

# 2. letnik gimnazije - zbirka nalog

Katja Č. Oblak

## Kazalo

|          |  |          |
|----------|--|----------|
| <b>1</b> | <b>Koti</b>  | <b>3</b> |
| 1.1      | Pomembno . . . . .                                     | 3        |
| 1.2      | Formule . . . . .                                      | 3        |
| 1.3      | Naloge . . . . .                                       | 3        |
| <b>2</b> | <b>Konstruiranje likov</b>                             | <b>4</b> |
| 2.1      | Pomembno . . . . .                                     | 4        |
| 2.2      | Formule . . . . .                                      | 4        |
| 2.3      | Naloge . . . . .                                       | 4        |
| 2.4      | Posebni primeri . . . . .                              | 4        |
| <b>3</b> | <b>Trikotniki</b>                                      | <b>5</b> |
| 3.1      | Pravokotna projekcija . . . . .                        | 5        |
| 3.2      | Podobnost v trikotnikih . . . . .                      | 5        |
| <b>4</b> | <b>Kotne funkcije</b>                                  | <b>6</b> |
| 4.1      | Pomembno . . . . .                                     | 6        |
| 4.2      | Formule . . . . .                                      | 6        |
| 4.3      | Naloge . . . . .                                       | 6        |
| 4.3.1    | Osnovne naloge . . . . .                               | 6        |
| 4.4      | Računanje z vrednostmi . . . . .                       | 6        |
| <b>5</b> | <b>Vektorji</b>  | <b>7</b> |
| 5.1      | Pomembno . . . . .                                     | 7        |
| 5.2      | Naloge . . . . .                                       | 7        |
| 5.2.1    | Izražanje vektorjev kot linearna kombinacija . . . . . | 7        |
| 5.2.2    | Risanje vektorjev . . . . .                            | 7        |
| 5.2.3    | Seštevanje in odštevanje vektorjev . . . . .           | 7        |
| 5.3      | Kombinirane naloge . . . . .                           | 8        |

|          |  |           |
|----------|--|-----------|
| <b>6</b> | <b>Poskusni test z rešitvami in razlago - vektorji in kotne funkcije</b> | <b>8</b>  |
| <b>7</b> | <b>Potence, koreni in izrazi</b>   | <b>9</b>  |
| 7.1      | Pomembno . . . . .   | 9         |
| 7.2      | Formule . . . . .  | 9         |
| 7.3      | Naloge . . . . .   | 9         |
| 7.3.1    | Potence in oklepaji (pravila potenc) . . . . .                           | 9         |
| 7.3.2    | Ulomljeni eksponenti in koreni . . . . .                                 | 10        |
| 7.3.3    | Natančno računanje z radikali . . . . .                                  | 10        |
| 7.3.4    | Racionalizacija (odpravljanje korena v imenovalcu) . . . . .             | 10        |
| 7.3.5    | Sestavljeni koreni (prepoznavanje oblike) . . . . .                      | 11        |
| 7.3.6    | Enačbe z radikali . . . . .  | 11        |
| <b>8</b> | <b>Preverjanje znanja - potence, koreni in izrazi</b>                    | <b>12</b> |

# 1 Koti

## 1.1 Pomembno

## 1.2 Formule

## 1.3 Naloge

1. Kota  $\alpha$  in  $\beta$  sta komplementarna. Koliko merita, če je kot  $\alpha$   $30^\circ$  manjši od kota  $\beta$ ?
2. Razlika velikosti dveh sokotov je  $110^\circ 46' 32''$ . Kolikšna sta sokota?
3. Izračunaj neznani kot na sliki:
4. V trikotniku  $\triangle ABC$  je kot  $\gamma$  trikrat večji od kota  $\alpha$ , vsota kotov  $\alpha$  in  $\beta$  je enaka  $111^\circ$ . Izračunaj velikosti notranjih in zunanjih kotov trikotnika  $\triangle ABC$ .
5. V rombu ABCD je kot  $\angle ACD$  velik  $23^\circ$  in  $45'$ . Izračunaj velikost kota  $\angle ABC$ .
6. Kota  $\alpha$  in  $\beta$  sta komplementarna, kot  $\alpha$  meri  $37^\circ$  in velja  $\beta = 4x + 12^\circ$ . Koliko meri kot  $\beta$ ? Izračunaj  $x$ . Rezultat zapiši v stopinjah in minutah.
7. Premici  $p$  in  $q$  sta tangenti na dano krožnico. Naj bo kot  $\angle BAC = 45^\circ$ . Koliko meri kot  $\angle ACS$ ? Izračunaj velikost kota  $\angle BDC$ .

## 2 Konstruiranje likov

### 2.1 Pomembno

### 2.2 Formule

### 2.3 Naloge

1. Nariši trikotnik s podatki:  $c = 3,5 \text{ cm}$ ,  $t_b = 4 \text{ cm}$ ,  $\beta = 45^\circ$ . Napiši potek načrtovanja.
2. Konstruiraj trikotnik s podatki:
  - (a)  $\alpha = 45^\circ$ ,  
 $\beta = 75^\circ$ ,  
 $v_b = 3 \text{ cm}$  in mu določi višinsko točko.
  - (b)  $c = 5 \text{ cm}$ ,  
 $t_a = 5 \text{ cm}$ ,  
 $\beta = 75^\circ$  in ga prezrcali čez oglišče  $B$ .
  - (c)  $c = 5 \text{ cm}$ ,  
 $\alpha = 75^\circ$ ,  
 $s_a = 4 \text{ cm}$  in mu očrtaj krog.
3. Konstruiraj paralelogram s podatki:  
 $a = 4 \text{ cm}$ ,  
 $\beta = 75^\circ$ ,  
 $v_a = 3 \text{ cm}$ .
4. Kaj je trikotniku včrtana krožnica? Kako določimo središče trikotniku včrtane krožnice? Nariši trikotnik s stranicami  $a = 7 \text{ cm}$ ,  $b = 5 \text{ cm}$ ,  $c = 8 \text{ cm}$  in trikotniku včrtaj krožnico.

### 2.4 Posebni primeri

1. Izračunaj, kateri  $n$ -kotnik ima 25 stranic manj kot diagonal.

## 3 Trikotniki

### 3.1 Pravokotna projekcija

1. V pravokotnem trikotniku je višina  $v = 6$  cm in  $a_1 = 2$  cm. Natančno izračunaj dolžine vseh treh stranic in  $b_1$ .

### 3.2 Podobnost v trikotnikih

1. Dan je enakokrak trapez  $ABCD$  z osnovnicama  $|AB| = 15$  in  $|CD| = 9$ , kraka merita 5. Nosilki krakov se sekata v točki  $E$ , nastane enakokrak trikotnik  $ABE$ . Izračunajte dolžino daljice  $|BE|$ . Skica je obvezna.

## 4 Kotne funkcije

### 4.1 Pomembno

### 4.2 Formule

$$\sin \alpha = \frac{\text{nasprotiležna stranica}}{\text{hipotenuza}}$$

$$\cos \alpha = \frac{\text{priležna stranica}}{\text{hipotenuza}}$$

$$\tan \alpha = \frac{\text{nasprotiležna stranica}}{\text{priležna stranica}}$$

$$\cot \alpha = \frac{\text{priležna stranica}}{\text{nasprotiležna stranica}}$$

### 4.3 Naloge

#### 4.3.1 Osnovne naloge

1. V pravokotnem trikotniku meri  $b = 24 \text{ cm}$  in  $\beta = 60^\circ$ . Natančno izračunaj dolžini preostalih stranic.

### 4.4 Računanje z vrednostmi

1. Natančno izračunaj (brez računalja):

$$\left( \frac{2 \cos 315^\circ + \sin 225^\circ}{\tan^2 210^\circ} \right)^{-1}.$$

## 5 Vektorji

### 5.1 Pomembno

### 5.2 Naloge

#### 5.2.1 Izražanje vektorjev kot linearna kombinacija

##### Formule

1. V pravilnem šestkotniku velja, da je  $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ ,  $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$ .
2. V paralelogramu  $ABCD$  leži točka  $P$  na stranici  $BC$  in jo deli v razmerju  $|BP| : |PC| = 2 : 3$ . Z vektorjema  $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$  in  $\vec{b} = \overrightarrow{AC}$  izrazi vektorje  $\overrightarrow{BP}$ ,  $\overrightarrow{CP}$ ,  $\overrightarrow{AP}$  in  $\overrightarrow{PD}$ .

#### 5.2.2 Risanje vektorjev

1. Na sliki je kvadrat  $ABCD$  s stranico dolžine 3. Narišite vektor  $\vec{r} = 2\vec{AB} - \frac{1}{3}\vec{AD}$ .

#### 5.2.3 Seštevanje in odštevanje vektorjev

##### Formule

$$(a_1, a_2, a_3) + (b_1 + b_2 + b_3) = (a_1 + b_1, a_2 + b_2, a_3 + b_3) // (a_1, a_2, a_3) + (b_1 + b_2 + b_3) = (a_1 + b_1, a_2 + b_2, a_3 + b_3)$$

1. Naj bo  $\vec{a} = (3, -2)$  in  $\vec{b} = (1, 4)$ . Izračunaj:

(a)  $\vec{a} + \vec{b}$

(b)  $\vec{a} - \vec{b}$

2. Dano je  $\vec{u} = (-5, 7, 2)$  in  $\vec{v} = (3, -1, 4)$ . Izračunaj:

(a)  $\vec{u} + \vec{v}$

(b)  $\vec{u} - \vec{v}$

3. Naj bosta  $\vec{p} = (2, 8)$  in  $\vec{q} = (-6, 3)$ . Poišči:

(a)  $2\vec{p} - \vec{q}$

(b)  $\vec{p} + 3\vec{q}$

### 5.3 Kombinirane naloge

1. Dani so vektorji  $\vec{a} = (4, -3, 1)$ ,  $\vec{b} = (-2, 5, 3)$ ,  $\vec{c} = (x, 2, 4)$ .
  - Izračunaj  $2\vec{a} + \vec{b}$ .
  - Izračunaj  $\vec{a} \cdot \vec{b}$ .
  - Izračunaj dolžino vektorja  $\vec{b}$ .
  - Določi  $x$  tako, da bosta vektorja  $\vec{a}$  in  $\vec{c}$  pravokotna.
2. Dani točki sta  $A(3, -2, 1)$  in  $B(-3, 1, 7)$ .
  - Izračunajte koordinate točke  $M$ , da velja  $\vec{AM} = 2\vec{AB}$ .
  - Dan je vektor  $\vec{b} = (x + 1, 2, -4x)$ . Izračunajte realno število  $x$ , da bo vektor  $\vec{b}$  pravokoten na krajevni vektor  $\vec{r}_A$  točke  $A$ .

## 6 Poskusni test z rešitvami in razlago - vektorji in kotne funkcije



## 7 Potence, koreni in izrazi

### 7.1 Pomembno

- Pravila potenc:  $a^m a^n = a^{m+n}$ ,  $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ ,  $(a^m)^n = a^{mn}$ ,  $(ab)^n = a^n b^n$ ,  
 $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ .
- Korenjenje in ulomljeni eksponenti:  $\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$ ,  $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$  (pri parnem  $n$  pazimo na pogoje).
- Racionalizacija: odpravljanje korena v imenovalcu (množenje s konjugirano vrednostjo).

### 7.2 Formule

$$\begin{aligned}(\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{a} - \sqrt{b}) &= a - b \\(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 &= a + 2\sqrt{ab} + b \\(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 &= a - 2\sqrt{ab} + b\end{aligned}$$

### 7.3 Naloge

#### 7.3.1 Potence in oklepaji (pravila potenc)

1. Poenostavi:

$$\left(2x^{3-a}y^{a-1}\right)^2 \cdot \left(\frac{x^{a-1}}{4y^{2a-3}}\right)$$

2. Poenostavi in zapiši brez negativnih eksponentov:

$$\frac{(3a^2b^{-1})^{-2} \cdot (ab^3)^3}{(9a^{-1}b)^1}$$

3. Poenostavi:

$$\left(\frac{x^2y^{-3}}{x^{-1}y^2}\right)^3 \cdot (x^{-2}y)^{-1}$$

4. Poenostavi:

$$\frac{(5x^{1-2n})^2}{25x^{2-3n}} \cdot x^n$$

### 7.3.2 Ulomljeni eksponenti in koreni

1. Poenostavi:

$$\sqrt[3]{x^5} \cdot \sqrt[6]{x}$$

2. Poenostavi:

$$\frac{\sqrt[4]{a^9 b^6}}{\sqrt{a^3 b}}$$

3. Zapiši kot potenco z ulomljenim eksponentom in poenostavi:

$$\sqrt[5]{x^2} \cdot \sqrt[10]{x^3}$$

4. Poenostavi (pazi na pogoje):

$$\sqrt{x^2} \cdot \sqrt[4]{x^4}$$

### 7.3.3 Natančno računanje z radikali

1. Natančno izračunaj:

$$(2\sqrt{6} - \sqrt{3})^2$$

2. Natančno izračunaj:

$$\sqrt{50} - \sqrt{8} + \sqrt{18}$$

3. Natančno izračunaj:

$$\sqrt{12} \cdot \sqrt{27}$$

4. Natančno izračunaj:

$$\sqrt{45} + \sqrt{20} - \sqrt{5}$$

### 7.3.4 Racionalizacija (odpravljanje korena v imenovalcu)

1. Racionaliziraj imenovalec in poenostavi:

$$\frac{7}{3 + \sqrt{5}}$$

2. Racionaliziraj imenovalec in poenostavi:

$$\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{12} - \sqrt{3}}$$

3. Racionaliziraj imenovalec:

$$\frac{5}{\sqrt{2} + \sqrt{3}}$$

4. Poenostavi:

$$\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{\sqrt{3} - 1}$$

### 7.3.5 Sestavljeni koreni (prepoznavanje oblike)

1. Izrazi v obliki  $\sqrt{a} \pm \sqrt{b}$ :

$$\sqrt{11 + 6\sqrt{2}}$$

2. Izrazi v obliki  $\sqrt{a} \pm \sqrt{b}$ :

$$\sqrt{13 - 4\sqrt{3}}$$

3. Izrazi v obliki  $\sqrt{a} \pm \sqrt{b}$ :

$$\sqrt{7 + 2\sqrt{6}}$$

### 7.3.6 Enačbe z radikali

1. Reši:

$$\sqrt{x + 5} = x - 1$$

2. Reši:

$$\sqrt{2x - 1} + \sqrt{x - 2} = 3$$

3. Reši:

$$\sqrt{x^2 - 9} = x - 3$$

4. Reši (in zapiši pogoje):

$$\sqrt{3 - x} = \sqrt{x - 1}$$

## 8 Preverjanje znanja - potence, koreni in izrazi

1. V trikotniku  $ABC$  velja  $b = 10$  cm,  $c = 8$  cm,  $\alpha = 45^\circ$ . Izračunaj dolžino težiščnice  $t_a$ .

2. Poenostavi in zapiši brez negativnih eksponentov:

$$\left(2x^{3-a}y^{a-2}\right)^2 \cdot \left(\frac{x^{a-1}}{8y^{2a-5}}\right).$$

3. Poenostavi:

$$\frac{(3a^2b^{-1})^{-2} \cdot (ab^3)^2}{9a^{-1}b}.$$

4. Poenostavi:

$$\left(\frac{x^{-2}y^3}{x^1y^{-1}}\right)^2 \cdot (x^{-1}y)^{-3}.$$

5. Racionaliziraj imenovalce in poenostavi:

$$\frac{\sqrt{3} + \sqrt{12}}{2 - \sqrt{3}}.$$

6. Zapiši v obliki  $\sqrt{a} \pm \sqrt{b}$ :

$$\sqrt{19 + 6\sqrt{10}}.$$