

Hafta 03/04 - Uzaklık/Benzerlik - En Yakın Komşular - Karar Ağaçları

BGM 565 - Siber Güvenlik için Makine Öğrenme Yöntemleri
Bilgi Güvenliği Mühendisliği
Yüksek Lisans Programı

Dr. Ferhat Özgür Çatak
ozgur.catak@tubitak.gov.tr

İstanbul Şehir Üniversitesi
2018 - Bahar

İçindekiler

1 Regularization

- Detay
- Neden Katsayıların Büyüklüğünü Cezalandırıyoruz?
- Lab

2 Uzaklık ve Benzerlik

- Uzaklık
- Farklı Uzaklık Ölçümleri

3 Benzerlik Ölçümleri kNN Yöntemi

- Giriş
- kNN Yöntemi
- Karar Sınırları
- Ağırlıklı kNN

4 Karar Ağaçları

- Giriş
- Çok Sınıflı Sınıflandırma
- Ağacın Oluşturulması

İçindekiler

1 Regularization

- Detay
- Neden Katsayıların Büyüklüğünü Cezalandırıyoruz?
- Lab

2 Uzaklık ve Benzerlik

- Uzaklık
- Farklı Uzaklık Ölçümleri

3 kNN Yöntemi

- Benzerlik Ölçümleri
- Giriş
- kNN Yöntemi
- Karar Sınırları
- Ağırlıklı kNN

4 Karar Ağaçları

- Giriş
- Çok Sınıflı Sınıflandırma
- Ağacın Oluşturulması

Regularization - Detay I

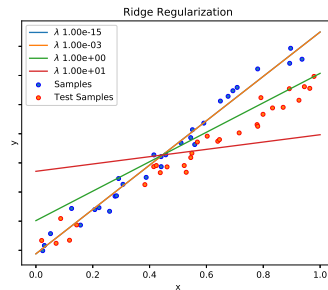
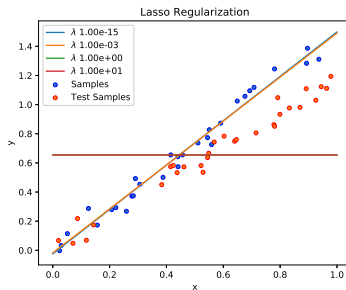
Regularization

Ridge ve Lasso regresyonu, genellikle yüksek sayıda özneliliğin (feature, column v.s.) olduğu durumlarda model (hipotez) oluşturulmasında kullanılan güçlü tekniklerdir. Burada yüksek, genellikle iki konudan birini ifade etmektedir:

- ▶ Bir modelin aşırı öğrenme eğilimini arttırmak için yeterince yüksek sayıda (10 değişken bile aşırı öğrenmeye neden olabilir)
- ▶ Hesaplama zorluklarına neden olacak kadar büyük. Modern sistemlerde, bu durum milyonlarca veya milyarlarca özellikte ortaya çıkabilir.

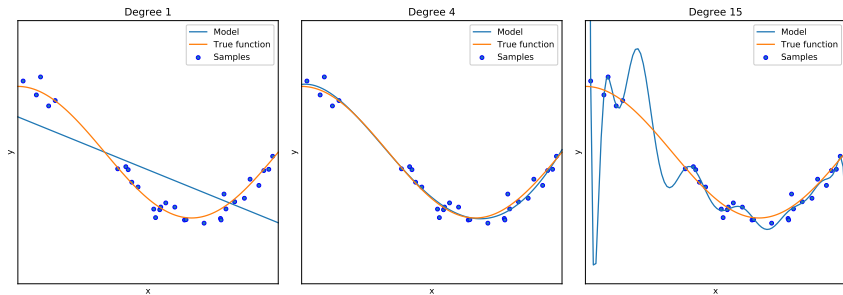
Regularization: Tahmin ve gerçek gözlemler arasındaki hatayı en aza indirgeyerek, özellik katsayılarının büyüklüğünü cezalandırarak çalışırlar.

Regularization - Detay II



Şekil: Farklı λ değerleri için lasso ve ridge regularization

Regularization - Detay III



Şekil: Aşırı Öğrenme

Neden Katsayıların Büyüklüğünü Cezalandırıyoruz?

Regularization

- ▶ Eski maliyet fonksiyonu $C = \frac{1}{2m} \sum_{i=1}^m \left(h(x^{(i)}) - y^{(i)} \right)^2$
 - ▶ MSE (Mean Square Error) değerinin azaltılması tek hedeftir.
 - ▶ Bu nedenle, MSE düşürmek için ağırlık değerleri herhangi bir değer olabilir.
 - ▶ Ağırlıkların yüksek olması ezberlemeye (overfit) neden olabilir.
- ▶ **Çözüm:** Sadece MSE düşürülmemeli aynı zamanda ağırlıklar çok yüksek olmamalıdır.
- ▶ Yeni maliyet fonksiyonu $C = \frac{1}{2m} \left(\sum_{i=1}^m \left(h(x^{(i)}) - y^{(i)} \right)^2 + \lambda \sum_{j=1}^n w_j^2 \right)$
 - ▶ λ : regularization ifadesinin değerini ayarlamak için kullanılmaktadır. n değeri öznitelik sayısıdır.
 - ▶ λ değeri çok düşükse, maliyet sadece çoğunlukla MSE'ye bağımlıdır.
 - ▶ λ değeri çok büyükse ağırlıklar oldukça düşük değerler olacaktır.

Lab Uygulaması 1 ve 2

İçindekiler

- 1 Regularization
 - Detay
 - Neden Katsayıların Büyüklüğünü Cezalandırıyoruz?
 - Lab
- 2 Uzaklık ve Benzerlik
 - Uzaklık
 - Farklı Uzaklık Ölçümleri

- 3 kNN Yöntemi
 - Giriş
 - kNN Yöntemi
 - Karar Sınırları
 - Ağırlıklı kNN
- 4 Karar Ağaçları
 - Giriş
 - Çok Sınıflı Sınıflandırma
 - Ağacın Oluşturulması

Uzaklık I

- Kümeleme ve sınıflandırma olmak üzere iki örneğin birbirlerine olan uzaklık ve benzerlikleri kullanılmaktadır.

Uzaklık

Uzaklık: X kümesindeki bir metrik. (**uzaklık fonksiyonu** veya sadece **uzaklık** adlandırılır).

$$d : X \times X \rightarrow \mathbb{R} \rightarrow [0, \infty)$$

$\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z} \in X$ gibi X kümesinden alınacak örnekler için uzaklık olarak $[0, \infty)$ şeklinde skaler sonuçlar üretir. Aşağıdaki koşullar yerine getirir:

- $d(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \geq 0$, iki örneklem arasında uzaklık pozitifdir.
- $d(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = 0 \Leftrightarrow \mathbf{x} = \mathbf{y}$ iki örneklem arasında uzaklık 0 ise bu iki örneklem aynıdır.
- $d(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = d(\mathbf{y}, \mathbf{x})$, Uzaklıklar simetriktir.
- $d(\mathbf{x}, \mathbf{z}) \leq d(\mathbf{x}, \mathbf{y}) + d(\mathbf{x}, \mathbf{z})$ Üçgen eşitsizliği

Alternatif olarak uzaklık d , norm N olarak ifade edebiliriz.

$$d(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = N(\mathbf{x} - \mathbf{y})$$

Uzaklık II

Uzaklık Matrisi

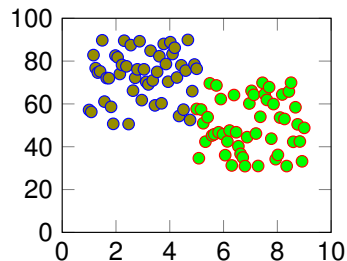
m adet satır ve n adet özniteliğe sahip veri kümesi $\mathcal{D} \in \mathbb{R}^{m \times n}$ için uzaklık matrisi $\mathcal{R} \in \mathbb{R}^{m \times m}$ şeklinde tanımlanır.

$$\mathcal{R} = \begin{bmatrix} 0 & d_{12} & \dots & d_{1m} \\ d_{21} & 0 & \dots & d_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ d_{m1} & d_{m2} & \dots & 0 \end{bmatrix}$$

Uzaklık III

Uygulama

Örnekler (satırlar, $\mathbf{x}_i \in \mathbb{R}^n, n \geq 1$) arasında benzerliği birbirlerine olan yakınlık olarak tanımlayabiliriz.



Farklı Uzaklık Ölçümleri I

Uzaklık Ölçümleri - Minkowski Uzaklığı

$$d_p(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \|\mathbf{x} - \mathbf{y}\|_p = \left(\sum_{k=1}^n |\mathbf{x}_k - \mathbf{y}_k|^p \right)^{\frac{1}{p}} \quad (1)$$

- ▶ $p = 1$: **Manhattan** uzaklığı (L_1 -Norm, Taxicab veya City-Block)
- ▶ $p = 2$: **Öklid** uzaklığı (L_2 -Norm veya Ruler)
- ▶ $p \rightarrow \infty$: **Chebyshev** uzaklığı (L_{max} -Norm, maximum metric)
 - ▶ $d_{Chebyshev}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \max_i |\mathbf{x}_i - \mathbf{y}_i|$
 - ▶ Örnek:

$$\mathbf{x} = [0, 3, 4, 5]$$

$$\mathbf{y} = [7, 6, 3, -1]$$

$$d_{Chebyshev}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = 7$$

Benzerlik Ölçümleri I

Pearson Correlation

Tanım

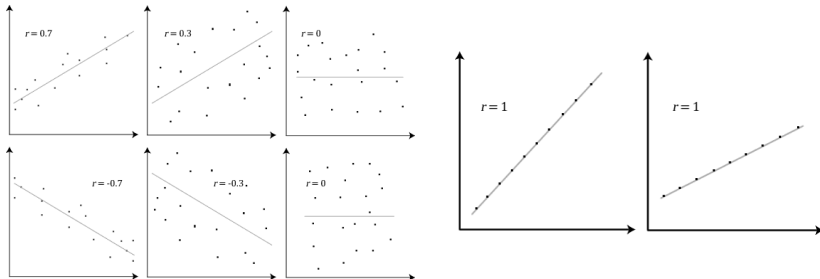
- ▶ Pearson korelasyon katsayısı, X ve Y iki değişkeni arasındaki doğrusal korelasyonun bir ölçütüdür.
- ▶ Öznitelikler arasında bulunan benzerlik derecesini hesaplamada kullanılır.
- ▶ $[-1, +1]$ aralığında yer alırlar.

Pearson Correlation

$$\rho_{X,Y} = \frac{\sum_{k=1}^n (x_k - \bar{x})(y_k - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{k=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \sqrt{\sum_{k=1}^n (y_i - \bar{y})^2}} \quad (2)$$

Benzerlik Ölçümleri II

Pearson Correlation



Kosinüs Benzerliği I

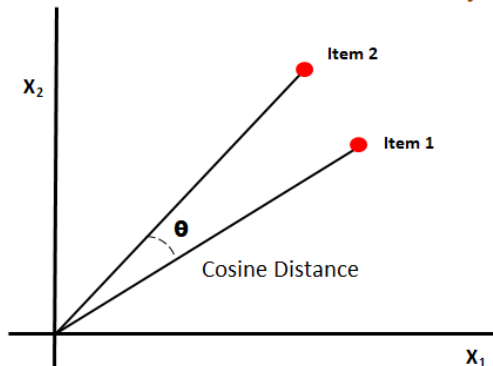
Kosinüs Benzerliği

- ▶ İki vektör arasında bulunan açı farkını kullanan benzerlik ölçümü.
- ▶ Açı 0 ise kosinüs değeri 1 olacaktır. Diğer durumlarda 1'den küçük olacaktır.
- ▶ Kullanım alanı:
 - ▶ Döküman benzerlikleri
 - ▶ Multimedia kıyaslamaları
 - ▶ Arama motorları v.s.

$$\cos(\theta) = \frac{\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}}{\|\mathbf{a}\| \|\mathbf{b}\|} = \frac{\sum_{i=1}^n \mathbf{a}_i \mathbf{b}_i}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \mathbf{a}_i^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n \mathbf{b}_i^2}} \quad (3)$$

Kosinüs Benzerliği II

Cosine Distance/Similarity



Kosinüs Benzerliği III

Örnek

$$\mathbf{a} = [1, 6] \quad \mathbf{b} = [3, 5]$$

$$\|\mathbf{a}\| = \sqrt{1^2 + 6^2} = 6.08 \quad \|\mathbf{b}\| = \sqrt{3^2 + 5^2} = 5.83$$

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 1 \times 3 + 6 \times 5 = 33$$

$$\cos(\theta) = \frac{33}{6.08 \times 5.83} = 0.93$$

Kategorik Değişkenler I

Kategorik Değişkenler

- Özniteliklerin temsili amacıyla söz konusu özelliğin varlığı/yokluğu (Var/Yok, True/False) ile ifade edilmesi

Hamming Uzaklığı

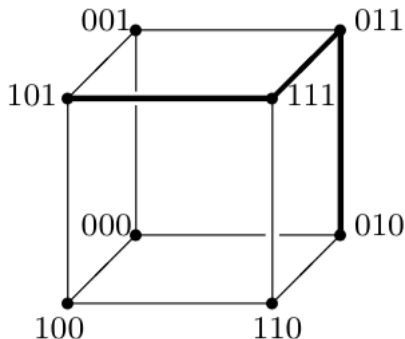
- *Tanım:* $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^m$ $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^m$ olsun. $d(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ için

$$d_{\text{hamming}}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \sum_{i=1}^m (\mathbf{x}_i \text{ XOR } \mathbf{y}_i) \quad (4)$$

- Örnekler:

$$\begin{aligned} d(00111, 11001) &= 4 & d(0122, 1220) &= 3 \\ d('karolin', 'kathrin') &= 3 \end{aligned}$$

Kategorik Değişkenler II



İkili alfabe Hamming uzaklığı

Kelimeler (\mathbb{R}^3) üç boyutlu bir küpün köşeleri olarak temsil edilebilir.

000, 001, 010, 011, 100, 101, 110, 111

Kategorik Değişkenler III

Jaccard Benzerliği

- ▶ Jaccard benzerliği, hangi üyelerin paylaşıldığını, hangilerinin farklı olduğunu görmek için iki kümeyi karşılaştırmaktadır.
- ▶ Benzerlik ölçüsü aralığı: $[0, 1]$
- ▶ **Jaccard = (the number in both sets) / (the number in either set) * 100**
- ▶ $J(X, Y) = \frac{|X \cap Y|}{|X \cup Y|}$
- ▶ Örnek:

$$A = \{0, 1, 2, 5, 6\}$$

$$B = \{0, 2, 3, 4, 5, 7, 9\}$$

$$J(A, B) = \frac{|A \cap B|}{|A \cup B|} = \frac{|\{0, 2, 5\}|}{|\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9\}|} = \frac{3}{9} = 0.33$$

- ▶ **Jaccard uzaklığı:** $d_{jaccard}(A, B) = 1 - J(A, B)$

kNN Yöntemi

Giriş

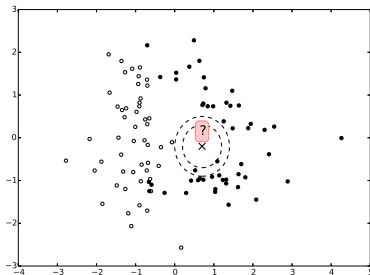
- ▶ İki değişkenin benzerliği ve uzaklığı çeşitli yöntemlerle (Öklid, Hamming, Jaccard, Pearson gibi) hesaplanabilmektedir.
- ▶ Bu yöntemler kullanılarak **Voronoi** mozaikleriyle **karar sınırları** tanımlanabilmektedir.
- ▶ **Voronoi**: Düzlemin belirli bir alt kümesindeki noktalara olan **uzaklığa bağlı olarak** bir düzlemin bölgelere ayrılmasıdır.

k-En Yakın Komşu Yöntemi I

k-Nearest-Neighbor (kNN)

kNN

- ▶ En basit sınıflandırma algoritmalarından bir tanesidir.
- ▶ Bir test örneği ile belirtilen eğitim örnekleri arasındaki uzaklığa dayanır.



- ▶ k-En-Yakın komşu algoritması
- ▶ En basit sınıflandırma yöntemi
- ▶ **Örnek tabanlı:** Bir öğrenme aşaması yok. Bunun yerine bütün örnekleri hatırlayarak yeni örneğin sınıfını uzaklıkları kullanarak hesaplamaktadır.

k-En Yakın Komşu Yöntemi II

k-Nearest-Neighbor (kNN)

kNN Nasıl Çalışır?

- ▶ k adet en yakın komşunun sahip olduğu sınıf etiketi kullanılarak gözlemin sınıfı belirlenir.
- ▶ Uzaklık ölçümü ($d(\mathbf{x}, \mathbf{y})$) için genellikle Öklid (Euclidean) uzaklığı kullanılır.
- ▶ En yakın komşu:
 - ▶ eğer bilinmeyen örnek $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^m$ için eğitim veri kümesinde $\mathcal{D} \in \mathbb{R}^{m \times n}$ bulunan örneklerin (satırların) uzaklıklarına göre artan sırada sıralayalım.

$$d_1(\mathbf{x}) \leq d_2(\mathbf{x}) \leq \dots \leq d_m(\mathbf{x})$$

- ▶ d_1 ifadesi en yakın örneğe olan uzaklık, d_2 ifadesi ikinci en yakın örneğe olan uzaklığı ifade etmektedir.

k-En Yakın Komşu Yöntemi III

k-Nearest-Neighbor (kNN)

Formal Tanım

- ▶ pozitif tamsayı K , gözlemlenen örnek \mathbf{x} ve benzerlik metriği d olmak üzere, kNN aşağıda yer alan 2 adımı gerçekleştir.
 - ▶ Bütün veri kümesi, \mathcal{D} , üzerinde bulunan örnekler (satırlar, gözlemler v.b.) ile sınıf etiketi bilinmeyen \mathbf{x} arasında d hesaplanır.
 - ▶ Her bir sınıf için şartlı olasılık hesaplanarak, en yüksek olasılığa sahip sınıf etiketi \mathbf{x} gözlemine atanmaktadır.

$$P(y = j | X = \mathbf{x}) = \frac{1}{K} \sum_{i \in \mathcal{A}} I(y^{(i)} = j)$$

I : Indicator function, doğru ise 1 diğer durumda 0.

- ▶ kNN'yi anlamak için alternatif bir yol: yeni noktaları sınıflandırmak için kullanılan bir karar sınırını hesaplamak olarak düşünülebilir.

k-En Yakın Komşu Yöntemi IV

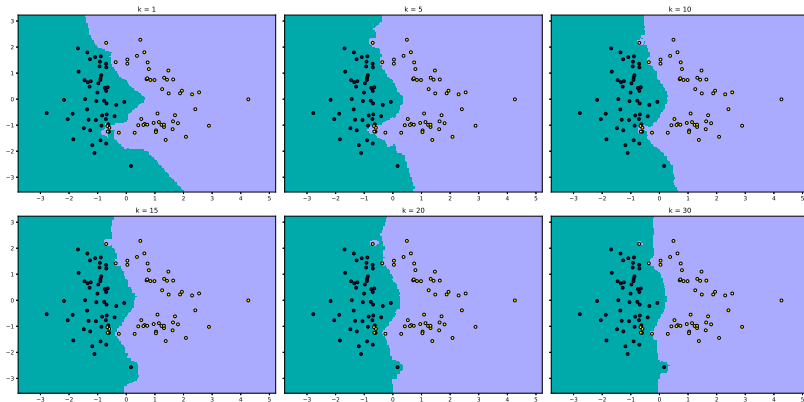
k-Nearest-Neighbor (kNN)

Table: KDDCUP'99 veri kümesinden alınmış 10 örneğin birbirlerine olan öklid uzaklıkları.

	x_0	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9
x_0	0.00	1314.42	0.00	1.41	849.42	0.00	2022.72	1172.66	1188.98	9325.94
x_1	1314.42	0.00	1314.42	1313.68	842.25	1314.42	960.09	268.17	871.97	8500.60
x_2	0.00	1314.42	0.00	1.41	849.42	0.00	2022.72	1172.66	1188.98	9325.94
x_3	1.41	1313.68	1.41	0.00	848.22	1.41	2022.23	1171.83	1188.38	9325.83
x_4	849.42	842.25	849.42	848.22	0.00	849.42	1564.92	738.86	1031.45	8962.28
x_5	0.00	1314.42	0.00	1.41	849.42	0.00	2022.72	1172.66	1188.98	9325.94
x_6	2022.72	960.09	2022.72	2022.23	1564.92	2022.72	0.00	1228.09	1775.06	7540.70
x_7	1172.66	268.17	1172.66	1171.83	738.86	1172.66	1228.09	0.00	649.59	8768.61
x_8	1188.98	871.97	1188.98	1188.38	1031.45	1188.98	1775.06	649.59	0.00	9272.38
x_9	9325.94	8500.60	9325.94	9325.83	8962.28	9325.94	7540.70	8768.61	9272.38	0.00

Karar Sınırları I

Decision Boundaries



Şekil: kNN karar sınırları

Karar Sınırları II

Decision Boundaries

Lab Uygulaması - 4

Ağırlıklı kNN

Weighted k -Nearest-Neighbors

Ağırlıklı kNN

- **Yöntem:** sınıf etiketi bilinmeyen örneklem \mathbf{x} için yakınında bulunan örneklerin uzaklıklarına göre ağırlıklandırılması yöntemidir.
- Bu amaçla uzaklık bir **benzerlik** ölçüsü olarak kullanılır. Yakın olan noktaların ağırlıkları daha yüksek olmalıdır.

$$P(y = j | X = \mathbf{x}) = \frac{1}{K} \sum_{i \in \mathcal{A}} \frac{1}{d(\mathbf{x}, \mathbf{x}_i)} I(y^{(i)} = j)$$

Python

```
class sklearn.neighbors.KNeighborsClassifier(n_neighbors=5,
weights='uniform', algorithm='auto', leaf_size=30, p=2,
metric='minkowski', metric_params=None, n_jobs=1, **kwargs)
```

İçindekiler

- 1 Regularization
 - Detay
 - Neden Katsayıların Büyüklüğünü Cezalandırıyoruz?
 - Lab
- 2 Uzaklık ve Benzerlik
 - Uzaklık
 - Farklı Uzaklık Ölçümleri
- 3 Benzerlik Ölçümleri
kNN Yöntemi
 - Giriş
 - kNN Yöntemi
 - Karar Sınırları
 - Ağırlıklı kNN
- 4 Karar Ağaçları
 - Giriş
 - Çok Sınıflı Sınıflandırma
 - Ağacın Oluşturulması

Karar Ağaçları I

Hiyerarşik Öğrenme

► Tek Aşamalı Sınıflandırıcılar

- Tek bir işlem kullanarak (doğrusal regresyon, lojistik regresyon) bir x örneğine sınıf etiketi ataması yaparlar.
- Bütün sınıflar için tek bir öznitelik kümesi kullanılmaktadır.
- Özniteliklerin nominal olma durumu.

► Hiyerarşik Sınıflandırıcılar

- Birden çok ardışık test

Karar Ağaçları II

Nominal Veri

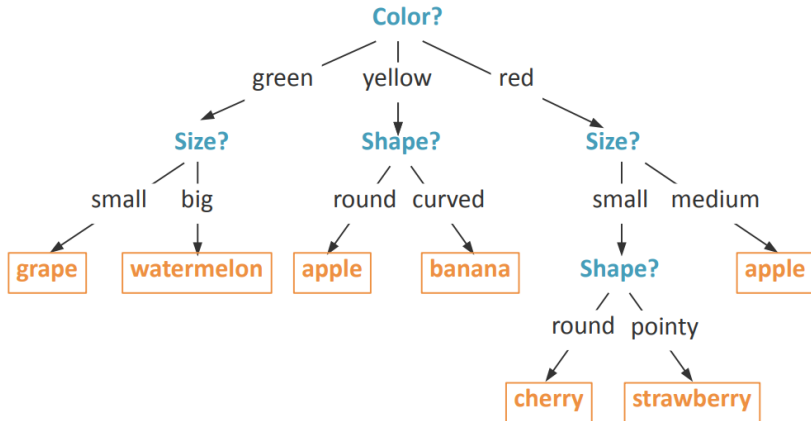
► Öznitelikler

- Ayrık (Discrete)
- Herhangi bir **sıralama/benzerlik** kavramı yok
- Metrik olmayan öğrenme (Non-metric learning)

► Örnekler:

- **Protocol type:** TCP, UDP
- **Service:** http, mail, ftp, ssh
- **Flags:** SYN, ACK, RST, FIN

Karar Ağaçları III



Çok Sınıflı Sınıflandırma

Multiclass classification

Çok Sınıflı Sınıflandırma

- ▶ **Bire-karşı-hepsi (One-versus-all)**
 - ▶ K adet sınıflandırıcı (hipotez, model) oluştur, oylama ile \mathbf{x} etiketini bul
- ▶ **Bire-karşı-bir (One-versus-one):**
 - ▶ $K(K-1)/2$ adet sınıflandırıcı (hipotez, model) oluştur, oylama ile \mathbf{x} etiketini bul
- ▶ Çoklu sınıfları işleyen bir algoritma kullanımı:
 - ▶ Karar ağaçları
 - ▶ Yapay Sinir ağları

Ağacın Oluşturulması I

Giriş

- ▶ Monothetic ağaçlarda (her bir node üzerinde sadece bir öznitelik olması) karar sınırları axis'lere ortagonal yapıdadır.
- ▶ Ayırıştırma değişkeni (j) ve ayırıştırma noktaları 2 bölge tanımlamaktadır.
- ▶ j ve s değerleri saf olmamayı (Impurity) azaltacak şekilde seçilmelidir.
 - ▶ Niteliklerin kategorik olması durumunda: **Bilgi Kazanımı**
 - ▶ Niteliklerin sürekli olması durumunda: **Gini index** $Gini = 1 - \sum_{i=1}^c (p_i)^2$

Formal Tanım

- ▶ Eğitim vektörleri $\mathbf{x}_i \in \mathbb{R}^n, i = 1, \dots, m$ ve sınıf vektörü $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^m$ olsun.
- ▶ Karar ağacı algoritması, girdi uzayını aynı etiketlere sahip örneklerle göre parçalamaktadır.
- ▶ **Amaç:** Impurity minimize etmek için öznitelikler seçilir.

$$\min_j \left(\frac{|R_1(j)|}{n_{total}} \times Imp(R_1(j)) + \frac{|R_2(j)|}{n_{total}} \times Imp(R_2(j)) \right) \quad (5)$$

Ağacın Oluşturulması II

Bilgi Kazanımı (Information Gain)

- ▶ Rassal bir değişken X belirsizliği/rassallığı **Entropi** ile ölçülür.

$$H(X_n) = - \sum_k p_k \log_2(p_k) \quad (6)$$

p_k ifadesi, X_n içinde yer alan eğitim örneklerinin k sınıfına ait olanlarının oranıdır.

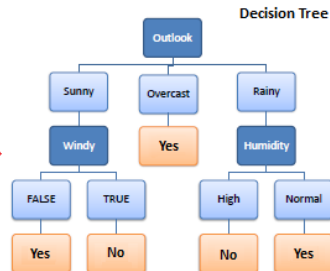
- ▶ İkili sınıflandırma problemi $(-1, +1)$:
 - ▶ Bütün örneklerin sınıf etiketi aynı ise Entropi 0. Düşük Entropi.

$$\mathbf{y} = \{-1, -1, \dots, -1\} \text{ veya } \mathbf{y} = \{+1, +1, \dots, +1\}$$

- ▶ Bütün örneklerin yarısının sınıf etiketi -1 diğer yarısı $+1$ aynı ise Entropi 1. Yüksek Entropi

Ağacın Oluşturulması III

Predictors				Target
Outlook	Temp	Humidity	Windy	Play Golf
Rainy	Hot	High	False	No
Rainy	Hot	High	True	No
Overcast	Hot	High	False	Yes
Sunny	Mild	High	False	Yes
Sunny	Cool	Normal	False	Yes
Sunny	Cool	Normal	True	No
Overcast	Cool	Normal	True	Yes
Rainy	Mild	High	False	No
Rainy	Cool	Normal	False	Yes
Sunny	Mild	Normal	False	Yes
Rainy	Mild	Normal	True	Yes
Overcast	Mild	High	True	Yes
Overcast	Hot	Normal	False	Yes
Sunny	Mild	High	True	No



Şekil: Örnek verikümesi ¹

Ağacın Oluşturulması IV

Bağımlı Değişken Entropy Değeri

$$E(S) = \sum_{i=1}^c -p_i \log_2 p_i$$

Play Golf	
Yes	No
9	5



Entropy(PlayGolf) = Entropy (5,9)
= Entropy (0.36, 0.64)
= - (0.36 log₂ 0.36) - (0.64 log₂ 0.64)
= 0.94

Ağacın Oluşturulması V

Bağımsız Değişken (Outlook) Entropy Değeri

$$E(T, X) = \sum_{c \in X} P(c)E(c)$$

		Play Golf		
		Yes	No	
Outlook	Sunny	3	2	5
	Overcast	4	0	4
	Rainy	2	3	5
				14



$$\begin{aligned}
 E(\text{PlayGolf}, \text{Outlook}) &= P(\text{Sunny}) * E(3,2) + P(\text{Overcast}) * E(4,0) + P(\text{Rainy}) * E(2,3) \\
 &= (5/14) * 0.971 + (4/14) * 0.0 + (5/14) * 0.971 \\
 &= 0.693
 \end{aligned}$$

Ağacın Oluşturulması VI

Bilgi Kazanımı (Information Gain)

Bilgi kazancı, bir veri kümesinin bir öznitelik üzerine bölünmesinden sonra **Entropi azalmasına** dayanmaktadır.

		Play Golf	
		Yes	No
Outlook	Sunny	3	2
	Overcast	4	0
	Rainy	2	3
Gain = 0.247			

		Play Golf	
		Yes	No
Temp.	Hot	2	2
	Mild	4	2
	Cool	3	1
Gain = 0.029			

		Play Golf	
		Yes	No
Humidity	High	3	4
	Normal	6	1
Gain = 0.152			

		Play Golf	
		Yes	No
Windy	False	6	2
	True	3	3
Gain = 0.048			

$$Gain(T, X) = Entropy(T) - Entropy(T, X)$$

$$G(\text{PlayGolf}, \text{Outlook}) = E(\text{PlayGolf}) - E(\text{PlayGolf}, \text{Outlook})$$

$$= 0.940 - 0.693 = 0.247$$

Ağacın Oluşturulması VII

En yüksek bilgi kazanımı olan öz nitelik (Outlook), karar düğümü olarak seçilir.

Outlook		Temp	Humidity	Windy	Play Golf
Sunny	Sunny	Mild	High	FALSE	Yes
	Sunny	Cool	Normal	FALSE	Yes
	Sunny	Cool	Normal	TRUE	No
	Sunny	Mild	Normal	FALSE	Yes
	Sunny	Mild	High	TRUE	No
Overcast	Overcast	Hot	High	FALSE	Yes
	Overcast	Cool	Normal	TRUE	Yes
	Overcast	Mild	High	TRUE	Yes
	Overcast	Hot	Normal	FALSE	Yes
Rainy	Rainy	Hot	High	FALSE	No
	Rainy	Hot	High	TRUE	No
	Rainy	Mild	High	FALSE	No
	Rainy	Cool	Normal	FALSE	Yes
	Rainy	Mild	Normal	TRUE	Yes

Ağacın Oluşturulması VIII

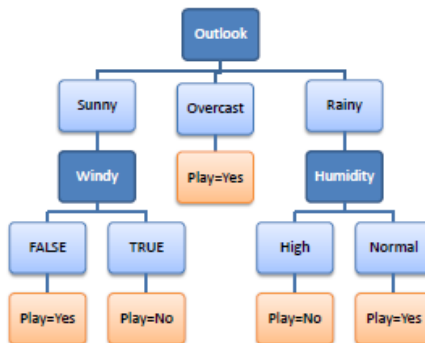
R_1 : IF (Outlook=Sunny) AND (Windy=FALSE) THEN Play=Yes

R_2 : IF (Outlook=Sunny) AND (Windy=TRUE) THEN Play=No

R_3 : IF (Outlook=Overcast) THEN Play=Yes

R_4 : IF (Outlook=Rainy) AND (Humidity=High) THEN Play=No

R_5 : IF (Outlook=Rain) AND (Humidity=Normal) THEN Play=Yes



¹http://www.saedsayad.com/decision_tree.htm