Zadanie

Dany jest graf kubiczny G. Ustal w jakim czasie można stwierdzić podaną własność. Każdy wiersz jest oceniany z osobna, pod warunkiem, a punkty przyznane jeśli nie ma w nim błędnych odpowiedzi.

Twierdzenie	Złożoność	Twierdzenie	Złożoność	Punkty (max 4)
$\chi(G) \leq 1$		$\chi(G) \geq 1$		
$\chi(G) \leq 2$		$\chi(G) \geq 2$		
$\chi(G) \leq 3$		$\chi(G) \geq 3$		
$\chi(G) \leq 4$		$\chi(G) \geq 4$		

Rozwiązanie

Twierdzenie Brooks'a mówi nam, że $\chi(G) \leq \Delta$, chyba że G jest grafem pełnym (kliką) bądź nieparzystym cyklem, wówczas $\chi(G) = \Delta + 1$. A dla naszego grafu G: $\Delta = 3$.

Rozważmy specjalne przypadki grafów kubicznych: - Graf kuratowskiego ($K_{3,3}$) - $\chi(K_{3,3}) = 2$ - Graf K_4 - $\chi(K_4) = 4$

Rozwiązanie każdego z twierdzeń

- $\chi(G) \leq 1$ - Trywialne, dla żadnego grafu kubicznego nie zachodzi taka własność - stąd $O(1)$
- $\chi(G) \geq 1$ - Trywialne, zachodzi dla każdego grafu kubicznego - $O(1)$
- $\chi(G) \geq 2$ - Wystarczy sprawdzić, G jest grafem dwudzielnym, możemy to zrobić w czasie $O(n)$
- $\chi(G) \geq 2$ - Trywialne, zachodzi dla każdego grafu kubicznego
- $\chi(G) \leq 3$ - Wystarczy sprawdzić, czy G nie jest kliką K_4 (sprawdzając czy n $<$ 4) - $O(1)$
- $\chi(G) \geq 3$ - Wystarczy sprawdzić, czy graf nie jest dwudzielny - $O(n)$
- $\chi(G) \leq 4$ - Trywialne, zawsze prawda (na mocy twierdzenia Brooksa)
- $\chi(G) \geq 4$ - Prawda tylko i wyłącznie, gdy G jest kliką K_4 - $O(1)$

Twierdzenie	Złożoność	Twierdzenie	Złożoność
$\chi(G) \leq 1$	O(1)	$\chi(G) \geq 1$	O(1)
$\chi(G) \leq 2$	O(n)	$\chi(G) \geq 2$	O(1)
$\chi(G) \leq 3$	O(1)	$\chi(G) \geq 3$	O(n)
$\chi(G) \leq 4$	O(1)	$\chi(G) \geq 4$	O(1)