

Kolorowanie grafów

Słownik pojęć

- Graf SHC (Slightly Hard to Color) - graf, dla którego algorytm kolorujący w zależności do jego implementacji może (**lecz nie musi**) zwrócić nieoptymalne rozwiązanie
- Graf HC (Hard to Color) - graf, dla którego algorytm kolorujący **na pewno** zwróci nieoptymalne rozwiązanie

Algorytmy

LF (Largest First)

Algorytm ten koloruje wierzchołki zachłannie zaczynając od wierzchołka o największym stopniu, a kończąc na tym o najmniejszym. Jego złożoność obliczeniowa wynosi $O(m + n)$

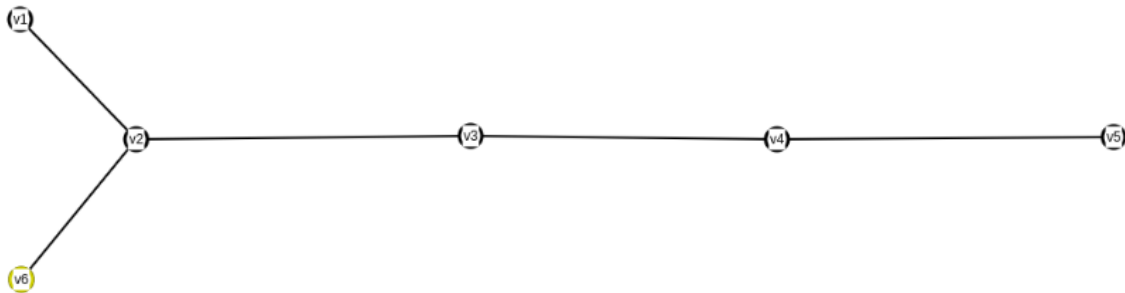
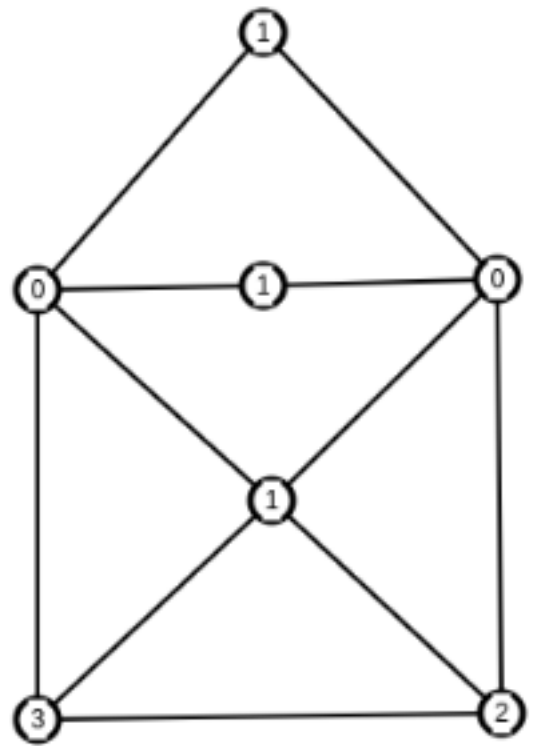
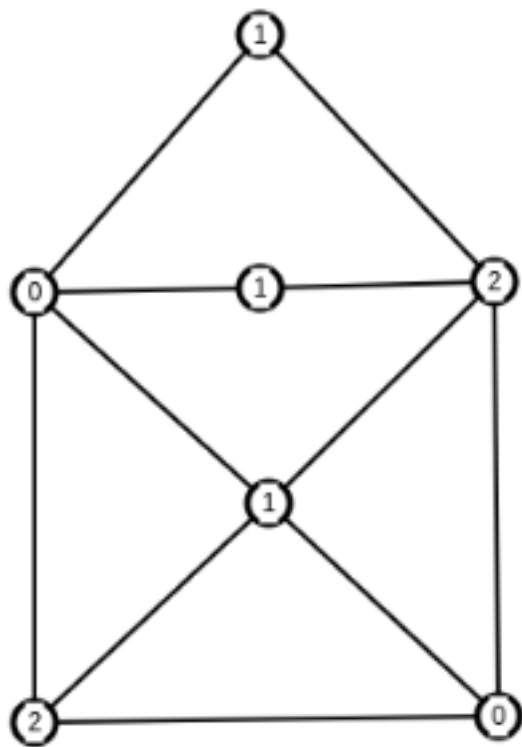


Figure 1: Graf P_6

Najmniejszym grafem SHC dla algorytmu LF jest graf P_6 : Algorytm LF może pokolorować ten graf w kolejności: v_2, v_3, v_4, \dots lub v_2, v_4, v_3, \dots natomiast w przypadku kolorowania według tej drugiej kolejności, algorytm zwróci nieoptymalne rozwiązanie (tj. użyje 3 kolorów zamiast dwóch)

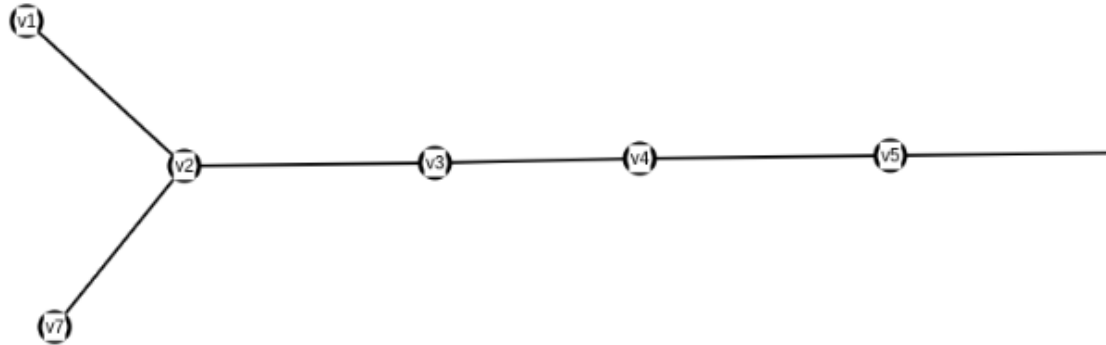


Najmniejszym grafem HC dla algorytmu LF jest “koperta”:



SL (Smallest Last)

Algorytm: - Redukuj graf poprzez wyciąganie z niego wierzchołków o najmniejszych stopniach tak długo, aż graf będzie pusty, zapamiętując przy tym kolejność wyciągania wierzchołków - koloruj zachłannie wierzchołki wedle tej kolejności



Schemat kolorowania grafu:

Kolejność wyciągania wierzchołków: $v_6, v_5, v_4, v_3, v_2, v_7, v_1$

Algorytm ten optymalnie koloruje grafy Johnsona.

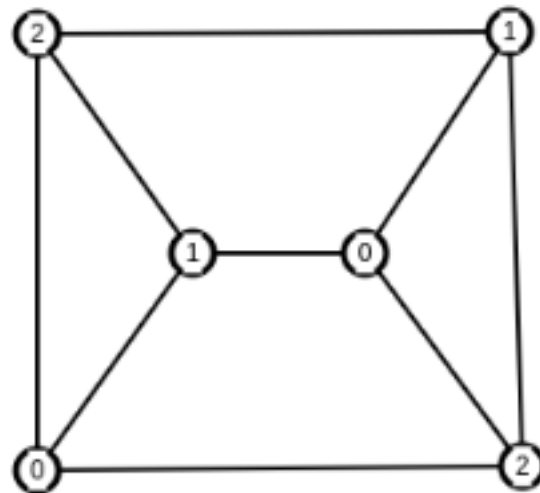
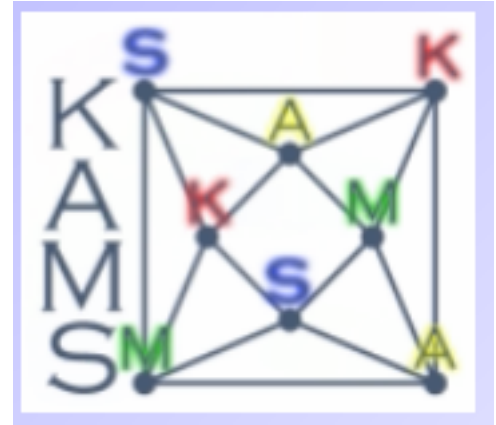
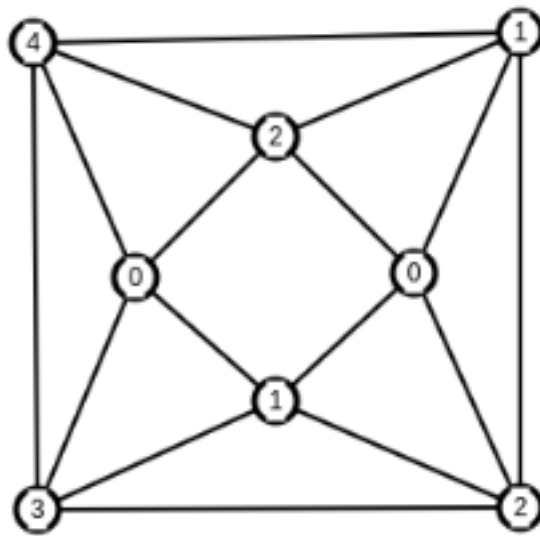


Figure 2: Optymalnie pokolorowana Pryzma

Najmniejszym grafem SHC dla algorytmu SL jest pryzma

Najmniejszym grafem HC dla algorytmu SL jest pryzmatoid (znany również jako graf Kubaliczny lub



logo KAiMSu)

Funkcja dobroci

Jest to funkcja służąca do ocenienia optymalności rozwiązań danego algorytmu względem wielkości grafu.

$$D(n) = \max_{|G|=n} \left\{ \frac{A(G)}{\chi(G)} \right\}$$

Tempo wzrostu funkcji dobroci dla algorytmów LF i SL wynosi $O(n)$. Natomiast rozmiary grafów SHC i HC określają nam, przy jakim n nasz algorytm zaczyna dawać nieoptymalne rozwiązania (tj. $D(n)$ dla $n < |HC|$ wynosi 1)

[Opracowania zadań](#)