

એક ચલ સુરેખ સમીકરણ

2.1 પ્રાસ્તાવિક

અગાઉના ધોરણમાં તમે કેટલીક **બૈજિક પદાવલિઓ** અને **સમીકરણો** વિશે જાણકારી મેળવી છે. એવી પદાવલિઓ, જે આપણે શીખ્યાં છીએ, તેનાં થોડાંક ઉદાહરણ :

$$5x$$
, $2x - 3$, $3x + y$, $2xy + 5$, $xyz + x + y + z$, $x^2 + 1$, $y + y^2$

અને સમીકરણનાં થોડાં ઉદાહરણ : 5x = 25, 2x - 3 = 9, $2y + \frac{5}{2} = \frac{37}{2}$, 6z + 10 = -2 તમને યાદ હશે કે સમીકરણમાં હંમેશાં સમતા (બરાબર) (=) ના ચિહ્નનો ઉપયોગ થાય છે, જ્યારે પદાવલિમાં તેનો ઉપયોગ થતો નથી.

ઉપરની અમુક પદાવલિઓમાં એકથી વધારે ચલનો ઉપયોગ કરેલ છે. ઉદાહરણ તરીકે 2xy + 5માં બે ચલ છે. તેમ છતાં, હવે આપણે સમીકરણ બનાવવા ફક્ત એક જ ચલનો ઉપયોગ કરીશું. તદુપરાંત, ફક્ત સુરેખ પદાવલિઓ જ સમીકરણ બનાવવા ઉપયોગમાં લઈશું એટલે કે પદાવલિમાં રહેલા ચલની મોટામાં મોટી ઘાત 1 હશે.

સુરેખ પદાવલિના ઉદાહરણ આ મુજબ છે.

$$2x$$
, $2x + 1$, $3y - 7$, $12 - 5z$, $\frac{5}{4}(x - 4) + 10$

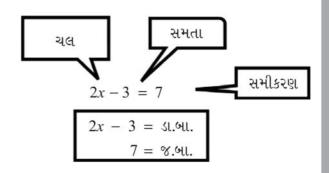
નીચે મુજબની પદાવલિઓ સુરેખ પદાવલિઓ નથી.

 $x^2 + 1$, $y + y^2$, $1 + z + z^2 + z^3$ (અહીં ચલની અધિકતમ ઘાત 1 કરતાં વધારે છે.)

હવે આપણે સમીકરણોમાં એક ચલવાળી સુરેખ પદાવલિઓનો જ ઉપયોગ કરીશું. આવા સમીકરણને એક ચલ સુરેખ સમીકરણ કહે છે. અગાઉના ધોરણમાં તમે જે સાદાં સમીકરણોનો ઉકેલ મેળવવાનું શીખ્યા હતા તે આ પ્રકારનાં હતાં.

ચાલો, હવે જે જાણીએ છીએ તેનું ટૂંકમાં પુનરાવર્તન કરીએ.

(a) બૈજિક સમીકરણ એ ચલોના ઉપયોગથી બનતી સમતા છે. તેમાં સમતા (બરાબર)
(=) નું ચિન્હ હોય છે. સમતાના ચિહ્નની ડાબી બાજુની પદાવલિને ડા.બા.
(LHS) તથા જમણી બાજુની પદાવલિને જ.બા. (RHS) કહે છે.



(b) સમીકરણમાં ડાબી બાજુ અને જમણી બાજુએ આવેલી પદાવલિઓનું મૂલ્ય સમાન હોય છે. આવું, ફક્ત ચલનાં અમુક ચોક્કસ મૂલ્યો માટે જ સાચું છે. તેથી આવાં મૂલ્યને સમીકરણનો ઉકેલ કહે છે. x = 5 એ સમીકરણ 2x - 3 = 7નો ઉકેલ છે. x = 5 માટે ડા.બા. $= 2 \times 5 - 3 = 7 = \%$.બા. જ્યારે x = 10 એ સમીકરણનો ઉકેલ નથી. x = 10 માટે ડા.બા. $= 2 \times 10 - 3 = 17$ જે જ.બા.ને બરાબર નથી.

(c) સમીકરણનો ઉકેલ કેવી રીતે મેળવીશું ? આપણે સમીકરણની બંને બાજુ ત્રાજવાનાં બે પલ્લાંની જેમ સંતુલિત છે તેમ માનીએ છીએ. આથી આપણે સમીકરણની બંને બાજુએ સમાન ગાણિતિક ક્રિયાઓ કરીશું જેથી તેની સંતુલિતતા ખોરવાય નહીં. આવાં થોડાંક પદો પછી તમને સમીકરણનો ઉકેલ મળી જશે.



2.2 એક બાજુ સુરેખ પદાવલિ હોય અને બીજી બાજુ સંખ્યા હોય તેવાં સમીકરણોનો ઉકેલ

ચાલો, થોડાંક ઉદાહરણો વડે સમીકરણનો ઉકેલ મેળવવાની પદ્ધતિ યાદ કરીએ. ધ્યાનથી ચકાસો, સમીકરણનો ઉકેલ કોઈ પણ સંમેય સંખ્યા હોઈ શકે છે.

ઉદાહરણ 1: ઉકેલ શોધો : 2x - 3 = 7

ઉકેલ :

સોપાન 1: બંને બાજુ 3 ઉમેરતાં,

$$2x - 3 + 3 = 7 + 3$$
 (સંતુલન ખોરવાયું નથી.)
∴ $2x = 10$

સોપાન 2: બંને બાજુને 2 વડે ભાગતાં,

$$\frac{2x}{2} = \frac{10}{2}$$

$$\therefore x = 5$$
 (અપેક્ષિત ઉકેલ)

ઉદાહરણ 2 : ઉકેલ શોધો : 2y + 9 = 4

ઉકેલ : 9 ને જ.બા. તરફ લઈ જતાં

$$2y = 4 - 9$$

$$\therefore 2y = -5$$

બંને બાજુને 2 વડે ભાગતાં $y = \frac{-5}{2}$ (ઉકેલ)

તાળો મેળવો : ડા.બા. =
$$2\left(\frac{-5}{2}\right) + 9 = -5 + 9 = 4 =$$
%.બા. (અપેક્ષિત ઉકેલ)

શું તમે ધ્યાનમાં લીધું કે ઉકેલ $\left(\frac{-5}{2}\right)$ એક સંમેય સંખ્યા છે ? ધોરણ 7માં આપણે જે સમીકરણના ઉકેલ મેળવ્યા હતા તે આવી સંખ્યાઓ નહોતી.

ઉદાહરણ 3 : ઉકેલ શોધો : $\frac{x}{3} + \frac{5}{2} = \frac{-3}{2}$

ઉદ્દેલ : $\frac{5}{2}$ ને જ.બા. લઈ જતાં, $\frac{x}{3} = \frac{-3}{2} - \frac{5}{2} = -\frac{8}{2}$ મળે.

અથવા
$$\frac{x}{3} = -4$$

બંને બાજુને 3 વડે ગુણતાં, $x = -4 \times 3$

$$\therefore x = -12 \tag{33e}$$

તાળો મેળવો : ડા.બા. = $-\frac{12}{3} + \frac{5}{2} = -4 + \frac{5}{2} = \frac{-8+5}{2} = \frac{-3}{2} =$ જ.બા. (અપેક્ષિત ઉકેલ) તમે જોયું, અહીં ચલનો સહગુણક પૂર્ણાંક સંખ્યા હોવી જરૂરી નથી.

ઉદાહરણ 4 : ઉકેલ શોધો : $\frac{15}{4} - 7x = 9$

ઉકેલ : $\frac{15}{4} - 7x = 9$ આપેલ છે.

$$\therefore -7x = 9 - \frac{15}{4}$$

 $(\frac{15}{4}$ ને જ.બા. લઈ જતાં)

$$\therefore - 7x = \frac{21}{4}$$

$$\therefore \qquad x = \frac{21}{4 \times (-7)}$$

(બંને બાજુને -7 વડે ભાગતાં)

$$\therefore \qquad x = -\frac{3 \times 7}{4 \times 7}$$

$$\therefore x = -\frac{3}{4}$$

(ઉકેલ)

તાળો મેળવો : ડા.બા. = $\frac{15}{4}$ - $7\left(\frac{-3}{4}\right)$ = $\frac{15}{4}$ + $\frac{21}{4}$ = $\frac{36}{4}$ = 9 = જ.બા. (અપેક્ષિત ઉકેલ)

સ્વાધ્યાય 2.1

નીચેનાં સમીકરણ ઉકેલો ઃ



2.
$$y + 3 = 10$$

3.
$$6 = z + 2$$

4.
$$\frac{3}{7} + x = \frac{17}{7}$$
 5. $6x = 12$

5.
$$6x = 12$$

6.
$$\frac{t}{5} = 10$$

7.
$$\frac{2x}{3} = 18$$

8.
$$1.6 = \frac{y}{1.5}$$

9.
$$7x - 9 = 16$$

10.
$$14y - 8 = 13$$

11.
$$17 + 6p = 9$$

12.
$$\frac{x}{3} + 1 = \frac{7}{15}$$

2.3 કેટલાક ઉપયોગો

આપણે એક સરળ ઉદાહરણથી શરૂઆત કરીએ. બે સંખ્યાઓનો સરવાળો 74 છે. આમાંની એક સંખ્યા બીજી સંખ્યા કરતાં 10 વધારે હોય તો બંને સંખ્યાઓ શોધો.



આ એક કૂટપ્રશ્ન છે. આપણે બંનેમાંથી એક પણ સંખ્યા જાણતા નથી અને આપણે તે સંખ્યાઓ શોધવાની છે. અહીં આપણને બે શરત આપેલ છે.

- (i) એક સંખ્યા બીજી સંખ્યા કરતાં 10 વધારે છે.
- (ii) બંને સંખ્યાનો સરવાળો 74 છે.

આપણે ધોરણ 7 માં આવા કૂટપ્રશ્નની શરૂઆત કેવી રીતે કરવી તે શીખ્યા હતા. જો નાની સંખ્યાને x લઈએ તો મોટી સંખ્યા x થી 10 વધારે અર્થાત્ x+10 થાય. બીજી શરત પ્રમાણે બંને સંખ્યાનો સરવાળો 74 છે.

એટલે કે,
$$x + (x + 10) = 74$$

$$\therefore 2x + 10 = 74$$

10ને જ.બા. લઈ જતાં, 2x = 74 - 10

$$\therefore 2x = 64$$

બંને બાજુને 2 વડે ભાગતાં, x = 32. આ નાની સંખ્યા છે.

$$\therefore$$
 મોટી સંખ્યા $x + 10 = 32 + 10 = 42$

અપેક્ષિત સંખ્યાઓ 32 અને 42 છે. (બંનેનો સરવાળો 74 થાય છે અને મોટી સંખ્યા નાની સંખ્યા કરતાં 10 વધારે છે.)

આ પદ્ધતિની ઉપયોગિતા દર્શાવવા આપણે થોડાંક વધારે ઉદાહરણો વિચારીએ.

ઉદાહરણ 5 : સંમેય સંખ્યા $-\frac{7}{3}$ ના બમશામાં કઈ સંખ્યા ઉમેરતાં $\frac{3}{7}$ મળે ?

ઉકેલ : સંમેય સંખ્યા $-\frac{7}{3}$ ની બમણી સંખ્યા $2 \times \left[\frac{-7}{3}\right] = \frac{-14}{3}$ છે. ધારો કે, આ સંખ્યામાં x ઉમેરતાં આપણને $\frac{3}{7}$ મળે છે. આથી,

$$x + \left(\frac{-14}{3}\right) = \frac{3}{7}$$

$$\therefore x - \frac{14}{3} = \frac{3}{7}$$

$$\therefore x = \frac{3}{7} + \frac{14}{3}$$

 $(\frac{14}{3}$ ને ડા.બા. લઈ જતાં)

$$\therefore x = \frac{(3 \times 3) + (14 \times 7)}{21}$$

$$= \frac{9 + 98}{21} = \frac{107}{21}$$

આમ, $2 \times \left(\frac{-7}{3}\right)$ માં $\frac{107}{21}$ ઉમેરતાં $\frac{3}{7}$ મળે.

ઉદાહરણ 6 :એક લંબચોરસની પરિમિતિ 13 સેમી અને તેની પહોળાઈ $2\frac{3}{4}$ સેમી હોય તો તેની લંબાઈ શોધો.

6કેલ : ધારો કે લંબચોરસની લંબાઈ x સેમી છે.

લંબચોરસની પરિમિતિ = $2 \times (લંબાઈ + પહોળાઈ)$

$$=2\times(x+2\frac{3}{4})$$

$$= 2 \times (x + \frac{11}{4})$$

પરિમિતિ 13 સેમી આપેલ છે.



માટે,
$$2(x + \frac{11}{4}) = 13$$

$$\therefore x + \frac{11}{4} = \frac{13}{2}$$

$$x = \frac{13}{2} - \frac{11}{4}$$

$$= \frac{26}{4} - \frac{11}{4} = \frac{15}{4} = 3\frac{3}{4}$$

(બંને બાજુને 2 વડે ભાગતાં)

આમ, લંબચોરસની લંબાઈ $3\frac{3}{4}$ સેમી છે.

ઉદાહરણ 7 :સાહિલની માતાની હાલની ઉંમર સાહિલની હાલની ઉંમર કરતાં ત્રણ ગણી છે. 5 વર્ષ પછી તેમની ઉંમરનો સરવાળો 66 વર્ષ થાય છે તો બંનેની હાલની ઉંમર શોધો.

6કેલ : ધારો કે સાહિલની હાલની ઉંમર x વર્ષ છે.

સાહિલની 5 વર્ષ પછીની ઉંમરને પણ x ધારીને ઉકેલ મેળવી શકાય. તમે આ રીતે પ્રયત્ન કરો.

	સાહિલ	માતા	સરવાળો
હાલની ઉંમર	x	3 <i>x</i>	
5 વર્ષ પછીની ઉંમર	x + 5	3x + 5	4x + 10

તેમની ઉંમરનો સરવાળો 66 વર્ષ આપેલ છે.

માટે,
$$4x + 10 = 66$$

આ સમીકરણ સાહિલની હાલની ઉંમર દર્શાવે છે. જે x વર્ષ છે. સમીકરણના ઉકેલ માટે,

10 ને જ.બા. લઈ જતાં

$$4x = 66 - 10$$
∴ $4x = 56$
∴ $x = \frac{56}{4} = 14$ (33e)

આમ, સાહિલની હાલની ઉંમર 14 વર્ષ અને માતાની ઉંમર 42 વર્ષ છે. (તમે ચકાસી શકો છો કે 5 વર્ષ પછી તેમની ઉંમરનો સરવાળો 66 વર્ષ થશે.)

ઉદાહરણ 8 : બંસી પાસે 2 રૂપિયાના તથા 5 રૂપિયાના કેટલાક સિક્કા છે. બે રૂપિયાના સિક્કાઓની સંખ્યા પાંચ રૂપિયાના સિક્કાઓની સંખ્યા કરતાં ત્રણ ગણી છે. જો સિક્કાઓનું કુલ મૂલ્ય ₹ 77 હોય તો દરેક મલ્યના સિક્કાની સંખ્યા શોધો.

ઉકેલ કે ધારો કે બંસી પાસે રહેલા ₹ 5ના સિક્કાની સંખ્યા x છે. માટે, ₹ 2ના સિક્કાઓની સંખ્યા 3x થાય. આથી,

- (i) 5 રૂપિયાના સિક્કાઓનું કુલ મૂલ્ય, ₹ $5 \times x = ₹ 5x$
- (ii) 2 રૂપિયાના સિક્કાઓનું કુલ મૂલ્ય, $₹2 \times 3x = ₹6x$ થાય. આમ, તેની પાસે રહેલા સિક્કાઓનું કુલ મૂલ્ય ₹77 આપેલ છે.

માટે,
$$11x = 77$$

$$\therefore x = \frac{77}{11} = 7$$

આમ, 5 રૂપિયાના સિક્કાઓની સંખ્યા = x = 7

2 રૂપિયાના સિક્કાઓની સંખ્યા = 3x = 21 (તમે ચકાસી શકો છો કે બંસી પાસે કુલ ₹ 77 છે.)



(ઉકેલ)

ઉદાહરણ 9: 11ના ત્રણ ક્રમિક ગુણિતનો સરવાળો 363 હોય તો આ ગુણિતો શોધો.

ઉકેલ : ધારો કે 11નો એક ગુણિત x છે. આથી, તેની પછીનો ગુણિત x+11 થાય અને તેના પછીનો ગુણિત x+11+11 અથવા x+22 થાય. આમ, આપણે 11ના ત્રણ ક્રમિક ગુણિત અનુક્રમે x, x+11 અને x+22 લઈએ.

અહીં, 11 ના ત્રણેય ગુણિતોનો સરવાળો 363 આપેલ છે. આથી આપણને નીચે પ્રમાણેનું સમીકરણ મળે :

$$x + (x + 11) + (x + 22) = 363$$

$$\therefore x + x + 11 + x + 22 = 363$$

$$\therefore 3x + 33 = 363$$

$$\therefore 3x = 363 - 33$$

$$\therefore 3x = 330$$

$$\therefore x = \frac{330}{3}$$

$$\therefore x = 110$$

આમ, 110, 121 અને 132 એ ત્રણ ક્રમિક ગુણિતો છે (જવાબ).

અહીં, આપણે જોયું કે કૂટપ્રશ્નનો ઉકેલ જુદી-જુદી રીતે પણ મેળવી શકાય. વૈકલ્પિક ઉકેલ : 11 ના ત્રણ ક્રમિક ગુણિતમાં જો મધ્યમાં રહેલ ગુણિતને x લઈએ તો તેની અગાઉનો ગુણિત x-11 અને તેની પછીનો ગુણિત x+11 થાય. આમ, આપણને સમીકરણ (x-11)+x+(x+11)=363 મળે.

$$\therefore 3x = 363$$

$$x = \frac{363}{3} = 121$$

અાથી, x = 121, x - 11 = 110, x + 11 = 132 આમ, 110, 121, 132 એ 11 ના ત્રણ ક્રમિક ગૂણિતો છે.

<mark>ઉદાહરણ 10 :</mark> બે પૂર્ણ સંખ્યાઓનો તફાવત 66 છે. જો તેમનો ગુણોત્તર 2 : 5 હોય તો તે સંખ્યાઓ શોધો.

ઉકેલ : બે સંખ્યાઓનો ગુણોત્તર 2:5 હોવાથી આપણે એક સંખ્યાને 2x તથા બીજી સંખ્યાને 5x લઈશું. (ધ્યાન આપો, 2x : 5x એ 2 : 5 નું જ સ્વરૂપ છે.)

બંને સંખ્યાનો તફાવત (5x-2x) છે. પરંતુ, તફાવત આપણને 66 આપેલ છે. માટે,

$$5x - 2x = 66$$
$$3x = 66$$
$$x = 22$$

પરંતુ, સંખ્યાઓ 2x અને 5x છે. માટે, માંગેલ સંખ્યાઓ અનુક્રમે $2 \times 22 = 44$ અને 5×22 = 110 છે. બંને સંખ્યાઓનો તફાવત 110 - 44 = 66 જ થાય છે.

ઉદાહરણ 11 : દેવેશી પાસે ₹ 50, ₹ 20 અને ₹ 10ના મૂલ્યની કુલ ₹ 590 ની ચલણી નોટો છે. ₹ 50 અને ₹ 20ના મૂલ્યની ચલણી નોટોનો ગુણોત્તર 3 : 5 છે. જો તેની પાસે કુલ 25 ચલણી નોટો હોય તો ઉપરોક્ત મૂલ્યવાળી નોટોની સંખ્યા શોધો.

<mark>ઉકેલ :</mark> ધારો કે ₹ 50 અને ₹ 20ના મૂલ્યવાળી નોટોની સંખ્યા અનુક્રમે 3*x* અને 5*x* છે. તેની પાસે કુલ 25 નોટો છે.

માટે ₹ 10ના મૂલ્યવાળી નોટોની સંખ્યા =
$$25 - (3x + 5x)$$

= $25 - 8x$

તેની પાસે રહેલ રકમ,

₹ 50ની નોટ દ્વારા, 3*x* × 50 = 150*x*

₹ 20ની નોટ દ્વારા, 5x × 20 = 100x

₹ 10ની નોટ દ્વારા, (25 – 8x) × 10 = (250 – 80x)

આમ, તેની પાસે રહેલ કુલ ૨કમ = 150x + 100x + (250 - 80x) = ₹ (170x + 250)

પરંતુ, તેની પાસે કુલ ₹ 590 છે. માટે, 170*x* + 250 = 590

$$\therefore 170x = 590 - 250 = 340$$

$$\therefore x = \frac{340}{170} = 2$$

$$\therefore x = 2$$

તેશી પાસે રહેલી ₹ 50ના મૂલ્યની નોટોની સંખ્યા = 3*x*

$$= 3 \times 2 = 6$$

તેણી પાસે રહેલી ₹ 20ના મૂલ્યની નોટોની સંખ્યા = 5*x* = 5 × 2 = 10

તેણી પાસે રહેલી ₹ 10ના મૂલ્યની નોટોની સંખ્યા = 25 − 8*x*

$$= 25 - (8 \times 2)$$

$$= 25 - 16 = 9$$



સ્વાધ્યાય 2.2



- એક સંખ્યામાંથી $\frac{1}{2}$ બાદ કરીને મળતાં પરિણામને $\frac{1}{2}$ વડે ગુણતાં જો $\frac{1}{8}$ મળે તો તે સંખ્યા શોધો.
- એક લંબચોરસ સ્વીમીંગ પુલની પરિમિતિ 154 મી છે. જો તેની લંબાઈ તેની પહોળાઈના બમણાથી બે વધારે હોય તો સ્વીમીંગ પુલની લંબાઈ અને પહોળાઈ શોધો.
- એક સમદ્ધિબાજુ ત્રિકોશના પાયાનું માપ $\frac{4}{3}$ સેમી છે. જો ત્રિકોશની પરિમિતિ $4\frac{2}{15}$ સેમી હોય તો ત્રિકોણની બે સમાન બાજુઓની લંબાઈ શોધો.
- બે સંખ્યાઓનો સરવાળો 95 છે. એક સંખ્યા બીજી સંખ્યા કરતાં 15 વધારે હોય તો તે સંખ્યાઓ શોધો.
- 5. બે સંખ્યાઓનો ગુણોત્તર 5: 3 અને તેમનો તફાવત 18 હોય તો તે સંખ્યાઓ શોધો.
- 6. જો ત્રણ ક્રમિક પૂર્ણાંક સંખ્યાઓનો સરવાળો 51 હોય, તો તે સંખ્યાઓ શોધો.
- 7. 8ના ત્રણ ક્રમિક ગુણિતનો સરવાળો 888 છે તો તે ગુણિત શોધો.
- 8. ચઢતા ક્રમમાં રહેલી ત્રણ ક્રમિક પૂર્ણાંક સંખ્યાઓને અનુક્રમે 2, 3 તથા 4 વડે ગુણાકાર કરી અને સરવાળો કરતાં જો સરવાળો 74 આવે તો તે સંખ્યાઓ શોધો.
- 9. રાહુલ અને હારુનની હાલની ઉંમરનો ગુણોત્તર 5 : 7 છે. 4 વર્ષ પછી તેમની ઉંમરનો સરવાળો 56 વર્ષ થાય તો તેમની હાલની ઉંમર શોધો.
- 10. વર્ગખંડમાં છોકરા અને છોકરીઓની સંખ્યાનો ગુણોત્તર 7 : 5 છે. જો છોકરાઓની સંખ્યા છોકરીઓની સંખ્યા કરતાં 8 વધારે હોય તો વર્ગખંડમાં વિદ્યાર્થીઓની કુલ સંખ્યા શોધો.
- 11. ભરતના પિતાજી ભરતના દાદા કરતાં 26 વર્ષ નાના અને ભરત કરતાં 29 વર્ષ મોટા છે. જો ત્રણેયની ઉંમરનો સરવાળો 135 વર્ષ હોય તો ત્રણેયની ઉંમર શોધો.
- 12. 15 વર્ષ પછી રવિની ઉંમર તેની હાલની ઉંમર કરતાં ચાર ગણી થાય તો રવિની હાલની ઉંમર શોધો.
- 13. એક સંમેય સંખ્યાને $\frac{5}{2}$ વડે ગુણી અને પરિણામમાં $\frac{2}{3}$ ઉમેરતાં આપણને $\frac{-7}{12}$ મળે તો તે સંખ્યા શોધો.



- 14. લક્ષ્મી એક બેંકમાં ખજાનચી છે. તેની પાસે અનુક્રમે ₹ 100, ₹ 50 અને ₹ 10ના મૂલ્યની ચલણી નોટો છે. આ નોટોની સંખ્યાનો ગુણોત્તર અનુક્રમે 2 : 3 : 5 છે. જો કુલ રકમ ₹ 4,00,000 હોય તો લક્ષ્મી પાસે દરેક મૂલ્યની કેટલી ચલણી નોટો હશે ?
- 15. મારી પાસે ₹ 1, ₹ 2 અને ₹ 5ના મૂલ્યવાળા કુલ ₹ 300ના સિક્કા છે. ₹ 2ના સિક્કાની સંખ્યા, ₹ 5ના સિક્કા કરતાં ત્રણ ગણી છે. જો સિક્કાની કુલ સંખ્યા 160 હોય તો દરેક મૂલ્યના સિક્કાઓની સંખ્યા શોધો.
- 16. એક નિબંધ સ્પર્ધાના આયોજકોએ પ્રત્યેક વિજેતાને ₹ 100 તથા વિજયી ન બનનારા દરેક સ્પર્ધકને ₹ 25નો પુરસ્કાર આપવાનું નક્કી કરેલ છે. જો પુરસ્કાર સ્વરૂપે આપવામાં આવેલ કુલ રકમ ₹ 3,000 હોય તો કુલ 63 સ્પર્ધકોમાંથી વિજેતા થનાર સ્પર્ધકની સંખ્યા શોધો.

2.4 બંને બાજુ ચલ હોય તેવા સમીકરણોનો ઉકેલ

સમીકરણ એ બે પદાવલિઓનાં મૂલ્યો વચ્ચેની સમતા છે.

સમીકરણ 2x - 3 = 7 માં રહેલી બે



પદાવલિઓ અનુક્રમે 2x-3 અને 7 છે. અત્યાર સુધી આપ $\overline{\mathfrak{g}}$ લીધેલા દરેક ઉદાહરણમાં જમ્ \mathfrak{g} ી બાજુ ફક્ત સંખ્યા જ હતી. પરંતુ, આવું આવશ્યક નથી. બંને બાજુ ચલવાળી પદાવલિ પણ હોઈ શકે. ઉદાહરણ તરીકે 2x - 3 = x + 2 માં બંને બાજુએ ચલ હોય તેવી પદાવલિઓ છે. ડાબી બાજુની પદાવલિ 2x - 3 છે અને જમણી બાજુની પદાવલિ x + 2 છે.

• હવે આપણે બંને બાજુ ચલવાળી પદાવલિઓ હોય તેવાં સમીકરણોનો ઉકેલ કેવી રીતે મેળવવો તે વિશે ચર્ચા કરીએ.

ઉદાહરણ 12 : ઉકેલ શોધો : 2x - 3 = x + 2

ઉકેલ : આપણી પાસે

$$\therefore 2x = x + 2 + 3$$

$$\therefore 2x = x + 5$$

$$\therefore 2x - x = x + 5 - x \qquad (બંને બાજુથી x બાદ કરતાં)$$

$$x = 5 (3se)$$

અહીંયાં આપણે સમીકરણની બંને બાજુથી ફક્ત સંખ્યા (અચળ પદ) જ નહીં પરંતુ ચલવાળું પદ પણ બાદ કરેલ છે. કારણ કે ચલ પોતે પણ એક સંખ્યા જ છે. ધ્યાન રાખો અહીં બંને બાજુથી x બાદ કરવું તે હકીકતમાં x ને ડાબી બાજુ લઈ જવાની ક્રિયા છે.

ઉદાહરણ 13 : ઉકેલ શોધો : $5x + \frac{7}{2} = \frac{3}{2}x - 14$

ઉકેલ : બંને બાજુને 2 વડે ગુણતાં,

$$2 \times (5x + \frac{7}{2}) = 2 \times (\frac{3}{2}x - 14)$$

$$\therefore (2 \times 5x) + (2 \times \frac{7}{2}) = (2 \times \frac{3}{2}x) - (2 \times 14)$$

$$10x + 7 = 3x - 28$$

$$\therefore 10x - 3x + 7 = -28$$
 (3 x ને ડા.બા. લઈ જતાં)

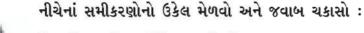
$$\therefore 7x + 7 = -28$$

$$7x = -28 - 7$$

$$\therefore 7x = -35$$

$$\therefore x = \frac{-35}{7} \qquad અથવા \qquad x = -5 \tag{3કેલ}$$

स्वाध्याय 2.3





1.
$$3x = 2x + 18$$

2.
$$5t - 3 = 3t - 5$$

1.
$$3x = 2x + 18$$
 2. $5t - 3 = 3t - 5$ **3.** $5x + 9 = 5 + 3x$

4.
$$4z + 3 = 6 + 2z$$

5.
$$2x - 1 = 14 - x$$

4.
$$4z + 3 = 6 + 2z$$
 5. $2x - 1 = 14 - x$ **6.** $8x + 4 = 3(x - 1) + 7$

7.
$$x = \frac{4}{5}(x + 10)$$

7.
$$x = \frac{4}{5}(x+10)$$
 8. $\frac{2x}{3} + 1 = \frac{7x}{15} + 3$ 9. $2y + \frac{5}{3} = \frac{26}{3} - y$

9.
$$2y + \frac{5}{3} = \frac{26}{3} - y$$

10.
$$3m = 5m - \frac{8}{5}$$

2.5 થોડાક વધારે ઉદાહરણો

ઉદાહરણ 14: બે અંકોની એક સંખ્યાના અંકોનો તફાવત 3 છે. અંકોની અદલાબદલી કરીને મળતી નવી સંખ્યાને મૂળ સંખ્યામાં ઉમેરતાં 143 મળે છે તો મૂળ સંખ્યા શોધો.

ઉકેલ : દાખલા તરીકે, બે અંકોવાળી એક સંખ્યા, ધારો કે 56 લઈએ.

આને આપણે આ પ્રકારે લખી શકીએ.

$$56 = (10 \times 5) + 6$$

હવે સંખ્યાના અંકોની અદલાબદલી કરતાં આપણને 65 મળે જેને આપણે $(10 \times 6) + 5$ પ્રમાણે લખી શકીએ. ધારો કે બે અંકોવાળી સંખ્યામાં, એકમનો અંક b છે. હવે, બંને અંકોનો તફાવત 3 છે તેથી દશકનો એક b+3 થાય. આમ, બે અંકોવાળી સંખ્યા 10 (b+3)+b=10b+30+b=11b+30થાય.

અંકોની અદલાબદલી કરતાં મળતી નવી સંખ્યા

$$10b + (b + 3) = 11b + 3$$
 થાય.

બંને સંખ્યાનો સરવાળો કરતાં (11b + 30) + (11b + 3)

$$= 11b + 11b + 30 + 3$$

શું આપણે દશકનો અંક (b-3) લઈ શકીએ ? પ્રયત્ન કરો અને જુઓ શું જવાબ મળે છે.

ધ્યાન રાખો, આ ઉકેલમાં આપણે

દશકનો અંક એકમના અંક કરતાં

ત્રણ વધારે લીધો છે. દશકના

અંકને (b-3) લઈને જુઓ શું

ઉકેલ મળે છે ?

$$= 22b + 33$$
 મળે.

બંને સંખ્યાનો સરવાળો 143 છે. માટે 22b + 33 = 143

$$\therefore 22b = 143 - 33$$

$$\therefore 22b = 110$$

$$b = \frac{110}{22}$$

$$\therefore b = 5$$

આમ, એકમનો અંક 5 છે, માટે દશકનો અંક

$$5 + 3 = 8$$

ઉદાહરણમાં આપેલ કુટ • પ્રશ્ન 58 અને 85 બંને સંખ્યા માટે સાચો છે. આમ બંને ઉત્તર

તાળો મેળવો : અંકોની અદલાબદલી કરતાં 58 મળે છે અને 58

અને 85નો સરવાળો પ્રશ્નમાં જણાવ્યા મુજબ 143 થાય છે.

સાચા છે.

ઉદાહરણ 15 : અર્જુનની હાલની ઉંમર શ્રીયાની હાલની ઉંમરથી બમણી છે. 5 વર્ષ પહેલાં અર્જુનની ઉંમર શ્રીયાની ઉંમર કરતાં ત્રણ ગણી હતી તો બંનેની હાલની ઉંમર શોધો.

ઉકેલ : ધારો કે શ્રીયાની હાલની ઉંમર x વર્ષ છે. માટે, અર્જુનની હાલની ઉંમર 2x વર્ષ થાય.

શ્રીયાની 5 વર્ષ પહેલાંની ઉંમર : (x - 5) વર્ષ

 \therefore અર્જુનની 5 વર્ષ પહેલાંની ઉંમર : (2x - 5) વર્ષ

5 વર્ષ પહેલાં અર્જુનની ઉંમર શ્રીયાની ઉંમર કરતાં ત્રણ ગણી હતી.

માટે,
$$2x - 5 = 3(x - 5)$$

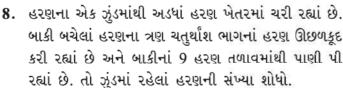
∴ $2x - 5 = 3x - 15$
 $15 - 5 = 3x - 2x$
 $10 = x$

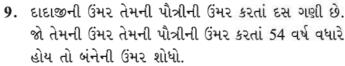
આમ, શ્રીયાની હાલની ઉંમર x=10 વર્ષ માટે, અર્જુનની હાલની ઉંમર $=2x=2\times 10=20$ વર્ષ

સ્વાધ્યાય 2.4

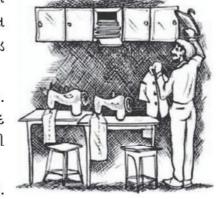
- 1. અમીના એક સંખ્યા ધારે છે. તે આ સંખ્યામાંથી $\frac{5}{2}$ બાદ કરી અને મળેલ પરિણામનો 8 વડે ગુણાકાર કરે છે. જો મળેલ નવું પરિણામ ધારેલ સંખ્યાનું ત્રણ ગણું હોય તો અમીનાએ ધારેલી સંખ્યા શોધો.
- 2. બે ધન સંખ્યાઓમાં પહેલી સંખ્યા બીજી સંખ્યા કરતાં 5 ગણી છે. દરેક સંખ્યામાં 21 ઉમેરતાં નવી મળેલ બંને સંખ્યાઓમાંથી પહેલી સંખ્યા બીજી સંખ્યા કરતાં બમણી થાય છે તો મૂળ સંખ્યાઓ શોધો.
- 3. બે અંકની સંખ્યાના અંકોનો સરવાળો 9 છે. જો અંકોની અદલાબદલી કરતાં મળેલ નવી સંખ્યા, મૂળ સંખ્યા કરતાં 27 વધારે હોય તો, મૂળ સંખ્યા શોધો.
- 4. બે અંકની સંખ્યાના અંકો પૈકી એક અંક બીજા અંક કરતાં ત્રણ ગણો છે. અંકોની અદલાબદલી કરતાં મળેલ નવી સંખ્યાને, મૂળ સંખ્યામાં ઉમેરતાં 88 મળે છે, તો મૂળ સંખ્યા શોધો.
- 5. સરોજની માતાની હાલની ઉંમર, સરોજની હાલની ઉંમર કરતાં છ ગણી છે. 5 વર્ષ પછી સરોજની ઉંમર તેની માતાની હાલની ઉંમર કરતાં ત્રીજા ભાગની થશે. તો બંનેની હાલની ઉંમર શોધો.
- 6. મહુલી ગામમાં જમીનનો એક સાંકડો લંબચોરસ ટુકડો શાળા બનાવવા માટે ફાળવેલ છે. પ્લોટની લંબાઈ અને પહોળાઈનો ગુણોત્તર 11: 4 છે. જો આ પ્લોટની ફરતે વાડ બનાવવા માટે ગ્રામપંચાયતને ₹ 100 પ્રતિ મીટરના દરે ₹ 75,000 ખર્ચ કરવા પડે તો પ્લોટની લંબાઈ અને પહોળાઈ શોધો.
- 7. હસન ગણવેશ બનાવવા માટે બે પ્રકારનું કાપડ ખરીદે છે. શર્ટ માટેના કાપડનો ભાવ ₹ 50 પ્રતિ મીટર છે તથા પાટલુનના કાપડનો ભાવ ₹ 90 પ્રતિ મીટર છે. શર્ટના પ્રત્યેક 3 મીટર કાપડ માટે

તે પાટલૂનનું 2 મીટર કાપડ ખરીદે છે. તે આ કાપડને અનુક્રમે 12% અને 10% નફા સાથે વેચે છે, તેને કુલ ₹ 36,600 મળે છે, તો તેણે પાટલૂન માટે કેટલું કાપડ ખરીદ્યું હશે ?





10. અમનની હાલની ઉંમર તેના પુત્રની હાલની ઉંમર કરતાં ત્રણ ગણી છે. 10 વર્ષ પહેલાં તેની ઉંમર તેના પુત્રની ઉંમર કરતાં પાંચગણી હોય તો તેમની હાલની ઉંમર શોધો.



2.6 સમીકરણનું સરળ સ્વરૂપમાં રૂપાંતરણ

ઉદાહરણ 16 : ઉકેલ શોધો : $\frac{6x+1}{3}+1=\frac{x-3}{6}$

ઉકેલ : બંને બાજુને 6 વડે ગુણતાં

$$\frac{6(6x+1)}{3} + 6 \times 1 = \frac{6(x-3)}{6}$$

$$\therefore 2(6x + 1) + 6 = x - 3$$

$$\therefore 12x + 2 + 6 = x - 3$$

$$\therefore 12x + 8 = x - 3$$

$$\therefore 12x - x + 8 = -3$$

$$11x + 8 = -3$$

$$\therefore 11x = -3 - 8$$

$$11x = -11$$

$$\therefore x = -1$$

6 વડે જ કેમ ? અહીં બંને બાજુ પર રહેલ પદોના છેદનો લ. સા. અ. 6 છે.

(કૌંસ છોડતાં)

(જોઈતું પરિણામ)

ચકાસો : ડા.બા.
$$\frac{6(-1)+1}{3}+1=\frac{-6+1}{3}+1=\frac{-5}{3}+\frac{3}{3}$$
$$=\frac{-5+3}{3}=\frac{-2}{3}$$

$$\%. \mathfrak{Al.} = \frac{(-1)-3}{6} = \frac{-4}{6} = \frac{-2}{3}$$

ઉદાહરણ 17 : ઉકેલ શોધો :
$$5x - 2(2x - 7) = 2(3x - 1) + \frac{7}{2}$$

ઉકેલ : કૌંસને દૂર કરતાં,

$$\text{sl.} \text{ ell.} = 5x - 4x + 14 = x + 14$$

$$\text{8.41.} = 6x - 2 + \frac{7}{2} = 6x - \frac{4}{2} + \frac{7}{2} = 6x + \frac{3}{2}$$

આમ સમીકરણ, $x + 14 = 6x + \frac{3}{2}$

$$\therefore 14 = 6x - x + \frac{3}{2}$$

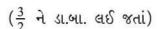
$$\therefore 14 = 5x + \frac{3}{2}$$

$$\therefore 14 - \frac{3}{2} = 5x$$

$$\therefore \frac{28-3}{2} = 5x$$

$$\therefore \quad \frac{25}{2} \quad = \quad 5x$$

$$\therefore x = \frac{25}{2} \times \frac{1}{5} = \frac{5 \times 5}{2 \times 5} = \frac{5}{2}$$



શું તમે જોયું કે સમીકરણને આપણે કેવી રીતે સરળ બનાવ્યું ? અહીંયાં, બંને તરફની પદાવલિઓમાં રહેલા પદોના છેદના લ. સા. અ. વડે બંને બાજુનો ગુણાકાર કર્યો.

આમ, $x = \frac{5}{2}$ એ સમીકરણનો જરૂરી ઉકેલ છે.

ચકાસો :ડા.બા. =
$$5 \times \frac{5}{2} - 2 \left(\frac{5}{2} \times 2 - 7\right)$$

= $\frac{25}{2} - 2 \left(5 - 7\right) = \frac{25}{2} - 2(-2)$
= $\frac{25}{2} + 4 = \frac{25 + 8}{2} = \frac{33}{2}$
જ.બા. = $2(\frac{5}{2} \times 3 - 1) + \frac{7}{2} = 2(\frac{15}{2} - \frac{2}{2}) + \frac{7}{2}$
= $\frac{2 \times 13}{2} + \frac{7}{2}$
= $\frac{26 + 7}{2} = \frac{33}{2} =$ ડા.બા.

^દયાન આપો, આ ઉદાહરણમાં આપણે કૌંસને ખોલી અને બંને બાજુએ રહેલાં સમાન પદોને મેળવીને સમીકરણને સરળ બનાવેલ છે.

સ્વાધ્યાય 2.5

નીચેનાં સુરેખ સમીકરણોનો ઉકેલ મેળવો :

1.
$$\frac{x}{2} - \frac{1}{5} = \frac{x}{3} + \frac{1}{4}$$

2.
$$\frac{n}{2} - \frac{3n}{4} + \frac{5n}{6} = 21$$

1.
$$\frac{x}{2} - \frac{1}{5} = \frac{x}{3} + \frac{1}{4}$$
 2. $\frac{n}{2} - \frac{3n}{4} + \frac{5n}{6} = 21$ **3.** $x + 7 - \frac{8x}{3} = \frac{17}{6} - \frac{5x}{2}$

4.
$$\frac{x-5}{3} = \frac{x-3}{5}$$

5.
$$\frac{3t-2}{4} - \frac{2t+3}{3} = \frac{2}{3}$$

4.
$$\frac{x-5}{3} = \frac{x-3}{5}$$
 5. $\frac{3t-2}{4} - \frac{2t+3}{3} = \frac{2}{3} - t$ **6.** $m - \frac{m-1}{2} = 1 - \frac{m-2}{3}$



સાદુંરૂપ આપી નીચેનાં સમીકરણોનો ઉકેલ મેળવો :

7.
$$3(t-3) = 5(2t+1)$$

8.
$$15(y-4) - 2(y-9) + 5(y+6) = 0$$

9.
$$3(5z-7)-2(9z-11)=4(8z-13)-17$$

10.
$$0.25 (4f - 3) = 0.05 (10f - 9)$$

2.7 સુરેખ સ્વરૂપે બદલી શકાય તેવા સમીકરણ

ઉદાહરણ 18 : ઉકેલ શોધો :
$$\frac{x+1}{2x+3} = \frac{3}{8}$$

ઉંકેલ : ધ્યાન આપો, આપેલ સમીકરણ સુરેખ સમીકરણ નથી. કારણ કે ડાબી બાજુની પદાવલિ સુરેખ નથી. પરંતુ આપણે તેને સુરેખ સમીકરણના સ્વરૂપમાં બદલી શકીએ છીએ. સમીકરણની બંને બાજુનો (2x + 3) વડે ગુણાકાર કરતાં

$$\left(\frac{x+1}{2x+3}\right) \times (2x+3) = \frac{3}{8}(2x+3)$$

ડા.બા. એથી (2x + 3)નો છેદ \Im ડી જશે આથી આપણને

$$x + 1 = \frac{3(2x + 3)}{8}$$
 મળશે.

હવે, આપણી પાસે એક સુરેખ સમીકરણ છે. જેનો ઉકેલ આપણને મેળવતાં આવડે છે. બંને બાજુને 8 વડે ગુણતાં

$$8(x + 1) = 3 (2x + 3)$$

$$8x + 8 = 6x + 9$$

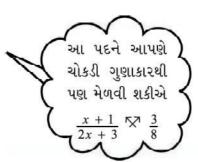
$$8x = 6x + 9 - 8$$

$$8x = 6x + 1$$

$$8x - 6x = 1$$

$$2x = 1$$

$$x = \frac{1}{2}$$



 $634: x = \frac{1}{2}$

તાળો મેળવો : ડા.બા.નો અંશ =
$$\frac{1}{2}$$
 + 1 = $\frac{1+2}{2}$ = $\frac{3}{2}$

ડા.બા.નો છેદ =
$$2x + 3 = 2 \times \frac{1}{2} + 3 = 1 + 3 = 4$$

$$\therefore$$
 ડા.બા. = અંશ ÷ છેદ = $\frac{3}{2}$ ÷ 4
$$= \frac{3}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{3}{8}$$

ઉદાહરણ 19: અનુ અને રાજની હાલની ઉંમરનો ગુણોત્તર 4: 5 છે. 8 વર્ષ પછીની તેમની ઉંમરનો ગુણોત્તર 5 : 6 થાય તો તેમની હાલની ઉંમર શોધો.

ઉંકેલ : ધારો કે અનુ અને રાજની હાલની ઉંમર અનુક્રમે 4x અને 5x છે.

8 વર્ષ પછી, અનુની ઉંમર = (4x + 8) વર્ષ

8 વર્ષ પછી, રાજની ઉંમર = (5x + 8) વર્ષ

આમ, 8 વર્ષ પછી તેમની ઉંમરનો ગુણોત્તર = $\frac{4x+8}{5x+8}$

પરંતુ, ગુણોત્તર 5 : 6 આપેલ છે.

$$\frac{4x + 8}{5x + 8} = \frac{5}{6}$$

ચોકડી ગુણાકાર કરતાં 6(4x + 8) = 5(5x + 8)

$$\therefore$$
 24x + 48 = 25x + 40

$$\therefore$$
 24x + 48 - 40 = 25x

$$\therefore 24x + 8 = 25x$$

$$\therefore 8 = 25x - 24x$$

$$\therefore 8 = x$$

અનુની હાલની ઉંમર $=4x=4\times 8=32$ વર્ષ આમ, રાજની હાલની ઉંમર $= 5x = 5 \times 8 = 40$ વર્ષ

સ્વાધ્યાય 2.6

નીચે આપેલાં સમીકરણો ઉકેલો :

1.
$$\frac{8x-3}{3x} = 2$$

1.
$$\frac{8x-3}{3x} = 2$$
 2. $\frac{9x}{7-6x} = 15$ **3.** $\frac{z}{z+15} = \frac{4}{9}$

3.
$$\frac{z}{z+15} = \frac{4}{9}$$

4.
$$\frac{3y+4}{2-6y} = \frac{-2}{5}$$
 5. $\frac{7y+4}{y+2} = \frac{-4}{3}$

5.
$$\frac{7y+4}{y+2} = \frac{-4}{3}$$

- 6. હરિ અને હૅરીની હાલની ઉંમરનો ગુણોત્તર 5 : 7 છે. 4 વર્ષ પછી તેમની ઉંમરનો ગુણોત્તર 3 : 4 હશે તો તેમની હાલની ઉંમર શોધો.
- 7. એક અપૂર્શાંકનો છેદ તેના અંશ કરતાં 8 વધારે છે. જો તેના અંશમાં 17 ઉમેરવામાં આવે અને છેદમાંથી 1 બાદ કરવામાં આવે તો મળતો નવો અપૂર્શાંક $\frac{3}{2}$ હોય તો મૂળ અપૂર્શાંક શોધો.



આપણે શું ચર્ચા કરી ?

- 1. બૈજિક સમીકરણ એ ચલોના ઉપયોગથી બનતી સમતા છે. તે દર્શાવે છે કે સમતાના ચિહ્નની એક બાજુ આવેલ પદાવલિનું મૂલ્ય તેની બીજી બાજુ આવેલ પદાવલિના મૂલ્ય જેટલું જ હોય.
- 2. ધોરણ VI, VII અને VIII માં આપણે જેનો અભ્યાસ કર્યો હતો તે સમીકરણો એક ચલ સુરેખ સમીકરણો હતાં. આ સમીકરણોમાં સમીકરણ બનાવવા ઉપયોગ થયેલ પદાવલિમાં ફક્ત એક જ ચલ હતો અને આ બધાં જ સમીકરણો સુરેખ હતાં અર્થાત્ સમીકરણમાં રહેલા ચલની અધિકતમ ઘાત 1 હતી.
- 3. સુરેખ સમીકરણનો ઉકેલ કોઈપણ સંમેય સંખ્યા હોઈ શકે છે.
- 4. સમીકરણની બંને બાજુએ સુરેખ પદાવલિઓ હોઈ શકે છે. ધોરણ 6 અને 7 માં અભ્યાસ કરેલ સમીકરણમાં કોઈપણ એક બાજુ ફક્ત સંખ્યા હતી.
- 5. સંખ્યાની જેમ જ ચલને પણ એક બાજુથી બીજી બાજુ તરફ લઈ જઈ શકાય છે.
- 6. ક્યારેક ઉકેલ લાવતાં પહેલાં, સમીકરણ બનાવવામાં વપરાયેલ પદાવલિઓને તેમના સરળ સ્વરૂપમાં ફેરવવામાં આવે છે. શરૂઆતમાં અમુક સમીકરણ સુરેખ નથી હોતાં પરંતુ સમીકરણની બંને બાજુઓને યોગ્ય પદાવલિ વડે ગુણીને તેમને સુરેખ સમીકરણમાં બદલી શકાય છે.
- 7. વિવિધ પ્રકારના કૂટપશ્નોનો ઉકેલ મેળવવામાં સુરેખ સમીકરણ ઉપયોગી છે. સંખ્યા, ઉંમર, પરિમિતિ, ચલણી સિક્કા તથા નોટો પર આધારિત કૂટપશ્નોના ઉકેલ સુરેખ સમીકરણના ઉપયોગથી મેળવી શકાય છે.

