

Primjena metaheuristika “Tabu pretraga” i “Simulirano kaljenje” na rješavanje “SAT” problema

Ognjen Bostjančić

Napredni algoritmi i strukture podataka

Teorijska kompjuterska nauka

Odsjek za matematiku

Prirodno-matematički fakultet

Sarajevo, Bosna i Hercegovina

ognjen.bostjancic@gmail.com

I. Uvod

Problem Bulove zadovoljivosti (engl. Boolean satisfiability problem, SAT) se definiše na sljedeći način. Za dati izraz Bulove algebre, naći dodjelu Bulovih vrijednosti varijablama unutar izraza takvu da konačna vrijednost izraza bude “tačno”, ukoliko je to moguće. Postoje i izrazi poput

$$X \wedge \neg X$$

Koji nikada neće imati konačnu vrijednost “tačno”.

Za dati izraz sa n varijabli, svaka od tih varijabli može primiti tačno jednu od dvije vrijednosti, pa se pokazuje se da je vremenska kompleksnost iscrpne pretrage za ovaj problem $O(2^n)$.

Poznato je da je svaki izraz Bulove algebre moguće transformisati u Konjektivnu normalnu formu, koja je sljedećeg oblika:

$$(a \vee \dots \vee b) \wedge \dots \wedge (c \vee \dots \vee d)$$

Podizraze izraza u konjektivnoj normalnoj formi nazivamo klauzama. Iz navedenog oblika jasno je da će izraz biti zadovoljen ukoliko su

sve klauze zadovoljene, a da će proizvoljna klauza biti zadovoljena ukoliko jedna varijabla unutar klauze ima vrijednost “tačno”.

Obzirom da metod iscrpne pretrage, ne daje rezultate u realnom vremenu za dovoljno veliko n , SAT se najčešće pokušava riješiti nalaženjem dodjele vrijednosti varijablama koja zadovoljava dovoljno mnogo klauza u izrazu. Neki od metaheurističkih pristupa koji se mogu primjeniti na SAT problem su i

- Lokalna pretraga
- Tabu pretraga
- Simulirano kaljenje

II METAHEURISTIKE

A Lokalna pretraga

Lokalna pretraga je heuristična metoda za rješavanje komputaciono teških problema. Počinje od nekog datog rješenja te pretražuje njegovu okolinu. Ukoliko u okolini postoji bolje rješenje, ono će biti odabrano i zatim se pretražuje njegova okolina. Postupak se ponavlja sve dok u okolini trenutnog najboljeg rješenja, ne postoji bolje rješenje. Prednost lokalne pretrage je brzina izvršavanja, a mana je što lokalna pretraga uglavnom za rješenje

daje neki od lokalnih ekstrema, koji može biti daleko od optimalnog rješenja.

B Tabu pretraga

Tabu pretraga je metaheuristična metoda formalizirana 1989. Godine, koja funkcioniše na principu lokalne pretrage. Kao i lokalna pretraga, Tabu pretraga počinje od datog rješenja i pretražuje njegovu okolinu, međutim ukoliko ne postoji bolje rješenje u okolini, Tabu će nastaviti pretragu od lošijeg rješenja. U tom slučaju se tom rješenju dodjeljuje predefinisana tabu vrijednost, koja označava u koliko narednih koraka pretraga više neće posjetiti to rješenje. Tabu vrijednost je u posmatranoj implementaciji postavljena na kvadratni korijen broja varijabli. Ovo omogućava Tabu heuristici da “skoči” u drugu okolinu, tako izbjegavajući lokalne maksimume. Pretraga se nastavlja sve dok ne dostigne predefinisani broj iteracija.

C Simulirano kaljenje

Simulirano kaljenje je metaheuristična metoda za aproksimaciju globalnog optimuma date funkcije. Metod je inspirisan tehnikom kaljenja koja se koristi u metalurgiji. Kaljenje podrazumijeva zagrijavanje, a zatim kontrolirano hlađenje metala čime se povećavaju i ravnomjerno raspoređuju kristali unutar metala, čime se pojačava njegova struktura. Na visokim temperaturama kristali se kreću brzo i neravnomjerno, a kako temperatura opada njihovo kretanje postaje sporije i uravnoteženo.

Simulirano kaljenje također predstavlja poboljšanje metode lokalne pretrage. Na početku se definišu početna temperatura, faktor smanjenja te početno rješenje. Početna temperatura je u posmatranoj implementaciji postavljena na broj varijabli, dok je faktor hlađenja definisan kao recipročna vrijednost broja varijabli. Algoritam tada bira nasumično

rješenje u okolini, ukoliko je bolje od trenutnog, uzima to rješenje i smanjuje temperaturu. Ukoliko je rješenje lošije od trenutnog tada će ono biti prihvaćeno sa određenom vjerovatnoćom. Ova vjerovatnoća se najčešće određuje nekom funkcijom koja zavisi od trenutne temperature i čija vrijednost monotono opada, kako opada i temperatura. Ovo znači da će pri visokim temperaturama algoritam posjećivati različite okoline rješenja, dok se smanjenjem temperature smanjuje i vjerovatnoća da će pretraga posjetiti neku drugu okolinu osim trenutne. Algoritam staje kada temperatura dosegne predefinisani minimum.

III REZULTATI

Rezultati poređenja ranije opisanih metoda na rješavanje SAT problema (konkretno 3-SAT problema), sa nasumično odabranim početnim rješenjem predstavljeni su u tabeli ispod:

Broj varijabli	Broj klauza	Lokalna pretraga	Tabu pretraga	Simulirano kaljenje
20	91	88	90	90
50	218	211	213	215
75	325	316	316	322
100	430	410	419	420
125	538	521	523	528
150	645	621	632	631
175	753	732	737	738
200	860	828	845	845
225	960	925	938	942
250	1065	1034	1042	1043

Tabela 1 - Poređenje algoritama instancama SAT problema

Iz tabele 1 je vidljivo da simulirano kaljenje daje kontinualno najbolje rješenje dok Tabu pretraga varira između lokalne pretrage i simuliranog kaljenja u zavisnosti od instance. Rezultati poređenja ovih algoritama na istim instancama kao u tabeli 1, sa relativno dobrim početnim rješenjem prikazani su u tabeli 2.

Broj varijabli	Broj klauzura	Početno rješenje	Lokalna pretraga	Tabu pretraga	Simulirano kaljenje
20	91	85	90	90	91
50	218	201	211	214	215
75	325	296	318	319	319
100	430	390	420	422	424
125	538	488	522	527	529
150	645	585	633	640	634
175	753	683	737	739	740
200	860	779	836	840	842
225	960	870	937	943	943
250	1065	967	1027	1037	1049

Tabela 2 - Poređenje algoritama instancama SAT problema

Iz tabele 2 je vidljivo da odabir dobrog početnog rješenja najviše utiče na rezultate lokalne pretrage. Ovo ima smisla, jer na ovaj način se lokalna pretraga usmjerava u jednu okolinu. S druge strane, odabir dobrog početnog rješenja nema mnogo uticaja na simulirano kaljenje jer će algoritam na samom početku, kada je temperatura najveća, "skočiti" i dati početne okoline. Ipak kao i u tabeli 1, vidi se konstantan poredak uspješnosti

algoritama, gdje je simulirano kaljenje u većini slučajeva najuspješniji metod.

U prosjeku, lokalna pretraga daje rješenje koje odstupa od optimalnog za **2.616%**, Tabu pretraga daje rješenje koje odstupa od optimalnog u prosjeku za **1.937%**, dok prosječno rješenje simuliranog kaljenja odstupa za **1.682%** od optimuma.

IV REZULTATI

Iz navedenih rezultata, može se zaključiti da od metoda koje su komparirane, simulirano kaljenje kontinualno daje najbolje rezultate. Međutim, treba napomenuti da je vrijeme izvršavanja simuliranog kaljenja znatno veće od vremena izvršavanja Tabu pretrage i Lokalne pretrage. Sa druge strane, rezultati Tabu pretrage i simuliranog kaljenja mogu se dodatno unaprijediti pažljivim odabirom Tabu vrijednosti, odnosno početne temperature i faktora hlađenja, dok lokalna pretraga ne nudi nikakvu mogućnost unaprijeđenja.

IV REFERENCE

- [1] https://en.wikipedia.org/wiki/Boolean_satisfiability_problem
- [2] [https://en.wikipedia.org/wiki/Local_search_\(optimization\)](https://en.wikipedia.org/wiki/Local_search_(optimization))
- [3] https://en.wikipedia.org/wiki/Tabu_search
- [4] https://en.wikipedia.org/wiki/Simulated_annealing