

**Tratado de Modelos Matemáticos de Predictores  
Estocásticos Universales (PEU)**  
Versión Extendida y Unificada

Consortio de Desarrollo de Meta-Predicción Adaptativa

18 de febrero de 2026

# Índice

|          |   |          |
|----------|---|----------|
| <b>1</b> | <b>Fundamentación Teórica y Arquitectura</b>                          | <b>2</b> |
| 1.1      | Espacios de Probabilidad y Filtraciones . . . . .                     | 2        |
| 1.2      | El Meta-Estado del Sistema ( $\Xi_t$ ) . . . . .                      | 2        |
| 1.3      | Problema de Predicción Óptima . . . . .                               | 2        |
| 1.4      | Arquitectura del Sistema Universal . . . . .                          | 3        |
| <b>2</b> | <b>Fase 1: Motor de Identificación de Sistemas (SIA)</b>              | <b>4</b> |
| 2.1      | Formalización del Vector de Estado Funcional . . . . .                | 4        |
| 2.2      | Análisis de Estacionariedad y Ergodicidad . . . . .                   | 4        |
| 2.2.1    | Estacionariedad Fuerte . . . . .                                      | 4        |
| 2.2.2    | Integración Fraccionaria y Diferenciación . . . . .                   | 4        |
| 2.3      | Análisis de Regularidad Hölderiana . . . . .                          | 4        |
| 2.3.1    | Espectro de Singularidades Local . . . . .                            | 4        |
| 2.4      | Descomposición de Semimartingalas . . . . .                           | 5        |
| 2.4.1    | Variación Cuadrática . . . . .  | 5        |
| 2.4.2    | Teorema de Bichteler-Dellacherie . . . . .                            | 5        |
| 2.5      | Operadores Espectrales y Flujo de Información . . . . .               | 5        |
| 2.5.1    | Operador de Koopman ( $\mathcal{K}$ ) . . . . .                       | 5        |
| 2.5.2    | Engrosamiento de Filtraciones (Grossissement de Filtration) . . . . . | 5        |
| <b>3</b> | <b>Fase 2: Formalización de los Núcleos de Predicción</b>             | <b>6</b> |
| 3.1      | Rama A: Proyección en Espacios de Hilbert . . . . .                   | 6        |
| 3.1.1    | Principio de Ortogonalidad y Wiener-Hopf . . . . .                    | 6        |
| 3.1.2    | Condición de Paley-Wiener . . . . .                                   | 6        |
| 3.2      | Cálculo de Malliavin y Sensibilidad Estocástica . . . . .             | 6        |
| 3.2.1    | Teorema de Representación de Ocone-Haussmann . . . . .                | 6        |
| 3.3      | Rama B: Ecuaciones de Evolución y Viscosidad . . . . .                | 7        |
| 3.3.1    | Generador Infinitesimal . . . . .                                     | 7        |
| 3.3.2    | Soluciones de Viscosidad de Crandall-Lions . . . . .                  | 7        |
| 3.4      | Cálculo de Malliavin en Espacios de Poisson . . . . .                 | 7        |
| 3.4.1    | Fórmula de Itô para Semimartingalas con Saltos . . . . .              | 7        |
| 3.5      | Rama D: Signature y Rough Paths (Invariancia Topológica) . . . . .    | 7        |
| 3.5.1    | El Espacio de Caminos Rugosos Geométricos . . . . .                   | 7        |
| 3.5.2    | La Signatura ( $\mathcal{S}$ ) y Álgebra de Hopf . . . . .            | 8        |
| 3.5.3    | Lema de Invariancia bajo Reparametrización . . . . .                  | 8        |
| 3.5.4    | Predictor T-Linear . . . . .  | 8        |
| <b>4</b> | <b>Fase 3: Orquestador de Pesaje Adaptativo</b>                       | <b>9</b> |
| 4.1      | Dinámica de Transporte Óptimo y Geometría de Wasserstein . . . . .    | 9        |
| 4.2      | Grandes Desviaciones y Principio de Contracción . . . . .             | 9        |
| 4.3      | Acoplamiento Geométrico y Métrica Fisher-Rao . . . . .                | 9        |

|          |   |           |
|----------|---|-----------|
| 4.4      | Funcional de Lyapunov Global . . . . .                      | 10        |
| <b>5</b> | <b>Fase 4: Convergencia y Estabilidad Global</b>            | <b>11</b> |
| 5.1      | Condiciones de Mezclado (Mixing) . . . . .                  | 11        |
| 5.2      | Teorema de Sanov y Grandes Desviaciones . . . . .           | 11        |
| 5.3      | Estabilidad en Media $L^p$ y Lyapunov . . . . .             | 11        |
| 5.4      | Complejidad Secuencial y Cotas de Generalización . . . . .  | 11        |
| 5.5      | Detección de Puntos de Cambio y Tiempos de Parada . . . . . | 12        |
| <b>6</b> | <b>Ecuación Diferencial Operacional Unificada</b>           | <b>13</b> |
| 6.1      | Dinámica del Meta-Estado . . . . .                          | 13        |
| 6.2      | Teorema de Existencia y Unicidad Global . . . . .           | 13        |
| <b>A</b> | <b>Postulado de Robustez ante Singularidades</b>            | <b>14</b> |

# Capítulo 1

## Fundamentación Teórica y Arquitectura

Este tratado formaliza la construcción de un sistema de predicción estocástica capaz de operar sobre procesos dinámicos cuya ley de probabilidad subyacente es desconocida *a priori*.

### 1.1 Espacios de Probabilidad y Filtraciones

Definimos un espacio de probabilidad completo  $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ . La evolución de la información se modela mediante una filtración  $\{\mathcal{F}_t\}_{t \geq 0}$  que satisface las *condiciones habituales* (usual conditions) de Dellacherie-Meyer:

1. **Complejitud:**  $\mathcal{F}_0$  contiene todos los conjuntos  $P$ -nulos de  $\mathcal{F}$ .
2. **Continuidad por la derecha:**  $\mathcal{F}_t = \bigcap_{s > t} \mathcal{F}_s$  para todo  $t \geq 0$ .

Esto garantiza que los tiempos de parada (como los definidos por el algoritmo CUSUM) sean medibles y el proceso admita modificaciones càdlàg.

### 1.2 El Meta-Estado del Sistema ( $\Xi_t$ )

Para unificar la dinámica de control y predicción, definimos el meta-estado en el tiempo  $t$  como la terna funcional en un espacio de Banach:

$$\Xi_t = (V_s(t), w_t, \mathcal{P}_h^\cup)$$

Donde  $V_s$  es el estado de identificación,  $w_t$  la distribución de pesos en la variedad estadística, y  $\mathcal{P}_h^\cup$  el operador de predicción activo.

### 1.3 Problema de Predicción Óptima

**Definición 1.1** (Problema de Predicción Óptima). *Dado un proceso estocástico  $X = \{X_t : t \in T\}$ , busquemos el operador  $\mathcal{P}_h$  tal que  $\hat{X}_{t+h} = \mathcal{P}_h(X_s, s \leq t)$  minimice la norma en  $L^2(\Omega, \mathcal{F}, P)$ :*

$$\hat{X}_{t+h} = \underset{Z \in L^2(\mathcal{F}_t)}{\operatorname{argmin}} E [\|X_{t+h} - Z\|^2] = E[X_{t+h} \mid \mathcal{F}_t]$$

## 1.4 Arquitectura del Sistema Universal

El sistema se estructura en tres fases operativas:

1. **Motor de Identificación (SIA):** Operador funcional  $\Psi(X) \rightarrow \mathcal{C}$ . Para garantizar la continuidad de los operadores de control en procesos multifractales, definimos el espacio de llegada  $\mathcal{C}$  como el espacio de Besov  $B_{p,q}^s(\mathbb{R})$ , que permite caracterizar singularidades locales a través de descomposiciones en wavelets.
2. **Núcleos de Predicción ( $\mathcal{P}_i$ ):** Ramas A (Hilbert), B (Markov/Fokker-Planck), C (Itô/Lévy), D (Rough Paths/Signature).
3. **Orquestador Adaptativo ( $\mathcal{O}$ ):** Dinámica de transporte óptimo en el espacio de medidas de probabilidad  $\mathcal{P}_2(\Omega)$  dotado con la métrica de Wasserstein.

## Capítulo 2

# Fase 1: Motor de Identificación de Sistemas (SIA)

El SIA caracteriza la topología del proceso mediante un vector de estado funcional  $V_s$ .

### 2.1 Formalización del Vector de Estado Funcional

El vector  $V_s(t)$  consolida las métricas estructurales del proceso:

$$V_s(t) = [d(t), \alpha(t), \sigma(\mathcal{K}), \mathcal{T}_{Y \rightarrow X}, [X]_t]^\top \in \mathcal{C}$$

### 2.2 Análisis de Estacionariedad y Ergodicidad

#### 2.2.1 Estacionariedad Fuerte

El operador  $\Psi$  verifica la invariancia de la medida imagen bajo el grupo de traslaciones temporales  $\{\theta_\tau\}_{\tau \in \mathbb{R}}$ :

$$P \circ \theta_\tau^{-1} = P \quad \forall \tau$$

#### 2.2.2 Integración Fraccionaria y Diferenciación

Para procesos con memoria larga, definimos el operador inverso del núcleo de Riesz unilateral  $I^\alpha$ :

$$Y_t = D^\alpha X_t = \frac{1}{\Gamma(-\alpha)} \int_{-\infty}^t (t-s)^{-\alpha-1} X_s ds$$

Esto generaliza el operador  $(1-L)^d$  al continuo.

### 2.3 Análisis de Regularidad Hölderiana

#### 2.3.1 Espectro de Singularidades Local

La regularidad local se caracteriza por el exponente puntual de Hölder  $\alpha(t_0)$ , definido como el supremo de los  $\alpha$  tales que::

$$\limsup_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{|X(t_0 + \epsilon) - X(t_0)|}{|\epsilon|^\alpha} < \infty$$

La función  $\alpha(t)$  induce una estratificación del dominio temporal  $\bigcup_h \{t : \alpha(t) = h\}$ .

## 2.4 Descomposición de Semimartingalas

### 2.4.1 Variación Cuadrática

Se define el proceso de variación cuadrática como el límite uniforme en probabilidad:

$$[X]_t = P - \lim_{\|\Pi\| \rightarrow 0} \sum_i (X_{t_i} - X_{t_{i-1}})^2$$

### 2.4.2 Teorema de Bichteler-Dellacherie

Si  $X_t$  es un integrador  $L^0$  estocástico, admite la descomposición canónica:

$$X_t = X_0 + M_t + A_t$$

donde  $M_t$  es una martingala local y  $A_t$  es un proceso de variación finita predecible.

## 2.5 Operadores Espectrales y Flujo de Información

### 2.5.1 Operador de Koopman ( $\mathcal{K}$ )

Definimos el operador de composición sobre el espacio de observables  $L^\infty(\Omega)$ :

$$\mathcal{K}^t g(\omega) = g(\theta_t \omega)$$

El espectro puntual  $\sigma_p(\mathcal{K})$  caracteriza las invariantes ergódicas del sistema dinámico.

### 2.5.2 Engrosamiento de Filtraciones (Grossissement de Filtration)

Sea  $\mathbb{G} = \{\mathcal{G}_t\}_{t \geq 0}$  una ampliación de la filtración original  $\mathbb{F}$  tal que  $\mathcal{F}_t \subset \mathcal{G}_t$ . Según el Teorema de Jeulin-Yor, si la hipótesis (H) se viola, la  $\mathbb{F}$ -martingala  $M_t$  se descompone en  $\mathbb{G}$  como:

$$M_t = \tilde{M}_t + \int_0^t \alpha_s ds$$

donde  $\tilde{M}$  es una  $\mathbb{G}$ -martingala y  $\alpha_s$  es el proceso de deriva de información. Esto formaliza la asimilación de variables latentes exógenas.

## Capítulo 3

# Fase 2: Formalización de los Núcleos de Predicción

### 3.1 Rama A: Proyección en Espacios de Hilbert

El predictor se define en el espacio  $\mathcal{H}_t = \overline{\text{span}}\{X_s : s \leq t\}$ .

#### 3.1.1 Principio de Ortogonalidad y Wiener-Hopf

El error de predicción debe ser ortogonal a la historia pasada:

$$\langle X_{t+h} - \hat{X}_{t+h}, X_s \rangle = 0 \quad \forall s \leq t$$

Esto conduce a la Ecuación Integral de Wiener-Hopf para el núcleo de impulso óptimo  $h(\tau)$ :

$$\gamma(t+h-s) = \int_0^\infty h(\tau)\gamma(s-\tau)d\tau, \quad s \geq 0$$

#### 3.1.2 Condición de Paley-Wiener

Para garantizar la causalidad y existencia de la factorización espectral  $f(\lambda) = |\Psi(i\lambda)|^2$ , se requiere:

$$\int_{-\infty}^\infty \frac{|\log f(\lambda)|}{1+\lambda^2} d\lambda < \infty$$

### 3.2 Cálculo de Malliavin y Sensibilidad Estocástica

Consideramos el espacio de Wiener canónico  $(\Omega, \mathcal{F}, P)$  y el subespacio de Cameron-Martin  $H = L^2([0, T])$ . Definimos el operador derivada de Malliavin  $D : \mathbb{D}^{1,2} \rightarrow L^2(\Omega; H)$  sobre funcionales cilíndricos  $F = f(W(h_1), \dots, W(h_n))$  como:

$$D_t F = \sum_{i=1}^n \partial_i f(W(h_1), \dots, W(h_n)) h_i(t)$$

#### 3.2.1 Teorema de Representación de Ocone-Haussmann

Todo funcional  $F \in \mathbb{D}^{1,2}$  admite la representación integral:

$$F = E[F] + \int_0^T E[D_t F | \mathcal{F}_t] dW_t$$

Esto permite caracterizar explícitamente el integrando en la descomposición de martingala del predictor óptimo como la proyección condicional de la derivada de Malliavin.

### 3.3 Rama B: Ecuaciones de Evolución y Viscosidad

#### 3.3.1 Generador Infinitesimal

La evolución de la densidad de probabilidad  $p(x, t)$  se rige por el operador adjunto  $\mathcal{L}^*$ . Consideramos la función valor  $V(t, x)$  asociada al control estocástico óptimo, la cual satisface la ecuación de Hamilton-Jacobi-Bellman (HJB):

$$-\partial_t V + \inf_{u \in U} \{-\mathcal{L}^u V - f(x, u)\} = 0$$

#### 3.3.2 Soluciones de Viscosidad de Crandall-Lions

Dado que  $V$  puede no ser diferenciable en  $C^2$ , definimos la solución en el sentido de viscosidad. Una función semicontinua superior  $u$  es subsolución de viscosidad de  $F(x, u, Du, D^2u) = 0$  si para toda  $\phi \in C^2$  tal que  $u - \phi$  tiene un máximo local en  $x_0$ :

$$F(x_0, u(x_0), D\phi(x_0), D^2\phi(x_0)) \leq 0$$

Esta formulación garantiza la existencia y unicidad de la solución para hamiltonianos degenerados típicos en predicción robusta.

### 3.4 Cálculo de Malliavin en Espacios de Poisson

Para procesos con componentes de salto (Rama C), extendemos el operador de derivada  $D_t$  al espacio canónico de Poisson  $(\Omega, \mathcal{F}, P, N)$ . Definimos el operador de diferencia  $\mathcal{D}_{t,z}$  para funcionales  $F \in \mathbb{D}^{1,2}(\mu)$ :

$$\mathcal{D}_{t,z}F(\omega) = F(\omega + \delta_{(t,z)}) - F(\omega)$$

El integrando de la representación previsible para la martingala de saltos puros es dada por la proyección previsible de  $\mathcal{D}_{t,z}F$ .

#### 3.4.1 Fórmula de Itô para Semimartingalas con Saltos

El proceso  $X_t$  se descompone según la estructura canónica de Lévy-Itô:

$$X_t = X_0 + \int_0^t b(X_{s-})ds + \int_0^t \sigma(X_{s-})dW_s + \int_0^t \int_{\mathbb{R}^n} z \tilde{N}(ds, dz)$$

La esperanza condicional  $u(t, x)$  satisface la ecuación integro-diferencial parcial (PIDE) asociada al generador  $\mathcal{L}^\nu$ :

$$\mathcal{L}^\nu \phi(x) = \frac{1}{2} \sigma^2 \Delta \phi + b \cdot \nabla \phi + \int_{\mathbb{R}^d} [\phi(x+z) - \phi(x) - z \cdot \nabla \phi \mathbb{1}_{|z| \leq 1}] \nu(dz)$$

### 3.5 Rama D: Signature y Rough Paths (Invariancia Topológica)

Para procesos donde la rugosidad de la trayectoria imposibilita el cálculo estocástico estándar (exponente de Hölder  $H \leq 1/2$ , variación  $p \geq 2$ ), operamos en el marco de la Teoría de Caminos Rugosos de Lyons.

#### 3.5.1 El Espacio de Caminos Rugosos Geométricos

Sea  $\mathbf{X}$  un proceso continuo con valores en el álgebra tensorial truncada  $T^{(N)}(\mathbb{R}^d) = \bigoplus_{k=0}^N (\mathbb{R}^d)^{\otimes k}$ . Definimos el espacio de caminos rugosos geométricos de  $p$ -variación finita  $G\Omega_p(\mathbb{R}^d)$  como la clausura de los caminos suaves bajo la  $p$ -variación métrica:

$$d_p(\mathbf{X}, \mathbf{Y}) = \max_{k=1, \dots, [p]} \sup_{\mathcal{D}} \left( \sum_i |\mathbf{X}_{t_i, t_{i+1}}^k - \mathbf{Y}_{t_i, t_{i+1}}^k|^{p/k} \right)^{k/p}$$

### 3.5.2 La Signatura ( $\mathcal{S}$ ) y Álgebra de Hopf

El mapa de signatura  $\mathcal{S} : G\Omega_p([0, T], \mathbb{R}^d) \rightarrow T((\mathbb{R}^d))$  transforma la trayectoria en una serie formal de potencias no conmutativas (Serie de Chen):

$$\mathcal{S}(\mathbf{X})_{0,t} = 1 + \sum_{k=1}^{\infty} \int_{0 < u_1 < \dots < u_k < t} dX_{u_1} \otimes \dots \otimes dX_{u_k}$$

El espacio imagen es un grupo de Lie bajo la operación  $\otimes$ , y sus elementos satisfacen la propiedad del *Shuffle Product* para funcionales lineales duales  $f, g \in T((\mathbb{R}^d))^*$ :

$$\langle f, \mathbf{X} \rangle \langle g, \mathbf{X} \rangle = \langle f \amalg g, \mathbf{X} \rangle$$

Esto permite aproximar cualquier funcional continuo mediante combinaciones lineales de términos de la signatura (Teorema de Aproximación Universal).

### 3.5.3 Lema de Invariancia bajo Reparametrización

**Lema 3.1.** *La firma  $\mathcal{S}(X)$  es invariante ante cualquier reparametrización temporal monótona  $\psi(t)$ :*

$$\mathcal{S}(X \circ \psi)_{0,T'} = \mathcal{S}(X)_{0,T}$$

*Esto inmuniza a la Rama D contra el ruido de muestreo irregular, permitiendo una caracterización topológica pura.*

### 3.5.4 Predictor T-Linear

El predictor se formaliza como un funcional lineal en el espacio de tensores:

$$\hat{X}_{t+h} = \langle W, \mathbf{X}_{0,t} \rangle$$

## Capítulo 4

# Fase 3: Orquestador de Pesaje Adaptativo

El Orquestador  $\mathcal{O}$  gestiona la mezcla convexa  $\hat{X}_{t+h}^{PEU} = \sum w_i(t) \hat{X}_{t+h}^{(i)}$ .

### 4.1 Dinámica de Transporte Óptimo y Geometría de Wasserstein

Consideramos la variedad Riemanniana de dimensión infinita  $\mathcal{M} = (\mathcal{P}_{ac}(\Delta^n), g_W)$  dotada de la estructura métrica  $W_2$ . El funcional de energía libre  $\mathcal{F}$  define un campo vectorial gradiente  $\nabla_{W_2} \mathcal{F}$ . La evolución sigue el flujo de JKO (Jordan-Kinderlehrer-Otto), que es el límite cuando  $\tau \rightarrow 0$  del esquema variacional discreto:

$$\rho_{k+1} \in \operatorname{argmin}_{\rho} \left\{ \frac{1}{2\tau} W_2^2(\rho, \rho_k) + \mathcal{F}(\rho) \right\}$$

Esto converge a la Ecuación de Fokker-Planck no lineal:

$$\partial_t \rho = \nabla \cdot (\rho \nabla (\delta \mathcal{F} / \delta \rho))$$

### 4.2 Grandes Desviaciones y Principio de Contracción

La tasa de convergencia de la medida empírica  $L_n$  hacia la medida invariante  $\mu^*$  se rige por el funcional de acción  $I(\nu)$  (Entropía relativa o Divergencia de Kullback-Leibler):

$$I(\nu) = \sup_{f \in C_b} \{ \langle f, \nu \rangle - \Lambda(f) \}$$

Para procesos dependientes  $\phi$ -mixing, el Principio de Grandes Desviaciones (LDP) se mantiene con una función de tasa "rate function" convexa y semicontinua inferiormente (good rate function).

### 4.3 Acoplamiento Geométrico y Métrica Fisher-Rao

Para incorporar la sensibilidad a la estructura de la variedad estadística, generalizamos la métrica a una estructura de tipo Hellinger-Kantorovich o Fisher-Rao deformada por el tensor de curvatura inducido por el operador  $\Psi$ :

$$G(\rho) = e^{-\beta \|\nabla \Psi\|} G_{FR}(\rho)$$

donde  $G_{FR}$  es la métrica de información de Fisher. Esto define una geodésica adaptativa en el simplex de probabilidad.

## 4.4 Funcional de Lyapunov Global

La estabilidad asintótica del orquestador se demuestra mediante la función de Lyapunov basada en la entropía relativa:

$$V(w) = \sum_{i \in \text{opt}} w_i^* \log \left( \frac{w_i^*}{w_i(t)} \right), \quad \frac{dV}{dt} \leq 0$$

## Capítulo 5

# Fase 4: Convergencia y Estabilidad Global

### 5.1 Condiciones de Mezclado (Mixing)

Se asumen condiciones de  $\beta$ -mezclado (regularidad absoluta) con decaimiento exponencial:

$$\beta(\tau) = E \left[ \sup_{B \in \mathcal{F}_{t+\tau}^\infty} |P(B|\mathcal{F}_{-\infty}^t) - P(B)| \right] \sim e^{-\lambda\tau}$$

### 5.2 Teorema de Sanov y Grandes Desviaciones

La probabilidad de que la medida empírica de error se desvíe del conjunto óptimo decae exponencialmente:

$$P(\hat{L}_t \in \Gamma) \leq C \exp \left( -n \inf_{\nu \in \Gamma} I(\nu) \right)$$

### 5.3 Estabilidad en Media $L^p$ y Lyapunov

La estabilidad exponencial del flujo estocástico  $\{\Xi_t\}$  se demuestra mediante el criterio de deriva de Foster-Lyapunov para generadores Markovianos debilmente continuos. Sea  $V : \mathcal{H} \rightarrow \mathbb{R}_+$  una función Lyapunov compacta. Si existe un conjunto compacto ("petite set")  $K \subset \mathcal{H}$  y constantes  $\gamma > 0, b < \infty$  tal que:

$$\mathcal{L}V(x) \leq -\gamma V(x) + b\mathbb{1}_K(x)$$

entonces el proceso es geoméricamente ergódico y admite una medida invariante única  $\pi$ .

### 5.4 Complejidad Secuencial y Cotas de Generalización

Para acotar el exceso de riesgo en procesos no i.i.d., utilizamos la complejidad de Rademacher condicional  $\mathcal{R}_n(\mathcal{F}|\mathbf{x})$ .

$$\mathcal{R}_n(\mathcal{F}|\mathbf{x}) = E_\sigma \left[ \sup_{f \in \mathcal{F}} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \sigma_i f(x_i) \right]$$

Para procesos  $\beta$ -mixing, se aplica la técnica de bloqueo de Bernstein para descomponer la dependencia temporal y aplicar desigualdades de concentración de McDiarmid.

## 5.5 Detección de Puntos de Cambio y Tiempos de Parada

Definimos el tiempo de parada  $\tau$  como el primer instante de cruce de barrera del proceso CUSUM generalizado:

$$\tau = \inf\{t > 0 : \max_{0 \leq k \leq t} |S_t - S_k| \geq h(\Psi_t)\}$$

donde  $S_t$  es la suma parcial de los residuos de innovación estandarizados. Bajo la hipótesis nula de estacionariedad,  $S_t$  converge débilmente al Puente Browniano. En el instante  $\tau$ , la medida de probabilidad se reinicia al prior uniforme sobre el simplex:  $\rho_\tau = \text{Unif}(\Delta^n)$  (Entropía máxima).

## Capítulo 6

# Ecuación Diferencial Operacional Unificada

### 6.1 Dinámica del Meta-Estado

El sistema completo se describe mediante la EDO estocástica no lineal en el espacio de Hilbert funcional  $H = \mathcal{C} \times L^2(\Delta^n) \times \mathcal{L}(\mathcal{H}, \mathcal{H})$  que gobierna el meta-estado  $\Xi_t$ :

$$d\Xi_t = (\Xi_t, X_t)dt + (\Xi_t, X_t)dW_t$$

El drift encapsula:

1. La identificación topológica del operador SIA  $(\Psi)$ .
2. El flujo de gradiente Wasserstein  $\text{grad}_{W_2}\mathcal{F}$  proyectado en el espacio tangente de medidas.
3. La evolución de los predictores locales.

### 6.2 Teorema de Existencia y Unicidad Global

**Teorema 6.1** (Existencia y Unicidad Débil). *Asumiendo que los coeficientes  $\alpha$  y  $\beta$  son medibles y satisfacen condiciones locales de Lipschitz y crecimiento lineal (o que  $\alpha$  es Hölder continuo y  $\beta$  acotado, invocando el criterio de Yamada-Watanabe en dimensión finita), existe una única solución débil  $(\Omega, \mathcal{F}, P, W, \Xi)$  para la ecuación diferencial estocástica operacional, tal que:*

$$E \left[ \sup_{0 \leq s \leq T} \|\Xi_s\|^2 \right] < C(T, \|\Xi_0\|)$$

## Apéndice A

# Postulado de Robustez ante Singularidades

**Postulado A.1.** *Si el SIA detecta una dimensión de Hausdorff  $D > 1$  o  $\alpha(t) \rightarrow 0$ , el sistema prioriza la Rama D (Signature) y activa la regularización de Huber. Esto garantiza la operatividad del predictor en regímenes de rugosidad extrema donde el cálculo diferencial estocástico estándar falla.*