

2. letnik gimnazije - zbirka nalog

Katja Č. Oblak

Kazalo

1	Koti	3
1.1	Pomembno	3
1.2	Formule	3
1.3	Naloge	3
2	Konstruiranje likov	4
2.1	Pomembno	4
2.2	Formule	4
2.3	Naloge	4
2.4	Posebni primeri	4
3	Trikotniki	5
3.1	Pravokotna projekcija	5
3.2	Podobnost v trikotnikih	5
4	Kotne funkcije	6
4.1	Pomembno	6
4.2	Formule	6
4.3	Naloge	6
4.3.1	Osnovne naloge	6
4.4	Računanje z vrednostmi	6
5	Vektorji	7
5.1	Pomembno	7
5.2	Naloge	7
5.2.1	Izražanje vektorjev kot linearna kombinacija	7
5.2.2	Risanje vektorjev	7
5.2.3	Seštevanje in odštevanje vektorjev	7
5.3	Kombinirane naloge	8

6	Poskusni test z rešitvami in razlago - vektorji in kotne funkcije	8
7	Potence, korenji in izrazi	9
7.1	Pomembno	9
7.2	Formule	9
7.3	Naloge	9
7.3.1	Potence in oklepaji (pravila potenc)	9
7.3.2	Ulomljeni eksponenti in korenji	10
7.3.3	Natančno računanje z radikali	10
7.3.4	Racionalizacija (odpravljanje korena v imenovalcu)	10
7.3.5	Sestavljeni korenji (prepoznavanje oblike)	11
7.3.6	Enačbe z radikali	11
8	Preverjanje znanja - potence, korenji in izrazi	12

1 Koti

1.1 Pomembno

1.2 Formule

1.3 Naloge

1. Kota α in β sta komplementarna. Koliko merita, če je kot α 30° manjši od kota β ?
2. Razlika velikosti dveh sokotov je $110^\circ 46' 32''$. Kolikšna sta sokota?
3. Izračunaj neznani kot na sliki:
4. V trikotniku $\triangle ABC$ je kot γ trikrat večji od kota α , vsota kotov α in β je enaka 111° . Izračunaj velikosti notranjih in zunanjih kotov trikotnika $\triangle ABC$.
5. V rombu ABCD je kot $\angle ACD$ velik 23° in $45'$. Izračunaj velikost kota $\angle ABC$.
6. Kota α in β sta komplementarna, kot α meri 37° in velja $\beta = 4x + 12^\circ$. Koliko meri kot β ? Izračunaj x . Rezultat zapiši v stopinjah in minutah.
7. Premici p in q sta tangenti na dano krožnico. Naj bo kot $\angle BAC = 45^\circ$. Koliko meri kot $\angle ACS$? Izračunaj velikost kota $\angle BDC$.

2 Konstruiranje likov

2.1 Pomembno

2.2 Formule

2.3 Naloge

1. Nariši trikotnik s podatki: $c = 3,5 \text{ cm}$, $t_b = 4 \text{ cm}$, $\beta = 45^\circ$. Napiši potek načrtovanja.
2. Konstruiraj trikotnik s podatki:
 - (a) $\alpha = 45^\circ$,
 $\beta = 75^\circ$,
 $v_b = 3 \text{ cm}$ in mu določi višinsko točko.
 - (b) $c = 5 \text{ cm}$,
 $t_a = 5 \text{ cm}$,
 $\beta = 75^\circ$ in ga prezrcali čez oglišče B .
 - (c) $c = 5 \text{ cm}$,
 $\alpha = 75^\circ$,
 $s_a = 4 \text{ cm}$ in mu očrtaj krog.
3. Konstruiraj paralelogram s podatki:
 $a = 4 \text{ cm}$,
 $\beta = 75^\circ$,
 $v_a = 3 \text{ cm}$.
4. Kaj je trikotniku včrtana krožnica? Kako določimo središče trikotniku včrtane krožnice? Nariši trikotnik s stranicami $a = 7 \text{ cm}$, $b = 5 \text{ cm}$, $c = 8 \text{ cm}$ in trikotniku včrtaj krožnico.

2.4 Posebni primeri

1. Izračunaj, kateri n -kotnik ima 25 stranic manj kot diagonal.

3 Trikotniki

3.1 Pravokotna projekcija

1. V pravokotnem trikotniku je višina $v = 6\text{ cm}$ in $a_1 = 2\text{ cm}$. Natančno izračunaj dolžine vseh treh stranic in b_1 .

3.2 Podobnost v trikotnikih

1. Dan je enakokrak trapez $ABCD$ z osnovnicama $|AB| = 15$ in $|CD| = 9$, kraka merita 5. Nosilki krakov se sekata v točki E , nastane enakokrak trikotnik ABE . Izračunajte dolžino daljice $|BE|$. Skica je obvezna.

4 Kotne funkcije

4.1 Pomembno

4.2 Formule

$$\begin{aligned}\sin \alpha &= \frac{\text{nasprotiležna stranica}}{\text{hipotenuza}} \\ \cos \alpha &= \frac{\text{priležna stranica}}{\text{hipotenuza}} \\ \tan \alpha &= \frac{\text{nasprotiležna stranica}}{\text{priležna stranica}} \\ \cot \alpha &= \frac{\text{priležna stranica}}{\text{nasprotiležna stranica}}\end{aligned}$$

4.3 Naloge

4.3.1 Osnovne naloge

1. V pravokotnem trikotniku meri $b = 24\text{ cm}$ in $\beta = 60^\circ$. Natančno izračunaj dolžini preostalih stranic.

4.4 Računanje z vrednostmi

1. Natančno izračunaj (brez računala):

$$\left(\frac{2 \cos 315^\circ + \sin 225^\circ}{\tan^2 210^\circ} \right)^{-1}.$$

5 Vektorji

5.1 Pomembno

5.2 Naloge

5.2.1 Izražanje vektorjev kot linearna kombinacija

Formule

1. V pravilnem šestkotniku velja, da je $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$.
2. V paralelogramu $ABCD$ leži točka P na stranici BC in jo deli v razmerju $|BP| : |PC| = 2 : 3$. Z vektorjema $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$ in $\vec{b} = \overrightarrow{AC}$ izrazi vektorje \overrightarrow{BP} , \overrightarrow{CP} , \overrightarrow{AP} in \overrightarrow{PD} .

5.2.2 Risanje vektorjev

1. Na sliki je kvadrat $ABCD$ s stranico dolžine 3. Narišite vektor $\vec{r} = 2\overrightarrow{AB} - \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$.

5.2.3 Seštevanje in odštevanje vektorjev

Formule

$$(a_1, a_2, a_3) + (b_1, b_2, b_3) = (a_1 + b_1, a_2 + b_2, a_3 + b_3) // (a_1, a_2, a_3) + (b_1, b_2, b_3) = (a_1 + b_1, a_2 + b_2, a_3 + b_3)$$

1. Naj bo $\vec{a} = (3, -2)$ in $\vec{b} = (1, 4)$. Izračunaj:
 - (a) $\vec{a} + \vec{b}$
 - (b) $\vec{a} - \vec{b}$
2. Dano je $\vec{u} = (-5, 7, 2)$ in $\vec{v} = (3, -1, 4)$. Izračunaj:
 - (a) $\vec{u} + \vec{v}$
 - (b) $\vec{u} - \vec{v}$
3. Naj bosta $\vec{p} = (2, 8)$ in $\vec{q} = (-6, 3)$. Poišči:
 - (a) $2\vec{p} - \vec{q}$
 - (b) $\vec{p} + 3\vec{q}$

5.3 Kombinirane naloge

1. Dani so vektorji $\vec{a} = (4, -3, 1)$, $\vec{b} = (-2, 5, 3)$, $\vec{c} = (x, 2, 4)$.
 - Izračunaj $2\vec{a} + \vec{b}$.
 - Izračunaj $\vec{a} \cdot \vec{b}$.
 - Izračunaj dolžino vektorja \vec{b} .
 - Določi x tako, da bosta vektorja \vec{a} in \vec{c} pravokotna.
2. Dani točki sta $A(3, -2, 1)$ in $B(-3, 1, 7)$.
 - Izračunajte koordinate točke M , da velja $\vec{AM} = 2\vec{AB}$.
 - Dan je vektor $\vec{b} = (x + 1, 2, -4x)$. Izračunajte realno število x , da bo vektor \vec{b} pravokoten na krajevni vektor \vec{r}_A točke A .

6 Poskusni test z rešitvami in razlago - vektorji in kotne funkcije

7 Potence, korenji in izrazi

7.1 Pomembno

- Pravila potenc: $a^m a^n = a^{m+n}$, $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$, $(a^m)^n = a^{mn}$, $(ab)^n = a^n b^n$, $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$.
- Korenjenje in ulomljeni eksponenti: $\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$, $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$ (pri parnem n pazimo na pogoje).
- Racionalizacija: odpravljanje korena v imenovalcu (množenje s konjugirano vrednostjo).

7.2 Formule

$$\begin{aligned}(\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{a} - \sqrt{b}) &= a - b \\(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 &= a + 2\sqrt{ab} + b \\(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 &= a - 2\sqrt{ab} + b\end{aligned}$$

7.3 Naloge

7.3.1 Potence in oklepaji (pravila potenc)

1. Poenostavi:

$$\left(2x^{3-a}y^{a-1}\right)^2 \cdot \left(\frac{x^{a-1}}{4y^{2a-3}}\right)$$

2. Poenostavi in zapiši brez negativnih eksponentov:

$$\frac{(3a^2b^{-1})^{-2} \cdot (ab^3)^3}{(9a^{-1}b)^1}$$

3. Poenostavi:

$$\left(\frac{x^2y^{-3}}{x^{-1}y^2}\right)^3 \cdot \left(x^{-2}y\right)^{-1}$$

4. Poenostavi:

$$\frac{(5x^{1-2n})^2}{25x^{2-3n}} \cdot x^n$$

7.3.2 Ulomljeni eksponenti in korenji

1. Poenostavi:

$$\sqrt[3]{x^5} \cdot \sqrt[6]{x}$$

2. Poenostavi:

$$\frac{\sqrt[4]{a^9 b^6}}{\sqrt{a^3 b}}$$

3. Zapiši kot potenco z ulomljenim eksponentom in poenostavi:

$$\sqrt[5]{x^2} \cdot \sqrt[10]{x^3}$$

4. Poenostavi (pazi na pogoje):

$$\sqrt{x^2} \cdot \sqrt[4]{x^4}$$

7.3.3 Natančno računanje z radikali

1. Natančno izračunaj:

$$(2\sqrt{6} - \sqrt{3})^2$$

2. Natančno izračunaj:

$$\sqrt{50} - \sqrt{8} + \sqrt{18}$$

3. Natančno izračunaj:

$$\sqrt{12} \cdot \sqrt{27}$$

4. Natančno izračunaj:

$$\sqrt{45} + \sqrt{20} - \sqrt{5}$$

7.3.4 Racionalizacija (odpravljanje korena v imenovalcu)

1. Racionaliziraj imenovalec in poenostavi:

$$\frac{7}{3 + \sqrt{5}}$$

2. Racionaliziraj imenovalec in poenostavi:

$$\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{12} - \sqrt{3}}$$

3. Racionaliziraj imenovalec:

$$\frac{5}{\sqrt{2} + \sqrt{3}}$$

4. Poenostavi:

$$\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{\sqrt{3} - 1}$$

7.3.5 Sestavljeni korenji (prepoznavanje oblike)

1. Izrazi v obliki $\sqrt{a} \pm \sqrt{b}$:

$$\sqrt{11 + 6\sqrt{2}}$$

2. Izrazi v obliki $\sqrt{a} \pm \sqrt{b}$:

$$\sqrt{13 - 4\sqrt{3}}$$

3. Izrazi v obliki $\sqrt{a} \pm \sqrt{b}$:

$$\sqrt{7 + 2\sqrt{6}}$$

7.3.6 Enačbe z radikali

1. Reši:

$$\sqrt{x+5} = x - 1$$

2. Reši:

$$\sqrt{2x-1} + \sqrt{x-2} = 3$$

3. Reši:

$$\sqrt{x^2 - 9} = x - 3$$

4. Reši (in zapiši pogoje):

$$\sqrt{3-x} = \sqrt{x-1}$$

8 Preverjanje znanja - potence, koreni in izrazi

1. V trikotniku ABC velja $b = 10 \text{ cm}$, $c = 8 \text{ cm}$, $\alpha = 45^\circ$. Izračunaj dolžino težišnice t_a .
2. Poenostavi in zapiši brez negativnih eksponentov:

$$(2x^{3-a}y^{a-2})^2 \cdot \left(\frac{x^{a-1}}{8y^{2a-5}}\right).$$

3. Poenostavi:

$$\frac{(3a^2b^{-1})^{-2} \cdot (ab^3)^2}{9a^{-1}b}.$$

4. Poenostavi:

$$\left(\frac{x^{-2}y^3}{x^1y^{-1}}\right)^2 \cdot (x^{-1}y)^{-3}.$$

5. Racionaliziraj imenovalec in poenostavi:

$$\frac{\sqrt{3} + \sqrt{12}}{2 - \sqrt{3}}.$$

6. Zapiši v obliki $\sqrt{a} \pm \sqrt{b}$:

$$\sqrt{19 + 6\sqrt{10}}.$$