren Winkelgeschwindigkeit der Ständerstrombelagswelle rotierenden Koordinaten-

system als komplexe Größen dargestellt sind. Von den räumlichen Wellen wird hier nur die Arbeitsgrundwelle berücksichtigt, weil die räumlichen Oberwellen eine zweitrangige Bedeutung haben und für ihre Erörterung Angaben über die Wicklungsverteilung notwendig sind. Der Luftspalt wird als konstant betrachtet. Wegen der angestrebten Einfachheit wird auch die Kommutierung nicht in Betracht gezogen, welche eine Milderung der Pendelmomente bedeutet. Der große Vorteil der verwendeten Methode besteht darin, daß die meisten für die Berechnung der Pendelmomente benötigten Parameter dem Zeigerdiagramm des jeweiligen Betriebszustandes (Grundschwingung) der Maschine entnommen werden können.

2 Strombelagswellen des Ständers und Läufers

Wenn man die Lage des ersten Stranges A einer symmetrischen Mehrphasenwicklung (Stränge A, B, C ...) der reellen Achse der komplexen Zahlenebene zuordnet, hat der Raumzeiger der Arbeitsgrundwelle des Ständerstrombelages die Form

$$\dot{i}'_s = z\xi(\dot{i}_A + \dot{i}_B\dot{a} + \dot{i}_C\dot{a}^2 + \dots + \dot{i}_Z\dot{a}^{(m-1)}), \quad (1)$$

wobei

$$\dot{a} = e^{j(2\pi/m)} \quad (2)$$

den Dreher, ξ denwicklungsfaktor, z die Leiterzahl eines Stranges und m die Strangzahl bezeichnet (siehe [2]). Bei der Vernachlässigung der Kommutierungszeit liefern die stromeinprägenden Wechselrichter Ströme, die aus rechteckförmigen Blöcken bestehen. Ein Beispiel für $m = 3$ ist in Bild 1 dargestellt. In den einzelnen Zeitabschnitten a, b, c, ... bleiben die Strangströme i_A , i_B , i_C und daher auch der Raumzeiger \dot{i}'_s konstant. Jeder Kommutierungsvorgang bedeutet eine sprungartige Änderung der Lage des Raumzeigers \dot{i}_s in der komplexen Zahlenebene, so daß der Raumzeiger innerhalb jeder Periode des Ständer-

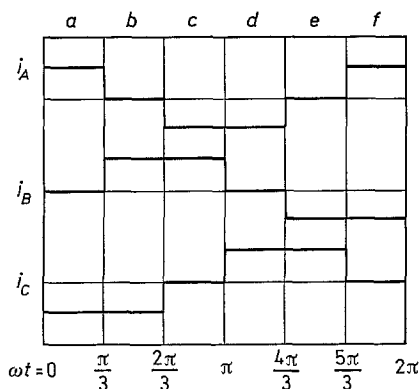


Bild 1. Eingeprägte Ständerströme einer Drehstrommaschine

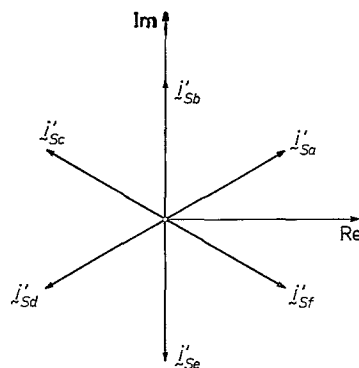


Bild 2. Sprungartige Vorwärtsbewegung des Raumzeigers der Ständerstrombelagswelle in Ständerkoordinaten

stromes insgesamt 6 Lagen in der komplexen Zahlenebene einnimmt, die gegeneinander um den elektrischen Winkel von 60° versetzt sind (Bild 2). Die Sprungzahl je Periode g (in Bild 2: $g = 6$) ist charakteristisch für die verwendete Schaltung des Stromrichters und von grundlegender Bedeutung für die Größe der Pendelmomente und Zusatzverluste.

Die Ständerwicklung des umrichtergespeisten Motors muß nicht unbedingt eine einfache symmetrische Mehrphasenwicklung sein. Ziemlich oft kommen Ständerwicklungen vor, die aus zwei symmetrischen, gegeneinander räumlich um $\pi/6$ versetzten Drehstromwicklungen bestehen, welche beim Betrieb parallel arbeiten. Der Raumzeiger der resultierenden Arbeitsgrundwelle ergibt sich in diesem Fall als Summe der Raumzeiger, die man nach Gl. (2) für die beiden Teilwicklungen aus dem Stromverlauf bestimmt. Meistens wird durch diese Maßnahme die Sprungzahl verdoppelt ($g = 12$).

Die durch den Raumzeiger \dot{i}'_s in Ständerkoordinaten dargestellte Strombelagswelle (Bild 2) wird nun in einem rotierenden Koordinatensystem dargestellt, das gegenüber dem Ständer mit der Winkelgeschwindigkeit ω/p umläuft. Es ist die Winkelgeschwindigkeit der nützlichen Arbeitsgrundwelle, welche der Grundschwingung der Ständerströme entspricht. Bei der Synchronmaschine ist es die Winkelgeschwindigkeit des Läufers. Nach der Koordinatentransformation erhält man den Raumzeiger

$$\dot{i}_s = \dot{i}'_s e^{-j\omega t}, \quad (3)$$

wobei

$$\omega = 2\pi f \quad (4)$$

die Kreisfrequenz der Grundschwingung der Ständerströme ist.

Der auf das neue Koordinatensystem bezogene Raumzeiger \dot{i}_s durchläuft sechs mal je Periode der Ständerströme in Bild 1 einen Bogen zwischen den

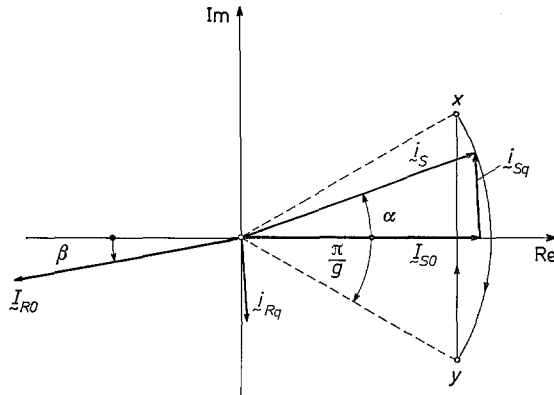


Bild 3. Strombelagswellen des Ständers und Läufers im rotierenden Koordinatensystem

Grenzen x und y im Uhrzeigersinn (Bild 3). Von der Lage y kehrt er sprunghaft wieder in den Ausgangspunkt x zurück. Der Winkel α ändert sich im Winkelbereich $\pi/g \geq \alpha \geq -\pi/g$. Der Verlauf von i_s ist eine komplexe periodische Funktion, deren Mittelwert I_{s0} die nützlich arbeitende Strombelagswelle des Ständers darstellt. Sie entspricht der Grundschwingung der Ständerströme. Das rotierende Koordinatensystem ist fest verbunden mit dieser Raumwelle, d. h. bei der Synchronmaschine mit dem Läufer.

In Bild 3 sind auch andere Strombelagswellen der Ordnung p dargestellt. Die Strombelagswelle I_{R0} des Läufers ist in dem gewählten Koordinatensystem auch konstant und ergibt mit I_{s0} , entsprechend dem üblichen Zeigerdiagramm der Maschine, das nützliche konstante Drehmoment (siehe Anhang A1). Die gesuchten Pendelmomente hängen mit der zeitlich veränderlichen Komponente i_{sq} des Ständerstrombelages zusammen. Die kurzgeschlossenen Stromkreise des Läufers reagieren auf diese Komponente mit der zusätzlichen Läuferstrombelagswelle i_{Rq} , welche bei Vernachlässigung der ohmschen Widerstände zu der Welle i_{sq} genau in Opposition steht. Man kann daher schreiben

$$i_{Rq} = -k_q i_{sq}, \quad (5)$$

wobei der Faktor k_q von der Läuferstreuung und der Hauptreaktanz abhängt (siehe Anhang A2).

3 Verlauf des Pendelmomentes

Für das Drehmoment der Arbeitsgrundwelle der Maschine mit konstantem Luftspalt gilt nach [2]

$$M = pL' \operatorname{Re} [j i_R i_s^*], \quad (6)$$

wobei die Strombelagswellen als Raumzeiger i_R, i_s in demselben aber sonst beliebigen Koordinatensystem

ausgedrückt sind. In der Induktivität

$$L' = \frac{\mu_0 D l}{2\pi p^2 \delta} \quad (7)$$

sind die Hauptabmessungen der Maschine enthalten:

D Bohrungsdurchmesser, l Paketlänge, δ Luftspaltbreite und μ_0 Permeabilität des leeren Raumes. Wenn man jedoch nur bezogene Werte des Pendelmomentes ermittelt, braucht man diese Angaben nicht.

Der Raumzeiger des Läufers besteht nach Bild 3 aus zwei Komponenten I_{R0}, i_{Rq} und man kann nach Gl. (5) schreiben

$$i_R = I_{R0} + i_{Rq} = I_{R0} - k_q i_{sq} = I_{R0} - k_q i_s + k_q I_{s0} \quad (8)$$

und in Gl. (6) einsetzen. Man erhält

$$\begin{aligned} M &= pL' \operatorname{Re} [j(I_{R0} - k_q i_s + k_q I_{s0}) i_s^*] \\ &= pL' \operatorname{Re} [j I_{R0} i_s^* + j k_q I_{s0} i_s^*]. \end{aligned} \quad (9)$$

Drückt man den Betrag $|i_s|$ durch den Mittelwert I_{s0} aus und schreibt

$$i_s = k_s I_{s0} e^{j\alpha}, \quad (10)$$

dann gilt für den Faktor k_s die im Anhang A3 hergeleitete Formel

$$k_s = \frac{|i_s|}{I_{s0}} = \frac{\pi}{g} \frac{1}{\sin(\pi/g)}. \quad (11)$$

Nach Anhang A1 besteht auch zwischen I_{R0} und I_{s0} in Bild 3 eine feste, durch das Zeigerdiagramm gegebene Beziehung

$$I_{R0} = -k_0 I_{s0} e^{j\beta}. \quad (12)$$

Das Einsetzen aus Gln. (10) und (12) in Gl. (9) ergibt das Drehmoment als Funktion des Winkels α in Bild 3 in der Form

$$M = M(\alpha) = pL' k_s I_{s0}^2 [k_0 \sin(\beta - \alpha) + k_q \sin \alpha]. \quad (13)$$

Gleichung (13) gilt für $\pi/g \geq \alpha \geq -\pi/g$. Dieses Drehmoment kann man auf das mittlere Drehmoment

$$M_0 = pL' \operatorname{Re} [j I_{R0} I_{s0}^2] = pL' k_0 I_{s0}^2 \sin \beta \quad (14)$$

beziehen, das die ruhenden Strombelagswellen I_{R0}, I_{s0} ergeben. Das bezogene Drehmoment hat die Form

$$\begin{aligned} M_b &= M_b(\alpha) = \frac{M}{M_0} \\ &= \frac{k_s}{k_0 \sin \beta} [k_0 \sin(\beta - \alpha) + k_q \sin \alpha]. \end{aligned} \quad (15)$$

Für das alleinige, bezogene Pendelmoment gilt dann

$$M_{bq} = M_b - 1. \quad (16)$$

Das Drehmoment M_b in Gl. (15) und (16) ist auf das jeweilige mittlere Drehmoment bezogen, so daß M_b beim Leerlauf unendlich groß wird. Man kann jedoch das Drehmoment M in Gl. (13) auch auf das Nennmoment des Motors

$$M_{0N} = pL'k_{0N} I_{S0N}^2 \sin \beta_N \quad (17)$$

beziehen, wobei k_{0N} , I_{S0N} und β_N dem Zeigerdiagramm des Nennbetriebes (Grundschwingung) entsprechen müssen.

Es gilt dann

$$M'_b = \frac{M}{M_{0N}} = \frac{k_s}{k_{0N} \sin \beta_N} \frac{I_{S0}^2}{I_{S0N}^2} [k_0 \sin (\beta - \alpha) + k_q \sin \alpha]. \quad (18)$$

Die Strombelagswellen I_{S0} , I_{S0N} verhalten sich wie die entsprechenden Ständerströme in Zeigerdiagrammen (siehe Anhang A1).

Anwendungsbeispiele sind im Abschn. 5.

4 Harmonische Komponenten des Pendelmomentes

Gleichungen (15) und (18) beschreiben den Verlauf des Drehmomentes in einer Periode, die g -mal kürzer als die Periode der Ständerströme ist. Die Frequenz der Grundschwingung des Pendelmomentes ist daher

$$f_1 = gf \quad (19)$$

und die Frequenzen der Oberschwingungen allgemein

$$f_v = vfg, \quad (20)$$

wobei $v = 2, 3 \dots$ ist. Daraus ergibt sich die Kreisfrequenz der Grundschwingung

$$\omega_1 = g\omega = 2\pi gf. \quad (21)$$

Wenn man nach Bild 3

$$i_s = I_{S0} + i_{sq} = I_{S0} + \operatorname{Re} [i_{sq}] + j \operatorname{Im} [i_{sq}] \quad (22)$$

in Gl. (9) einsetzt, erhält man

$$\begin{aligned} M &= pL' \operatorname{Re} \{ j I_{R0} I_{S0}^* + j I_{R0} \operatorname{Re} [i_{sq}] + I_{R0} \operatorname{Im} [i_{sq}] \\ &\quad + j k_q I_{S0}^2 + j k_q I_{S0} \operatorname{Re} [i_{sq}] + k_q I_{S0} \operatorname{Im} [i_{sq}] \} \\ &= M_0 + M_q. \end{aligned} \quad (23)$$

Nach Gl. (23) besteht das Drehmoment M aus dem nützlichen mittleren Drehmoment M_0 nach Gl. (14) und dem Pendelmoment

$$\begin{aligned} M_q &= pL' \operatorname{Re} \{ j I_{R0} \operatorname{Re} [i_{sq}] + I_{R0} \operatorname{Im} [i_{sq}] \\ &\quad + k_q I_{S0} \operatorname{Im} [i_{sq}] \} = pL' \{ \operatorname{Im} [i_{sq}] (k_q I_{S0} \\ &\quad - |I_{R0}| \cos \beta) + |I_{R0}| \operatorname{Re} [i_{sq}] \sin \beta \}. \end{aligned} \quad (24)$$

Dieses Pendelmoment, bezogen auf das jeweilige Drehmoment aus Gl. (14), ist dann

$$M_{qb} = \frac{\operatorname{Im} [i_{sq}]}{I_{S0} \sin \beta} \left(\frac{k_q}{k_0} - \cos \beta \right) + \frac{\operatorname{Re} [i_{sq}]}{I_{S0}}. \quad (25)$$

Nach Bild 3 ist i_{sq} eine komplexe periodische Funktion der Zeit, die man in eine Reihe von harmonischen Schwingungen i_{sqv} zerlegen kann. Es gilt nach Anhang A3

$$\frac{\operatorname{Re} [i_{sqv}]}{I_{S0}} = -2 \left[\frac{1}{(gv)^2} + \frac{1}{(gv)^4} + \frac{1}{(gv)^6} + \dots \right] \cos (v\omega_1 t) \quad (26)$$

und

$$\frac{\operatorname{Im} [i_{sqv}]}{I_{S0}} = 2 \left[\frac{1}{gv} + \frac{1}{(gv)^3} + \frac{1}{(gv)^5} + \dots \right] \sin (v\omega_1 t). \quad (27)$$

Die Reihen in Gln. (26) und (27) konvergieren sehr schnell, so daß höchstens jeweils die zwei ersten Glieder zu berücksichtigen sind. Man kann nun die einzelnen Komponenten i_{sqv} aus Gln. (26) und (27) in Gl. (25) einsetzen und man erhält die einzelnen Harmonischen des bezogenen Pendelmomentes in der Form

$$\begin{aligned} M_{qbv} &= \frac{2}{\sin \beta} \left[\frac{1}{gv} + \frac{1}{(gv)^3} \right] \left(\frac{k_q}{k_0} - \cos \beta \right) \sin (v\omega_1 t) \\ &\quad - 2 \left[\frac{1}{(gv)^2} + \frac{1}{(gv)^4} \right] \cos (v\omega_1 t) \\ &= M'_{qbv} \sin (v\omega_1 t) + M''_{qbv} \cos (v\omega_1 t). \end{aligned} \quad (28)$$

Normalerweise dominiert die Sinuskomponente

$$M'_{qbv} = \frac{2}{\sin \beta} \left[\frac{1}{gv} + \frac{1}{(gv)^3} \right] \left(\frac{k_q}{k_0} - \cos \beta \right) \quad (29)$$

und die Komponente mit der Amplitude

$$M''_{qbv} = -2 \left[\frac{1}{(gv)^2} + \frac{1}{(gv)^4} \right] \quad (30)$$

bleibt klein. Bei Teillast kann jedoch auch die Komponente M'_{qbv} sehr klein werden. Die resultierende Amplitude der Drehmomentschwingung ergibt sich zu

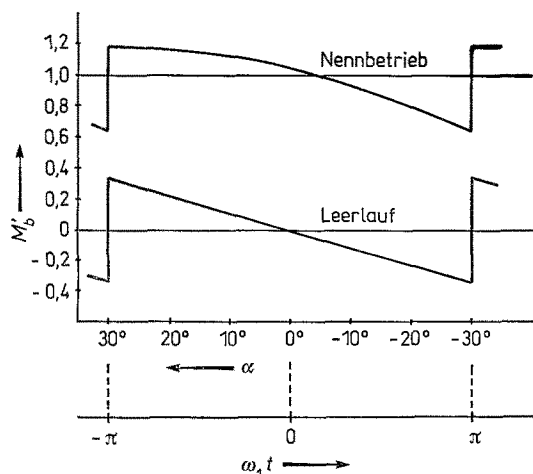
$$M'''_{qbv} = \sqrt{M_{qbv}^2 + M_{qbv}^{\prime 2}}. \quad (31)$$

5 Anwendungsbeispiele

5.1 Asynchronmotor

Ein Drehstromasynchronmotor $P = 3 \text{ kW}$, $p = 2$, $f = 50 \text{ Hz}$, $U_N = 380 \text{ V}$, soll von einem Stromrichter nach Bild 1 und 2 gespeist werden ($g = 6$). Bei Anschluß an sinusförmige Spannung und beim Nennschlupf $s_N = 5,5\%$ ergeben sich aus seinem Zeigerdiagramm folgende Daten (siehe Anhang A1): $k_{0N} = 0,855$, $\beta_N = 25,5^\circ$. Der Faktor $k_q = 0,96$ wurde nach Anhang A2 festgestellt.

Wenn der Motor vom Wechselrichter gespeist

Bild 4. Pendelmomente einer Asynchronmaschine bei $g = 6$

wird, berechnet man das bezogene Drehmoment nach Gl. (18). Der Verlauf des Drehmomentes beim Nennschlupf ist in Bild 4 oben dargestellt.

Aus dem Zeigerdiagramm beim synchronen Lauf wurde festgestellt, daß der Ständerstrom auf 55% des Nennstromes sinkt. Es gilt daher in Gl. (18)

$$\frac{I_{s0}}{I_{s0N}} = 0,55$$

und $k_0 = 0$. Der Verlauf des bezogenen Pendelmomentes beim synchronen Lauf ist auch in Bild 4 unten eingetragen.

Nach Gln. (28–31) kann man auch die harmonischen Komponenten des Pendelmomentes berechnen. Die Grundschwingung hat die Frequenz (Gl. 19)

$$f_1 = gf = 300 \text{ Hz},$$

und die Amplitude der Sinuskomponente nach Gl. (29)

$$M'_{qb1} = \frac{2}{\sin 25,5^\circ} \left[\frac{1}{6,1} + \frac{1}{(6,1)^3} \right] \times \left(\frac{0,96}{0,885} - \cos 25,5^\circ \right) = 0,175.$$

Die Kosinuskomponente nach Gl. (30) ist

$$M''_{qb1} = -2 \left[\frac{1}{(1,6)^3} + \frac{1}{(1,6)^4} \right] = -0,057.$$

Die resultierende Amplitude ergibt sich nach Gl. (31) zu

$$M'''_{qb1} = \sqrt{0,175^2 + 0,057^2} = 0,184.$$

Die Berechnung höherer Harmonischen ($\nu > 1$) des Pendelmomentes ist analog.

5.2 Synchronmaschine

Ein großer, vierpoliger Synchronmotor ist nur durch seine bezogenen Reaktanzen charakterisiert: Synchronreaktanz $x = 1,8$, Streureaktanz des Ständers $x_{s0} = 0,15$. Der Einfluß des Ständerwiderstandes ist vernachlässigbar. Der Ständer hat eine Sechsstromwicklung, die von einem Doppelumrichter gespeist werden soll. Die Sprungzahl der Ständerstrombelagswelle $g = 12$. Es sollen die harmonischen Komponenten des Pendelmomentes beim Nennbetrieb untersucht werden, wenn der Motor leicht übererregt betrieben wird (angenommen $\cos \varphi = 0,98$ – übererregt).

Aus dem Zeigerdiagramm, das man anhand dieser Angaben aufstellen kann, ergeben sich folgende Daten:

$\beta = 26^\circ$, $k_0 = 1,36$. Den Faktor $k_q = 0,97$ kann man nach Anhang A2 annehmen. Für die erste Harmonische des Pendelmomentes ($\nu = 1$, $f_1 = gf = 12f$) gilt nach Gln. (29) bis (31):

$$M'_{qb} = \frac{2}{\sin 26^\circ} \left[\frac{1}{12,1} + \frac{1}{(12,1)^3} \right] \times \left(\frac{0,97}{1,36} - \cos 26^\circ \right) = 0,071,$$

$$M''_{qb} = -2 \left[\frac{1}{(12,1)^2} + \frac{1}{(12,1)^4} \right] = 0,0139,$$

$$M'''_{qb} = \sqrt{0,071^2 + 0,0139^2} = 0,0723.$$

Die Berechnung der Amplituden der höheren Harmonischen mit den Frequenzen $24f$, $36f$... ist analog.

Es ist zu beachten, daß der Klammerausdruck in Gl. (29) einen großen Einfluß hat und stark von dem Betriebszustand abhängt. Es ist daher ratsam, mehrere Betriebszustände anhand ihrer Zeigerdiagramme zu prüfen.

6 Zusammenfassung

Anhand der hergeleiteten Gleichungen kann man die Pendelmomente in stromrichter gespeisten Asynchron- und Synchronmotoren mit konstantem Luftspalt berechnen. Die Gleichungen (15, 16) und (18) ergeben den zeitlichen Verlauf der bezogenen Gesamtdrehmomente. Die harmonischen Komponenten des Pendelmomentes erhält man aus Gl. (28–31).

In das beschriebene Verfahren kann man auch die Kommutierung und die räumlichen Oberwellen einbeziehen [1]. Die Berechnungen sind dann wesentlich komplizierter.

Anhang

A1.1 Asynchronmotor

Bild 5a zeigt das übliche Zeigerdiagramm der Asynchronmaschine. Das Zeigerbild ist so allgemein bekannt, daß die Buchstabensymbole keine Erklärung benötigen. Für die Berechnung der Pendelmomente sind nur die Zeiger des Ständerstromes \underline{I}_S und des umgerechneten Läuferstromes \underline{I}'_R wichtig, weil sie den Amplituden der Strombelagswellen des Ständers und Läufers beim Betrieb an sinusförmiger Spannung proportional sind und ihre räumlichen Lagen angeben. Man findet daher in Bild 5a sowohl den Winkel β (siehe Bild 3) als auch den Faktor (siehe Gl. (12))

$$k_0 = \frac{|\underline{I}_{R0}|}{|\underline{I}_{S0}|} = \frac{|\underline{I}'_R|}{|\underline{I}_S|}. \quad (32)$$

A1.2 Synchronmaschine

Die für die Berechnung der Pendelmomente benötigten Größen findet man auch in dem üblichen Zeigerdiagramm der Synchronmaschine in Bild 5b. Der Winkel β ist direkt eingetragen und der Faktor k_0 ergibt sich zu

$$k_0 = \frac{|\underline{I}_{R0}|}{|\underline{I}_{S0}|} = \frac{|\underline{I}_E|}{|\underline{I}'_S|} \quad (33)$$

wobei \underline{I}_E den Erregerstrom und \underline{I}'_S den auf den Läufer umgerechneten Ständerstrom bedeutet.

A2 Rückwirkung des Läufers

Die Rückwirkung des Käfigläufers oder der Dämpferwicklung einer Synchronmaschine ergibt sich aus dem üblichen Ersatzschaltbild der Asynchronmaschine, in dem, entsprechend der oben getroffenen Vereinfachung, der Läuferwiderstand gleich Null gesetzt wird. Den gesuchten Faktor k_q erhält man als Verhältnis des auf

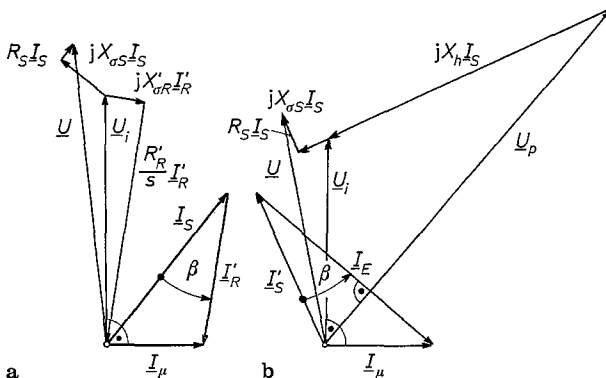


Bild 5. Entnahme der Daten aus dem Zeigerdiagramm

den Ständer umgerechneten Läuferstromes zum Ständerstrom in der Form

$$k_q = \frac{X_h}{X_h + X'_{\sigma R}} = 1 - \frac{X'_{\sigma R}}{X_h + X'_{\sigma R}} \quad (34)$$

wobei X_h die Hauptreaktanz und $X'_{\sigma R}$ die auf den Ständer bezogene Streureaktanz der Läuferwicklung bedeuten. Die Frequenz, für welche die beiden Reaktanzen berechnet werden, ist beliebig und es können daher die Reaktanzen der üblichen Grundwellenberechnung der Maschine verwendet werden.

Der Faktor k_q liegt bei Maschinen mit kleiner Polzahl zwischen 0,94 bis 0,98; bei vielpoligen Maschinen ist er kleiner.

A3 Komponenten der Ständerstrombelagswelle

Die Strombelagswelle \dot{i}_S als Funktion des Winkels $\omega_1 t = g\omega t$ in Bild 3 hat die Form

$$\dot{i}_S = |\dot{i}_S| e^{-j(\omega_1 t/g) - (\pi/g)}. \quad (35)$$

Diese Funktion kann man anhand der komplexen Fourier-Reihe in rotierende Raumzeiger zerlegen und schreiben

$$\dot{i}_S = \underline{I}_{S0} + \sum_{\nu=1}^{\infty} (\underline{I}'_{\nu} e^{j\nu\omega_1 t} + \underline{I}'_{-\nu} e^{-j\nu\omega_1 t}), \quad (36)$$

wobei die Faktoren nach der Formel

$$\underline{I}'_{\pm\nu} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \dot{i}_S e^{\mp j\nu\omega_1 t} d(\omega_1 t) \quad (37)$$

zu berechnen sind.

Es gilt nach Gl. (35) und (37)

$$\begin{aligned} \underline{I}'_{\pm\nu} &= \frac{1}{2\pi} |\dot{i}_S| \int_0^{2\pi} e^{-j(\omega_1 t/g) - (\pi/g)} \cdot e^{\mp j\nu\omega_1 t} d(\omega_1 t) \\ &= |\dot{i}_S| \frac{g}{\pi} \frac{1}{1 \pm \nu g} \sin \frac{\pi}{g}. \end{aligned} \quad (38)$$

Nach gleicher Formel erhält man für $\nu = 0$ auch den reellen Mittelwert

$$\underline{I}_{S0} = \underline{I}'_{(\nu=0)} = |\dot{i}_S| \frac{g}{\pi} \sin \frac{\pi}{g}. \quad (39)$$

Man kann daher für das Verhältnis k_S schreiben (siehe Gl. (11))

$$k_S = \frac{|\dot{i}_S|}{\underline{I}_{S0}} = \frac{\pi}{g} \frac{1}{\sin \frac{\pi}{g}} \quad (40)$$

und daher auch nach Gln. (38) und (39)

$$\underline{I}'_{\pm\nu} = \underline{I}_{S0} \frac{1}{1 \pm \nu g}. \quad (41)$$

Wenn man den Zähler 1 in Gl. (41) durch den Nenner $\pm g\nu + 1$ dividiert, erhält man die Reihe

$$\begin{aligned} \frac{\underline{I}'_{\pm\nu}}{\underline{I}_{S0}} &= \frac{1}{1 \pm g\nu} = \frac{1}{\pm g\nu} - \frac{1}{(\pm g\nu)^2} + \frac{1}{(\pm g\nu)^3} \\ &\quad - \frac{1}{(\pm g\nu)^4} + \frac{1}{(\pm g\nu)^5} + \dots \end{aligned} \quad (42)$$

Es gilt daher für $+\nu$

$$\frac{\underline{I}'_{\nu}}{\underline{I}_{S0}} = \frac{1}{g\nu} - \frac{1}{(g\nu)^2} + \frac{1}{(g\nu)^3} - \frac{1}{(g\nu)^4} + \dots \quad (43)$$

und für $-\nu$

$$\frac{\underline{I}'_{-\nu}}{\underline{I}_{S0}} = -\frac{1}{g\nu} - \frac{1}{(g\nu)^2} - \frac{1}{(g\nu)^3} - \frac{1}{(g\nu)^4} - \dots \quad (44)$$

Man kann daher den Klammerausdruck in Gl. (36) zusammenfassend betrachten und schreiben

$$\begin{aligned} &\frac{1}{\underline{I}_{S0}} (I'_{\nu} e^{j\nu\omega_1 t} + I'_{-\nu} e^{-j\nu\omega_1 t}) \\ &= \frac{1}{\underline{I}_{S0}} \left\{ \left(\frac{1}{g\nu} + \frac{1}{(g\nu)^3} + \dots \right) (e^{j\nu\omega_1 t} - e^{-j\nu\omega_1 t}) \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\quad \left. - \left(\frac{1}{(g\nu)^2} + \frac{1}{(g\nu)^4} + \dots \right) (e^{j\nu\omega_1 t} + e^{-j\nu\omega_1 t}) \right\} \\ &= \frac{2}{\underline{I}_{S0}} \left\{ j \left(\frac{1}{g\nu} + \frac{1}{(g\nu)^3} + \dots \right) \sin(\nu\omega_1 t) \right. \\ &\quad \left. - \left(\frac{1}{(g\nu)^2} + \frac{1}{(g\nu)^4} + \dots \right) \cos(\nu\omega_1 t) \right\}. \end{aligned} \quad (45)$$

Aus Gl. (45) folgen unmittelbar Gln. (26) und (27).

Literatur

1. Štěpina, J.: Berechnung des effektiven Läuferstrombelages der mit Stromrichter belasteten Synchronmaschine. Acta Technica CSAV 9 (1964) 255–280
2. Štěpina, J.: Fundamental equations of the space vector analysis of electrical machines. Acta Technica CSAV 13 (1968) 184–198

Eingegangen am 27. März 1990

o. Prof. Dr.-Ing. Dr. Sc. J. Štěpina
Fachbereich Elektrotechnik
Lehrstuhl für Elektrische Maschinen
Universität Kaiserslautern
Postfach 3049
W-6750 Kaiserslautern
Bundesrepublik Deutschland