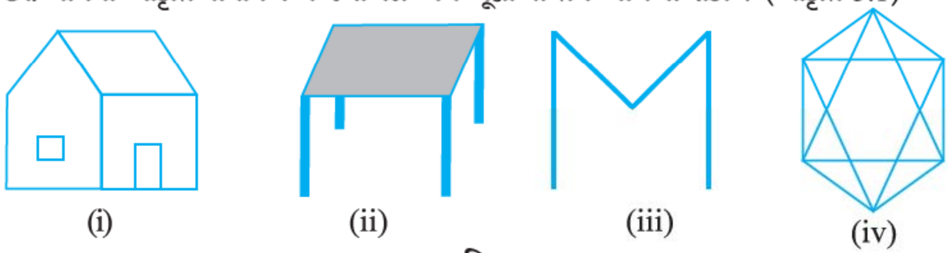
પ્રકરણ 5

રેખા અને ખૂણા

FJF394

5.1 પ્રસ્તાવના

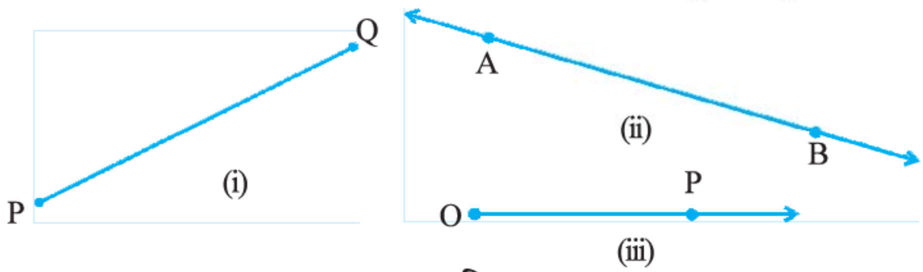
કોઈ પણ આકારમાં આવેલી રેખાઓ, રેખાખંડો અને ખૂણાઓને કેવી રીતે ઓળખવા એ તમે જાણો છો. નીચેની આકૃતિઓમાં ભિન્ન રેખાખંડો અને ખૂણાઓ તમે ઓળખી શકો ? (આકૃતિ 5.1)



આકૃતિ 5.1

શું તમે એ પણ ઓળખી શકો કે ખૂણાઓ લઘુકોણ, ગુરુકોણ કે કાટકોણ છે ?

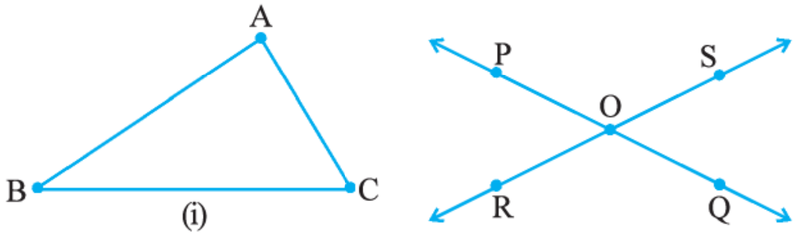
યાદ કરો કે **રેખાખંડ**ને બે **અંત્યબિંદુઓ** હોય છે. જો આપણે બંને અંત્ય બિંદુઓને બંને દિશામાં અનંત આગળ તરફ લઈ જઈએ તો **રેખા** મળે છે. આમ, આપણે કહી શકીએ કે રેખાને અંત્યબિંદુઓ નથી હોતાં. બીજી તરફ, યાદ કરો કે એક કિરણને એક જ અંત્યબિંદુ (તેનું શરૂઆતનું બિંદુ) હોય છે. ઉદાહરણ તરીકે નીચે આપેલી આકૃતિઓ જુઓ :



આકૃતિ 5.2

અહીં આકૃતિ 5.2 (i) **રેખાખંડ** (segment) દર્શાવે છે, આકૃતિ 5.2 (ii) એક **રેખા** (line) દર્શાવે છે અને આકૃતિ 5.2 (iii) એક **કિરણ** (Ray) દર્શાવે છે. સામાન્ય રીતે રેખાખંડ PQને $\overline{PQ}$ સંકેત વડે દર્શાવાય છે, રેખા ABને $\overleftrightarrow{AB}$ વડે દર્શાવાય છે અને કિરણ OP ને $\overrightarrow{OP}$ વડે દર્શાવાય છે. તમારા રોજિંદા જીવનમાંથી રેખાખંડ અને કિરણોનાં ઉદાહરણો આપો અને તમારા મિત્રો સાથે ચર્ચા કરો.

ફરીથી યાદ કરો કે જ્યારે રેખાઓ અથવા રેખાખંડો ભેગા મળે છે ત્યારે **ખૂણાઓ (Angles)** બને છે. આકૃતિ 5.1માં ખૂણાઓ જુઓ. જ્યારે બે રેખાઓ કે રેખાખંડો એક બિંદુમાં છેદે છે ત્યારે ખૂણાઓ બને છે. ઉદાહરણ તરીકે નીચેની આકૃતિઓ જુઓ :



(ii)

આકૃતિ 5.3

આકૃતિ 5.3 (i) માં રેખાખંડો AB અને BC, બિંદુ B માં છેદે છે અને ખૂણો ABC બનાવે છે અને રેખાખંડો BC અને AC બિંદુ Cમાં છેદે છે અને ખૂણો ACB બનાવે છે. જ્યારે આકૃતિ 5.3(ii) માં રેખા PQ અને RS બિંદુ Oમાં છેદે છે અને ખૂણાઓ POS, SOQ, QOR અને ROP બનાવે છે. ખૂણો ABC, સંકેતમાં ∠ABC લખાય છે. આમ આકૃતિ 5.3 (i)માં બનતા ત્રણ ખૂણાઓ ∠ABC, ∠BCA અને ∠BAC છે. જ્યારે આકૃતિ 5.3(ii)માં બનતા ચાર ખૂણાઓ ∠POS, ∠SOQ, ∠QOR અને ∠ROP છે. ખૂણાઓનું લઘુકોણ, ગુરુકોણ કે કાટકોણમાં કેવી રીતે વર્ગીકરણ કરવું તે પણ તમે શીખી ગયાં છો.

પ્રયત્ન કરો

તમારી આસપાસની દસ આકૃતિઓની યાદી બનાવો અને તેમાંથી લઘુકોણ, ગુરૂકોણ અને કાટકોણને ઓળખો.

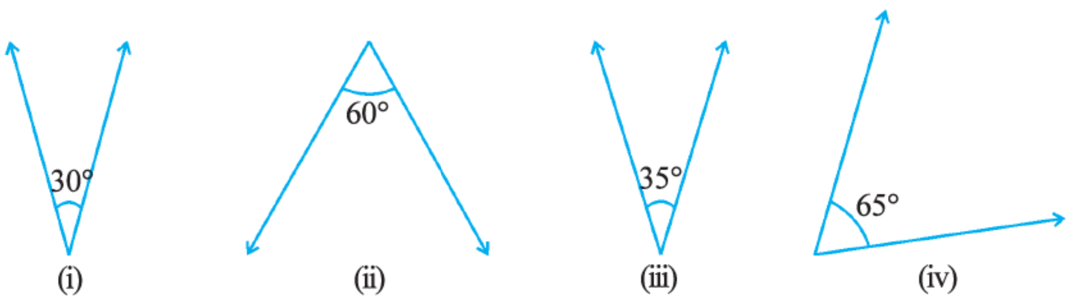
નોંધ : ∠ABCના માપના સંદર્ભ માટે આપણે $m\angle ABC$ને માત્ર ∠ABC લખીશું. પ્રશ્નના સંદર્ભ પરથી સ્પષ્ટ થશે કે આપણે ખૂણાનો કે તેના માપનો ઉલ્લેખ કરીએ છીએ.

5.2 સંબંધિત ખૂણાઓ

5.2.1 કોટિકોણ (Complementary Angles)

3PDIU4

જો બે ખૂણાના માપનો સરવાળો 90° થતો હોય તો તે ખૂણાઓને **કોટિકોણ** કહે છે.



શું આ બે ખૂણાઓ કોટિકોણ છે ? **હા**

શું આ બે ખૂણાઓ કોટિકોણ છે ? **ના**

આકૃતિ 5.4

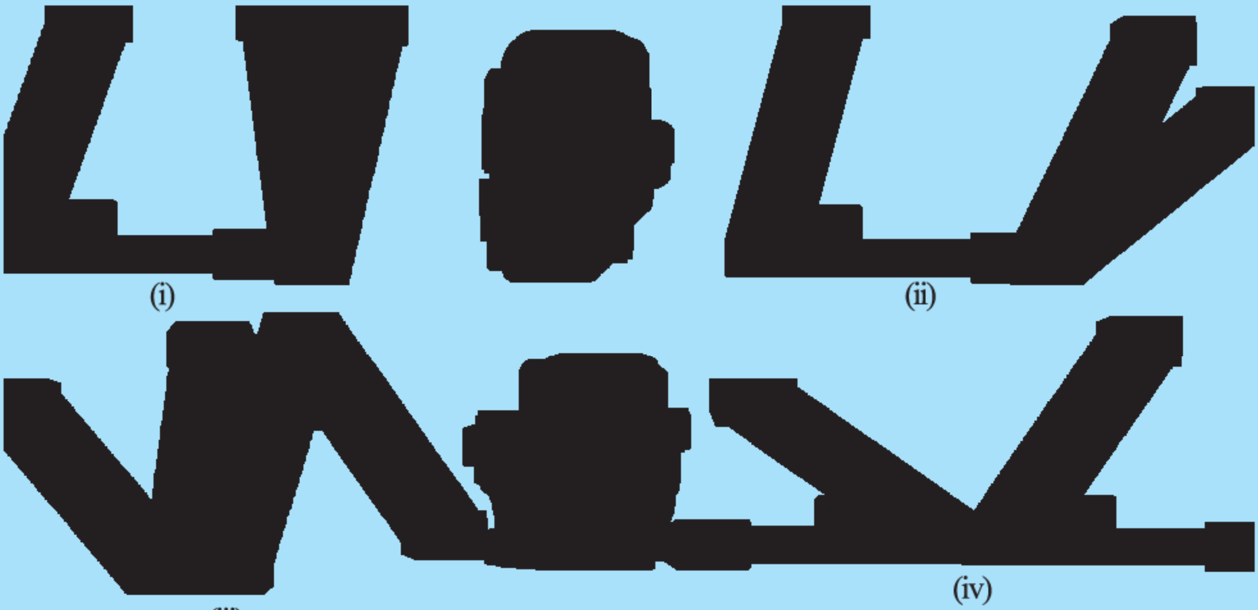
જ્યારે બે ખૂણાઓ કોટિકોણ હોય તો દરેક ખૂણો બીજા ખૂણાનો કોટિકોણ કહેવાય છે. ઉપરની આકૃતિ 5.4માં '30° નો ખૂણો' એ '60° ના ખૂણા'નો કોટિકોણ છે અને એનાથી ઊલટું પણ સાચું છે.

વિચારો, ચર્ચા કરો અને લખો

1. શું બે લઘુકોણ પરસ્પર કોટિકોણ હોઈ શકે ?
2. શું બે ગુરુકોણ પરસ્પર કોટિકોણ હોઈ શકે ?
3. શું બે કાટકોણ પરસ્પર કોટિકોણ હોઈ શકે ?

પ્રયત્ન કરો

1. નીચેનામાંથી કઈ જોડ કોટિકોણની છે ? (આકૃતિ 5.5)



આકૃતિ 5.5

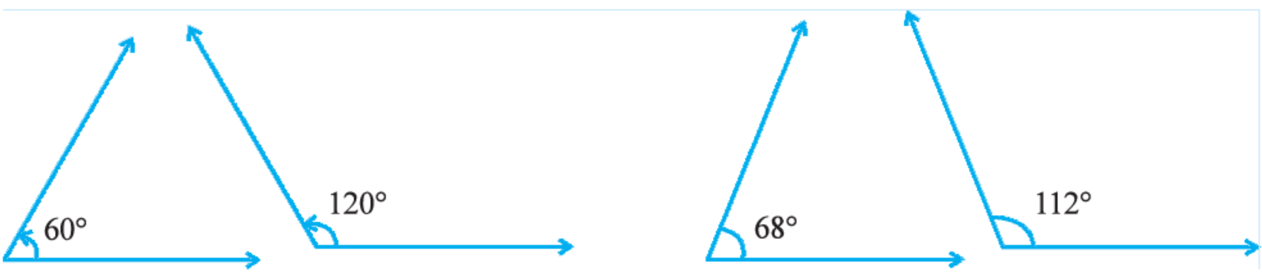
2. નીચેના દરેક ખૂણાના કોટિકોણનાં માપ શું છે ?

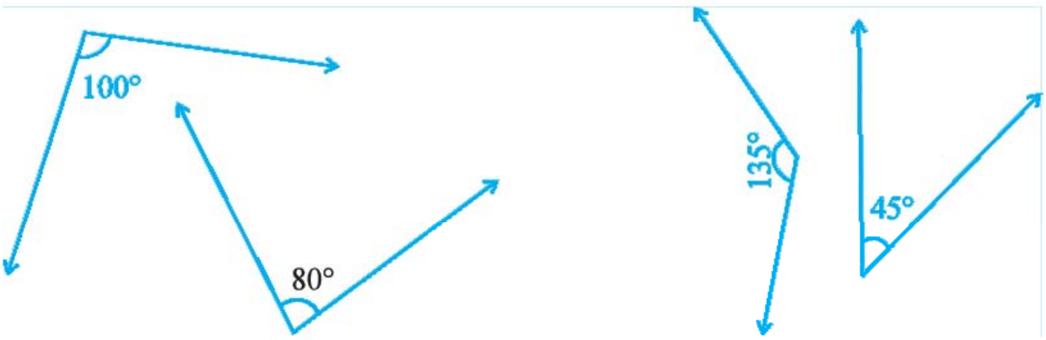
   (i) 45° (ii) 65° (iii) 41° (iv) 54°

3. બે કોટિકોણનાં માપ વચ્ચેનો તફાવત 12° છે. તેમનાં માપ શોધો.

5.2.2 પૂરકકોણ (Supplementary Angles)

હવે આપણે નીચેના ખૂણાઓની જોડ વિશે વિચારીએ (આકૃતિ 5.6) :





આકૃતિ 5.6

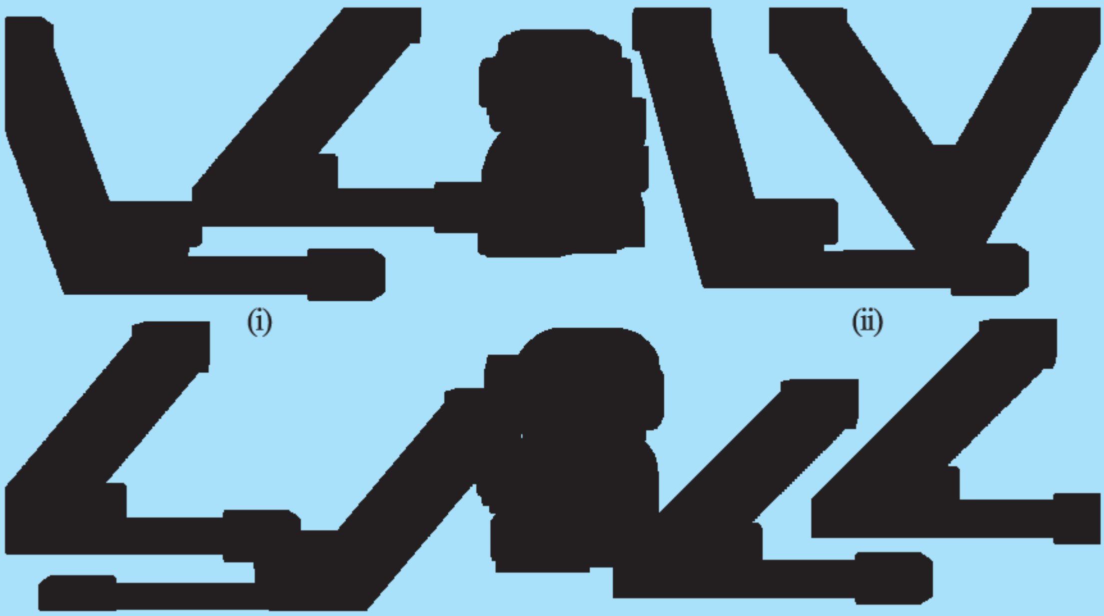
તમે એ નોંધ્યું કે આકૃતિ 5.6 માં દર્શાવેલ દરેક જોડી માટે તેના ખૂણાના માપનો સરવાળો 180° થાય છે ? ખૂણાની આવી જોડીને **પૂરકકોણ** કહે છે. જ્યારે બે ખૂણાઓ પૂરક હોય ત્યારે તેમાંનો દરેક બીજાનો **પૂરક** કહેવાય છે.

વિચારો, ચર્ચા કરો અને લખો

1. શું બે ગુરુકોણ પૂરકકોણ બની શકે ?
2. શું બે લઘુકોણ પૂરકકોણ બની શકે ?
3. શું બે કાટખૂણા પૂરકકોણ બની શકે ?

પ્રયત્ન કરો

1. આકૃતિ 5.7 માંથી પૂરકકોણની જોડ શોધો.

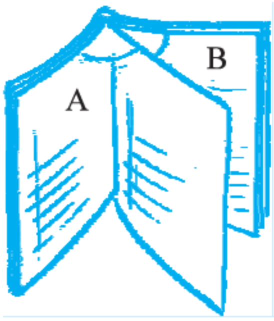


આકૃતિ 5.7

2. નીચેના દરેક ખૂણાના પૂરકકોણનું માપ શું થશે ?
   (i) 100° (ii) 90° (iii) 55° (iv) 125°
3. બે પૂરકકોણમાંના મોટા ખૂણાનું માપ નાના ખૂણાના માપ કરતાં 44° વધારે છે. તેમનાં માપ શોધો.

5.2.3 આસન્નકોણ (Adjacent Angles)

નીચેની આકૃતિઓ જુઓ :



જ્યારે તમે પુસ્તક ખોલો છો ત્યારે તે ઉપરની આકૃતિ જેવું દેખાય છે. A અને Bમાં આપણને ખૂણાની એક જોડ મળે છે જે એકબીજાની પાસે છે.

કારના સ્ટિઅરિંગ વ્હીલને જુઓ. તેના કેન્દ્ર આગળ એકબીજાની પાસે હોય તેવા ત્રણ ખૂણા દેખાશે.

આકૃતિ 5.8

બંને શિરોબિંદુઓ A અને B આગળ પાસપાસે હોય તેવા બે ખૂણાની જોડ જોવા મળે છે.

આ ખૂણાઓ એવા છે કે –

(i) તેમનું શિરોબિંદુ સામાન્ય છે.

(ii) તેમનો એક ભૂજ સામાન્ય છે અને

(iii) જે ભૂજ જુદા છે તે સામાન્ય ભૂજની સામસામેની બાજુએ છે.

ખૂણાની આવી જોડને **આસન્નકોણ** કહે છે. આસન્ન કોણની જોડમાં શિરોબિંદુ સામાન્ય હોય છે, એક ભૂજ સામાન્ય હોય છે પરંતુ ખૂણાની અંદરનાં બિંદુઓ સામાન્ય હોતાં નથી.

પ્રયત્ન કરો

1. [redacted] ?

(i) (ii) (iii)

(iv) આકૃતિ 5.9 (v)

આકૃતિ 5.10

2. આકૃતિ 5.10 માં નીચેના ખૂણાઓ આસન્નકોણ છે ?

(a) $\angle AOB$ અને $\angle BOC$

(b) $\angle BOD$ અને $\angle BOC$

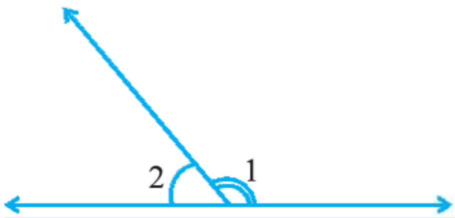
તમારો જવાબ ચકાસો.

વિચારો, ચર્ચા કરો અને લખો

1. બે આસન્નકોણ પૂરકકોણ હોઈ શકે ?
2. બે આસન્નકોણ કોટિકોણ હોઈ શકે ?
3. બે ગુરુકોણ આસન્નકોણ હોઈ શકે ?
4. એક લઘુકોણ અને બીજો ગુરુકોણ આસન્નકોણ હોઈ શકે ?

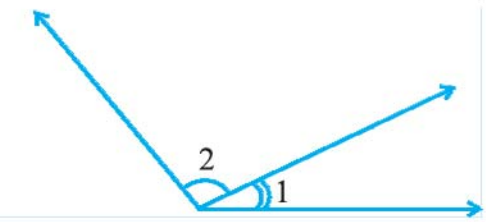
5.2.4 રૈખિક જોડ (Linear Pair)

રૈખિકજોડ એ એવા આસન્નકોણ છે કે જેની સામાન્ય બાજુ સિવાયની બે બાજુઓ વિરૂદ્ધ કિરણ હોય.



$\angle 1$ અને $\angle 2$ એ રૈખિકજોડ છે ? હા

(i)



$\angle 1$ અને $\angle 2$ એ રૈખિકજોડ છે ? ના ! (શા માટે ?)

(ii)

આકૃતિ 5.11

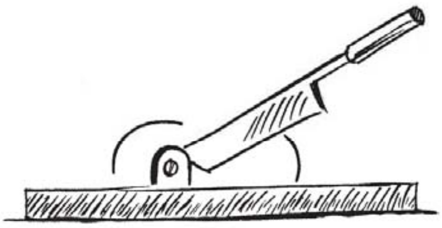
ઉપરની આકૃતિ 5.11 (i) માં જુઓ કે વિરુદ્ધ કિરણો (કે જે $\angle 1$ અને $\angle 2$ની સામાન્ય ન હોય તેવી બાજુઓ છે) એક રેખા રચે છે. આમ, $\angle 1 + \angle 2$ મળીને 180° થાય છે.

રૈખિક જોડના ખૂણા પૂરક હોય છે.

તમારી આસપાસ તમે રૈખિકજોડના ખૂણા જોયા છે ?

ધ્યાનથી સમજો કે પૂરકકોણની જોડના ખૂણા એકબીજાની પાસે ગોઠવવામાં આવે તો રૈખિકજોડ રચે છે. તમારા રોજિંદા જીવનમાં તમને રૈખિકજોડના ખૂણાનાં ઉદાહરણો મળે છે ?

શાકભાજી કાપવાના બૉર્ડનું અવલોકન કરો (આકૃતિ 5.12).



શાકભાજી કાપવાનું બૉર્ડ
કાપવાનો ચપ્પુ બૉર્ડ સાથે
ખૂણાની રૈખિક જોડ બનાવે છે.

પેન મૂકવાનું સ્ટેન્ડ
પેન એ પેનસ્ટેન્ડ સાથે
ખૂણાની રૈખિક જોડ બનાવે છે.

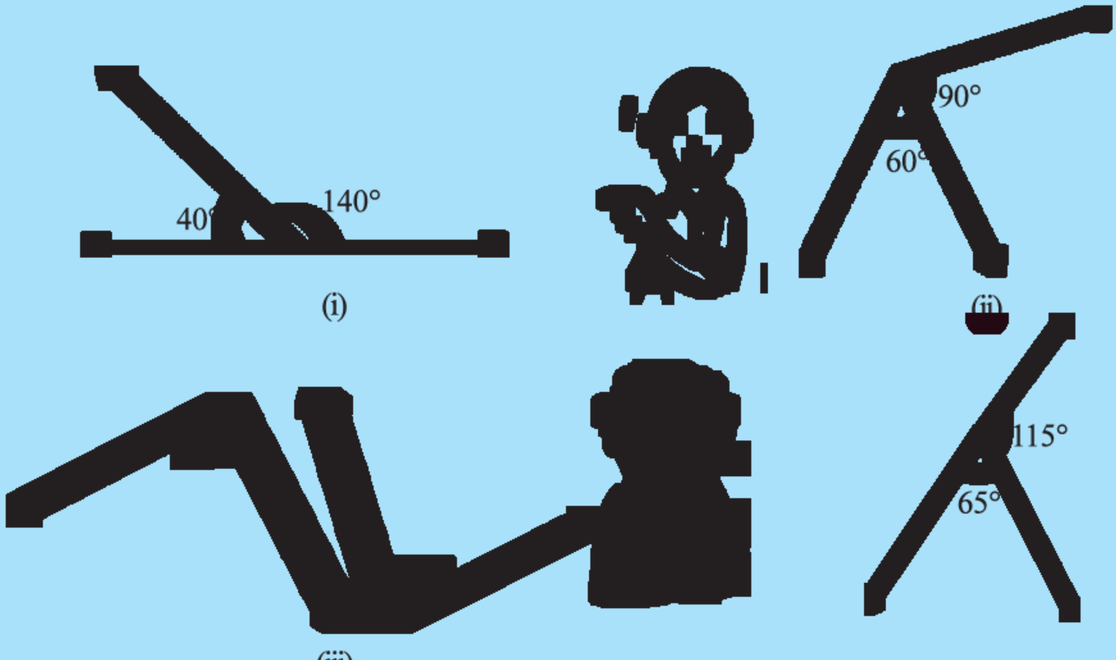
આકૃતિ 5.12

વિચારો, ચર્ચા કરો અને લખો

1. શું બે લઘુકોણ રૈખિકજોડ રચી શકે ?
2. શું બે ગુરુકોણ રૈખિકજોડ રચી શકે ?
3. શું બે કાટખૂણા રૈખિકજોડ રચી શકે ?

પ્રયત્ન કરો

નીચે આપેલી ખૂણાની જોડ પૈકી કઈ જોડ રૈખિકજોડ રચે છે (આકૃતિ 5.13) :



આકૃતિ 5.13

5.2.5 અભિકોણ (Vertically Opposite Angles)

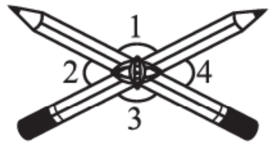
હવે આકૃતિમાં બતાવ્યા પ્રમાણે બે પેન્સિલ લઈને તેમને વચ્ચેથી રબરબૅન્ડ વડે બાંધો. (આકૃતિ 5.14)

અહીં બનતા ચાર ખૂણા $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$ અને $\angle 4$ જુઓ.

$\angle 1$ અને $\angle 3$ અભિકોણ છે અને $\angle 2$ અને $\angle 4$ અભિકોણ છે.

આપણે $\angle 1$ અને $\angle 3$ને અભિકોણની જોડ કહીશું.

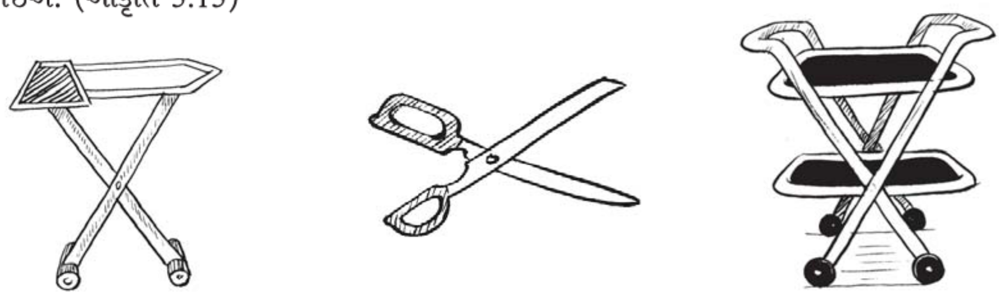
શું તમે અભિકોણની અન્ય જોડ શોધી શકશો ?



આકૃતિ 5.14

$\angle 1$ અને $\angle 3$ સરખા જણાય છે ? $\angle 2$ અને $\angle 4$ સરખા જણાય છે ?

આ ચકાસતાં પહેલાં આપણે આપણી આસપાસ જોવા મળતાં કેટલાંક અભિકોણનાં ઉદાહરણો જોઈએ. (આકૃતિ 5.15)

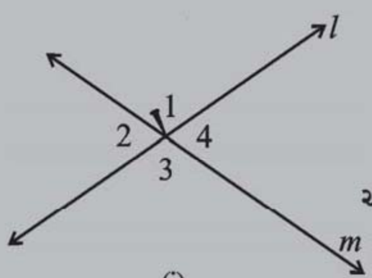


આકૃતિ 5.15

જાતે કરો :

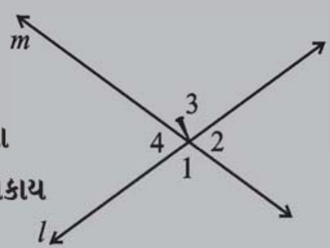
એકબીજાને એક બિંદુમાં છેદતી બે રેખાઓ l અને m દોરો. આકૃતિ (5.16)માં બતાવ્યા પ્રમાણે $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$ અને $\angle 4$ દર્શાવો.

પારદર્શક કાગળ પર આ આકૃતિની નકલ કરો. આ નકલને મૂળ આકૃતિ પર એવી રીતે મૂકો કે જેથી $\angle 1$ પર તેની નકલ આવે, $\angle 2$ પર તેની નકલ આવે... વગેરે. હવે છેદબિંદુ ઉપર ટાંકણી લગાવો અને નકલના કાગળને 180° નું પરિભ્રમણ આપો. શું રેખાઓ ફરીથી એકબીજા પર બંધબેસતી આવે છે ?



(i)

આકૃતિ 5.16 (ii) મેળવવા આકૃતિ 5.16 (i)ને ઘુમાવી શકાય



(ii)

આકૃતિ 5.16

તમે જોશો કે $\angle 1$ અને $\angle 3$ ની સ્થિતિ અરસપરસ બદલાઈ છે અને તે જ રીતે $\angle 2$ અને $\angle 4$નું પણ થાય છે. રેખાઓની સ્થિતિ બદલ્યા સિવાય આ થયું છે.

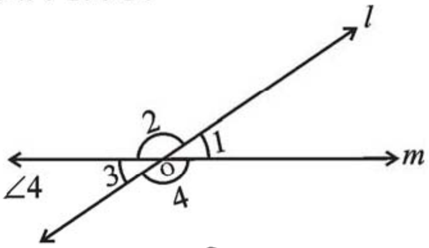
આમ, $\angle 1 = \angle 3$ અને $\angle 2 = \angle 4$

આપણે તારવીએ કે **જ્યારે બે રેખાઓ છેદે છે ત્યારે બનતા અભિકોણો સમાન હોય છે.** ભૌમિતિક ખ્યાલોનો ઉપયોગ કરીને આપણે આ સાબિત કરવાનો પ્રયત્ન કરીએ.

બે રેખાઓ l અને m લો. (આકૃતિ 5.17)

આપણે આ પરિણામ નીચે પ્રમાણેની તાર્કિક દલીલોથી મેળવીએ :

l અને m બે રેખાઓ (પરસ્પર) Oમાં છેદે છે અને ખૂણાઓ $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$ અને $\angle 4$ બનાવે છે.



આકૃતિ 5.17

આપણે સાબિત કરવું છે કે $\angle 1 = \angle 3$ અને $\angle 2 = \angle 4$

હવે $\angle 1 = 180° - \angle 2$ ($\because$ $\angle 1$ અને $\angle 2$ રૈખિક જોડ રચે છે, આથી $\angle 1 + \angle 2 = 180°$) (i)

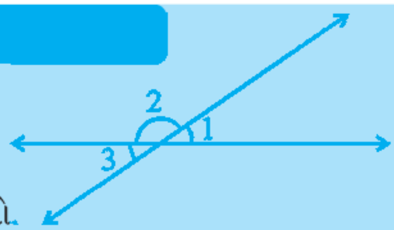
એ જ રીતે $\angle 3 = 180° - \angle 2$ ($\because$ $\angle 2$ અને $\angle 3$ રૈખિક જોડ રચે છે, આથી $\angle 2 + \angle 3 = 180°$) (ii)

આથી, $\angle 1 = \angle 3$ [(i) અને (ii) પરથી]

તે જ રીતે સાબિત કરી શકાય કે $\angle 2 = \angle 4$. (પ્રયત્ન કરો !)

પ્રયત્ન કરો

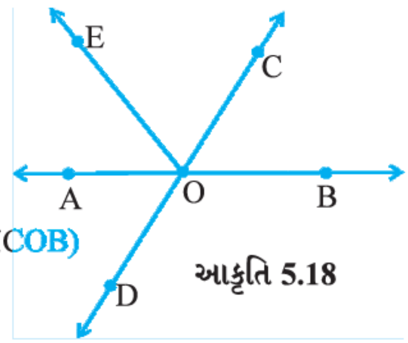
1. બાજુની આકૃતિમાં,
   જો $\angle 1 = 30°$ તો $\angle 2$ અને $\angle 3$ મેળવો.
2. તમારી આસપાસમાંથી અભિકોણોનું ઉદાહરણ આપો.



ઉદાહરણ 1 આકૃતિ (5.18)માંથી કહો :

(i) આસન્નકોણની પાંચ જોડ (ii) ત્રણ રૈખિકજોડ

(iii) અભિકોણની બે જોડ



આકૃતિ 5.18

ઉકેલ

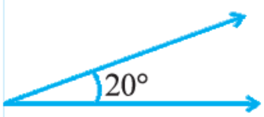
(i) આસન્નકોણની પાંચ જોડ આ પ્રમાણે છે : ($\angle$AOE, $\angle$EOC), ($\angle$EOC, $\angle$COB) ($\angle$AOC, $\angle$COB), ($\angle$COB, $\angle$BOD), ($\angle$EOB, $\angle$BOD)

(ii) રૈખિકજોડ : ($\angle$AOE, $\angle$EOB), ($\angle$AOC, $\angle$COB), ($\angle$COB, $\angle$BOD)

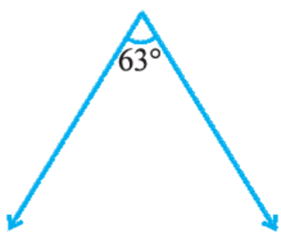
(iii) અભિકોણની જોડ : ($\angle$COB, $\angle$AOD) અને ($\angle$AOC, $\angle$BOD)

સ્વાધ્યાય 5.1

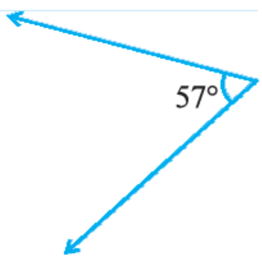
1. નીચેના દરેક ખૂણાનો કોટિકોણ શોધો :



(i)

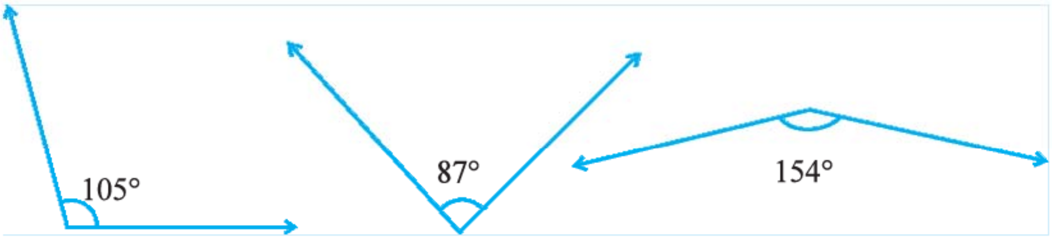


(ii)



(iii)

2. નીચેના દરેક ખૂણાનો પૂરકકોણ શોધો :

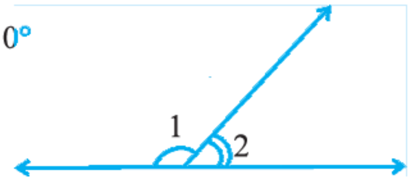


(i) (ii) (iii)

3. નીચેનામાંથી કઈ જોડ કોટિકોણની અને કઈ જોડ પૂરકકોણની છે તે નક્કી કરો :

(i) 65°, 115° (ii) 63°, 27° (iii) 112°, 68°

(iv) 130°, 50° (v) 45°, 45° (vi) 80°, 10°



4. એવો ખૂણો શોધો જે તેના કોટિકોણ જેટલો હોય.

5. એવો ખૂણો શોધો જે તેના પૂરક કોણ જેટલો હોય.

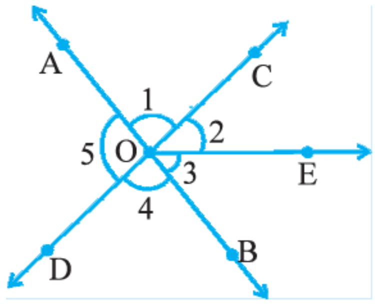
6. બાજુની આકૃતિમાં ∠1 અને ∠2 પૂરકકોણ છે. જો ∠1 ઘટાડવામાં આવે તો ∠2માં કયો ફેરફાર થવો જોઈએ કે જેથી તે બંને પૂરકકોણ જ રહે ?

7. બે ખૂણા પૂરક હોઈ શકે, જો તે બંને :

(i) લઘુકોણ હોય ? (ii) ગુરુકોણ હોય ? (iii) કાટકોણ હોય ?

8. એક ખૂણો 45° કરતાં મોટો છે. તેનો કોટિકોણ 45° થી મોટો, 45° જેટલો કે 45° કરતાં નાનો હોય ?

9. બાજુની આકૃતિમાં :



(i) ∠1 અને ∠2 આસન્નકોણ છે ?

(ii) ∠AOC અને ∠AOE આસન્નકોણ છે ?

(iii) ∠COE અને ∠EOD રૈખિકજોડ રચે છે ?

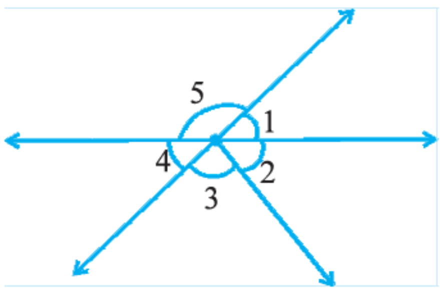
(iv) ∠BOD અને ∠DOA પૂરકકોણ રચે છે ?

(v) ∠1 અને ∠4 અભિકોણ છે ?

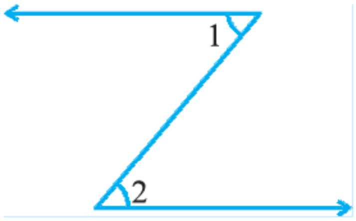
(vi) ∠5 નો અભિકોણ કયો છે ?

10. નીચેની આકૃતિ પરથી માંગેલા ખૂણાની જોડ દર્શાવો :

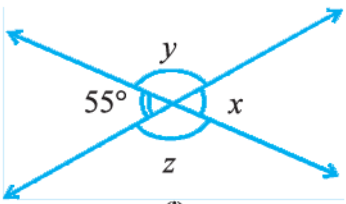
(i) અભિકોણો (ii) રૈખિક જોડ



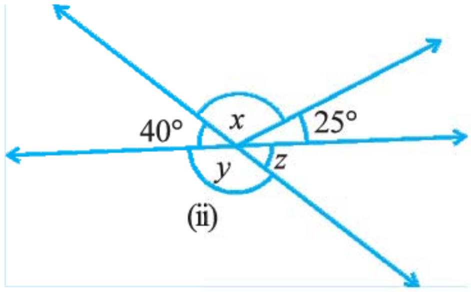
11. નીચેની આકૃતિમાં $\angle 1$, $\angle 2$નો આસન્નકોણ છે ? કારણ આપો.



12. નીચેના દરેકમાં x, y અને z ની કિંમત શોધો :



(i)



(ii)

13. ખાલી જગ્યા પૂરો :

(i) જો બે ખૂણા કોટિકોણ હોય તો તેમના માપનો સરવાળો ________ થાય.

(ii) જો બે ખૂણા પૂરકકોણ હોય તો તેમના માપનો સરવાળો ________ થાય.

(iii) રૈખિકજોડ રચતા બે ખૂણાઓ ________ હોય.

(iv) જો બે આસન્નકોણ પૂરક હોય તો તે ________ રચે.

(v) જો બે રેખાઓ એક બિંદુમાં છેદે તો અભિકોણો હંમેશાં ________ .

(vi) જો બે રેખાઓ એક બિંદુમાં છેદે અને અભિકોણોની એક જોડ લઘુકોણ છે તો અભિકોણની બીજી જોડ ________ હોય.

14. નીચેની આકૃતિમાંથી માગેલ ખૂણાની જોડનાં નામ જણાવો :

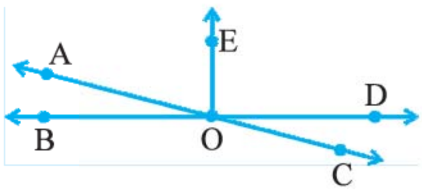
(i) અભિકોણો જે ગુરુકોણ હોય

(ii) આસન્ન કોટિકોણ

(iii) સમાન પૂરકકોણ

(iv) અસમાન પૂરકકોણ

(v) આસન્નકોણ જે રૈખિક જોડ રચતા નથી



5.3 રેખાઓની જોડ

5.3.1 છેદતી રેખાઓ

(Intersecting Lines)

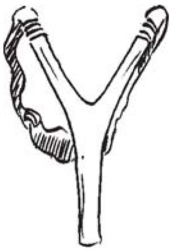
3PHEVR

આકૃતિ 5.19

સ્ટેન્ડ પર મૂકેલું કાળું પાટિયું, રેખાખંડોથી રચેલો અક્ષર Y અને બારીની જાળી (આકૃતિ 5.19) – આ બધામાં સામાન્ય શું છે ? આ બધાં **છેદતી રેખા**નાં ઉદાહરણો છે.

જો બે રેખાઓ l અને m માટે એક સામાન્ય બિંદુ હોય તો તેઓ એકબીજીને છેદે છે. આ સામાન્યબિંદુ O એ તેમનું **છેદબિંદુ** કહેવાય છે.

વિચારો, ચર્ચા કરો અને લખો



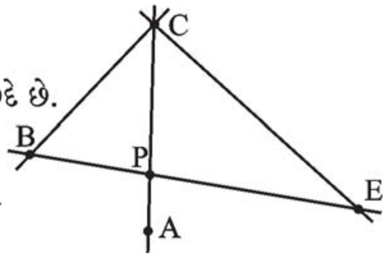
આકૃતિ 5.20માં AC અને BE, બિંદુ Pમાં છેદે છે.

AC અને BC, બિંદુ C માં છેદે છે, AC અને EC, બિંદુ Cમાં છેદે છે.

છેદતા રેખાખંડની બીજી દસ જોડ શોધવાનો પ્રયત્ન કરો.

શું બે રેખા કે રેખાખંડ છેદતા હોય એ જરૂરી છે ? આકૃતિમાંથી ન છેદતા રેખાખંડની બે જોડ શોધી શકો ?

બે રેખા એક કરતાં વધુ બિંદુમાં છેદી શકે ? વિચારો.



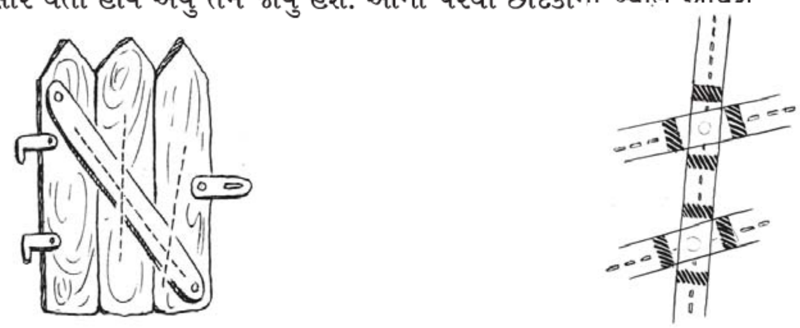
આકૃતિ 5.20

પ્રયત્ન કરો

1. કાટખૂણે છેદતી રેખાનાં ઉદાહરણો તમારી આસપાસમાં શોધો.
2. સમબાજુ ત્રિકોણનાં શિરોબિંદુઓ આગળ છેદતી રેખાથી બનતા ખૂણાનાં માપ મેળવો.
3. કોઈ પણ લંબચોરસ દોરો અને તેનાં શિરોબિંદુઓ આગળ છેદતી રેખાથી બનતા ખૂણાઓનાં માપ મેળવો.
4. જો બે રેખા છેદે તો હંમેશાં કાટખૂણે જ છેદે ?

5.3.2 છેદિકા (Transversal)

એક રસ્તો બીજા બે કે વધુ રસ્તાને છેદતો પસાર થતો હોય અથવા એક રેલવે લાઈન બીજી લાઈનને છેદતી પસાર થતી હોય એવું તમે જોયું હશે. આના પરથી છેદિકાનો ખ્યાલ આવશે

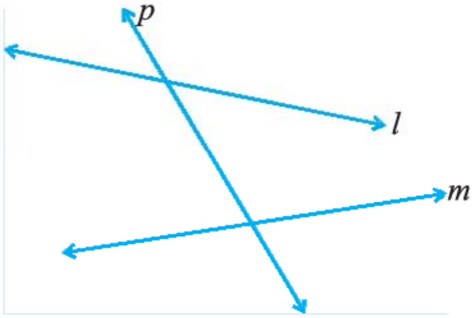


(i) (ii)

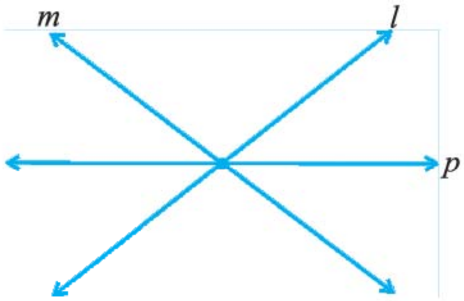
આકૃતિ 5.21

જે રેખા બે અથવા બેથી વધુ રેખાને **ભિન્ન** બિંદુમાં છેદતી હોય તેને **છેદિકા** કહેવાય.

આકૃતિ 5.22 માં રેખા p એ l અને m ની છેદિકા છે.



આકૃતિ 5.22



આકૃતિ 5.23

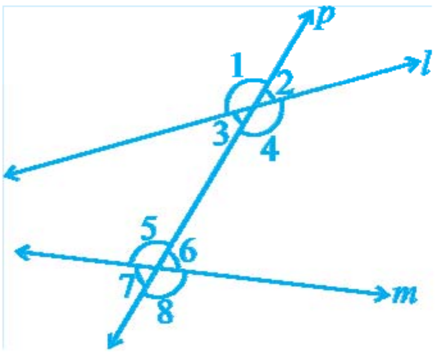
આકૃતિ 5.23માં રેખા p એ રેખા l અને m ને છેદતી હોવા છતાં તે છેદિકા નથી. તમે કહી શકો, શા માટે ?

પ્રયત્ન કરો

1. ધારો કે બે રેખા આપી છે. આ રેખાઓ માટે તમે કેટલી છેદિકાઓ દોરી શકો ?
2. જો એક રેખા ત્રણ રેખાઓની છેદિકા હોય તો કેટલાં છેદબિંદુઓ હોય ?
3. તમારી આસપાસમાંથી કેટલીક છેદિકાઓ શોધવાનો પ્રયત્ન કરો.

5.3.3 છેદિકાથી બનતા ખૂણાઓ (Angles Made by a Transversal)

આકૃતિ 5.24માં રેખાઓ l અને mને છેદિકા p છેદે છે. 1 થી 8 વડે દર્શાવેલા આઠ ખૂણાઓનાં વિશિષ્ટ નામ છે.



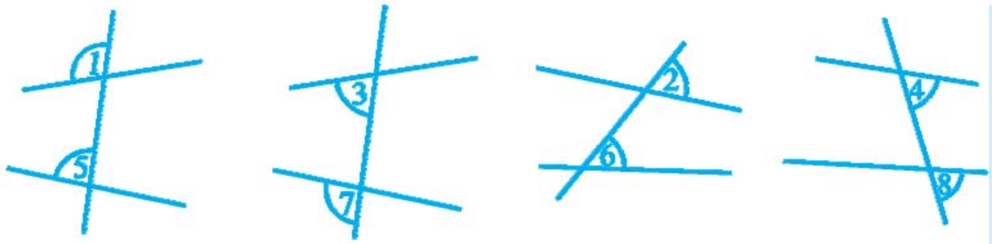
આકૃતિ 5.24

અંતઃકોણો (Interior angles)	$\angle 3, \angle 4, \angle 5, \angle 6$
બહારના ખૂણાઓ (Exterior angles)	$\angle 1, \angle 2, \angle 7, \angle 8$
અનુકોણોની જોડ (Pairs of corresponding angles)	$\angle 1$ **અને** $\angle 5$, $\angle 2$ **અને** $\angle 6$ $\angle 3$ **અને** $\angle 7$, $\angle 4$ **અને** $\angle 8$
અંતઃ યુગ્મકોણોની જોડ (Pairs of alternate interior angles)	$\angle 3$ **અને** $\angle 6$, $\angle 4$ **અને** $\angle 5$
બાહ્ય યુગ્મકોણોની જોડ (Pairs of alternate exterior angles)	$\angle 1$ **અને** $\angle 8$, $\angle 2$ **અને** $\angle 7$
છેદિકાની એક બાજુના અંતઃકોણોની જોડ (Pairs of interior angles on the same side of the tranversal)	$\angle 3$ **અને** $\angle 5$, $\angle 4$ **અને** $\angle 6$

નોંધ : અનુકોણો (જેવા કે આકૃતિ 5.25માં $\angle 1$ અને $\angle 5$) માટે

(i) શિરોબિંદુઓ ભિન્ન હોય (ii) છેદિકાની એક જ બાજુએ હોય અને

(iii) બે રેખાના સંદર્ભમાં 'અનુવર્તી' સ્થિતિમાં (ઉપર અથવા નીચે, ડાબે અથવા જમણે) હોય.



આકૃતિ 5.25

અંતઃ યુગ્મકોણો (જેવા કે આકૃતિ 5.26માં ∠3 અને ∠6) માટે

(i) ભિન્ન શિરોબિંદુઓ હોય,

(ii) છેદિકાની સામસામેની બાજુએ હોય અને

(iii) બે રેખાની 'વચ્ચે' હોય.

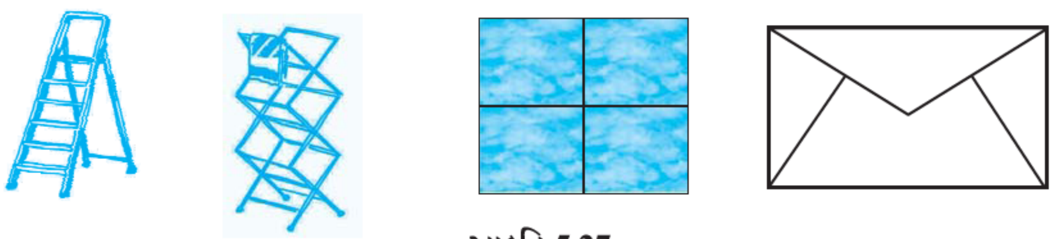
આકૃતિ 5.26

પ્રયત્ન કરો

[redacted]

5.3.4 સમાંતર રેખાની છેદિકા (Transversal of Parallel Lines)

સમાંતર રેખાઓ કોને કહેવાય એ યાદ છે ? એક સમતલમાં આવેલી એવી રેખાઓ છે જે ક્યાંય પણ મળતી નથી. નીચેની આકૃતિઓમાં તમે સમાંતર રેખાઓ ઓળખી શકો ? (આકૃતિ 5.27)



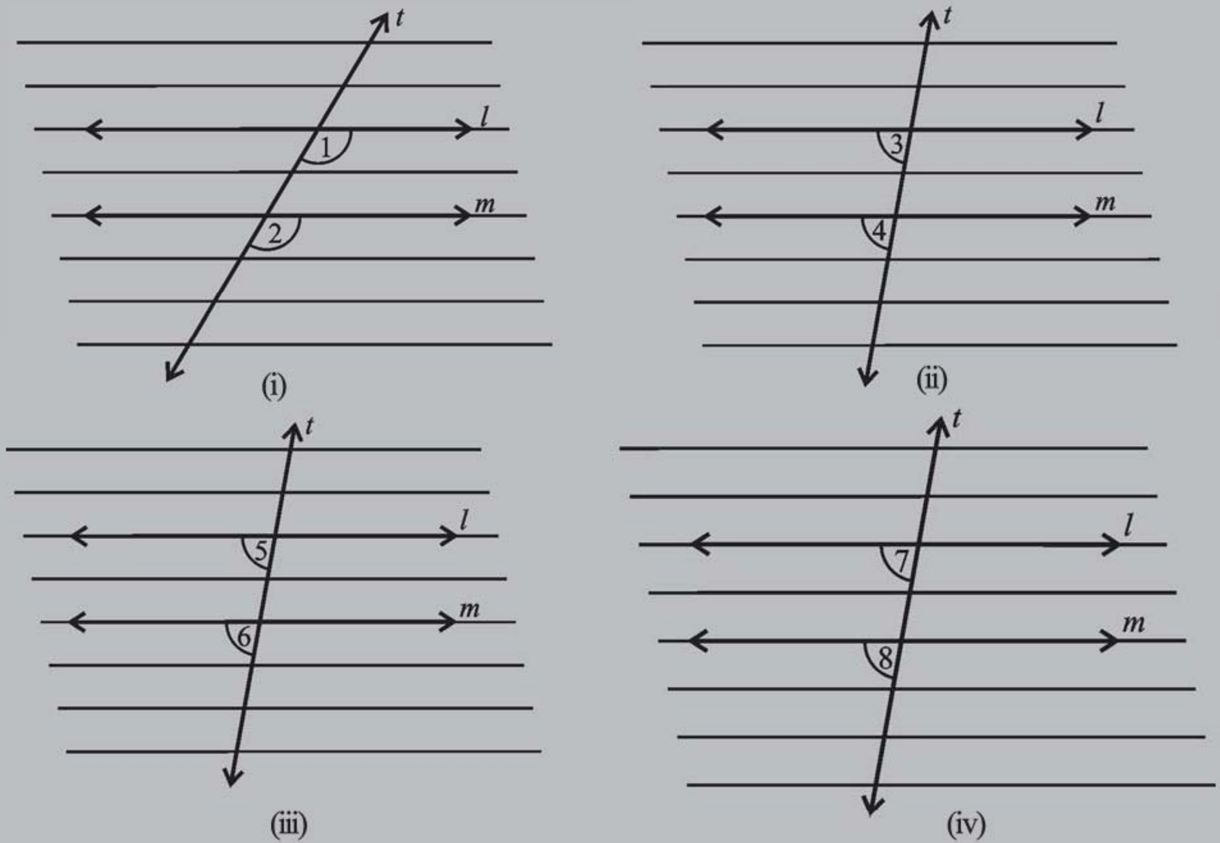
આકૃતિ 5.27

સમાંતર રેખાઓની છેદિકા લેવાથી કેટલાંક રસપ્રદ પરિણામો મળે છે.

જાતે કરો

રેખાઓ આંકેલી હોય એવો કાગળ લો. બે સમાંતર રેખાઓ l અને m ઘાટા રંગથી દોરો. l અને m ની એક છેદિકા t દોરો. આકૃતિ [5.28 (i)]માં દર્શાવ્યા પ્રમાણે $\angle 1$ અને $\angle 2$ નામ આપો. દોરેલી આકૃતિ પર પારદર્શક કાગળ મૂકો. રેખાઓ l, m અને t ની નકલ કરી લો. l, m પર બંધબેસતી થાય તે રીતે કાગળને t પર સરકાવો. તમને જણાશે કે પારદર્શક કાગળ પરનો $\angle 1$, મૂળ આકૃતિના $\angle 2$ સાથે બંધબેસતો આવે છે. આ રીતે નકલ કરેલો કાગળ સરકાવીને તમે નીચેનાં બધાં પરિણામો જોઈ શકશો.

(i) $\angle 1 = \angle 2$ (ii) $\angle 3 = \angle 4$ (iii) $\angle 5 = \angle 6$ (iv) $\angle 7 = \angle 8$



આકૃતિ 5.28

આ પ્રવૃત્તિ નીચેનું પરિણામ દર્શાવે છે :

> જો બે સમાંતર રેખાઓને એક છેદિકા છેદે તો અનુકોણની પ્રત્યેક જોડના ખૂણાનું માપ સમાન હોય છે.

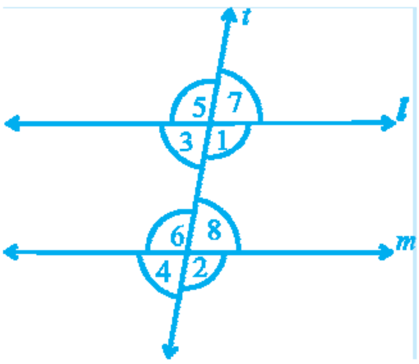
આ પરિણામનો ઉપયોગ આપણે એક બીજું રસપ્રદ પરિણામ મેળવવા માટે કરીશું. આકૃતિ 5.29 જુઓ.

જ્યારે રેખા t, સમાંતર રેખાઓ l અને mને છેદે છે ત્યારે $\angle 3 = \angle 7$ (અભિકોણો)

પરંતુ $\angle 7 = \angle 8$ (અનુકોણો) આથી $\angle 3 = \angle 8$

તમે એ જ રીતે $\angle 1 = \angle 6$ બતાવી શકો.

આમ, આપણને નીચેનું પરિણામ મળે છે.



આકૃતિ 5.29

જો બે સમાંતર રેખાઓને છેદિકા છેદે તો અંતઃ યુગ્મકોણની દરેક જોડ સમાન હોય છે.

આ બીજા પરિણામ પરથી અન્ય એક રસપ્રદ ગુણધર્મ મળે છે. ફરીથી આકૃતિ 5.29 પરથી

$\angle 3 + \angle 1 = 180°$ ($\angle 3$ અને $\angle 1$ રૈખિક જોડ છે)

પરંતુ $\angle 1 = \angle 6$ (અંતઃ યુગ્મકોણની જોડ)

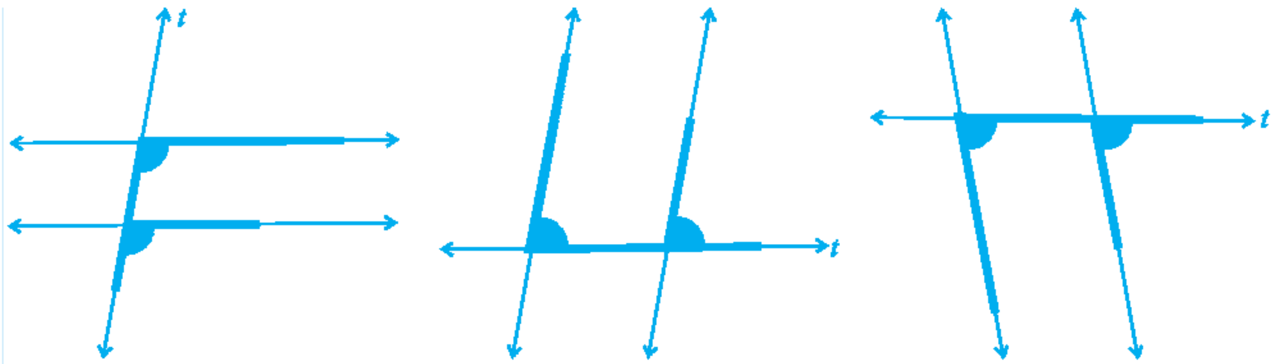
આથી કહી શકીએ કે $\angle 3 + \angle 6 = 180°$

તે જ રીતે $\angle 1 + \angle 8 = 180°$. આમ, નીચેનું પરિણામ મળે છે.

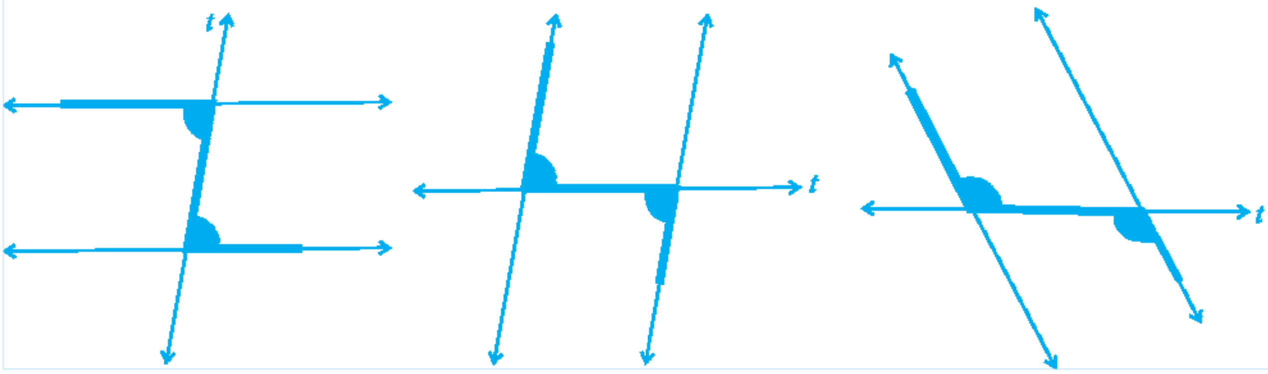
જો બે સમાંતર રેખાને છેદિકા છેદે તો છેદિકાની એક બાજુના અંતઃકોણ પૂરક હોય છે.

તમે આ પરિણામો તેમને સંબંધિત 'આકાર' પરથી પણ યાદ રાખી શકો.

F આકાર અનુકોણ માટે



Z આકાર યુગ્મકોણ માટે



જાતે કરો

બે સમાંતર રેખાઓ અને તેની છેદિકા દોરો. ખૂણાઓને માપીને ઉપરનાં ત્રણ પરિણામ ચકાસી જુઓ.

પ્રયત્ન કરો

[redacted]

રેખાઓ $a \parallel b$;
c છેદિકા છે.
$\angle y = ?$

[redacted]

l_1 અને l_2 રેખાઓ
છે.
t છેદિકા છે.
$\angle 1 = \angle 2$?

[redacted]

રેખાઓ $l \parallel m$;
t છેદિકા છે.
$\angle z = ?$

[redacted]

રેખાઓ $l \parallel m$;
t છેદિકા છે.
$\angle x = ?$

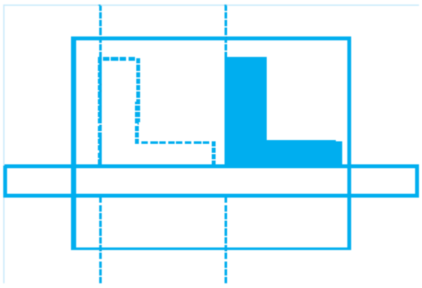
[redacted]

રેખાઓ $l \parallel m$, $p \parallel q$;
a, b, c, d શોધો.

5.4 સમાંતર રેખાઓની ચકાસણી

જો બે રેખાઓ સમાંતર હોય તો તેની છેદિકા લેવાથી મળતા અનુકોણ સમાન હોય છે, અંતઃ યુગ્મકોણ સમાન હોય છે અને છેદિકાની એક બાજુના અંતઃકોણ પૂરક હોય છે.

જો બે રેખાઓ આપી હોય તો એવી કોઈ રીત છે કે જેનાથી તે રેખાઓ સમાંતર છે કે નહીં તે ચકાસી શકાય ? તમને જીવનમાં આવી આવડતની ખૂબ જરૂર પડશે.



આકૃતિ 5.30

એક ચિત્રકાર સુથારીકામનું સાધન અને માપપટ્ટીનો ઉપયોગ કરી રેખાખંડો દોરે છે (આકૃતિ 5.30). તે કહે છે કે આ રેખાખંડો સમાંતર છે. કેવી રીતે ?

તમે ધ્યાન પર લીધું કે તેણે અનુકોણ સરખા રાખ્યા છે ? (અહીં છેદિકા કઈ છે ?) આમ, **જ્યારે એક છેદિકા બે રેખાઓ ને છેદે છે ત્યારે જો અનુકોણની જોડ સમાન થતી હોય તો તે બે રેખા સમાંતર હોય.**

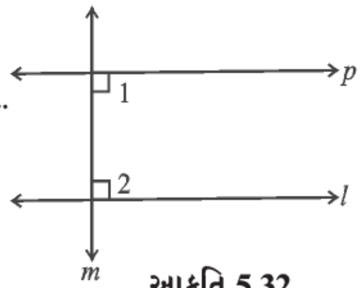
આકૃતિ 5.31

આકૃતિ 5.31માં દર્શાવેલ Z જુઓ. અહીં આડા રેખાખંડો સમાંતર છે. કારણ કે યુગ્મકોણ સમાન છે.

આમ, જ્યારે એક છેદિકા બે રેખાને છેદે છે ત્યારે જો અંતઃ યુગ્મકોણ સમાન હોય તો તે બે રેખા સમાંતર હોય.

રેખા l દોરો. (આકૃતિ 5.32)

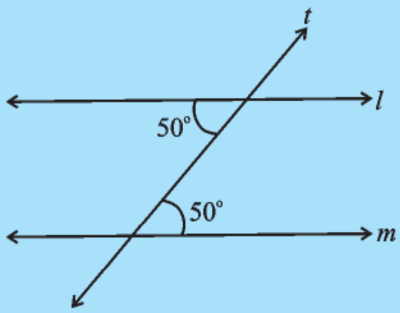
l ને લંબ રેખા m દોરો. ફરીથી રેખા p દોરો કે જે m ને લંબ હોય. આમ, p એ l ની લંબરેખાની લંબરેખા છે. તમને $p \parallel l$ મળશે. કેવી રીતે ? કારણ કે તમે p એવી રીતે દોરી છે કે જેથી $\angle 1 + \angle 2 = 180°$.



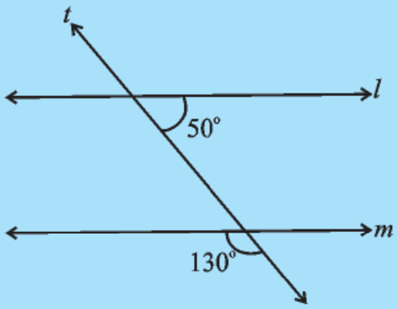
આકૃતિ 5.32

આમ જ્યારે એક છેદિકા બે રેખાને છેદે છે ત્યારે જો છેદિકાની એક બાજુના અંતઃ કોણ પૂરકકોણ હોય તો તે રેખાઓ સમાંતર હોય.

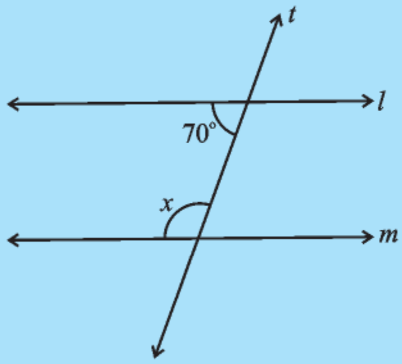
પ્રયત્ન કરો



$l \parallel m$ છે ? શા માટે ?



$l \parallel m$ છે ? શા માટે ?



જો $l \parallel m$ હોય તો $\angle x$ = ?

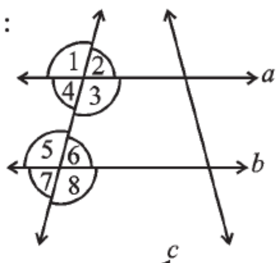
સ્વાધ્યાય 5.2

1. નીચેના દરેક વિધાનમાં જે ગુણધર્મનો ઉપયોગ થાય છે તે જણાવો :

   (i) જો $a \parallel b$, તો $\angle 1 = \angle 5$.

   (ii) જો $\angle 4 = \angle 6$, તો $a \parallel b$.

   (iii) જો $\angle 4 + \angle 5 = 180°$, તો $a \parallel b$.



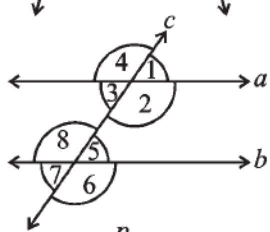
2. બાજુની આકૃતિમાંથી કહો :

   (i) અનુકોણની જોડો

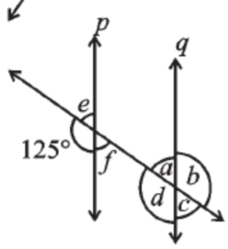
   (ii) અંતઃ યુગ્મકોણની જોડો

   (iii) છેદિકાની એક જ બાજુના અંતઃ કોણની જોડો

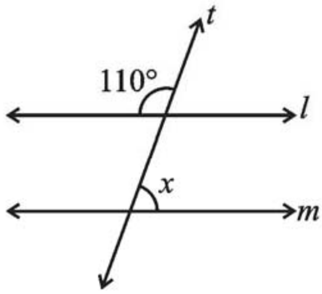
   (iv) અભિકોણ



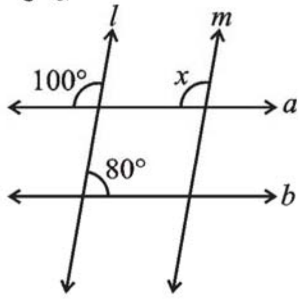
3. બાજુની આકૃતિમાં $p \parallel q$ છે. અજ્ઞાત ખૂણાઓ શોધો.



4. જો $l \parallel m$ હોય તો નીચેની દરેક આકૃતિમાં x નું મૂલ્ય શોધો.



(i)

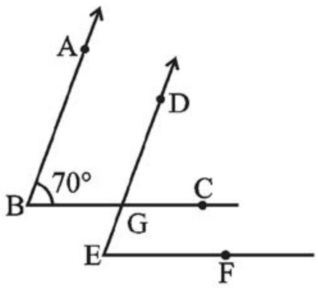


(ii)

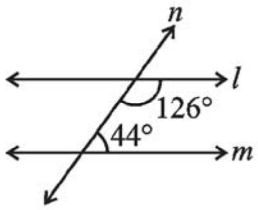
5. બાજુની આકૃતિમાં બંને ખૂણાની બાજુ સમાંતર છે. જો $\angle ABC = 70°$ તો.

(i) $\angle DGC$

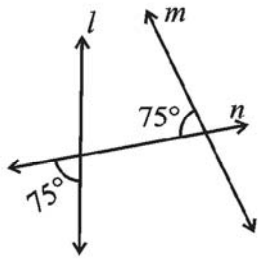
(ii) $\angle DEF$ શોધો.



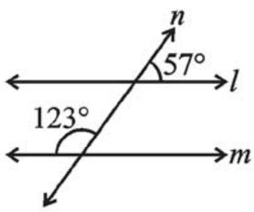
6. નીચેની આકૃતિઓમાં l અને m સમાંતર છે કે નહિ તે નક્કી કરો.



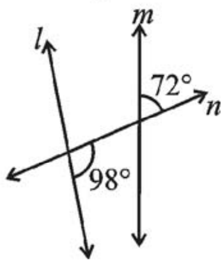
(i)



(ii)



(iii)



(iv)

આપણે શું ચર્ચા કરી ?

1. આપણે યાદ કરીએ કે (i) રેખાખંડને બે અંતિમબિંદુ હોય છે.
   (ii) કિરણને માત્ર એક જ અંતિમબિંદુ હોય છે (તેનું આરંભ બિંદુ) અને
   (iii) રેખાને બંને બાજુએ અંતિમબિંદુ હોતાં નથી.
2. જ્યારે બે રેખા (કે કિરણ કે રેખાખંડ) મળે છે ત્યારે ખૂણો રચાય છે.

ખૂણાની જોડ	**શરત**
બે કોટિકોણ	માપનો સરવાળો 90°
બે પૂરકકોણ	માપનો સરવાળો 180°
બે આસન્નકોણ	સામાન્ય શિરોબિંદુઓ હોય અને એક બાજુ સામાન્ય હોય પણ અંદરનો ભાગ સામાન્ય નથી હોતો.
રૈખિક જોડ	આસન્નકોણ અને પૂરકકોણ

3. જ્યારે બે રેખા l અને m મળે છે ત્યારે તેઓ છેદે છે એમ કહેવાય અને જે બિંદુમાં મળે તેને છેદબિંદુ કહેવાય.

કાગળ પર દોરેલી બે રેખાઓ ગમે તેટલી દૂર સુધી લંબાવવામાં આવે તો પણ મળતી નથી તો તેને સમાંતર રેખાઓ કહેવાય.

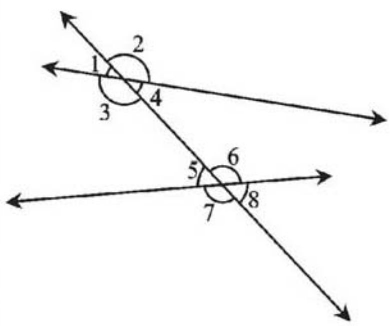
4. (i) જ્યારે બે રેખા છેદે છે (અંગ્રેજી અક્ષર X જેવું દેખાતું હોય) ત્યારે સામસામેના ખૂણાની બે જોડ મળે છે. તેમને અભિકોણ કહેવાય છે. અભિકોણનાં માપ સમાન હોય છે.

(ii) બે કે વધુ રેખાને ભિન્ન બિંદુમાં છેદતી રેખાને છેદિકા કહેવાય છે.

(iii) છેદિકાથી ઘણા પ્રકારના ખૂણાઓ મળે છે.

(iv) બાજુની આકૃતિમાં જોતાં

ખૂણાના પ્રકાર	**ખૂણાઓ**
અંત:કોણ	$\angle 3, \angle 4, \angle 5, \angle 6$
બહિ:કોણ	$\angle 1, \angle 2, \angle 7, \angle 8$
અનુકોણ	$\angle 1$ **અને** $\angle 5$, $\angle 2$ **અને** $\angle 6$ $\angle 3$ **અને** $\angle 7$, $\angle 4$ **અને** $\angle 8$
અંતઃ યુગ્મકોણ	$\angle 3$ **અને** $\angle 6$, $\angle 4$ **અને** $\angle 5$
બાહ્ય યુગ્મકોણ	$\angle 1$ **અને** $\angle 8$, $\angle 2$ **અને** $\angle 7$
છેદિકાની એક જ બાજુના અંતકોણ	$\angle 3$ **અને** $\angle 5$, $\angle 4$ **અને** $\angle 6$



(v) જ્યારે છેદિકા બે સમાંતર રેખાને છેદે ત્યારે નીચે પ્રમાણેના રસપ્રદ સંબંધો મળે છે :

અનુકોણની દરેક જોડ સમાન હોય છે.

$$\angle 1 = \angle 5, \angle 3 = \angle 7, \angle 2 = \angle 6, \angle 4 = \angle 8$$

અંતઃ યુગ્મકોણની દરેક જોડ સમાન હોય છે.

$$\angle 3 = \angle 6, \angle 4 = \angle 5$$

છેદિકાની એક જ બાજુના અંત:કોણ પૂરક હોય છે.

$$\angle 3 + \angle 5 = 180°, \angle 4 + \angle 6 = 180°$$