

વિભાગ - B

★ નીચેના ૩૫ પ્રશ્નોમાંથી કોઈપણ ૧૦ (દસ) પ્રશ્નોના માત્ર પ્રમાણે ગણતરી કરી જવાબ લખો: (પ્રશ્ન ૨૫ થી ૩૪)
[પ્રત્યેકના ૨ ગુણ]

25) સમાંતર શ્રેણી 6.4, 7.6, 8.8, ... નું n મું પદ શોધો.
⇒ અહીં, $a = 6.4$, $d = 7.6 - 6.4 = 1.2$

$$\begin{aligned} \text{હવે, } a_n &= a + (n-1)d \\ &= 6.4 + (n-1)(1.2) \\ &= 6.4 + 1.2n - 1.2 \\ \therefore a_n &= 1.2n + 5.2 \end{aligned}$$

આમ, આપેલ સમાંતર શ્રેણી નું n મું પદ $1.2n + 5.2$ થશે.

26) આપેલ સમાંતર શ્રેણી 6, 5.5, 5, ..., -12 માં કેટલા પદ છે?
⇒ અહીં, $a = 6$, $d = 5.5 - 6 = -0.5$ તથા $a_n = -12$

$$\begin{aligned} \text{હવે, } a_n &= a + (n-1)d \\ \therefore -12 &= 6 + (n-1)(-0.5) \\ \therefore -12 &= 6 + 0.5 - 0.5n \\ \therefore -12 &= 6.5 - 0.5n \\ \therefore 0.5n &= 12 + 6.5 \\ \therefore 0.5n &= 18.5 \\ \therefore n &= \frac{18.5}{0.5} \end{aligned}$$

$\therefore n = 37$

આમ, આપેલ સમાંતર શ્રેણીમાં ૩૭ પદ છે.

27) 3 સીમી, 4 સીમી અને 5 સીમી ટિજ્યાવાળા દાઢુના ત્રણ ગોલક અગાળાની એક મીટી ગોલક બનાવવામાં આવી, તો તે ગોલકની ટિજ્યા શીદી.

⇒ અર્થ, $r_1 = 3$ સીમી, $r_2 = 4$ સીમી તથા $r_3 = 5$ સીમી

$$\begin{aligned}
 \text{હવે, ત્રણ ગોલકનું કુલ દાઢુન} &= \frac{4}{3} \pi r_1^3 + \frac{4}{3} \pi r_2^3 + \frac{4}{3} \pi r_3^3 \\
 &= \frac{4}{3} \pi [r_1^3 + r_2^3 + r_3^3] \\
 &= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} [(3)^3 + (4)^3 + (5)^3] \\
 &= \frac{4 \times 22}{3 \times 7} [27 + 64 + 125] \\
 &= \frac{4 \times 22 \times 216}{3 \times 7} \\
 &= 905.14 \text{ સીમી}^3
 \end{aligned}$$

ત્રણ ગોલકની અગાળાની એક મીટી ગોલક બનાવવામાં આવી છે.

$$\therefore \text{મીટી ગોલકનું દાઢુન} = 905.14 \text{ સીમી}^3$$

$$\therefore \frac{4}{3} \pi r^3 = 905.14$$

$$\therefore r^3 = \frac{905.14 \times 3}{4 \times \pi}$$

$$\therefore r^3 = \frac{905.14 \times 3 \times 7}{4 \times 22}$$

$$\therefore r^3 = 216$$

$$\therefore r^3 = (6)^3$$

$$\therefore r = 6 \text{ સીમી}$$

આમ, મીટી ગોલકની ટિજ્યા 6 સીમી થશે.

- 28) બે જળાકારની ટિંચાણની ગુણોત્તર 2:3 અને ઊંચાઈની ગુણોત્તર 5:3 હોય, તો તેમના ઘનફળની ગુણોત્તર શીયો.
- \Rightarrow અહીં, બે જળાકારની ટિંચાણની ગુણોત્તર $\frac{r_1}{r_2} = \frac{2}{3}$ તથા

ઊંચાઈની ગુણોત્તર $\frac{h_1}{h_2} = \frac{5}{3}$ છે.

$$\begin{aligned} \text{હવે, } \frac{\text{જળાકાર 1 નું ઘનફળ}}{\text{જળાકાર 2 નું ઘનફળ}} &= \frac{\pi r_1^2 h_1}{\pi r_2^2 h_2} = \frac{r_1^2 h_1}{r_2^2 h_2} \\ &= \frac{(2)^2 \times 5}{(3)^2 \times 3} \\ &= \frac{4 \times 5}{9 \times 3} \\ &= \frac{20}{27} \end{aligned}$$

આમ, બે જળાકારના ઘનફળની ગુણોત્તર 20:27 થશે.

- 29) એક થીલામાં લાંબુના સ્થાદની ૪ મીડાઈઓ છે. માલિની થીલામાં એવા પગાર એક મીડાઈ બહાર કાઢે છે. તો (૧) નારંગીના સ્થાદની મીડાઈ હોય (૨) લાંબુના સ્થાદની મીડાઈ હોય તેની સંભાવના કિટલી?

\Rightarrow અહીં, એક થીલામાં દરેક મીડાઈ લાંબુના સ્થાદની છે.

(૧) ઘટના A : નારંગીના સ્થાદની મીડાઈ હોય.

અહીં, દરેક મીડાઈ લાંબુના સ્થાદની છે.

૨ ઘટના A ના સાનુકૂળ પરિણામની સંખ્યા શૂન્ય થશે.

$$\therefore P(A) = 0$$

(2) ઘટના B : લીંબુના સ્વાદના મીઠાઈ હોય.

અહીં, દરેક મીઠાઈ લીંબુના સ્વાદના જ છે.

$$\therefore P(B) = 1$$

આમ, માંગેલ સંભાવના 0 અને 1 થશે.

30) જેનાં શૂન્યોની સરવાળી અને ગુણાકાર અનુક્રમે $-\frac{1}{4}$ અને $\frac{1}{4}$

હોય તેવા દ્વિઘાત બહુપદી મેળવી.

\Rightarrow અહીં, શૂન્યોની સરવાળી $(\alpha + \beta) = -\frac{1}{4}$ તથા

$$\text{શૂન્યોની ગુણાકાર } (\alpha\beta) = \frac{1}{4}$$

જેનાં શૂન્યો α અને β હોય તેવા દ્વિઘાત બહુપદી

$$x^2 - (\alpha + \beta)x + (\alpha\beta) = 0 \text{ થશે.}$$

$$\therefore x^2 - \left(-\frac{1}{4}\right)x + \frac{1}{4} = 0$$

$$\therefore \frac{4x^2 + 1x + 1}{4} = 0$$

$$\therefore 4x^2 + x + 1 = 0.$$

આમ, માંગેલ દ્વિઘાત બહુપદી $4x^2 + x + 1$ થશે.

31) દ્વિઘાત બહુપદી $4x^2 - 4x + 1$ નાં શૂન્યો શોધી તથા તેનાં શૂન્યો અને સરગુણાકારી વચ્ચેની સંબંધ ચકાસી.

$$\Rightarrow \text{અહીં, } 4x^2 - 4x + 1 = 0$$

$$\therefore 4x^2 - 2x - 2x + 1 = 0$$

4	
/ \	
-2	-2

$$a = 4, b = -4,$$

$$c = 1$$

$$\therefore 2S(2S-1) - 1(2S-1) = 0$$

$$\therefore (2S-1)(2S-1) = 0$$

$$\therefore 2S-1=0 \text{ અથવા } 2S-1=0$$

$$\boxed{S = \frac{1}{2}}$$

$$\boxed{S = \frac{1}{2}}$$

હવે, દર્શાવો કે $\alpha = \frac{1}{2}$ અને $\beta = \frac{1}{2}$ છે.

$$\rightarrow \therefore \alpha + \beta = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{1+1}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

$$\text{તથા } \frac{-b}{a} = \frac{-(-4)}{4} = \frac{4}{4} = 1$$

$$\therefore \alpha + \beta = \frac{-b}{a} = \frac{4}{4} = 1 \text{ એટલે કે } \alpha + \beta = 1$$

$$\rightarrow \text{હવે, } \alpha\beta = \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4} \text{ તથા } \frac{c}{a} = \frac{1}{4}$$

$$\therefore \alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{1}{4} \text{ એટલે કે } \alpha\beta = \frac{1}{4}$$

આમ, માંગીલ દ્વિઘાત બહુપદીના બે શૂન્યો $\frac{1}{2}$ અને $\frac{1}{2}$ થશે.

૩૨) બહુપદી $P(x) = x^2 - 5x + 6$ નાં શૂન્યો α અને β ની કિંમત જાણવા $\alpha + \beta$ અને $\alpha \cdot \beta$ જાણવી.

\Rightarrow અહીં, $P(x) = x^2 - 5x + 6$ પરથી,

$$a = 1, b = -5, c = 6$$

$$\text{હવે, } \alpha + \beta = \frac{-b}{a} = \frac{-(-5)}{1} = 5$$

$$\therefore \alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{6}{1} = 6$$

આમ, $\alpha + \beta = 5$ અને $\alpha\beta = 6$ થશે.

33) $2 \tan^2 45^\circ + \cos^2 30^\circ - \sin^2 60^\circ$ ન કિંમત શોધો.

\Rightarrow આપણી મૂલ્યો લેવા દેશે કે,

$$\tan 45^\circ = 1, \quad \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \text{તથા} \quad \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{હવે, } 2 \tan^2 45^\circ + \cos^2 30^\circ - \sin^2 60^\circ$$

$$= 2(1)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2$$

$$= 2(1) + \frac{3}{4} - \frac{3}{4}$$

$$= 2$$

આમ, $2 \tan^2 45^\circ + \cos^2 30^\circ - \sin^2 60^\circ = 2$ થશે.

34) $\sin 72^\circ + \cot 72^\circ$ ને 0° અને 45° વચ્ચેના માપવાળા

ખૂણાના ત્રિકોણમિતીય ગુણોત્તર તરીકે દર્શાવો.

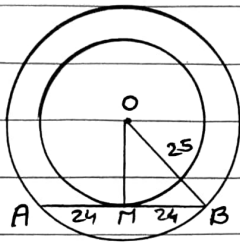
\Rightarrow અહીં,

$$\begin{aligned} \sin 72^\circ + \cot 72^\circ &= \sin (90^\circ - 18^\circ) + \cot (90^\circ - 18^\circ) \\ &= \cos 18^\circ + \tan 18^\circ \end{aligned}$$

આમ, માંગેલ ત્રિકોણમિતીય ગુણોત્તર $\cos 18^\circ + \tan 18^\circ$ થશે.

35) બે સમકોણિત્ર વર્તુળી પૈકી મોટા વર્તુળની ત્રિજ્યા 25 સીમ છે તથા તે વર્તુળની 48 સીમ લાંબી ચેવા નાના વર્તુળની સ્પર્શો છે. નાના વર્તુળની ત્રિજ્યા શોધો.

\Rightarrow



અહીં, મોટા વર્તુળની ત્રિજ્યા $(OB) = 25$ સીમી

તથા $AB = 2AM = 2MB$

$$\therefore MB = \frac{AB}{2} = \frac{48}{2} = 24 \text{ સીમી.}$$

તથા નાના વર્તુળની ત્રિજ્યા $(OM) = ?$

$\triangle OMB$ માટે પાયથાગોરિસ પુમેય ની ઉપયોગ કરતાં,

$$OM^2 + MB^2 = OB^2$$

$$\therefore OM^2 + (24)^2 = (25)^2$$

$$\therefore OM^2 = 625 - 576$$

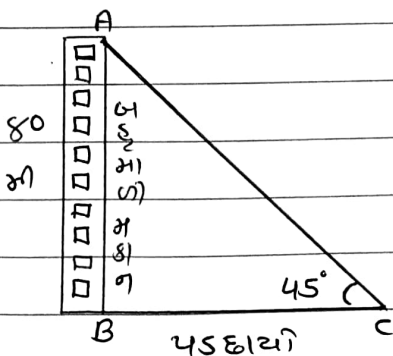
$$\therefore OM^2 = 49 = (7)^2$$

$$\therefore OM = 7 \text{ સીમી}$$

આમ, નાના વર્તુળની ત્રિજ્યા 7 સીમી થશે.

36) જ્યારે સૂર્યનો ઉત્સીદાકોણ 45° હોય ત્યારે 80 મીટર ઊંચા બહુમાળી મકાનના પડદાયાની લંબાઈ કેટલી હોય?

\Rightarrow



$\triangle ABC$ માં $\angle C = 45^\circ$, $BC = ?$ તથા

$AB = 80$ મીટર.

$$\therefore \tan C = \frac{\text{અા.બા.}}{\text{પા.બા.}} = \frac{AB}{BC}$$

$$\therefore \tan 45^\circ = \frac{80}{BC}$$

$$\therefore 1 = \frac{80}{BC}$$

$$\therefore BC = 80 \text{ મીટર}$$

આમ, બહુમાળી મકાનના પડદાયાની લંબાઈ 80 મીટર થશે.

37) બિંદુ $(-1, 6)$ બિંદુઓ $(-3, 10)$ અને $(6, -8)$ ની એકી રેખાખંડ સંકુલ ગુણોત્તરમાં વિભાજન કરશે?

\Rightarrow દારી કે બિંદુ $(x, y) = (-1, 6)$ એ બિંદુ $(x_1, y_1) = (-3, 10)$ તથા $(x_2, y_2) = (6, -8)$ ની એકી રેખાખંડ સંકુલ $m:n$ ગુણોત્તરમાં વિભાજન કરે છે.

$$\therefore x = \frac{mx_2 + ny_1}{m+n} \quad \text{અને} \quad y = \frac{my_2 + ny_1}{m+n}$$

$$\text{હવે, } x = \frac{mx_2 + ny_1}{m+n} \quad \text{હીનાં,}$$

$$\therefore -1 = \frac{m(6) + n(-3)}{m+n}$$

$$\therefore -m - n = 6m - 3n$$

$$\therefore 6m + m = 3n - n$$

$$\therefore 7m = 2n$$

$$\therefore \frac{m}{n} = \frac{2}{7}$$

આમ, માંગીલ ગુણોત્તર $2:7$ થશે.

38) એક માળ સમાંતર શ્રેણી $l=28$, $S=144$ હોય અને પદોની સંખ્યા 9 હોય, તો v શોધો.

\Rightarrow અહીં, $l=28$, $S=144$, $n=9$ અને $v=?$

$$\text{હવે, } S = \frac{n}{2} [v + l]$$

$$\therefore 144 = \frac{9}{2} [v + 28]$$

$$\therefore 288 = 9v + 252$$

$$\therefore 288 - 252 = 9v$$

$$\therefore 36 = 9v$$

$$\therefore \frac{36}{9} = v$$

$$\therefore v = 4$$

આમ, આપેલ માળ સમાંતર શ્રેણીમાં $v=4$ થશે.