最大クリーク発見問題の共有メモリ型並列アルゴリズム

小畠教寛
北海道大学　大学院情報科学院

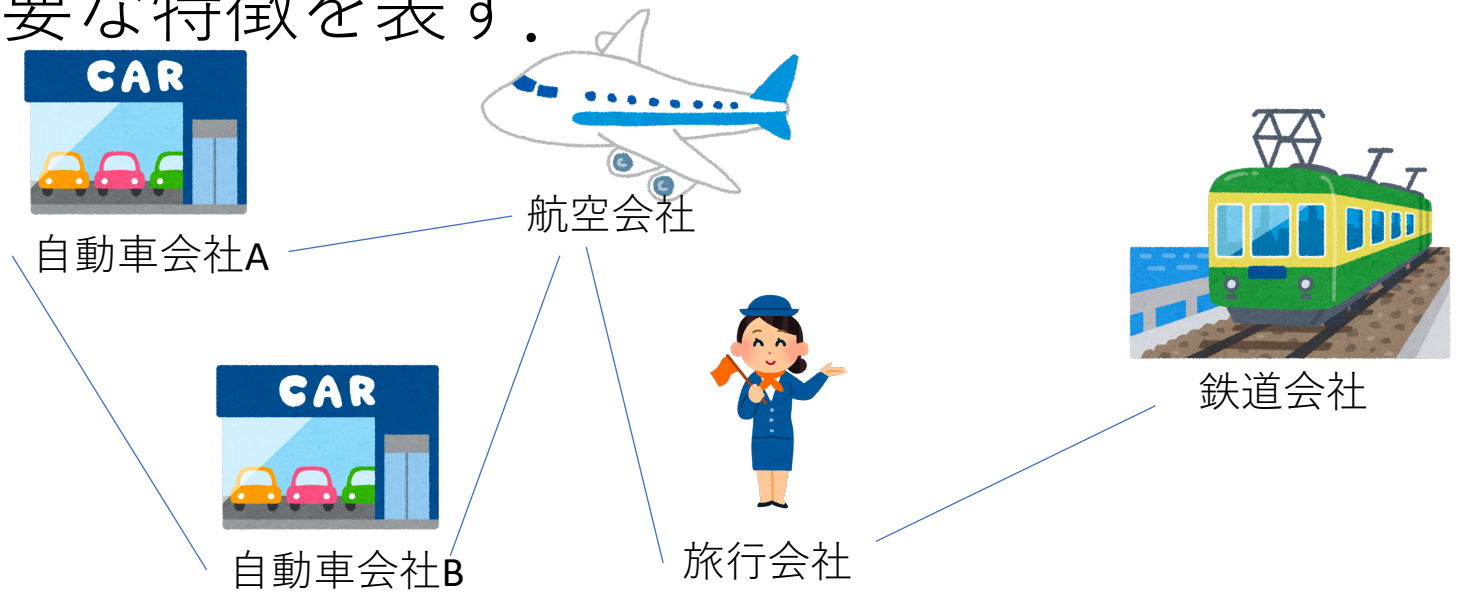
このスライドは，githubの
obatakyoukan/paperに挙げています.

発表内容

- 準備
  - 従来手法MCT
  - 並列化
- 提案手法MCTP
- 実験

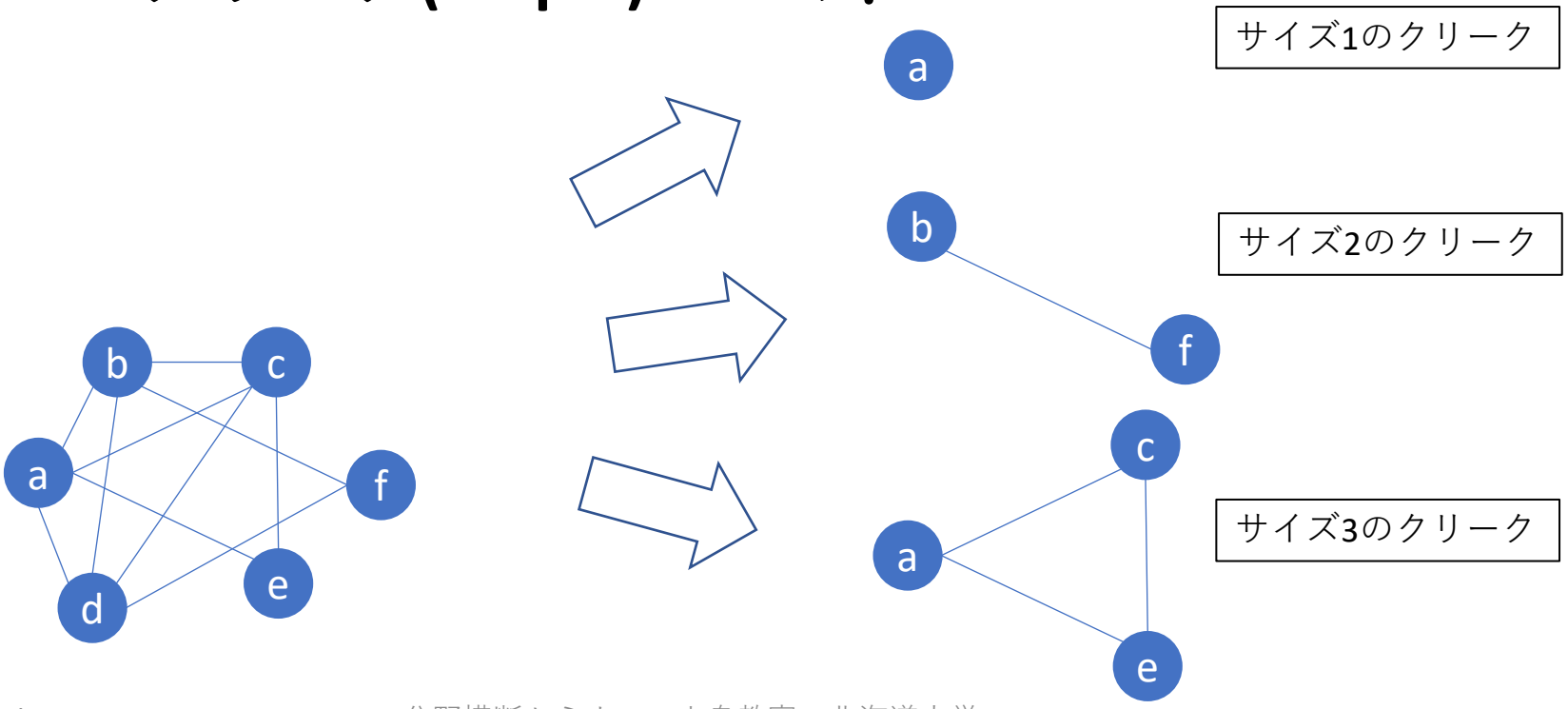
研究背景

最大クリーク問題(Maximum Clique Problem)は，幅広くの応用分野に利用でき，例えば，株式市場におけるマーケットグラフの最大クリークは，似た振る舞いをする最大のグループという重要な特徴を表す．



クリーク

無向グラフ$G = (V, E)$が与えられたとき，任意の2頂点が隣接している頂点集合Vの部分集合Qのことを**クリーク(Clique)**という．



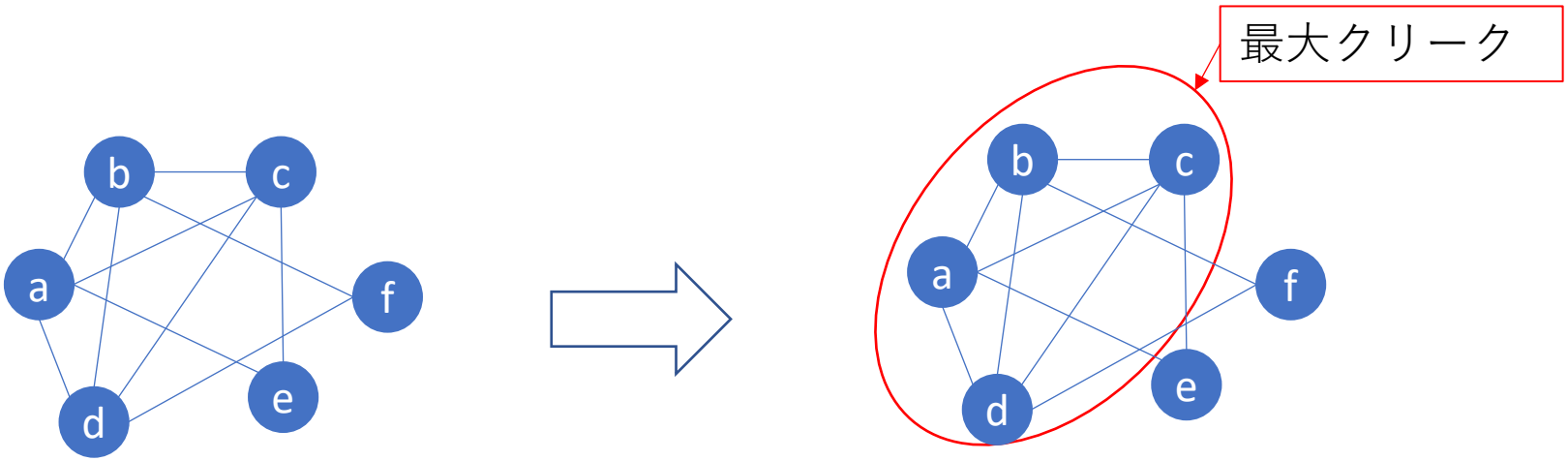
最大クリーク問題

- 入力

  無向グラフ$G = (V, E)$

- 出力

  任意の2頂点が隣接しているVの部分集合の中で，サイズが最大のものQ_{max}を**最大クリーク**といいう．



既存研究とその課題

最大クリーク発見に関する高速なアルゴリズムは，多く研究されている．その１つとして，2016年にTomitaらによってMCTアルゴリズムが提案されている[1].

このMCTアルゴリズムは，高速に動作することが知られている．しかし，MCTの並列化によるさらなる高速化は，知られていない．

[1] Tomita, E., Yoshida, K., Hatta, T., Nagao, A., Ito, H., Wakatsuki, M.: A much faster branch- and-bound algorithm for finding a maximum clique, FAW 2016, LNCS 9711, pp.215-226, 2016.

研究目的

本研究では，MCT アルゴリズムを，その枝刈り等の効果をできるだけ損わずに，並列化することによる高速化を行うことを目指す．

主結果

- 共有メモリ型並列化した**MCTPアルゴリズム**を提案した.
- 実験では，ほとんど全てのグラフに対して，実行時間が実際に抑えられていることを確認した.

準備(1/2)

MCTについて

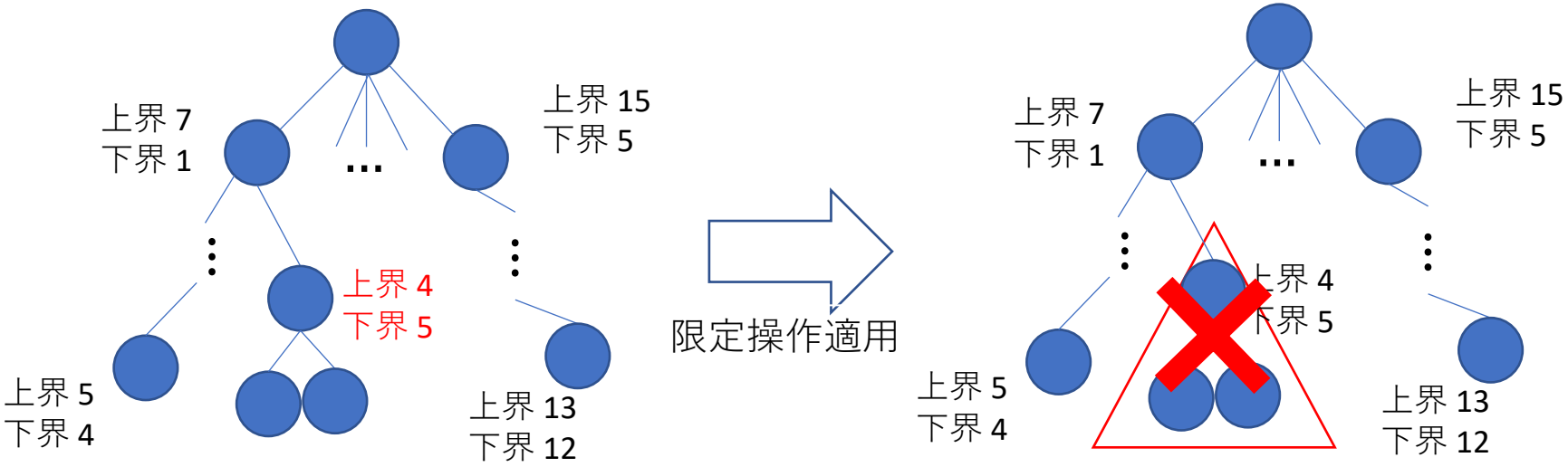
MCT

- MCT [Tomita et al.,2016]は，**分枝限定法(B&B)**によって，最大クリークを発見するアルゴリズムである.
- 以下の工夫を用いることで，探索を効率的に行っている.
  - 彩色によるクリークの上界の概算.
  - 近似解によるクリークの下界の概算.
  - 部分問題に応じた彩色アルゴリズムの切り替え

[Tomita el al. ,2016] Tomita, E., Yoshida, K., Hatta, T., Nagao, A., Ito, H., Wakatsuki, M.: A much faster branch- and-bound algorithm for finding a maximum clique, FAW 2016, LNCS 9711, pp.215-226, 2016.

分枝限定法(B&B)

- 分枝操作(branching)
  部分問題に分割する手続き．これを再帰的に行う．
- 限定操作(bounding)
  部分問題の上界と下界を概算して，最適解の候補でないものの分枝操作を打ち切る(pruning).

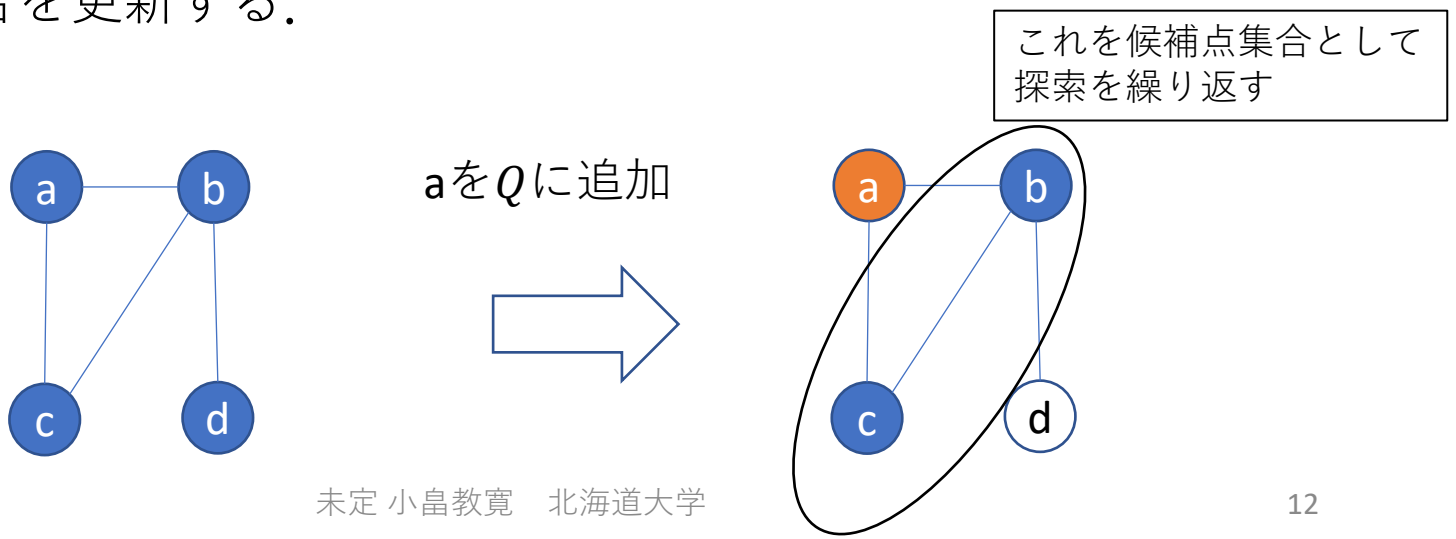


分枝操作: MCTの分枝操作手順

探索時に保持しているクリークをQとし，Qの頂点すべてに隣接している頂点集合を候補点集合とする．

分枝操作は，深さ優先探索によって，以下の操作を繰り返す．

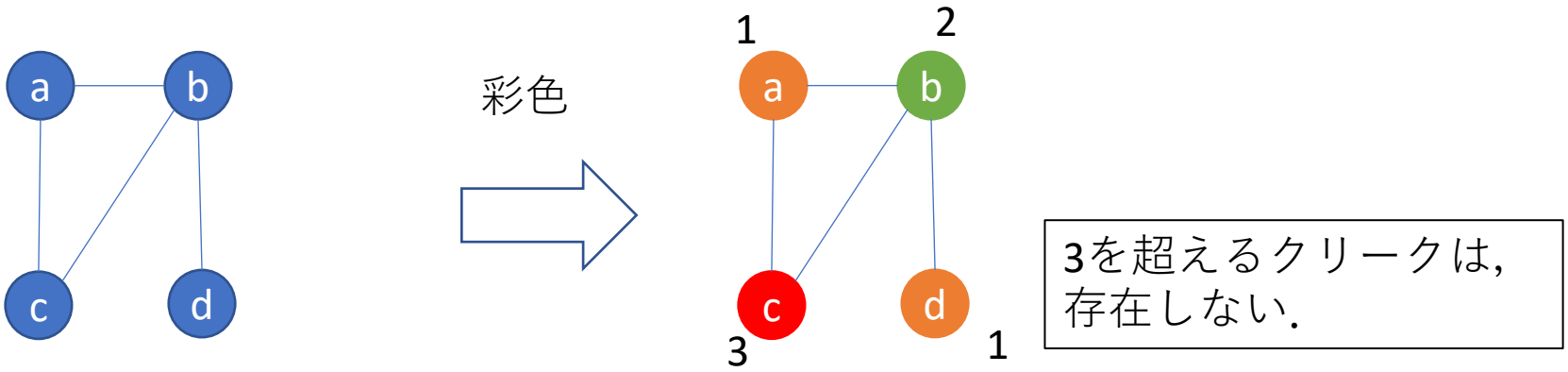
- 候補点集合の中から，1つ頂点選び，Qに追加する．
- Qが，現在までに見つかった中で最大のサイズのとき，暫定解Q_{max}とする．
- 候補点集合を更新する．



限定操作: 彩色による上界の概算

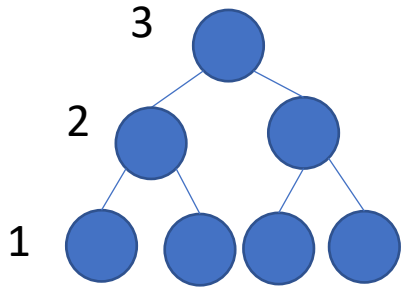
彩色(coloring)とは，隣接する頂点に異なる正整数を振ること.

彩色に使われた最大の整数がkのとき，サイズkを超えるクリークは存在しない.



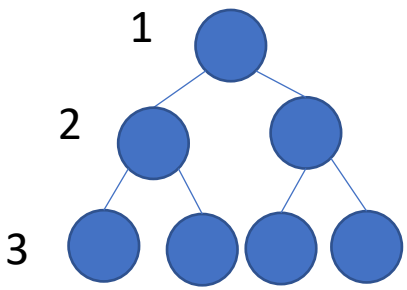
彩色方法の切り替え

根に近いときには，時間をかけて，探索空間を削減し，葉に近いときに，短時間の彩色アルゴリズムを適用することで高速化を期待できる．



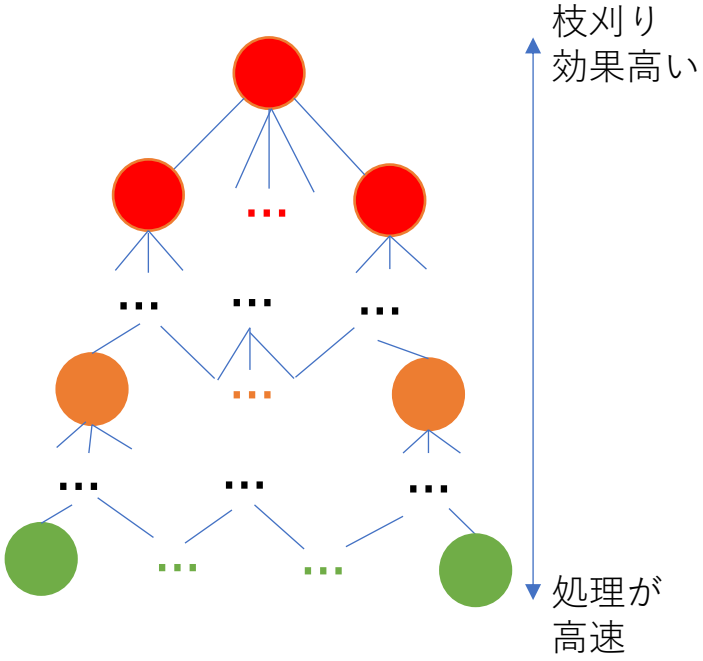
3 + 2 * 2 + 1 * 4 = 11

根の処理が重く
葉の処理が軽い



1 + 2 * 2 + 3 * 4 = 15

根の処理が軽く
葉の処理が重い

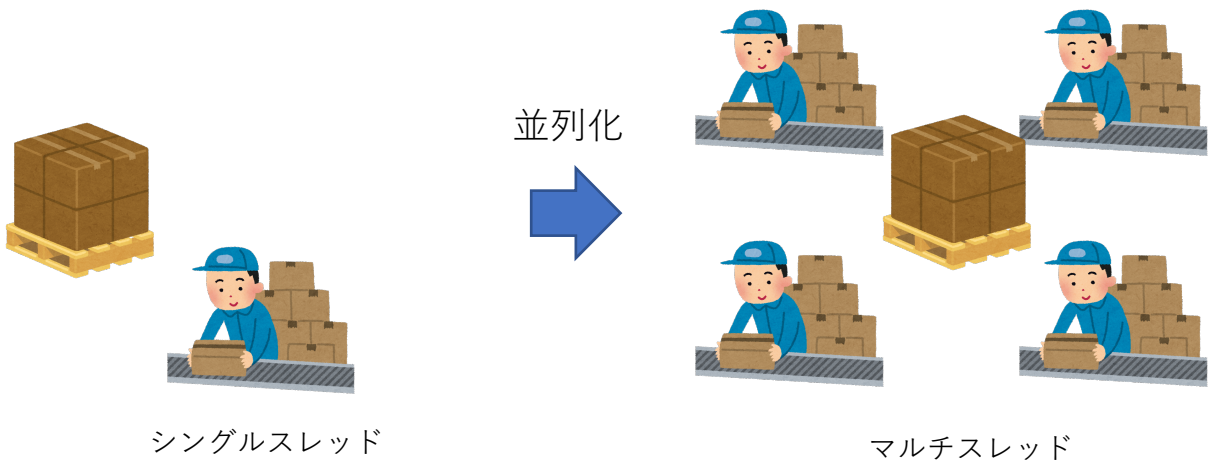


準備(2/2)

並列化について

共有メモリ型並列化

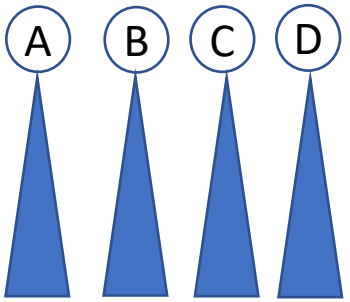
共有メモリ型並列化とは，メモリを共有する形で複数の演算ユニットで，同時に演算を行うことによって性能を引き出す並列化手法.

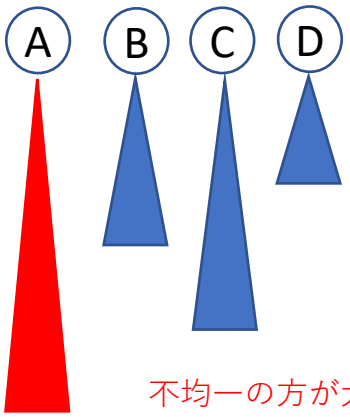


並列化の課題

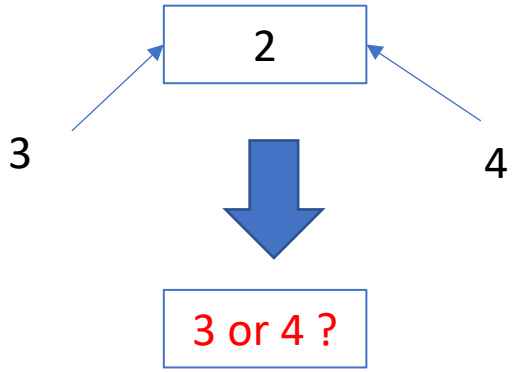
並列化には，以下の点を気をつける必要がある．

- 仕事の量を他のスレッドと均等に分けること．
- 複数のスレッドに変化させられる可能性があるデータを，排他的に制御をすること．





不均一の方が大きい処理が発生する．



提案手法MCTP

最大クリーク発見の省メモリアルゴリズム

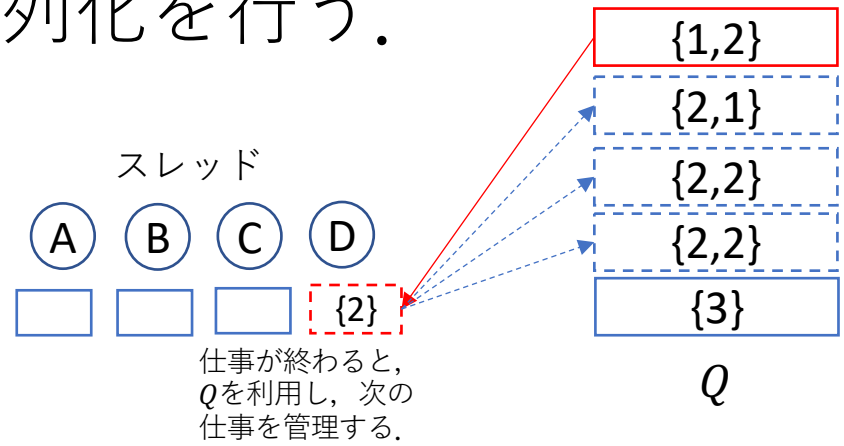
基本方針

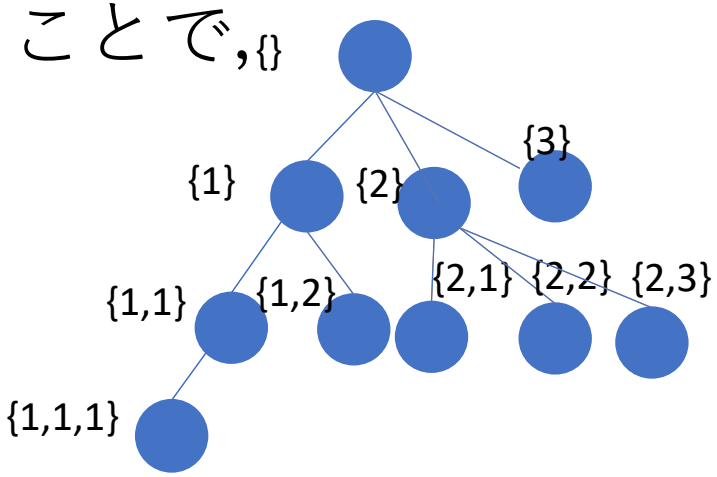
深さ優先探索を優先順位付キューQを利用した探索アルゴリズムに修正する．探索数を増加させないため，優先順は，探索順序を利用する．

各スレッドは，Qのtopを取り出し，

次に探索する情報をQに入れることで，

並列化を行う．





探索方針の切り替え

複数のスレッドに対して，１つのQしか持たず，同時にアクセスできないので，排他制御が必要になる．

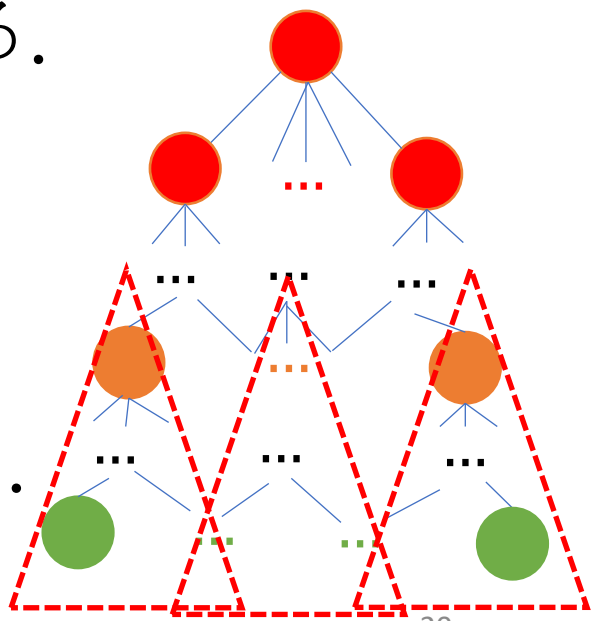
Qへのアクセスする回数が，膨大になるので，排他制御に多大な時間が必要になる．

これを削減するために，

根に近い問題のみ，Qを利用し，

そうでない場合，

Qを利用せず探索を行うことにする．



実験

実験

- アルゴリズム: MCTとMCTPを隣接リストで実装し，近似解アルゴリズムでは，2005年にKatayamaらが提案したKLSアルゴリズムを使用した[2].
- 実験データ: (1) DIMACS ベンチマークセットのグラフ[1] を用意した.
- 環境: PC(OS: Ubuntu 20.04.2 LTS, AMD@Ryzen threadripper 3960x) 上で，全てのプロ グラムは，g++ 9.3.0 -O3 -lm -fopenmpでコンパイルを行った.

[2] Kengo Katayama, Akihiro Hamamoto, and Hiroyuki Narihisa. An effective local search for the maximum clique problem. *Information Processing Letters*, Vol. 95, No. 5, pp. 503–511, 2005.

[1]http://iridia.ulb.ac.be/~fmascia/maximum_clique/DIMACS-benchmark

実験結果(実行時間)

ほとんどのグラフにおいて，高速化されたことが確認できた.

入力グラフ			実行時間(秒)		
グラフの名前	グラフサイズ	解	MCT	MCT48	MCT/MCT48
C250.9	250	44	335.7	11.9	28.1
C2000.5	2000	16	17167.0	1133.7	15.1
p_hat1000-3	1000	68	34214.6	1063.2	32.2
brock800_4	800	26	666.5	26.6	25.0
keller4	171	11	0.02	0.09	0.23

まとめ

まとめ

- 最大クリーク発見する並列化可能なアルゴリズムを提案した.
- 実験において，MCTPはMCTに比べて，ほとんどのグラフに対して，実行時間が減少することが確認できた.
- 今後の課題
  - 他のアルゴリズムに提案手法を組み込むことで，並列化を実現すること.
  - より多くのコアを持つPCでの高速化を確認すること.

ご静聴ありがとうございました.

補足資料

OpenMPライブラリ

OpenMPとは，共有メモリ型マシンで並列プログラミングを可能にするAPIで，FORTRAN，C/C++から利用できます．

- ディレクティブを挿入するだけで並列化できる．
- コアごとにロードバランスを取り易い．
- 比較的粒度の小さい計算でも並列の効果が得られる．
- 自動並列化できる．
- 導入への敷居が低い