

## પ્રકરણ 12

### હેરોનું સૂત્ર

#### 12.1 પ્રાસ્તાવિક

અગાઉનાં ધોરણોમાં તમે ભિન્ન આકારની આકૃતિઓ જેવી કે ચોરસ, લંબચોરસ, ત્રિકોણ અને ચતુષ્કોણનો અભ્યાસ કરેલ છે. વધુમાં તમે આમાંની કેટલીક આકૃતિઓ જેવી કે લંબચોરસ, ચોરસ વગેરેની પરિમિતિ અને ક્ષેત્રફળની ગણતરી પણ કરેલ છે. ઉદાહરણ તરીકે તમે તમારા વર્ગના ભોંયતળિયાની પરિમિતિ અને ક્ષેત્રફળ શોધી શકો.

જો આપણે ભોંયતળિયાની ફરતે ધાર પર એક ચક્ર ફૂર્ણ કરીએ, તો કાપેલ અંતરને ભોંયતળિયાની પરિમિતિ કહેવાય. વળી, ભોંયતળિયાનું માપ એ તેનું ક્ષેત્રફળ છે.

આથી જો તમારો વર્ગખંડ લંબચોરસ હોય અને તેની લંબાઈ 10 મીટર અને પહોળાઈ 8 મીટર હોય, તો તેની પરિમિતિ  $2(10 \text{ મી} + 8 \text{ મી}) = 36 \text{ મી}$  અને ક્ષેત્રફળ  $= 10 \text{ મી} \times 8 \text{ મી}$  અર્થાત્, 80 મી<sup>2</sup> થાય.

લંબાઈ તથા પહોળાઈના માપના એકમ મીટર (મી) અથવા સેન્ટિમીટર(સેમી) વગેરે લખાય.

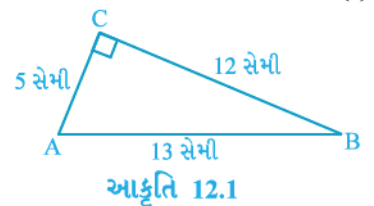
કોઈ સમતલીય આકૃતિના ક્ષેત્રફળના માપનો એકમ ચોરસ મીટર (મી<sup>2</sup>) અથવા ચોરસ સેન્ટિમીટર(સેમી<sup>2</sup>) વગેરે લખાય.

ધારો કે તમે ત્રિકોણાકાર બગીચામાં બેઠા છો. તમે તેનું ક્ષેત્રફળ કેવી રીતે શોધશો ? પ્રકરણ 9 અને તમે આગળના ધોરણમાં શીખ્યાં છો તે પરથી તમે જાણો છો કે,

$$\text{ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ} = \frac{1}{2} \times \text{પાયો} \times \text{વેધ}$$

(I)

આપણે જોઈ શકીએ કે જો ત્રિકોણ કાટકોણ ત્રિકોણ હોય તો કાટખૂણો બનાવતી બે બાજુઓને પાયો અને વેધ ગણી આ સૂત્રનો સીધો ઉપયોગ કરી શકીએ. ઉદાહરણ તરીકે, કાટકોણ ત્રિકોણની બાજુઓનાં માપ 5 સેમી, 12 સેમી અને 13 સેમી છે; તો આપણે પાયાની લંબાઈ 12 સેમી અને



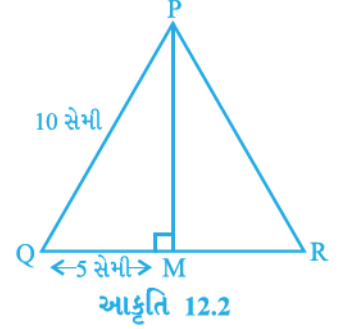
વેધ 5 સેમી લઈ શકીએ. (જુઓ આકૃતિ 12.1.) આથી,

$$\Delta ABC \text{ નું ક્ષેત્રફળ} = \frac{1}{2} \times \text{પાયો} \times \text{વેધ} = \frac{1}{2} \times 12 \times 5 \text{ સેમી}^2 = 30 \text{ સેમી}^2$$

આપણે પાયો 5 સેમી અને વેધ 12 સેમી પણ લઈ શકીએ.

હવે, ધારો કે આપણે 10 સેમી બાજુવાળા સમબાજુ ત્રિકોણ PQR નું ક્ષેત્રફળ શોધવું છે. (જુઓ આકૃતિ 12.2.) તેનું ક્ષેત્રફળ શોધવા આપણને તેનો વેધ જોઈશે. તમે આ ત્રિકોણનો વેધ શોધી શકો ?

આપણે યાદ કરીએ કે જ્યારે બાજુઓ જાણતા હોઈએ ત્યારે તેનો વેધ કેવી રીતે શોધી શકીએ. સમબાજુ ત્રિકોણમાં આ શક્ય છે. QR નું મધ્યબિંદુ M લો અને તેને P સાથે જોડો. આપણે જાણીએ છીએ કે PMQ કાટકોણ ત્રિકોણ છે. આથી પાયથાગોરસના પ્રમેયનો ઉપયોગ કરતાં, નીચે પ્રમાણે આપણે PM ની લંબાઈ શોધી શકીએ.



$$PQ^2 = PM^2 + QM^2$$

$$\therefore (10)^2 = PM^2 + (5)^2, \text{ કારણ કે } QM = MR.$$

$$\therefore PM^2 = 75$$

$$\therefore PM = \sqrt{75} \text{ સેમી} = 5\sqrt{3} \text{ સેમી}$$

$$\begin{aligned} \text{આથી, } \Delta PQR \text{ નું ક્ષેત્રફળ} &= \frac{1}{2} \times \text{પાયો} \times \text{વેધ} \\ &= \frac{1}{2} \times 10 \times 5\sqrt{3} \text{ સેમી}^2 = 25\sqrt{3} \text{ સેમી}^2 \end{aligned}$$

હવે આપણે જોઈએ કે આ સૂત્રના ઉપયોગથી સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણના ક્ષેત્રફળની ગણતરી કરી શકાય કે નહિ. ઉદાહરણ તરીકે, ત્રિકોણ XYZ માં સમાન બાજુઓ XY અને XZ ની લંબાઈ 5 સેમી અને અસમાન બાજુ YZ ની લંબાઈ 8 સેમી લઈએ. (જુઓ આકૃતિ 12.3.)

આ વિકલ્પમાં પણ આપણે ત્રિકોણનો વેધ શોધીશું. તે માટે X માંથી YZ બાજુ પર લંબ XP દોરો. આમ, જોઈ શકાય કે લંબ XP ત્રિકોણની બાજુ YZ ને બે સમાન ભાગમાં વહેંચે.

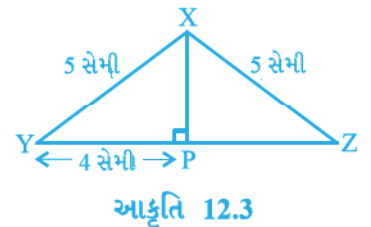
$$\text{આથી, } YP = PZ = \frac{1}{2} YZ = 4 \text{ સેમી}$$

આથી, પાયથાગોરસના પ્રમેય મુજબ,

$$XP^2 = XY^2 - YP^2 = 5^2 - 4^2 = 25 - 16 = 9$$

$$\text{આથી, } XP = 3 \text{ સેમી}$$

$$\text{હવે, } \Delta XYZ \text{ નું ક્ષેત્રફળ} = \frac{1}{2} \times \text{પાયો } YZ \times \text{વેધ } XP = \frac{1}{2} \times 8 \times 3 \text{ સેમી}^2 = 12 \text{ સેમી}^2.$$



હવે ધારો કે વિષમબાજુ ત્રિકોણની બાજુઓની લંબાઈ આપણે જાણીએ છીએ. પરંતુ વેધ જ્ઞાત નથી. તો પણ તમે તેનું ક્ષેત્રફળ શોધી શકો? દાખલા તરીકે એક ત્રિકોણાકાર બગીચાની બાજુઓ 40 મી, 32 મી અને 24 મી છે. તેનું ક્ષેત્રફળ કેવી રીતે શોધવું ? જો સૂત્રનો ઉપયોગ કરવો હોય તો ચોક્કસપણે તમારે તેના વેધની ગણતરી કરવી પડે. પરંતુ તેના વેધ શોધવાની યાવી

આપણી પાસે નથી. તે શોધવાનો પ્રયત્ન કરો. જો તમે આ કરવા સક્ષમ ન હો તો, આ પછીનો વિભાગ જુઓ.

## 12.2 ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ - હેરોના સૂત્ર પરથી

Heron was born in about 10AD possibly in Alexandria in Egypt. He worked in applied mathematics. His works on mathematical and physical subjects are so numerous and varied that he is considered to be an encyclopedic writer in these fields. His geometrical works deal largely with problems on mensuration written in three books. Book I deals with the area of squares, rectangles, triangles, trapezoids (trapezia), various other specialised quadrilaterals, the regular polygons, circles, surfaces of cylinders, cones, spheres etc. In this book, Heron has derived the famous formula for the area of a triangle in terms of its three sides.



Heron (10 C.E. – 75 C.E.)

આકૃતિ 12.4

ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ શોધવા હેરોએ આપેલ સૂત્રને ઘણી વખત હેરોનું સૂત્ર (Heron's formula) પણ કહેવાય છે. તે નીચે મુજબ દર્શાવાય છે :

$$\text{ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ} = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} \quad (II)$$

અહીં,  $a$ ,  $b$  અને  $c$  ત્રિકોણની બાજુઓ અને  $s = \text{અર્ધપરિમિતિ}$  અર્થાત્  $s = \frac{a+b+c}{2}$ ,

જ્યાં સહેલાઈથી વેધનું માપ ના શોધી શકાતું હોય તેવા ત્રિકોણ માટે આ સૂત્ર ઉપયોગી છે. ચાલો આપણે આ સૂત્રનો ઉપયોગ ઉપર દર્શાવેલ ત્રિકોણાકાર બગીચા ABC નું ક્ષેત્રફળ શોધવા કરીએ. (જુઓ આકૃતિ 12.5.)

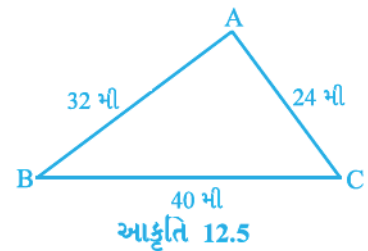
આપણે,  $a = 40$  મી,  $b = 24$  મી,  $c = 32$  મી લઈએ.

આથી, આપણી પાસે  $s = \frac{40+24+32}{2}$  મી = 48 મી

$$s - a = (48 - 40) \text{ મી} = 8 \text{ મી}$$

$$s - b = (48 - 24) \text{ મી} = 24 \text{ મી}$$

$$s - c = (48 - 32) \text{ મી} = 16 \text{ મી}$$



આથી, બગીચા ABC નું ક્ષેત્રફળ =  $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$$= \sqrt{48 \times 8 \times 24 \times 16} \text{ મી}^2 = 384 \text{ મી}^2$$

આપણે જોઈએ કે,  $32^2 + 24^2 = 1024 + 576 = 1600 = 40^2$ . આથી, બગીચાની બાજુઓ કાટકોણ ત્રિકોણ બનાવે છે. સૌથી મોટી બાજુ અર્થાત્, કર્ણ  $BC = 40$  મી અને બાજુઓ  $AB$  અને  $AC$  વચ્ચેનો ખૂણો  $90^\circ$  નો થાય.

સૂત્ર (I) નો ઉપયોગ કરતાં આપણે ચકાસી શકીએ કે બગીચાનું ક્ષેત્રફળ એ  $\frac{1}{2} \times 32 \times 24 \text{ મી}^2 = 384 \text{ મી}^2$  થાય.

આ રીતે મળતું ક્ષેત્રફળ હેરોના સૂત્રથી મળતા ક્ષેત્રફળ જેટલું જ છે.

હવે, હેરોના સૂત્રથી તમે આગળ જેની ચર્ચા કરેલ છે તે ત્રિકોણનાં ક્ષેત્રફળ ચકાસો. દાખલા તરીકે,

(i) જેની પ્રત્યેક બાજુ 10 સેમી હોય તેવો ત્રિકોણ સમબાજુ ત્રિકોણ છે.

(ii) જેની બે સમાન બાજુ 5 સેમી અને ત્રીજી અસમાન બાજુ 8 સેમી હોય તેવો ત્રિકોણ સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ છે.

તમે જોઈ શકો છો કે,

(i) માટે,  $s = \frac{10 + 10 + 10}{2}$  સેમી = 15 સેમી

$$\text{ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ} = \sqrt{15(15-10)(15-10)(15-10)} \text{ સેમી}^2$$

$$= \sqrt{15 \times 5 \times 5 \times 5} \text{ સેમી}^2 = 25\sqrt{3} \text{ સેમી}^2$$

(ii) માટે,  $s = \frac{8 + 5 + 5}{2}$  સેમી = 9 સેમી

$$\text{ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ} = \sqrt{9(9-8)(9-5)(9-5)} \text{ સેમી}^2 = \sqrt{9 \times 1 \times 4 \times 4} \text{ સેમી}^2 = 12 \text{ સેમી}^2$$

ચાલો હવે, કેટલાંક વધુ ઉદાહરણો ગણીએ :

**ઉદાહરણ 1 :** એક ત્રિકોણની પરિમિતિ 32 સેમી અને બે બાજુ 8 સેમી અને 11 સેમી હોય, તો તેનું ક્ષેત્રફળ શોધો. (જુઓ આકૃતિ 12.6.)

**ઉકેલ :** અહીં, આપણી પાસે ત્રિકોણની પરિમિતિ = 32 સેમી,  $a = 8$  સેમી અને  $b = 11$  સેમી,

$$\text{ત્રીજી બાજુ } c = 32 \text{ સેમી} - (8 + 11) \text{ સેમી} = 13 \text{ સેમી},$$

$$\text{અહીં, } 2s = 32, \text{ અર્થાત્ } s = 16 \text{ સેમી},$$

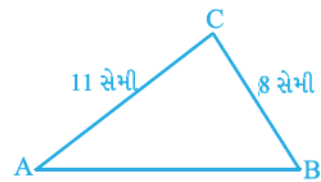
$$s - a = (16 - 8) \text{ સેમી} = 8 \text{ સેમી},$$

$$s - b = (16 - 11) \text{ સેમી} = 5 \text{ સેમી},$$

$$s - c = (16 - 13) \text{ સેમી} = 3 \text{ સેમી},$$

$$\text{આથી, ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ} = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

$$= \sqrt{16 \times 8 \times 5 \times 3} \text{ સેમી}^2 = 8\sqrt{30} \text{ સેમી}^2$$



**ઉદાહરણ 2 :** એક ત્રિકોણાકાર બગીચા ABCની બાજુઓ 120 મી, 80 મી અને 50 મી છે. (જુઓ આકૃતિ 12.7.) ધનિયા માળીએ બધી જ તરફ તારની વાડ બાંધવાની છે અને અંદર તરફ ઘાસ વાવવાનું છે. તેને કેટલા ક્ષેત્રફળમાં વાવણી કરવાની રહેશે ? તે એક બાજુએ 3 મીટર પહોળી જગા દરવાજા માટે છોડે છે, તો તેની ફરતે કાંટાળી વાડ કરવા માટે ₹ 20 પ્રતિ મીટરના ભાવે થતો ખર્ચ શોધો.

**ઉકેલ :** બગીચાનું ક્ષેત્રફળ શોધવા,

$$2s = 50 \text{ મી} + 80 \text{ મી} + 120 \text{ મી} = 250 \text{ મી}$$

અર્થાત્,  $s = 125$  મી

હવે,  $s - a = (125 - 120)$  મી  $= 5$  મી

$s - b = (125 - 80)$  મી  $= 45$  મી

$s - c = (125 - 50)$  મી  $= 75$  મી

આથી બગીચાનું ક્ષેત્રફળ  $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$$= \sqrt{125 \times 5 \times 45 \times 75} \text{ મી}^2$$

$$= 375\sqrt{15} \text{ મી}^2$$

વળી બગીચાની પરિમિતિ  $= AB + BC + CA = 250$  મી

આથી, વાડ બનાવવા માટે જરૂરી લંબાઈ  $= 250$  મી  $- 3$  મી (દરવાજા માટે છોડેલ)  $= 247$  મી અને આથી, વાડ માટે થતો ખર્ચ  $= ₹ 20 \times 247 = ₹ 4940$

**ઉદાહરણ 3 :** એક ત્રિકોણાકાર જમીનના ટુકડાની બાજુઓની લંબાઈ 3 : 5 : 7 ના પ્રમાણમાં છે અને તેની પરિમિતિ 300 મી છે. તેનું ક્ષેત્રફળ શોધો.

**ઉકેલ :** ધારો કે બાજુઓ (મીટરમાં)  $3x$ ,  $5x$  અને  $7x$  છે. (જુઓ આકૃતિ 12.8)

આથી, આપણે જાણીએ છીએ કે  $3x + 5x + 7x = 300$

(ત્રિકોણની પરિમિતિ)

માટે,  $15x = 300$ , અર્થાત્  $x = 20$ .

આથી, ત્રિકોણની બાજુઓ  $3 \times 20$  મી,  $5 \times 20$  મી અને  $7 \times 20$  મી થાય.

અર્થાત્, 60 મી, 100 મી અને 140 મી થાય.

તમે ક્ષેત્રફળ શોધી શકો? [હેરોના સૂત્ર પરથી]

$$\text{અહીં, } s = \frac{60 + 100 + 140}{2} \text{ મી} = 150 \text{ મી}$$

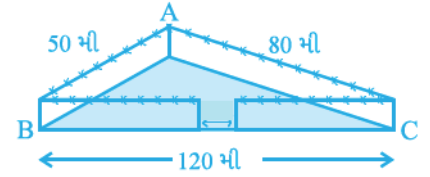
અને આથી, ક્ષેત્રફળ  $= \sqrt{150(150-60)(150-100)(150-140)} \text{ મી}^2$

$$= \sqrt{150 \times 90 \times 50 \times 10} \text{ મી}^2$$

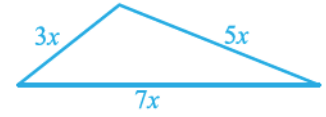
$$= 1500\sqrt{3} \text{ મી}^2$$

### સ્વાધ્યાય 12.1

- જેની બાજુની લંબાઈ 'a' હોય તેવા સમબાજુ ત્રિકોણ આકારના ટ્રાફિક સિગ્નલના પાટિયામાં 'SCHOOL AHEAD' એમ લખેલ છે. તો આ પાટિયાનું ક્ષેત્રફળ હેરોના સૂત્ર પરથી મેળવો. જો તેની પરિમિતિ 180 સેમી હોય, તો તેનું ક્ષેત્રફળ કેટલું થાય ?
- એક ફ્લાય ઓવરની ત્રિકોણાકાર દિવાલોનો ઉપયોગ જાહેરાત માટે કરવામાં આવે છે. આ દિવાલોની બાજુઓ 122 મી, 22 મી અને 120 મી છે. (જુઓ આકૃતિ 12.9.) જાહેરાત પ્રતિવર્ષ ₹ 5000 પ્રતિ મી<sup>2</sup> ના દરે કમાણી કરી આપે છે.

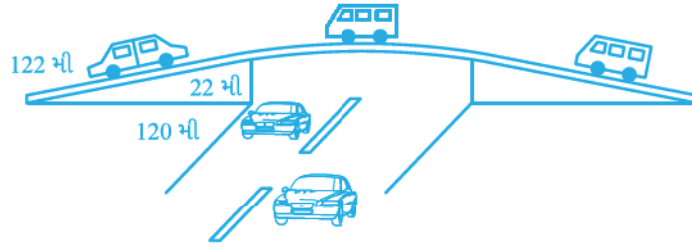


આકૃતિ 12.7



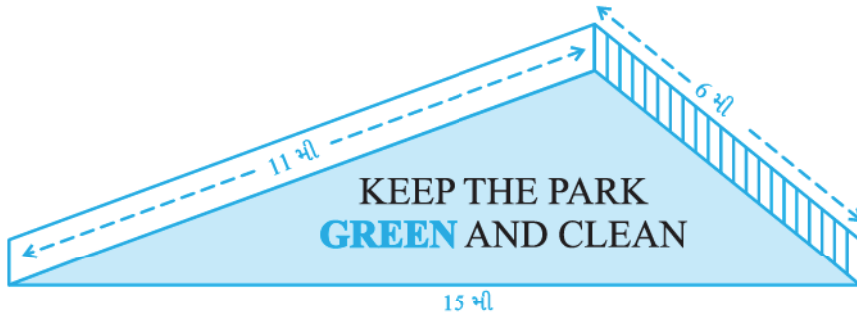
આકૃતિ 12.8

એક કંપની તે દીવાલોમાંની એક 3 મહિના માટે ભાડે રાખે છે, તો તેણે કેટલું ભાડું ચૂકવવું પડે :



આકૃતિ 12.9

3. બગીચામાં એક લપસણી છે. તેની એક બાજુની દીવાલ કોઈક રંગથી રંગી તેના પર “KEEP THE PARK GREEN AND CLEAN” એવો સંદેશ લખેલ છે. (જુઓ આકૃતિ 12.10.) જો દીવાલની બાજુઓ 15 મી, 11 મી અને 6 મીની હોય, તો રંગેલ દીવાલનું ક્ષેત્રફળ શોધો.



આકૃતિ 12.10

4. જો ત્રિકોણની પરિમિતિ 42 સેમી અને બે બાજુઓ 18 સેમી તથા 10 સેમીની હોય, તો તેનું ક્ષેત્રફળ શોધો.
5. ત્રિકોણની બાજુઓ 12 : 17 : 25 ના પ્રમાણમાં હોય અને તેની પરિમિતિ 540 સેમી હોય, તો તેનું ક્ષેત્રફળ શોધો.
6. સમઘ્રિબાજુ ત્રિકોણની પરિમિતિ 30 સેમી અને સમાન બાજુઓ પૈકી પ્રત્યેકની લંબાઈ 12 સેમી છે, તો ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ શોધો.

### 12.3 ચતુષ્કોણનાં ક્ષેત્રફળ શોધવા હેરોના સૂત્રનો ઉપયોગ

ધારો કે એક ખેડૂતને પોતાની જમીન ખેડવાની છે અને તે આ કામ માટે કેટલાક મજૂરો રાખે છે. જો ખેડવા માટે મજૂરી પ્રતિ ચોરસ મીટર ચૂકવવાની હોય, તો તે આ કેવી રીતે કરી શકે ? ઘણી વખત ખેતરોના આકાર ચતુષ્કોણ હોય છે. આપણે ચતુષ્કોણના ત્રિકોણાકાર ભાગ પાડી ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ શોધવાનું સૂત્ર વાપરી શકીએ. ચાલો નીચેનો પ્રશ્ન જોઈએ :

**ઉદાહરણ 4 :** કમલા પાસે ત્રિકોણાકાર ખેતર છે. તેની બાજુની લંબાઈ 240 મી, 200 મી, 360 મી છે. ત્યાં તે ઘઉં ઉગાડે છે. તેને અડીને આવેલ બીજા ત્રિકોણાકાર ખેતરની બાજુઓ 240 મી, 320 મી, 400 મી છે. ત્યાં તે ડુંગળી અને બટાટા ઉગાડે છે. (જુઓ આકૃતિ 12.11.) તે સૌથી મોટી બાજુના મધ્યબિંદુને સામેના શિરોબિંદુ સાથે જોડી ખેતરના બે ભાગ કરે છે અને એક ભાગમાં બટાટા અને બીજા ભાગમાં ડુંગળી ઉગાડે છે, તો ઘઉં, બટાટા અને ડુંગળી પ્રત્યેક માટે કેટલું ક્ષેત્રફળ (હેક્ટરમાં) ઉપયોગમાં લેવાયું હશે? (1 હેક્ટર = 10000 મી<sup>2</sup>)

**ઉકેલ :** ધારો કે તે ખેતર ABC માં ઘઉં ઉગાડે છે. વળી, ધારો કે તે ખેતર ACD માં AD ના મધ્યબિંદુ E ને C સાથે જોડી બે ભાગમાં વિભાજિત કરાય છે. ત્રિકોણ ABC નું ક્ષેત્રફળ શોધવા આપણી પાસે,



$a = 200$  મી,  $b = 240$  મી,  $c = 360$  મી છે.

$$\text{આથી, } s = \frac{200 + 240 + 360}{2} \text{ મી} = 400 \text{ મી.}$$

આથી, ઘઉં ઉગાડવા માટે પ્રાપ્ત ક્ષેત્રફળ,

$$= \sqrt{400(400 - 200)(400 - 240)(400 - 360)} \text{ મી}^2$$

$$= \sqrt{400 \times 200 \times 160 \times 40} \text{ મી}^2$$

$$= 16000\sqrt{2} \text{ મી}^2 = 1.6 \times \sqrt{2} \text{ હેક્ટર}$$

$$= 2.26 \text{ હેક્ટર (લગભગ)}$$

હવે, ત્રિકોણ ACD નું ક્ષેત્રફળ શોધીએ.

$$\text{અહીં, } s = \frac{240 + 320 + 400}{2} \text{ મી} = 480 \text{ મી}$$

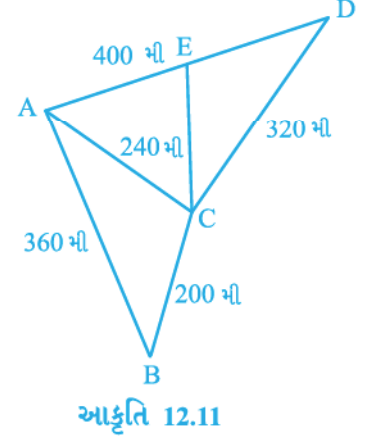
$$\text{આથી, } \Delta ACD \text{ નું ક્ષેત્રફળ} = \sqrt{480(480 - 240)(480 - 320)(480 - 400)} \text{ મી}^2$$

$$= \sqrt{480 \times 240 \times 160 \times 80} \text{ મી}^2 = 38400 \text{ મી}^2 = 3.84 \text{ હેક્ટર}$$

આપણે નોંધીએ કે AD ના મધ્યબિંદુ E ને C સાથે જોડતો રેખાખંડ  $\Delta ACD$  ને બે સમાન ક્ષેત્રફળવાળા ભાગમાં વહેંચે છે. તમે તેનું કારણ આપી શકો ? અલબત્ત તેમના પાયા AE અને ED સમાન લંબાઈના તથા વેધ પણ સમાન છે.

આથી, ડુંગળી ઉગાડવા માટેનું ક્ષેત્રફળ = બટાટા ઉગાડવા માટેનું ક્ષેત્રફળ

$$= (3.84 \div 2) \text{ હેક્ટર} = 1.92 \text{ હેક્ટર}$$



**ઉદાહરણ 5 :** સ્વચ્છતા અભિયાન માટે શાળાના વિદ્યાર્થીઓ રેલી કાઢે છે. તે શેરીઓમાં બે સમૂહમાં ચાલે છે. એક સમૂહ AB, BC અને CA શેરીઓમાં તથા બીજો સમૂહ AC, CD અને DA શેરીઓમાં (જુઓ આકૃતિ 12.12.) ચાલે છે. પછી તે આ શેરીઓથી ઘેરાયેલા ક્ષેત્રફળની સફાઈ કરે છે. જો  $AB = 9$  મી,  $BC = 40$  મી,  $CD = 15$  મી,  $DA = 28$  મી અને  $\angle B = 90^\circ$  હોય, તો કયો સમૂહ વધુ ક્ષેત્રફળની સફાઈ કરે છે અને કેટલાં વધુ ક્ષેત્રફળ જેટલી ? વિદ્યાર્થી દ્વારા કુલ કેટલા ક્ષેત્રફળ જેટલી સફાઈ થઈ છે ? (શેરીની પહોળાઈને અવગણતાં)

**ઉકેલ :**  $AB = 9$  મી અને  $BC = 40$  મી,  $\angle B = 90^\circ$  હોવાથી,

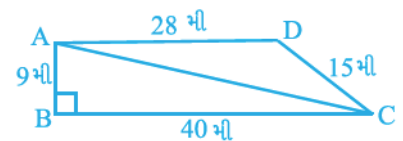
$$AC = \sqrt{9^2 + 40^2} \text{ મી}$$

$$= \sqrt{81 + 1600} \text{ મી}$$

$$= \sqrt{1681} \text{ મી} = 41 \text{ મી}$$

હવે પ્રથમ સમૂહ  $\Delta ABC$  ના ક્ષેત્રફળ જેટલી સફાઈ કરે છે. તે કાટકોણ ત્રિકોણ છે.

$$\text{આથી } \Delta ABC \text{ નું ક્ષેત્રફળ} = \frac{1}{2} \times \text{પાયો} \times \text{વેધ}$$



આકૃતિ 12.12

$$= \frac{1}{2} \times 40 \times 9 \text{ મી}^2 = 180 \text{ મી}^2$$

બીજો સમૂહ  $\Delta ACD$  ના ક્ષેત્રફળ જેટલી સફાઈ કરે છે. તે વિષમબાજુ ત્રિકોણ છે અને તેની બાજુઓ 41 મી, 15 મી અને 28 મી છે.

અહીં,  $s = \frac{41 + 15 + 28}{2} \text{ મી} = 42 \text{ મી}$

આથી,  $\Delta ACD$  નું ક્ષેત્રફળ  $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$   
 $= \sqrt{42(42-41)(42-15)(42-28)} \text{ મી}^2$   
 $= \sqrt{42 \times 1 \times 27 \times 14} \text{ મી}^2 = 126 \text{ મી}^2$

આથી, પ્રથમ સમૂહ 180 મી<sup>2</sup> જેટલી સફાઈ કરે છે. તે (180 - 126) મી<sup>2</sup> અર્થાત્, બીજા સમૂહ દ્વારા થતી સફાઈના ક્ષેત્રફળ કરતાં 54 મી<sup>2</sup> વધુ છે.

બધા જ વિદ્યાર્થીઓ દ્વારા સફાઈ થયેલ કુલ ક્ષેત્રફળ  $= (180 + 126) \text{ મી}^2 = 306 \text{ મી}^2$

**ઉદાહરણ 6 :** સાન્યા પાસે સમભુજ ચતુષ્કોણ આકારનો જમીનનો એક ટુકડો છે. (જુઓ આકૃતિ 12.13) તે તેના એક પુત્ર અને પુત્રીને આ જમીનમાં કામ કરી ભિન્ન-ભિન્ન પાક ઉગાડે તેમ ઇચ્છે છે. તે જમીનના બે સમાન ભાગ કરે છે. જો જમીનની પરિમિતિ 400 મી અને એક વિકર્ણની લંબાઈ 160 મી હોય, તો પાક ઉગાડવા માટે બંનેને કેટલું ક્ષેત્રફળ મળશે ?

**ઉકેલ :** ધારો કે ABCD ખેતર છે.

પરિમિતિ = 400 મી

આથી દરેક બાજુ =  $400 \text{ મી} \div 4 = 100 \text{ મી}$

આથી,  $AB = AD = 100 \text{ મી}$

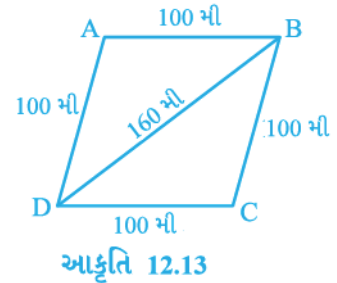
ધારો કે વિકર્ણ  $BD = 160 \text{ મી}$

આથી,  $\Delta ABD$  ની અર્ધપરિમિતિ

$$s = \frac{100 + 100 + 160}{2} \text{ મી} = 180 \text{ મી}$$

આથી,  $\Delta ABD$  નું ક્ષેત્રફળ  $= \sqrt{180(180-100)(180-100)(180-160)} \text{ મી}^2$   
 $= \sqrt{180 \times 80 \times 80 \times 20} \text{ મી}^2$   
 $= 4800 \text{ મી}^2$

આથી, દરેકને મળતું ક્ષેત્રફળ 4800 મી<sup>2</sup> જેટલું હશે.





વૈકલ્પિક રીત :  $CE \perp BD$  દોરો (જુઓ આકૃતિ 12.14.)

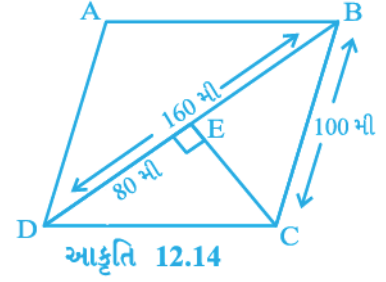
$$BD = 160 \text{ મી હોવાથી}$$

$$DE = 160 \text{ મી} \div 2 = 80 \text{ મી}$$

$$\text{અને, } DE^2 + CE^2 = DC^2,$$

$$CE = \sqrt{DC^2 - DE^2}$$

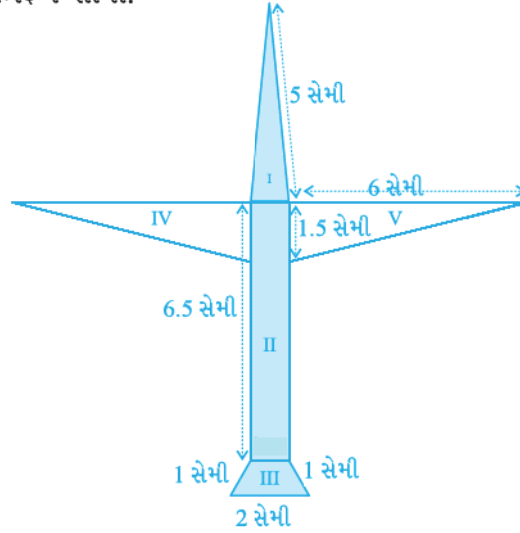
$$\text{અથવા } CE = \sqrt{100^2 - 80^2} \text{ મી} = 60 \text{ મી}$$



$$\text{માટે } \Delta BCD \text{ નું ક્ષેત્રફળ} = \frac{1}{2} \times 160 \times 60 \text{ મી}^2 = 4800 \text{ મી}^2$$

### સ્વાધ્યાય 12.2

1. એક બગીચો ABCD ચતુષ્કોણ આકારનો છે, જ્યાં,  $\angle C = 90^\circ$ ,  $AB = 9$  મી,  $BC = 12$  મી,  $CD = 5$  મી અને  $AD = 8$  મી. તેનાથી ઘેરાયેલ ભાગનું ક્ષેત્રફળ કેટલું થશે ?
2. જો  $AB = 3$  સેમી,  $BC = 4$  સેમી,  $CD = 4$  સેમી,  $DA = 5$  સેમી અને  $AC = 5$  સેમી હોય, તો ચતુષ્કોણ ABCD નું ક્ષેત્રફળ શોધો.
3. રાધા રંગીન કાગળનો ઉપયોગ કરી આકૃતિ 12.15 માં બતાવ્યા મુજબનું હવાઈ જહાજનું ચિત્ર તૈયાર કરે છે. આ માટે વપરાતા કાગળનું કુલ ક્ષેત્રફળ શોધો.



આકૃતિ 12.15

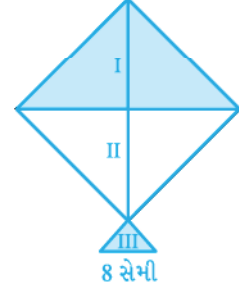
4. એક ત્રિકોણ અને એક સમાંતર બાજુ ચતુષ્કોણના ક્ષેત્રફળ તથા આધાર સમાન છે. જો ત્રિકોણની બાજુઓ 26 સેમી, 28 સેમી અને 30 સેમી હોય અને સમાંતર બાજુ ચતુષ્કોણ 28 સેમીના આધાર પર રહેલ હોય તો તેની ઊંચાઈ શોધો.
5. સમબાજુ ચતુષ્કોણ આકારના ખેતરમાં 18 ગાયોને ચરવા લીલું ઘાસ ઉગાડેલ છે. જો સમબાજુ ચતુષ્કોણની દરેક બાજુની લંબાઈ 30 મી હોય અને મોટા વિકર્ણનું માપ 48 મી હોય, તો દરેક ગાયને ચરવા કેટલા ક્ષેત્રફળ જેટલું ઘાસ ખેતરમાંથી મળશે ?

6. એક છત્રી બે અલગ રંગના 10 ત્રિકોણાકાર કપડાંમાંથી સીવીને બનાવેલ છે. (જુઓ આકૃતિ 12.16.) દરેક ટુકડાની લંબાઈ 20 સેમી, 50 સેમી અને 50 સેમી છે. છત્રી બનાવવા દરેક રંગના કુલ કેટલા કાપડનો ઉપયોગ થયો હશે ?



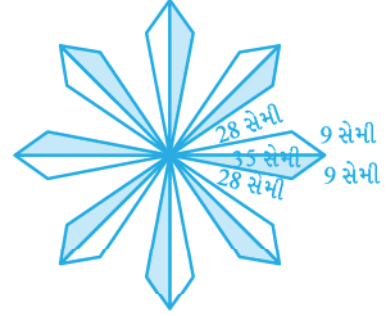
આકૃતિ 12.16

7. એક પતંગ ચોરસ આકારનો છે. તેના વિકર્ણની લંબાઈ 32 સેમી છે અને એક સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણનો પાયો 8 સેમી અને પ્રત્યેક સમાન બાજુ 6 સેમી છે. તેને ત્રણ જુદા જુદા રંગથી આકૃતિ 12.17 માં બતાવ્યા પ્રમાણે બનાવવામાં આવે છે. તેમાં દરેક રંગનો કેટલો કાગળ વપરાયો હશે ?



આકૃતિ 12.17

8. એક ભોંયતળિયે 16 ત્રિકોણાકાર ટાઈલ્સનો ઉપયોગ કરી ફૂલની આકૃતિ બનાવવામાં આવી છે. ત્રિકોણની બાજુઓ 9 સેમી, 28 સેમી અને 35 સેમી હોય, તો 50 પૈસા પ્રતિ સેમી<sup>2</sup> ના દરે ટાઈલ્સને પોલીશ કરવાનો ખર્ચ શોધો. (આકૃતિ 12.18.)



આકૃતિ 12.18

9. એક ખેતરનો આકાર સમલંબ ચતુષ્કોણ છે. તેની સમાંતર બાજુઓ 25 મી અને 10 મી લંબાઈની છે. સમાંતર ના હોય તેવી બાજુઓ 14 મી અને 13 મી હોય, તો ખેતરનું ક્ષેત્રફળ શોધો.

## 12.4 સારાંશ

આ પ્રકરણમાં તમે નીચેના મુદ્દા શીખ્યાં :

1. જે ત્રિકોણની બાજુઓ  $a$ ,  $b$  અને  $c$  હોય તેવા ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ શોધવા માટેનું હેરોનું સૂત્ર

$$\text{ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ} = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} \text{ છે.}$$

$$\text{જ્યાં, } s = \frac{a+b+c}{2}$$

2. જે ચતુષ્કોણની બાજુઓનાં અને એક વિકર્ણનાં માપ આપેલ હોય તે ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ શોધવા તેને બે ત્રિકોણમાં વિભાજિત કરો અને હેરોના સૂત્રનો ઉપયોગ કરો.