

# ત્રિકોણની એકરૂપતા



## 7.1 પ્રસ્તાવના

હવે તમે ખૂબ અગત્યનો ભૌમિતિક ખ્યાલ શીખવા માટે તૈયાર છો જેને ‘એકરૂપતા’ (Congruence) કહેવાય છે. તમારે ત્રિકોણની એકરૂપતા વિશે ઘણું શીખવાનું છે. એકરૂપતા શું છે એ સમજવા માટે આપણે કેટલીક પ્રવૃત્તિઓ કરીએ.

### આ કરો

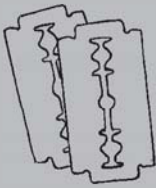
એકસરખા મૂલ્યની બે ટપાલ ટિકિટો લો. (આકૃતિ 7.1) એક ટિકિટ પર બીજી મૂકો. તમે શું અવલોકન કર્યું ?



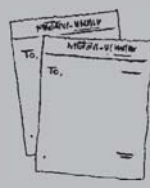
આકૃતિ 7.1

એક ટિકિટ, બીજીને પૂરેપૂરી ચોક્કસાઈથી ઢાંકી દે છે. આનો અર્થ એ થયો કે બંને ટિકિટ એક જ આકાર અને માપની છે. આવી વસ્તુઓ એકરૂપ કહેવાય છે. તમે લીધેલી બે ટિકિટ એકબીજાને એકરૂપ છે. એકરૂપ વસ્તુઓ એકબીજાની નકલ હોય છે. શું હવે તમે કહી શકો કે નીચેની વસ્તુઓ એકરૂપ છે કે નહિ ?

1. એક જ ઉત્પાદકની બ્લેડ [આકૃતિ 7.2 (i)]
2. એક જ લેટરપેડના કાગળ [આકૃતિ 7.2 (ii)]
3. એક જ પેકેટમાંના બિસ્કિટ [આકૃતિ 7.2 (iii)]
4. એક જ બીબાંમાંથી બનેલાં રમકડાં [આકૃતિ 7.2 (iv)]



(i)



(ii)



(iii)



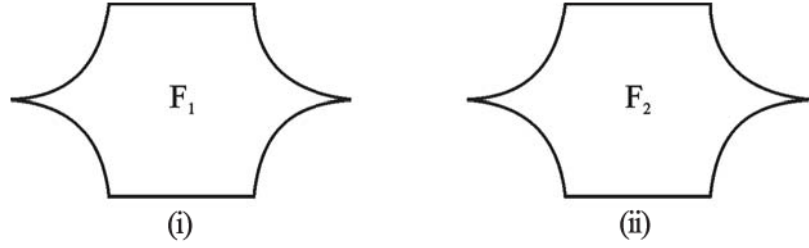
(iv)

આકૃતિ 7.2

બે વસ્તુઓ એકરૂપ હોવાના સંબંધને **એકરૂપતા** કહે છે. અત્યારે આપણે માત્ર સમતલીય આકૃતિઓની જ વાત કરીશું, જો કે એકરૂપતા એ ત્રિપરિમાણીય આકારોને પણ લાગુ પડતો સામાન્ય ખ્યાલ છે. આપણે જે સમતલીય આકૃતિઓ જાણીએ છીએ તેની એકરૂપતાના ખ્યાલને ચોકસાઈભરી રીતે શીખીશું.

## 7.2 સમતલીય આકૃતિઓની એકરૂપતા (Congruence of Plane Figures)

અહીં આપેલી બે આકૃતિઓ જુઓ (આકૃતિ 7.3). શું તે એકરૂપ છે ?

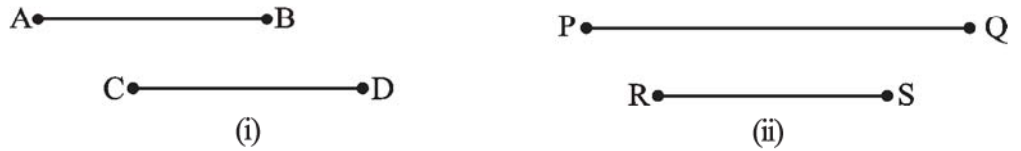


આકૃતિ 7.3

તમે એક પર બીજી આકૃતિ ગોઠવવાની રીતનો ઉપયોગ કરી શકો. એકની નકલ પારદર્શક કાગળ પર લો અને તેને બીજા ઉપર ગોઠવો. જો આકૃતિઓ એકબીજાને સંપૂર્ણપણે આવરી લે તો તેઓ એકરૂપ છે અથવા તમે એકને કાપીને બીજા પર ગોઠવી શકો. ધ્યાન રાખજો, કાપેલી કે દોરેલી આકૃતિને વાળવાની, ફેરવવાની કે ખેંચવાની નથી. આકૃતિ 7.3માં જો  $F_1$  એ  $F_2$  ને એકરૂપ હોય તો  $F_1 \cong F_2$  લખાય.

## 7.3 રેખાખંડોમાં એકરૂપતા (Congruence among Line Segments)

બે રેખાખંડ એકરૂપ ક્યારે હોય ? નીચે આપેલ રેખાખંડની બે જોડનું અવલોકન કરો (આકૃતિ 7.4).



આકૃતિ 7.4

આકૃતિ 7.4(i) માં આપેલ જોડી માટે નકલ કરીને એકને બીજા પર ગોઠવવાની રીતનો ઉપયોગ કરો.  $\overline{CD}$  ની નકલ કરો અને તેને  $\overline{AB}$  પર મૂકો. તમે જોશો  $\overline{CD}$ ,  $\overline{AB}$  ને આવરી લે છે અને C એ A પર અને D એ B પર આવે છે. આથી આ રેખાખંડો એકરૂપ છે. આપણે  $\overline{AB} \cong \overline{CD}$  લખીશું.

આ જ પ્રવૃત્તિ આકૃતિ 7.4(ii)માં આપેલ જોડી માટે કરો. શું જોવા મળે છે ? તેઓ એકરૂપ નથી. તમને કેવી રીતે ખબર પડી ? જ્યારે એકને બીજા પર મૂકવામાં આવે ત્યારે પૂરેપૂરા આવરિત થતાં નથી.

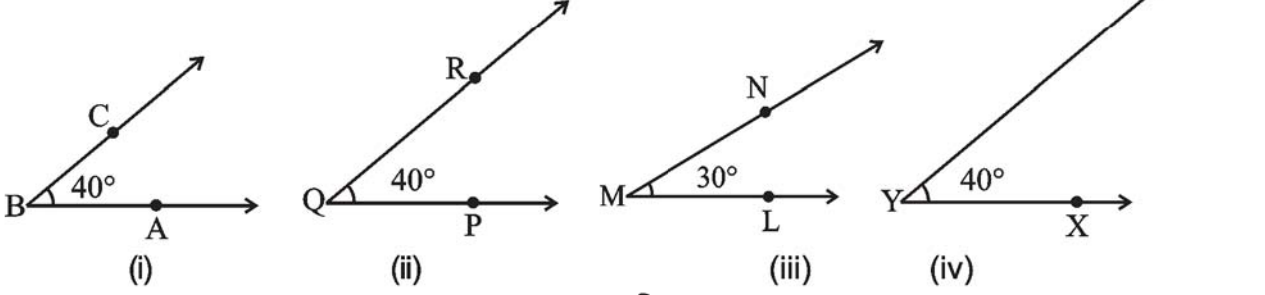
અત્યાર સુધીમાં તમે નોંધ્યું હશે કે આકૃતિ 7.4(i)માંના રેખાખંડો બરાબર બંધબેસતા આવે છે કારણ તેમની લંબાઈ સમાન છે. જ્યારે આકૃતિ 7.4(ii) માટે આવું નથી.

જો બે રેખાખંડને સમાન (એટલે કે સરખી) લંબાઈ હોય તો તેઓ એકરૂપ છે. વળી, જો બે રેખાખંડ એકરૂપ હોય તો તેમની લંબાઈ સમાન છે.

ઉપરની હકીકતના સંદર્ભમાં, જ્યારે બે રેખાખંડ એકરૂપ હોય તો ક્યારેક એટલું જ કહીએ છીએ કે રેખાખંડો સમાન છે અને  $AB = CD$  એવું જ લખીએ છીએ. (જોકે આપણો કહેવાનો ભાવાર્થ  $\overline{AB} \cong \overline{CD}$  છે.)

#### 7.4 ખૂણાઓની એકરૂપતા (Congruence of Angles)

અહીં આપેલા ચાર ખૂણા જુઓ (આકૃતિ 7.5).



આકૃતિ 7.5

$\angle PQR$ ની નકલ પારદર્શક કાગળ પર કરો. તેને  $\angle ABC$  ઉપર મૂકો. એ માટે પહેલાં  $Q$ ને  $B$  પર મૂકો અને  $\overline{QP}$ ને  $\overline{BA}$  પર મૂકો.  $\overline{QR}$  ક્યાં આવે છે ? જુઓ કે એ  $\overline{BC}$  પર આવે છે.

આમ,  $\angle PQR$ ,  $\angle ABC$  સાથે બરાબર બંધબેસતો આવે છે. એટલે કે  $\angle ABC$  અને  $\angle PQR$  એકરૂપ છે.

(નોંધો કે આ બંને એકરૂપ ખૂણાનાં માપ સરખાં છે.)

આપણે  $\angle ABC \cong \angle PQR$  લખીશું.

(i)

અથવા  $m\angle ABC = m\angle PQR$  (અહીં માપ  $40^\circ$  છે.)

હવે તમે  $\angle LMN$ ની પારદર્શક કાગળ પર નકલ કરો. તેને  $\angle ABC$ ની ઉપર મૂકવાનો પ્રયત્ન કરો.  $M$ ને  $B$  પર અને  $\overline{ML}$ ને  $\overline{BA}$  પર ગોઠવો.  $\overline{MN}$ ,  $\overline{BC}$  પર આવે છે ? ના, અહીં એવું થતું નથી. તમને જોવા મળશે કે  $\angle ABC$  અને  $\angle LMN$  એકબીજાને પૂરેપૂરાં આવરી લેતાં નથી. આથી તેઓ એકરૂપ નથી.

(નોંધો કે અહીં  $\angle ABC$  અને  $\angle LMN$  નાં માપ સરખાં નથી.)

$\angle XYZ$  અને  $\angle ABC$  વિશે શું થશે ? આકૃતિ 7.5(iv)માંના કિરણ  $\overline{YX}$  અને  $\overline{YZ}$  અનુક્રમે  $\overline{BA}$  અને  $\overline{BC}$  કરતાં વધુ લાંબાં જણાય છે. આથી તમે કદાચ એવું વિચારો કે  $\angle ABC$ ,  $\angle XYZ$  કરતાં નાનો છે. પરંતુ યાદ રાખો કે આકૃતિમાંનાં કિરણ માત્ર દિશા દર્શાવે છે, લંબાઈ નથી દર્શાવતાં. એકને બીજા પર ગોઠવતાં જણાશે કે આ બંને ખૂણા પણ એકરૂપ છે.

આપણે  $\angle ABC \cong \angle XYZ$  લખીશું.

(ii)

અથવા  $m\angle ABC = m\angle XYZ$

(i) અને (ii) પરથી આપણે

$$\angle ABC \cong \angle PQR \cong \angle XYZ \text{ પણ લખી શકીએ.}$$

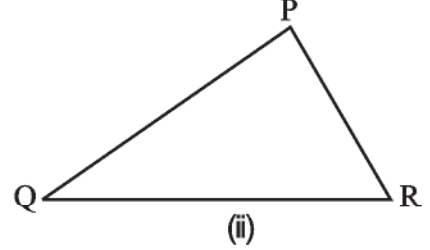
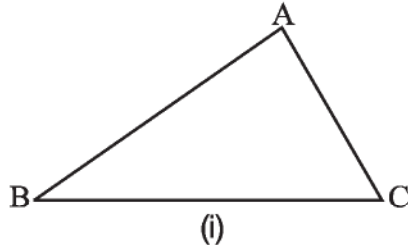
જો બે ખૂણાનાં માપ સમાન હોય તો તેઓ એકરૂપ છે. વળી, જો બે ખૂણા એકરૂપ હોય તો તેમનાં માપ સમાન હોય.

રેખાખંડની જેમ જ, ખૂણાની એકરૂપતા સંપૂર્ણપણે તેમનાં માપની સમાનતા પર જ આધારિત છે. આથી બે ખૂણા એકરૂપ છે એવું કહેવા માટે આપણે ક્યારેક એટલું જ કહીએ કે ખૂણાઓ સરખા છે અને  $\angle ABC = \angle PQR$  એમ લખીએ (જેનો અર્થ  $\angle ABC \cong \angle PQR$  છે).

### 7.5 ત્રિકોણની એકરૂપતા (Congruence of Triangles)

આપણે જોયું કે બે રેખાખંડ એકરૂપ હોય તો તેમાંનો એક એ બીજાની નકલ જ હોય. તે જ રીતે એક ખૂણો બીજા ખૂણાની નકલ જ હોય તો તેઓ એકરૂપ છે. હવે આ જ ખ્યાલને ત્રિકોણ સુધી લઈ જઈએ.

જો બે ત્રિકોણ એકબીજાની નકલ હોય અને જ્યારે એક પર બીજો મૂકવામાં આવે ત્યારે પરસ્પર પૂરેપૂરા આવરી લે તો તેઓ એકરૂપ છે.



આકૃતિ 7.6

$\triangle ABC$  અને  $\triangle PQR$ નાં માપ અને આકાર સમાન છે. તે એકરૂપ છે.

આને આપણે આ રીતે લખીશું.  $\triangle ABC \cong \triangle PQR$

આનો અર્થ એ થયો કે જ્યારે તમે  $\triangle PQR$ ને  $\triangle ABC$  પર મૂકશો ત્યારે P એ A પર Q એ B પર અને R એ C પર આવશે. એટલું જ નહિ પણ  $\overline{PQ}$  એ  $\overline{AB}$  પર  $\overline{QR}$  એ  $\overline{BC}$  પર અને  $\overline{PR}$  એ  $\overline{AC}$  પર આવશે. જો આપેલી સંગતતા માટે, બે ત્રિકોણ એકરૂપ હોય તો તેના સંગત ભાગો (એટલે કે ખૂણા અને બાજુઓ) જે એકબીજા સાથે મળતા આવે છે તે સમાન છે. આમ, આ બે એકરૂપ ત્રિકોણમાં,

સંગત શિરોબિંદુઓ : A અને P, B અને Q, C અને R

સંગત બાજુઓ :  $\overline{AB}$  અને  $\overline{PQ}$ ,  $\overline{BC}$  અને  $\overline{QR}$ ,  $\overline{AC}$  અને  $\overline{PR}$

સંગત ખૂણાઓ :  $\angle A$  અને  $\angle P$ ,  $\angle B$  અને  $\angle Q$ ,  $\angle C$  અને  $\angle R$  છે.

જો તમે  $\triangle PQR$ ને  $\triangle ABC$  પર એવી રીતે ગોઠવો કે જેથી P એ B પર આવે તો બીજાં શિરોબિંદુઓ યોગ્ય રીતે સંગત થશે ? એમ થવું જરૂરી નથી ! ત્રિકોણની નકલ કરો અને પ્રયત્ન કરીને શોધો.

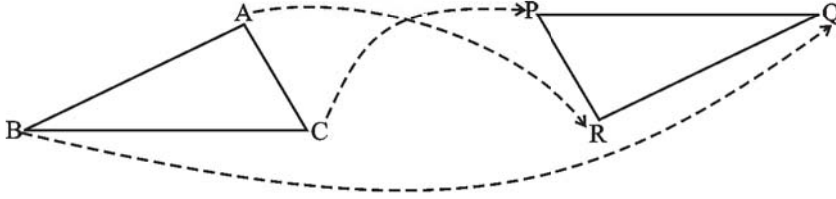
આના પરથી ફલિત થાય છે કે ત્રિકોણની એકરૂપતાની વાત કરતી વખતે માત્ર ખૂણાનાં માપ અને બાજુની લંબાઈ જ (ધ્યાનમાં લેવાની) અગત્યની નથી પરંતુ શિરોબિંદુની સંગતતા પણ જોવાની છે.

ઉપરના ઉદાહરણમાં  $A \leftrightarrow P$  વંચાય: A સંગત P, B  $\leftrightarrow$  Q, C  $\leftrightarrow$  R સંગતતા છે જેને આપણે  $ABC \leftrightarrow PQR$  પણ લખી શકીએ.

**ઉદાહરણ 1**  $\triangle ABC$  અને  $\triangle PQR$  ની સંગતતા  $ABC \leftrightarrow RQP$  માટે એકરૂપ છે.

(i)  $\overline{PQ}$  (ii)  $\angle Q$  (iii)  $\overline{RP}$  ને સંગત  $\triangle ABC$  ના ભાગ લખો.

**ઉકેલ** સંગતતાની સારી સમજ માટે આપણે આકૃતિ (આકૃતિ 7.7)નો ઉપયોગ કરીએ.



આકૃતિ 7.7

સંગતતા  $ABC \leftrightarrow RQP$  છે. એનો અર્થ એ કે,

$A \leftrightarrow R$ ;  $B \leftrightarrow Q$  અને  $C \leftrightarrow P$  છે.

આથી, (i)  $\overline{PQ} \leftrightarrow \overline{CB}$  (ii)  $\angle Q \leftrightarrow \angle B$  (iii)  $\overline{RP} \leftrightarrow \overline{AC}$

### વિચારો, ચર્ચા કરો અને લખો

- જો બે ત્રિકોણ  $ABC$  અને  $PQR$  આપેલા હોય તો છ સંગતતાઓની શક્યતાઓ છે. તેમાંની બે (i)  $ABC \leftrightarrow PQR$  અને (ii)  $ABC \leftrightarrow QRP$  છે.

કાપેલા ત્રિકોણનો ઉપયોગ કરીને બાકીની ચાર સંગતતા મેળવો. શું આ બધી સંગતતા માટે એકરૂપતા મળશે ? વિચારો.



### સ્વાધ્યાય 7.1

- નીચેનાં વિધાનો પૂરાં કરો :

(a) બે રેખાખંડ એકરૂપ ત્યારે થાય જો \_\_\_\_\_ .

(b) બે એકરૂપ ખૂણાઓ પૈકી એક ખૂણાનું માપ  $70^\circ$  છે તો બીજા ખૂણાનું માપ \_\_\_\_\_ થાય.

(c) જ્યારે આપણે  $\angle A = \angle B$  એમ લખીએ ત્યારે સાચો અર્થ \_\_\_\_\_ થાય.

- એકરૂપ આકારનાં બે ઉદાહરણ રોજિંદા જીવનમાંથી આપો.

- જો સંગતતા  $ABC \leftrightarrow FED$  માટે  $\triangle ABC \cong \triangle FED$  છે તો બંને ત્રિકોણના બધા અનુરૂપ એકરૂપ ભાગ લખો.

- જો  $\triangle DEF \cong \triangle BCA$  હોય તો  $\triangle DEF$  નાં નીચેનાં અંગોને અનુરૂપ  $\triangle BCA$ ના ભાગ લખો :

(i)  $\angle E$  (ii)  $\overline{EF}$  (iii)  $\angle F$  (iv)  $\overline{DF}$





### 7.6 ત્રિકોણની એકરૂપતા માટેની શરતો

આપણે રોજિંદા જીવનમાં વારંવાર ત્રિકોણાકાર વસ્તુઓ અને પેટર્નનો ઉપયોગ કરીએ છીએ. આથી બે ત્રિકોણાકાર ક્યારે એકરૂપ થાય એ શોધવું લાભદાયી થશે. જો તમારી નોટમાં બે ત્રિકોણ દોરેલા હોય અને તે એકરૂપ છે કે નથી તે ચકાસવું હોય તો દરેક

વખતે એક ત્રિકોણને કાપીને બીજા ઉપર ગોઠવવાની રીત ન કરી શકાય. તેને બદલે જો આપણે યોગ્ય માપના ઉપયોગથી એકરૂપતાનો નિર્ણય કરી શકીએ તો તે વધુ ઉપયોગી થશે. આપણે એવું કરવાનો પ્રયત્ન કરીએ.

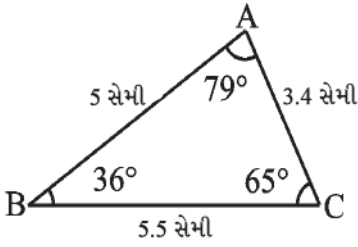
#### એક રમત

અપ્પુ અને ટપુ એક રમત રમે છે. અપ્પુએ એક  $\triangle ABC$  દોર્યો છે (આકૃતિ 7.8) અને તેની દરેક બાજુની લંબાઈ અને દરેક ખૂણાનાં માપ નોંધ્યાં છે. ટપુએ આ લખાણ જોયું નથી. અપ્પુ ટપુને પડકાર આપે છે કે એ ટપુને કેટલીક માહિતી આપે તેના પરથી તેણે  $\triangle ABC$ ની નકલ બનાવવી. અપ્પુએ આપેલ માહિતીનો ઉપયોગ કરીને ટપુ  $\triangle ABC$ ને એકરૂપ ત્રિકોણ બનાવવાનો પ્રયત્ન કરે છે. રમત શરૂ થાય છે. તેમના વચ્ચે થતી વાતચીત અને રમતને ધ્યાનપૂર્વક સમજવાનો પ્રયત્ન કરો.

#### બાબાબા (SSS) રમત

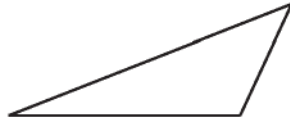
અપ્પુ :  $\triangle ABC$ ની એક બાજુ 5.5 સેમીની છે.

ટપુ : આ માહિતી પરથી હું ઘણા બધા ત્રિકોણ દોરી શકું (આકૃતિ 7.9). પરંતુ તે બધા  $\triangle ABC$ ની નકલ થવા જરૂરી નથી. મેં દોરેલો ત્રિકોણ ગુરૂકોણ, કાટકોણ કે લઘુકોણ હોઈ શકે. જેમ કે નીચેનાં કેટલાંક ઉદાહરણો -

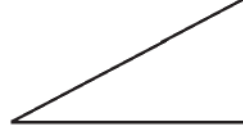


આકૃતિ 7.8

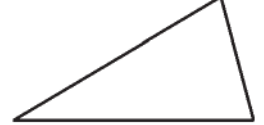
અપ્પુએ દોરેલ ત્રિકોણ



5.5 સેમી  
(ગુરુકોણ ત્રિકોણ)



5.5 સેમી  
(કાટકોણ ત્રિકોણ)



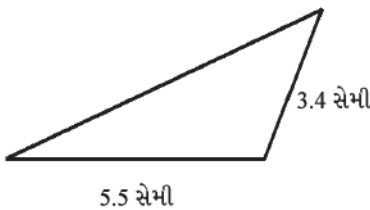
5.5 સેમી  
(લઘુકોણ ત્રિકોણ)

#### આકૃતિ 7.9

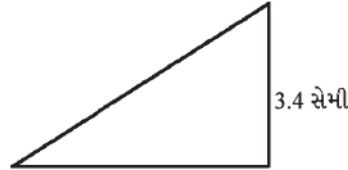
મેં બીજી બાજુનાં માપ યાદચ્છિક (ગમે તે) રાખ્યાં છે. આથી મને જેના પાયાનું માપ 5.5 સેમી હોય તેવા ઘણા ત્રિકોણ મળે છે.

આથી,  $\triangle ABC$ ની નકલ કરવા માટે (અથવા એકરૂપ ત્રિકોણ રચવા માટે) એક બાજુનું માપ પૂરતું નથી. અપ્પુ : ભલે હું તને વધુ એક બાજુની લંબાઈ આપું છું.  $\triangle ABC$ ની બે બાજુની લંબાઈ 5.5 સેમી અને 3.4 સેમી લો.

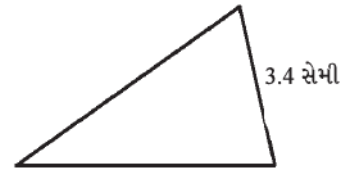
ટપુ : આટલું પણ પૂરતું થશે નહિ. આપેલી માહિતી પરથી હું ઘણા ત્રિકોણ દોરી શકું જે  $\triangle ABC$ ની નકલ નહિ થાય જેમ કે - (આકૃતિ 7.10) અહીં મારી દલીલના સમર્થન માટે કેટલીક વિગત છે.



5.5 સેમી



5.5 સેમી



5.5 સેમી

#### આકૃતિ 7.10

જો માત્ર બે બાજુની લંબાઈ આપી હોય તો કોઈ તારા ત્રિકોણ જેવો જ ત્રિકોણ ન દોરી શકે.



**અપ્પુ :** ભલે. હું ત્રણે બાજુની લંબાઈ આપું છું.  $\Delta ABC$ માં  $AB = 5$  સેમી,  $BC = 5.5$  સેમી અને  $AC = 3.4$  સેમી છે.

**ટપુ :** મને લાગે છે કે હવે શક્ય બનશે. હું પ્રયત્ન કરું પ્રથમ તો હું કાચી આકૃતિ દોરું જેથી મને લંબાઈ સહેલાઈથી યાદ રહે.

હું  $5.5$  સેમી લંબાઈની  $\overline{BC}$  દોરું.  $B$ ને કેન્દ્ર લઈને હું  $5$  સેમી ત્રિજ્યાની ચાપ દોરું. બિંદુ  $A$  આ ચાપ પર ક્યાંક હશે. હવે  $C$ ને કેન્દ્ર લઈને  $3.4$  સેમી ત્રિજ્યા લઈ ચાપ દોરું. બિંદુ  $A$  આ ચાપ પર પણ ક્યાંક હશે.

આથી, બિંદુ  $A$  અહીં દોરેલી બંને ચાપ પર આવેલું છે. એનો અર્થ એ થયો કે  $A$  બિંદુ બંને ચાપનું છેદબિંદુ છે.

હવે મને બિંદુઓ  $A$ ,  $B$  અને  $C$  નાં સ્થાન ખબર છે. ઓહો ! તેમને જોડીને હું ત્રિકોણ  $ABC$  મેળવી શકું છું (આકૃતિ 7.11).

**અપ્પુ :** અદ્ભુત ! આમ, આપેલા  $\Delta ABC$  ની નકલ દોરવા માટે (એટલે કે  $\Delta ABC$ ને એકરૂપ ત્રિકોણ દોરવા માટે) આપણને ત્રણ બાજુની લંબાઈની જરૂર પડે છે. આપણે આ શરતને બાજુ-બાજુ-બાજુ શરત કહી શકીએ ?

**ટપુ :** શા માટે એને ટૂંકમાં બાબાબા શરત ન કહીએ ?

**એકરૂપતાની બાબાબા શરત :**

જો આપેલી સંગતતા માટે, એક ત્રિકોણની ત્રણ બાજુ બીજા ત્રિકોણની અનુરૂપ બાજુ સાથે સરખી હોય તો તે ત્રિકોણો એકરૂપ છે.

**ઉદાહરણ 2**  $\Delta ABC$  અને  $\Delta PQR$  માટે  $AB = 3.5$  સેમી,  $BC = 7.1$  સેમી,  $AC = 5$  સેમી,  $PQ = 7.1$  સેમી,  $QR = 5$  સેમી અને  $PR = 3.5$  સેમી છે. આ બંને ત્રિકોણ એકરૂપ છે કે કેમ તે નક્કી કરો. જો હોય તો એકરૂપતાનો સંબંધ સંકેતમાં લખો.

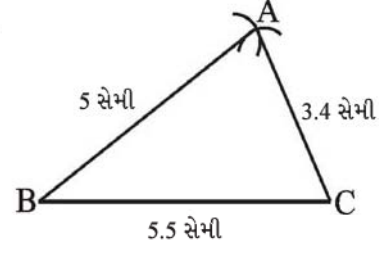
**ઉકેલ** અહીં,  $AB = PR (= 3.5$  સેમી),  
 $BC = PQ (= 7.1$  સેમી),  
 અને  $AC = QR (= 5$  સેમી) છે.

આ બતાવે છે કે એક ત્રિકોણની ત્રણ બાજુ બીજા ત્રિકોણની ત્રણ બાજુ સાથે સમાન છે. આથી એકરૂપતાની બાબાબા શરત પ્રમાણે બંને ત્રિકોણ એકરૂપ છે.

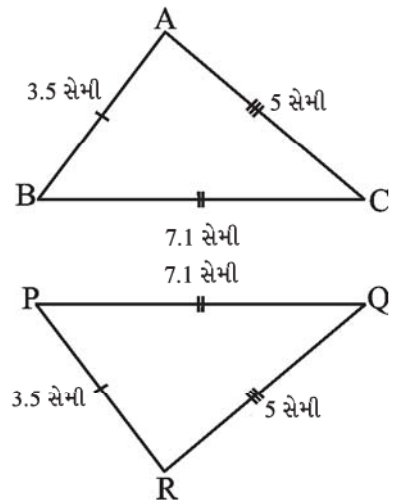
ઉપરના ત્રણ સમાનતાના સંબંધો પરથી, એ સહેલાઈથી જોઈ શકાય છે કે  $A \leftrightarrow R$ ,  $B \leftrightarrow P$  અને  $C \leftrightarrow Q$ .

આથી,  $\Delta ABC \cong \Delta RPQ$

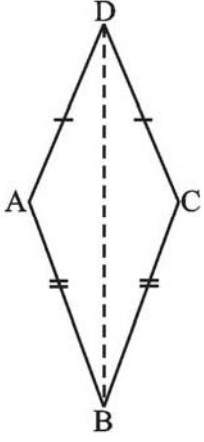
**અગત્યની નોંધ :** એકરૂપ ત્રિકોણના નામમાં અક્ષરનો ક્રમ સંગતતાનો સંબંધ દર્શાવે છે. આથી જ્યારે તમે  $\Delta ABC \cong \Delta RPQ$  લખો ત્યારે તમે જાણી શકો કે  $A$  એ  $R$  ને સંગત છે.  $B$  એ  $P$  ને અને  $C$  એ  $Q$  ને તથા  $\overline{AB}$  એ  $\overline{RP}$  ને;  $\overline{BC}$  એ  $\overline{PQ}$  ને અને  $\overline{AC}$  એ  $\overline{RQ}$  ને સંગત છે.



આકૃતિ 7.11



આકૃતિ 7.12



આકૃતિ 7.13

**ઉદાહરણ 3** આકૃતિ 7.13માં,  $AD = CD$  અને  $AB = CB$  છે.

- (i)  $\triangle ABD$  અને  $\triangle CBD$ માં સમાન અંગની ત્રણ જોડ લખો.
- (ii)  $\triangle ABD \cong \triangle CBD$  છે ? શા માટે અથવા શા માટે નહીં ?
- (iii)  $\angle ABC$ ને  $\overline{BD}$  દ્વારા છે ? કારણ આપો.

**ઉકેલ**

- (i)  $\triangle ABD$  અને  $\triangle CBD$ માં સમાન અંગોની ત્રણ જોડ નીચે પ્રમાણે છે :

$$AB = CB \text{ (પક્ષ)}$$

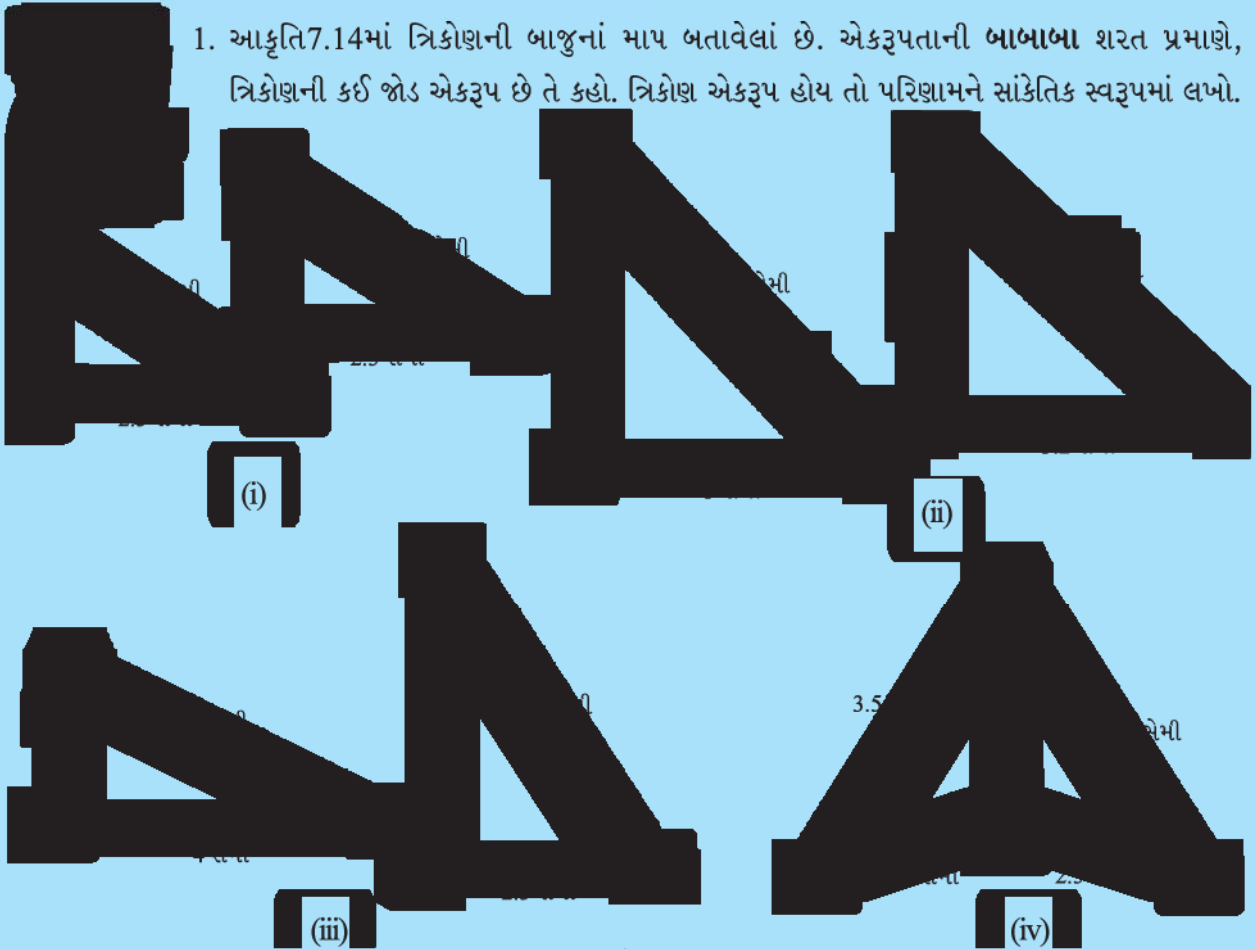
$$AD = CD \text{ (પક્ષ)}$$

$$\text{અને } BD = BD \text{ (બંનેમાં સામાન્ય)}$$

- (ii) ઉપરના (i) પરથી  $\triangle ABD \cong \triangle CBD$  (બાબાબા શરત પ્રમાણે)
  - (iii)  $\angle ABD = \angle CBD$  (એકરૂપ ત્રિકોણનાં સંગત અંગ)
- આથી,  $BD$   $\angle ABC$ ને દ્વારા છે.

### જાતે કરો

1. આકૃતિ 7.14માં ત્રિકોણની બાજુનાં માપ બતાવેલાં છે. એકરૂપતાની બાબાબા શરત પ્રમાણે, ત્રિકોણની કઈ જોડ એકરૂપ છે તે કહો. ત્રિકોણ એકરૂપ હોય તો પરિણામને સાંકેતિક સ્વરૂપમાં લખો.



આકૃતિ 7.14



2. આકૃતિ 7.15માં  $AB=AC$  અને  $D$  એ  $\overline{BC}$  નું મધ્યબિંદુ છે.

(i)  $\triangle ADB$  અને  $\triangle ADC$ માં સમાન અંગની જોડી જણાવો.

(ii)  $\triangle ADB \cong \triangle ADC$  છે ? કારણ આપો.

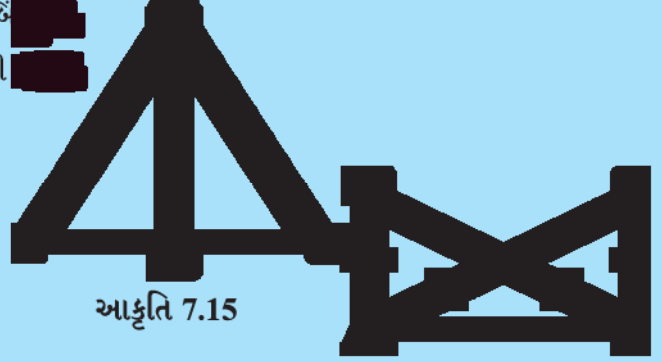
(iii)  $\angle B = \angle C$  છે ? શા માટે ?

3. આકૃતિ 7.16માં  $AC=BD$  અને  $AD=BC$  છે.

નીચેનામાંથી કયું વિધાન અર્થપૂર્ણ છે ?

(i)  $\triangle ABC \cong \triangle ABD$

(ii)  $\triangle ABC \cong \triangle BAD$



આકૃતિ 7.15

આકૃતિ 7.16

### વિચારો, ચર્ચા કરો અને લખો

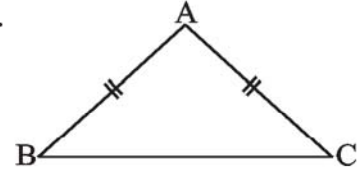
1. ABC એક સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ છે જેમાં  $AB=AC$  (આકૃતિ 7.17).

$\triangle ABC$ ની પારદર્શક કાગળ પર નકલ કરો અને તેને પણ  $\triangle ABC$  નામ આપો.

(i)  $\triangle ABC$  અને  $\triangle ACB$ નાં સમાન ભાગની ત્રણ જોડીનાં નામ આપો.

(ii)  $\triangle ABC \cong \triangle ACB$  છે ? શા માટે અથવા શા માટે નહિ ?

(iii)  $\angle B = \angle C$  છે ? શા માટે અથવા શા માટે નહિ ?



આકૃતિ 7.17

અપ્પુ અને ટપુ હવે ફરીથી થોડા ફેરફાર સાથે રમત રમવાનું શરૂ કરે છે.

### બાખૂબા (SAS) રમત

અપ્પુ : હવે હું ત્રિકોણની નકલ કરવાની રમતના નિયમો બદલું છું.

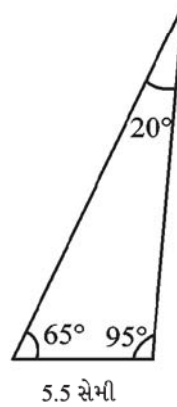
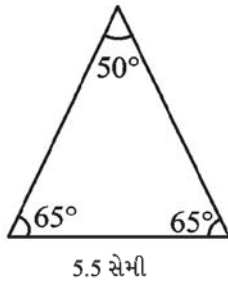
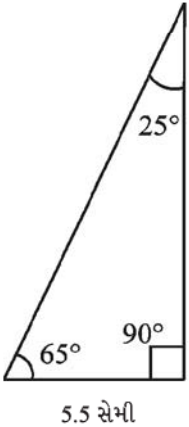
ટપુ : સારું, આગળ વધ.

અપ્પુ : તને એ તો ખબર જ છે કે માત્ર એક જ બાજુની લંબાઈ આપવી ઉપયોગી નથી.

ટપુ : ચોક્કસ, હા.

અપ્પુ : તો હવે હું એમ કહીશ કે  $\triangle ABC$ માં એક બાજુ 5.5 સેમી લંબાઈની અને એક ખૂણો  $65^\circ$  માપનો છે.

ટપુ : ફરીથી મારે કરવાનાં કામ માટે આ પણ પૂરતું નથી. તારી આપેલી માહિતી પ્રમાણે હું ઘણા ત્રિકોણ મેળવી શકું પરંતુ તે  $\triangle ABC$ ની નકલ નથી. દાખલા તરીકે તેમાંના કેટલાક મેં નીચે આપ્યા છે (આકૃતિ 7.18).



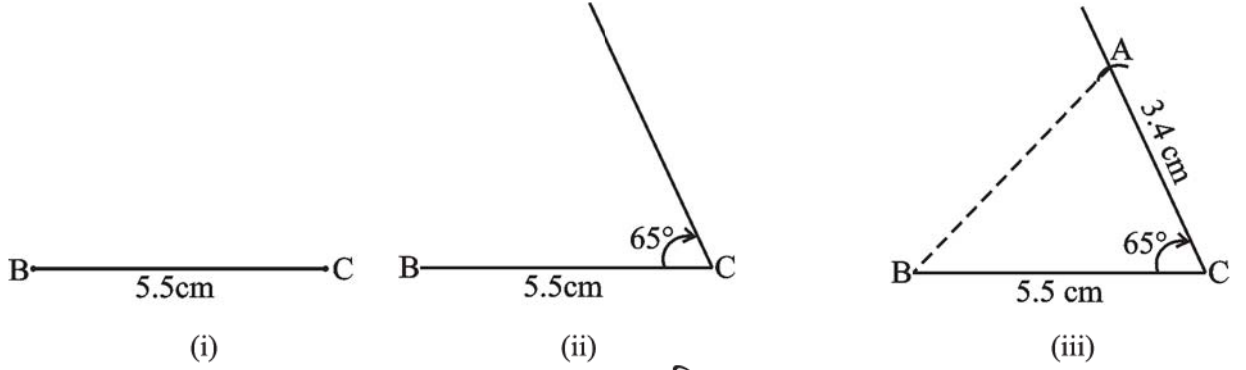
આકૃતિ 7.18

અપ્પુ : તો આપણે શું કરીશું ?

ટપુ : વધુ માહિતીની જરૂર છે.

અપ્પુ : તો હવે મને મારું આગળનું વિધાન સુધારવા દે.  $\triangle ABC$ માં બે બાજુની લંબાઈ 5.5 સેમી અને 3.4 સેમી છે અને આ બે બાજુ વચ્ચેનો ખૂણો  $65^\circ$  નો છે.

ટપુ : આનાથી મને મદદ મળશે. પ્રયત્ન કરી જોઉં. હું પહેલાં  $\overline{BC}$  દોરું છું જેની લંબાઈ 5.5 સેમી છે [આકૃતિ 7.19 (i)]. હવે હું C આગળ  $65^\circ$ નો ખૂણો બનાવું [આકૃતિ 7.19 (ii)].



આકૃતિ 7.19

હા, રસ્તો મળ્યો. Aનું સ્થાન C આગળ ખૂણો બનાવતી રેખા પર C થી 3.4 સેમી દૂર છે. હું C ને કેન્દ્ર લઈ 3.4 સેમી ત્રિજ્યાવાળો ચાપ દોરીશ. તે  $65^\circ$  ખૂણો બનાવતી રેખાને Aમાં કાપશે.

હવે, AB જોડીને  $\triangle ABC$  મેળવીશ. (આકૃતિ 7.19 (iii)).

અપ્પુ : તે બાજુ-ખૂણો-બાજુનો ઉપયોગ કર્યો; જ્યાં ખૂણો બે બાજુની વચ્ચે સમાયેલો છે.

ટપુ : હા, આપણે આ શરતને શું નામ આપીશું ?

અપ્પુ : એ બાખૂબા શરત છે. તને સમજાય છે ને ?

ટપુ : હા, ચોક્કસ.

#### એકરૂપતાની બાખૂબા શરત

જો આપેલ સંગતતા માટે, એક ત્રિકોણની બે બાજુ અને તેમની વચ્ચેનો ખૂણો બીજા ત્રિકોણની બે અનુરૂપ બાજુ અને વચ્ચેના ખૂણા સાથે સમાન હોય તો તે બે ત્રિકોણો એકરૂપ છે.

**ઉદાહરણ 4** નીચે બે ત્રિકોણના કેટલાક ભાગનાં માપ આપેલાં છે. બાખૂબા એકરૂપતાનો ઉપયોગ કરીને બે ત્રિકોણ એકરૂપ છે કે નથી તે નક્કી કરો. જો ત્રિકોણ એકરૂપ હોય તો તેને સાંકેતિક રીતે લખો.

$\triangle ABC$

$\triangle DEF$

(a)  $AB = 7$  સેમી,  $BC = 5$  સેમી,  $\angle B = 50^\circ$   $DE = 5$  સેમી,  $EF = 7$  સેમી,  $\angle E = 50^\circ$

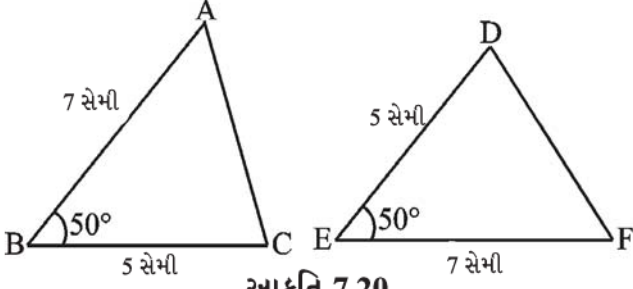
(b)  $AB = 4.5$  સેમી,  $AC = 4$  સેમી,  $\angle A = 60^\circ$   $DE = 4$  સેમી,  $FD = 4.5$  સેમી,  $\angle D = 55^\circ$

(c)  $BC = 6$  સેમી,  $AC = 4$  સેમી,  $\angle B = 35^\circ$   $DF = 4$  સેમી,  $EF = 6$  સેમી,  $\angle E = 35^\circ$

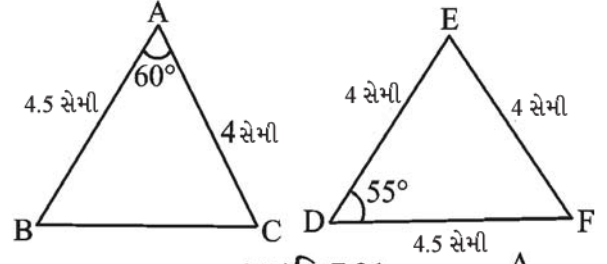
(કાચી આકૃતિ દોરી તેમાં માપ લખીને પ્રશ્નનો વિચાર કરવાથી પ્રશ્ન ઉકેલવામાં મદદ મળશે.)

## ઉકેલ

- (a) અહીં,  $AB = EF (= 7 \text{ સેમી})$ ,  $BC = DE (= 5 \text{ સેમી})$  અને વચ્ચેનો ખૂણો  $\angle B =$  વચ્ચેનો ખૂણો  $\angle E (= 50^\circ)$  છે. વળી  $A \leftrightarrow F$ ,  $B \leftrightarrow E$  અને  $C \leftrightarrow D$  છે. આથી,  $\triangle ABC \cong \triangle FED$  (બાખૂબા શરત મુજબ) (આકૃતિ 7.20).

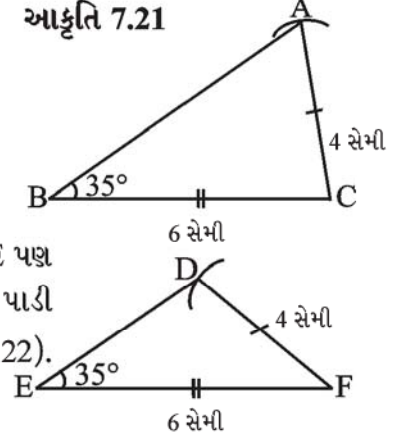


આકૃતિ 7.20

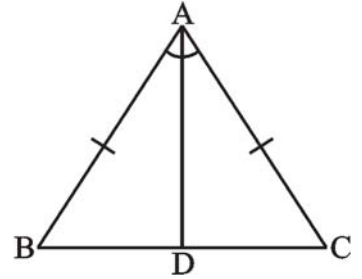


આકૃતિ 7.21

- (b) અહીં,  $AB = FD$  અને  $AC = DE$  (આકૃતિ 7.21). પરંતુ બાજુઓ વચ્ચેનો ખૂણો  $\angle A \neq$  બાજુઓ વચ્ચેનો ખૂણો  $\angle D$ . આથી, ત્રિકોણો એકરૂપ છે એમ ન કહી શકાય.
- (c) અહીં,  $BC = EF$ ,  $AC = DF$  અને  $\angle B = \angle E$  પરંતુ  $\angle B$  એ બાજુ  $\overline{AC}$  અને  $\overline{BC}$ ની વચ્ચેનો ખૂણો નથી. તે જ રીતે,  $\angle E$  પણ બાજુ  $\overline{EF}$  અને  $\overline{DF}$  વચ્ચેનો ખૂણો નથી. આથી બાખૂબા શરત લાગુ પાડી શકાય નહીં અને આપણે કહી ન શકીએ કે બંને ત્રિકોણ એકરૂપ છે (આકૃતિ 7.22).



આકૃતિ 7.22



આકૃતિ 7.23

**ઉદાહરણ 5** આકૃતિ 7.23માં  $AB = AC$  અને  $\angle BAC$ નો દ્વિભાજક  $\overline{AD}$  છે.

- $\triangle ADB$  અને  $\triangle ADC$ માં સમાન ભાગની ત્રણ જોડી લખો.
- $\triangle ADB \cong \triangle ADC$  છે ? કારણ આપો.
- $\angle B = \angle C$  છે ? કારણ આપો.

## ઉકેલ

- સમાન ભાગની ત્રણ જોડી નીચે પ્રમાણે છે :  
 $AB = AC$  (આપેલ છે.)  
 $\angle BAD = \angle CAD$  ( $\overline{AD}$  એ  $\angle BAC$ ને દ્વિભાજે છે.)  
 અને  $AD = AD$  (સામાન્ય)
- હા,  $\triangle ADB \cong \triangle ADC$  (એકરૂપતાની બાખૂબા શરત પ્રમાણે)
- $\angle B = \angle C$  (એકરૂપ ત્રિકોણનાં અનુરૂપ અંગ)

## પ્રયત્ન કરો

- $\triangle DEF$  માં બાજુઓ  $\overline{DE}$  અને  $\overline{EF}$  વચ્ચે કયો ખૂણો આવેલો છે ?
- એકરૂપતાની બાખૂબા શરત લગાવીને તમારે સાબિત કરવું છે કે  $\triangle PQR \cong \triangle FED$ . તમને  $PQ = FE$  અને  $RP = DF$  આપેલ છે. એકરૂપતા સાબિત કરવા માટે વધુ કઈ માહિતીની જરૂર છે ?



3. આકૃતિ 7.24 માં ત્રિકોણના કેટલાક ભાગોનાં માપ દર્શાવેલાં છે. દરેકમાં ત્રિકોણની જોડી, એકરૂપતાની બાબૂબા શરત પ્રમાણે એકરૂપ છે કે નહિ તે નક્કી કરો. જો ત્રિકોણ એકરૂપ હોય તો તેને સાંકેતિક સ્વરૂપમાં લખો.



આકૃતિ 7.24

4. આકૃતિ 7.25માં  $\overline{AB}$  અને  $\overline{CD}$  પરસ્પર Oમાં દુભાગે છે.
- $\triangle AOC$  અને  $\triangle BOD$ માંનાં સમાન અંગોની ત્રણ જોડી લખો.
  - નીચેનામાંથી કયું વિધાન સાચું છે ?
    - $\triangle AOC \cong \triangle DOB$
    - $\triangle AOC \cong \triangle BOD$

આકૃતિ 7.25

### ખૂબાખૂ (ASA) રમત

જો તમે નીચેનામાંથી કોઈ પણ એક જ વિગત જાણતા હોય તો અપ્પુનો ત્રિકોણ દોરી શકો ?

- માત્ર એક જ ખૂણો
- માત્ર બે જ ખૂણા
- બે ખૂણા અને કોઈ પણ એક બાજુ
- બે ખૂણા અને તેમની વચ્ચે આવેલી બાજુ

ઉપરના પ્રશ્નોના જવાબ આપવાના પ્રયત્નો આપણને નીચેની શરત તરફ દોરી જાય છે :

#### એકરૂપતાની ખૂબાખૂ શરત

કોઈ સંગતતા માટે એક ત્રિકોણના બે ખૂણા અને તેમની વચ્ચેની બાજુ બીજા ત્રિકોણના અનુરૂપ બે ખૂણા અને તેમની વચ્ચેની બાજુ સાથે સરખાં હોય તો તે ત્રિકોણો એકરૂપ છે.

- ઉદાહરણ 6** એકરૂપતાની ખૂબાખૂ શરતનો ઉપયોગ કરીને  $\triangle ABC \cong \triangle QRP$  સાબિત કરવું છે અને  $BC = RP$  આપેલ છે. એકરૂપતા સાબિત કરવા માટે વધુ કઈ માહિતી જોઈશે ?

**ઉકેલ** ખૂબાખૂ શરતમાં આપણને એ બે ખૂણાની માહિતી જોઈએ જેમની વચ્ચે બાજુ BC અને RP

આવેલ છે. આમ, જરૂરી વધુ માહિતી નીચે મુજબ છે :

$$\angle B = \angle R \text{ અને } \angle C = \angle P$$

**ઉદાહરણ 7** આકૃતિ 7.26માં શું તમે એકરૂપતાની ખૂબાખૂ શરતનો

ઉપયોગ કરીને તારવી શકો કે  $\triangle AOC \cong \triangle BOD$  ?

**ઉકેલ** બે ત્રિકોણ AOC અને BODમાં,  $\angle C = \angle D$  (દરેક  $70^\circ$ )

વળી,  $\angle AOC = \angle BOD = 30^\circ$  (અભિકોણ)

આથી,  $\triangle AOC$ નો  $\angle A = 180^\circ - (70^\circ + 30^\circ) = 80^\circ$

(ત્રિકોણના ખૂણાના સરવાળાના ગુણધર્મ પરથી)

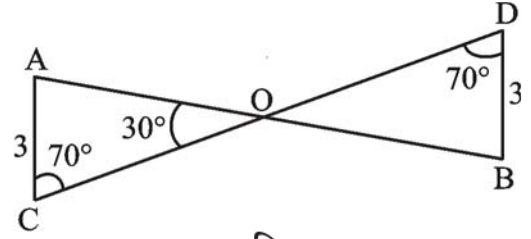
તે જ રીતે  $\triangle BOD$  નો  $\angle B = 180^\circ - (70^\circ + 30^\circ) = 80^\circ$

આમ, હવે આપણને  $\angle A = \angle B$ ,  $AC = BD$  અને  $\angle C = \angle D$  મળે છે.

આથી, એકરૂપતાની ખૂબાખૂ શરત પ્રમાણે  $\triangle AOC \cong \triangle BOD$ .

**નોંધ :**

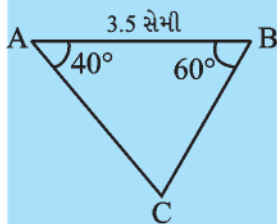
ત્રિકોણના બે ખૂણા આપ્યા હોય તો તમે હંમેશાં ત્રીજો ખૂણો શોધી શકો. આથી, જ્યારે એક ત્રિકોણના બે ખૂણા અને એક બાજુ બીજા ત્રિકોણના અનુરૂપ બે ખૂણા અને એક બાજુ સાથે સમાન હોય ત્યારે તમે એને એકરૂપતાની “બે ખૂણા અને અંતર્ગત બાજુ” સ્વરૂપમાં ફેરવી શકો અને પછી એકરૂપતાની ખૂબાખૂ શરતનો ઉપયોગ કરી શકો.



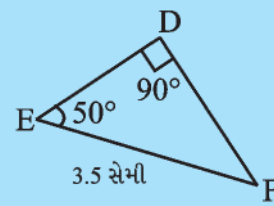
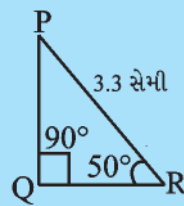
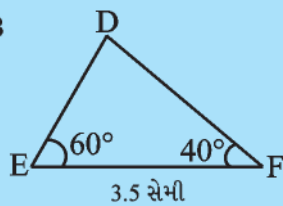
આકૃતિ 7.26

### પ્રયત્ન કરો

1.  $\triangle MNP$ માં ખૂણા M અને Nની વચ્ચે કઈ બાજુ આવેલી છે ?
2. એકરૂપતાની ખૂબાખૂ શરતનો ઉપયોગ કરીને તમારે  $\triangle DEF \cong \triangle MNP$  સાબિત કરવું છે.  $\angle D = \angle M$  અને  $\angle F = \angle P$  આપેલ છે. એકરૂપતા સાબિત કરવા માટે કઈ માહિતીની જરૂર છે ? (કાચી આકૃતિ દોરી પ્રયત્ન કરો !)
3. આકૃતિ 7.27માં કેટલાક ભાગનાં માપ બતાવેલાં છે. એકરૂપતાની ખૂબાખૂ શરતનો ઉપયોગ કરીને કઈ જોડના ત્રિકોણ એકરૂપ છે તે કહો. જો એકરૂપ હોય તો તેને સાંકેતિક સ્વરૂપમાં લખો.




(i)



(ii)





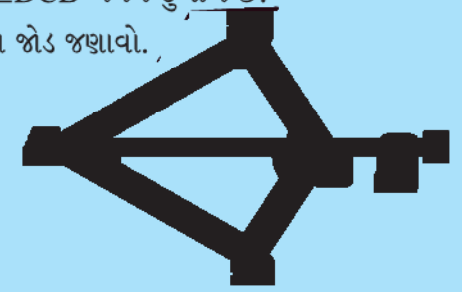
**આકૃતિ 7.27**

4. નીચે બે ત્રિકોણના કેટલાક ભાગનાં માપ આપેલાં છે. એકરૂપતાની ખૂબાખૂ શરતના ઉપયોગથી ચકાસો કે ત્રિકોણ એકરૂપ છે કે નહિ. એકરૂપતા હોય તો તેને સાંકેતિક સ્વરૂપમાં દર્શાવો.

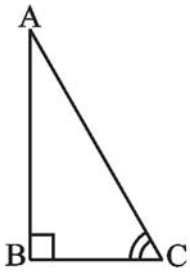
$\Delta DEF$	$\Delta PQR$
(i) $\angle D = 60^\circ, \angle F = 80^\circ, DF = 5$ સેમી	$\angle Q = 60^\circ, \angle R = 80^\circ, QR = 5$ સેમી
(ii) $\angle D = 60^\circ, \angle F = 80^\circ, DF = 6$ સેમી	$\angle Q = 60^\circ, \angle R = 80^\circ, QP = 6$ સેમી
(iii) $\angle E = 80^\circ, \angle F = 30^\circ, EF = 5$ સેમી	$\angle P = 80^\circ, PQ = 5$ સેમી, $\angle R = 30^\circ$

5. આકૃતિ 7.28માં કિરણ  $\vec{AZ}$  એ  $\angle DAB$  અને  $\angle DCB$  બંનેને દુભાગે છે.

(i)  $\Delta BAC$  અને  $\Delta DAC$ માં સમાન ભાગની ત્રણ જોડ જણાવો.  
(ii)  $\Delta BAC \cong \Delta DAC$  છે ? કારણ આપો.  
(iii)  $AB = AD$  છે ? તમારો જવાબ ચકાસો.  
(iv)  $CD = CB$  છે ? કારણ આપો.



**આકૃતિ 7.28**



આકૃતિ 7.29

### 7.7 કાટકોણ ત્રિકોણમાં એકરૂપતા

બે કાટકોણ ત્રિકોણની એકરૂપતા ખાસ ધ્યાન માગે છે. સ્વાભાવિક રીતે જ આવા ત્રિકોણમાં કાટખૂણો તો સરખો હોય જ. આથી એકરૂપતાની શરતો સરળ બને છે.

$\Delta ABC$ માં  $\angle B = 90^\circ$  આપેલ હોય તો નીચેનામાંથી કઈ સ્થિતિમાં તમે  $\Delta ABC$  દોરી શકો ? (આકૃતિ 7.29)

- (i) માત્ર  $BC$  આપેલ હોય. (ii) માત્ર  $\angle C$  આપેલ હોય.  
(iii)  $\angle A$  અને  $\angle C$  આપેલ હોય. (iv)  $AB$  અને  $BC$  આપેલ હોય.  
(v)  $AC$  અને  $AB$  કે  $BC$ માંથી એક આપેલ હોય.

કાચી આકૃતિ દોરી પ્રયત્ન કરો. તમને જણાશે કે (iv) અને (v)માં તમે ત્રિકોણ દોરી શકો છો. પણ (iv)માં બાખૂબા શરતનો જ ઉપયોગ છે. (v)માં કંઈક નવી વાત છે, જે તમને નીચેની શરત તરફ લઈ જશે.

#### એકરૂપતાની કાકબા (RHS) શરત

આપેલ સંગતતા માટે, એક કાટકોણ ત્રિકોણનો કર્ણ અને એક બાજુ બીજા કાટકોણ ત્રિકોણના અનુક્રમે કર્ણ અને બાજુ સાથે સમાન હોય તો તે ત્રિકોણો એકરૂપ છે.

વિચારો કે આને આપણે કાકબા શા માટે કહીએ છીએ ?

**ઉદાહરણ 8** નીચે બે ત્રિકોણના કેટલાક ભાગનાં માપ આપ્યાં છે. એકરૂપતાની “કાકબા” શરતનો ઉપયોગ કરી ચકાસો કે ત્રિકોણ એકરૂપ છે કે નહીં. જો ત્રિકોણ એકરૂપ હોય તો પરિણામને સાંકેતિક સ્વરૂપમાં લખો.

 $\Delta ABC$  $\Delta PQR$ 

- (i)  $\angle B = 90^\circ$ ,  $AC = 8$  સેમી,  $AB = 3$  સેમી     $\angle P = 90^\circ$ ,  $PR = 3$  સેમી,  $QR = 8$  સેમી  
(ii)  $\angle A = 90^\circ$ ,  $AC = 5$  સેમી,  $BC = 9$  સેમી     $\angle Q = 90^\circ$ ,  $PR = 8$  સેમી,  $PQ = 5$  સેમી

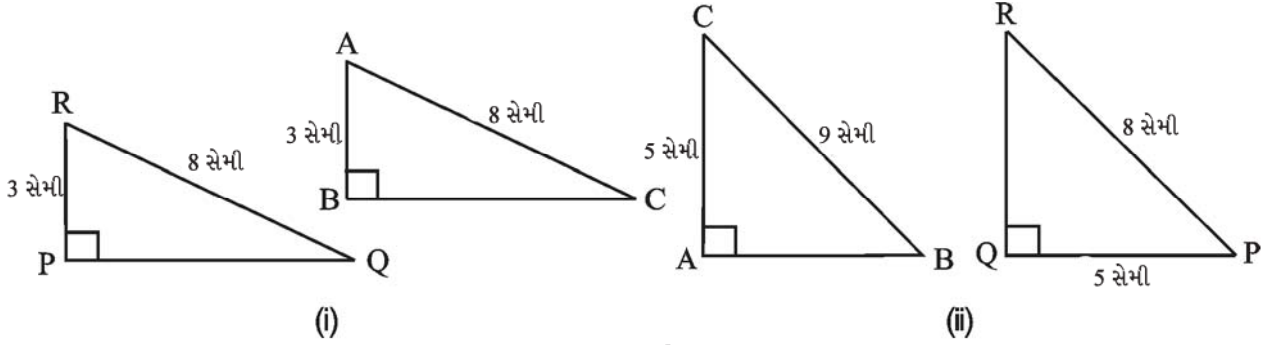
**ઉકેલ**

- (i) અહીં  $\angle B = \angle P = 90^\circ$ ,

કર્ણ  $AC =$  કર્ણ  $RQ (= 8$  સેમી) અને

બાજુ  $AB =$  બાજુ  $RP (= 3$  સેમી)

આથી,  $\Delta ABC \cong \Delta RPQ$  (એકરૂપતાની કાકબા શરત પ્રમાણે) [આકૃતિ 7.30 (i)]



આકૃતિ 7.30

- (ii) અહીં,  $\angle A = \angle Q (= 90^\circ)$  અને

બાજુ  $AC =$  બાજુ  $PQ (= 5$  સેમી)

પરંતુ કર્ણ  $BC \neq$  કર્ણ  $PR$  [આકૃતિ 7.30 (ii)]

આથી, ત્રિકોણ એકરૂપ નથી.

**ઉદાહરણ 9** આકૃતિ 7.31માં  $\overline{DA} \perp \overline{AB}$ ,  $\overline{CB} \perp \overline{AB}$  અને  $AC = BD$  છે.

$\Delta ABC$  અને  $\Delta DAB$ માં સમાન અંગોની ત્રણ જોડ લખો.

નીચેનામાંથી કયું વિધાન અર્થપૂર્ણ છે ?

- (i)  $\Delta ABC \cong \Delta BAD$  (ii)  $\Delta ABC \cong \Delta ABD$

**ઉકેલ** સમાન અંગની ત્રણ જોડી :

$$\angle ABC = \angle BAD (= 90^\circ)$$

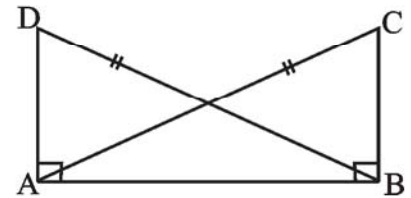
$$AC = BD \text{ (પક્ષ)}$$

$$AB = BA \text{ (સામાન્ય બાજુ)}$$

આથી, ઉપરનામાંથી  $\Delta ABC \cong \Delta BAD$  (કાકબા શરત પ્રમાણે)

આથી વિધાન (i) સાચું છે.

વિધાન (ii) અર્થપૂર્ણ નથી, કેમ કે શિરોબિંદુની સંગતતા સંતોષાતી નથી.



આકૃતિ 7.31

જાતે કરો :

1. આકૃતિ 7.32માં ત્રિકોણના કેટલાક ભાગનાં માપ આપેલાં છે. એકરૂપતાની કાકબા શરતનો ઉપયોગ કરી કઈ જોડના ત્રિકોણ એકરૂપ છે તે નક્કી કરો. જો એકરૂપતા હોય તો પરિણામને સાંકેતિક રીતે લખો.



આકૃતિ 7.32

2.  $\triangle ABC \cong \triangle RPQ$  સાબિત કરવા માટે કાકબા શરતનો ઉપયોગ કરવાનો છે. જો  $\angle B = \angle P = 90^\circ$  અને  $AB = RP$  આપેલ હોય, તો વધુ કઈ માહિતીની જરૂર છે ?
3. આકૃતિ 7.33માં,  $\triangle ABC$ માં  $\overline{BD}$  અને  $\overline{CE}$  વેધ છે અને  $BD = CE$  છે.
- (i)  $\triangle CBD$  અને  $\triangle BCE$ માં સમાન ભાગની ત્રણ જોડ જણાવો.
  - (ii)  $\triangle CBD \cong \triangle BCE$  છે ? શા માટે અથવા શા માટે નહિ ?
  - (iii)  $\angle DCB = \angle ECB$  છે ? શા માટે અથવા શા માટે નહિ ?
4.  $\triangle ABC$  સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ છે જેમાં  $AB = AC$  છે અને  $\overline{AD}$  તેનો એક વેધ છે (આકૃતિ 7.34).
- (i)  $\triangle ADB$  અને  $\triangle ADC$ માં સમાન ભાગની ત્રણ જોડ જણાવો.
  - (ii)  $\triangle ADB \cong \triangle ADC$  છે ? શા માટે અથવા શા માટે નહિ ?
  - (iii)  $\angle B = \angle C$  છે ? શા માટે અથવા શા માટે નહિ ?
  - (iv)  $BD = CD$  છે ? શા માટે અથવા શા માટે નહિ ?



આકૃતિ 7.34

હવે આપણે અત્યાર સુધીમાં શીખેલી શરતો પર આધારિત દાખલાઓ અને પ્રશ્નો જોઈશું.

## સ્વાધ્યાય 7.2



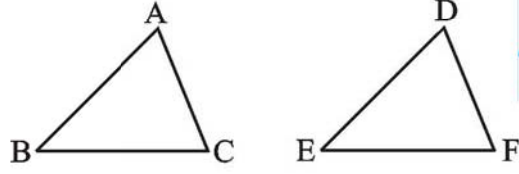
1. નીચેનામાં એકરૂપતાની કઈ શરતનો ઉપયોગ કરશો ?

(a) પક્ષ :  $AC = DF$

$$AB = DE$$

$$BC = EF$$

આથી,  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$

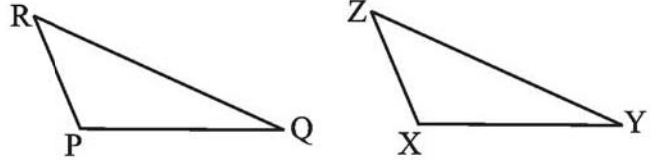


(b) પક્ષ :  $ZX = RP$

$$RQ = ZY$$

$$\angle PRQ = \angle XZY$$

આથી,  $\triangle PQR \cong \triangle XYZ$

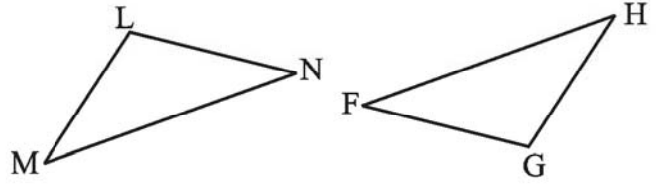


(c) પક્ષ :  $\angle MLN = \angle FGH$

$$\angle NML = \angle GFH$$

$$ML = FG$$

આથી,  $\triangle LMN \cong \triangle GFH$

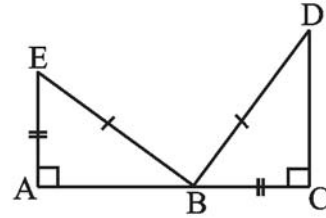


(d) પક્ષ :  $EB = DB$

$$AE = BC$$

$$\angle A = \angle C = 90^\circ$$

આથી,  $\triangle ABE \cong \triangle CDB$



2. તમારે સાબિત કરવું છે કે  $\triangle ART \cong \triangle PEN$ ,

(a) જો તમારે બાબાબા શરતનો ઉપયોગ કરવો હોય, તો તમારે

$$(i) AR = \quad (ii) RT = \quad (iii) AT =$$

બતાવવું પડે.

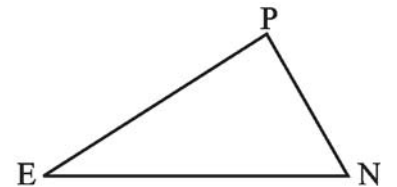
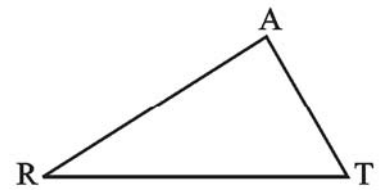
(b) જો  $\angle T = \angle N$  આપેલ હોય અને બાખૂબા શરતનો ઉપયોગ કરવો હોય, તો

$$(i) RT = \quad \text{અને} \quad (ii) PN = \quad \text{હોવું જોઈએ.}$$

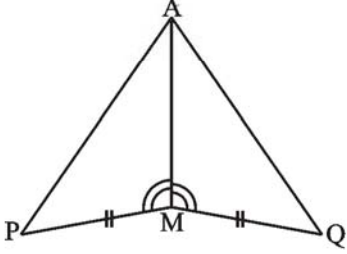
(c) જો  $AT = PN$  આપેલ હોય અને તમારે ખૂબાખૂ શરતનો ઉપયોગ કરવો હોય, તો ક્યાં બે પરિણામ હોવાં જોઈએ ?

(i) ?

(ii) ?



3. તમારે  $\triangle AMP \cong \triangle AMQ$  સાબિત કરવાનું છે નીચેની સાબિતીમાં ખૂટતાં કારણો આપો.

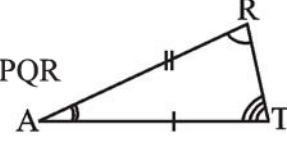


પગલું	કારણ
(i) $PM = QM$	(i) ...
(ii) $\angle PMA = \angle QMA$	(ii) ...
(iii) $AM = AM$	(iii) ...
(iv) $\triangle AMP \cong \triangle AMQ$	(iv) ...

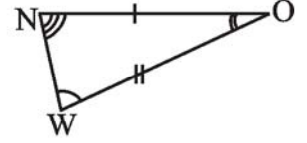
4.  $\triangle ABC$ માં  $\angle A = 30^\circ$ ,  $\angle B = 40^\circ$  અને  $\angle C = 110^\circ$

$\triangle PQR$ માં  $\angle P = 30^\circ$ ,  $\angle Q = 40^\circ$  અને  $\angle R = 110^\circ$

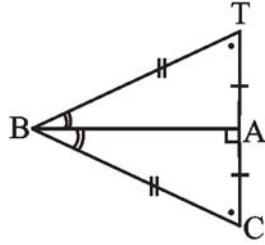
એક વિદ્યાર્થી કહે છે કે ખૂબખૂબ શરત પ્રમાણે  $\triangle ABC \cong \triangle PQR$  છે. શું એ સાચો છે ? શા માટે ? શા માટે નહિ ?



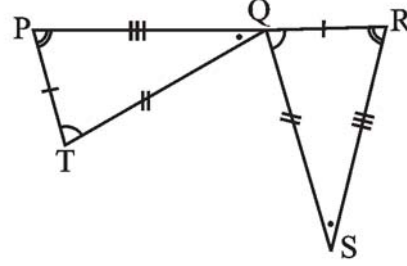
5. બાજુની આકૃતિમાં બે ત્રિકોણો એકરૂપ છે. અનુરૂપ અંગો નિશાનીથી દર્શાવેલા છે.  $\triangle RAT \cong \dots$  શું લખી શકાય ?



6. એકરૂપતાનું વિધાન પૂર્ણ કરો :



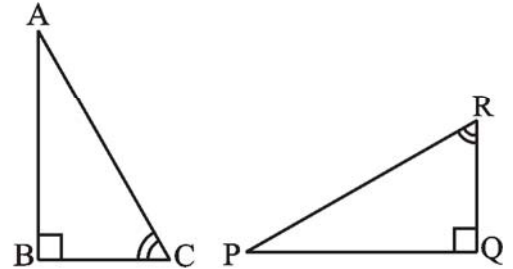
$\triangle BCA \cong ?$



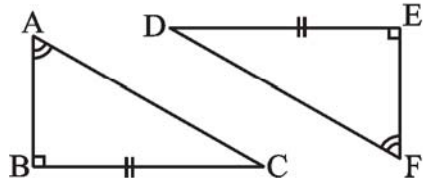
$\triangle QRS \cong ?$

7. ચોરસ ખાનાંવાળા કાગળ પર સમાન ક્ષેત્રફળવાળા બે એવા ત્રિકોણ દોરો કે,

- (i) જે ત્રિકોણ એકરૂપ હોય.  
(ii) જે ત્રિકોણ એકરૂપ નથી, તેમની પરિમિતિ વિશે શું કહી શકાય ?



8. બે ત્રિકોણની એવી કાચી આકૃતિ દોરો કે જેમાં એકરૂપ ભાગની પાંચ જોડી હોય છતાં ત્રિકોણ એકરૂપ ન હોય.



9.  $\triangle ABC$  અને  $\triangle PQR$  એકરૂપ બને તે માટે અનુરૂપ અંગની વધુ એક જોડી આપો. તમે કઈ શરતનો ઉપયોગ કર્યો ?



10. સમજાવો :  $\triangle ABC \cong \triangle FED$  શા માટે છે ?

### જ્ઞાનવર્ધક પ્રવૃત્તિ

સમતલીય આકૃતિઓની એકરૂપતા સાબિત કરવા માટે એક આકૃતિ પર બીજી આકૃતિને ગોઠવવાની પદ્ધતિ ઉપયોગી છે એ જોયું. આપણે રેખાખંડ, ખૂણા અને ત્રિકોણની એકરૂપતાની શરતની ચર્ચા કરી. હવે તમે આ ખ્યાલને બીજી સમતલીય આકૃતિઓ માટે આગળ વધારી શકો.

1. અલગ અલગ માપના કાપેલા ચોરસ લો. ચોરસની એકરૂપતા માટેની શરત શોધવા માટે એકબીજા પર ગોઠવવાની રીતનો ઉપયોગ કરો. એકરૂપતા માટે અનુરૂપ અંગનો ખ્યાલ કેવી રીતે ઉપયોગમાં આવે છે ? અનુરૂપ બાજુ મળે છે ? અનુરૂપ વિકર્ણ મળે છે ?
2. વર્તુળ લેશો તો શું થશે ? બે વર્તુળ એકરૂપ હોવાની શરત કઈ ? તમે એકબીજા પર ગોઠવવાની રીતનો ઉપયોગ કરી શકો છો. શોધો.
3. આ જ ખ્યાલને નિયમિત ષટ્કોણ વગેરે બીજી સમતલીય આકૃતિઓ માટે વિકસાવો.
4. એક ત્રિકોણની બે એકરૂપ નકલ લો. કાગળને વાળીને તેમના વેધ સમાન છે કે કેમ તે જુઓ. શું તેમાં મધ્યગા સમાન છે ? તમે તેમની પરિમિતિ અને ક્ષેત્રફળ વિશે શું કહી શકો ?

### આપણે શું ચર્ચા કરી ?

1. એકરૂપ વસ્તુઓ એકબીજાની ચોક્કસાઈ ભરેલી નકલ હોય છે.
2. સમતલીય આકૃતિઓની એકરૂપતા ચકાસવા માટે એકને બીજા પર ગોઠવવાની રીત વાપરી શકાય.
3. બે સમતલીય આકૃતિ  $F_1$  અને  $F_2$  માટે જો  $F_1$  ની નકલ  $F_2$  પર બંધબેસતી આવે તો તે એકરૂપ છે અને તેને  $F_1 \cong F_2$  લખાય.
4. જો બે રેખાખંડની, કહો કે,  $\overline{AB}$  અને  $\overline{CD}$  ની લંબાઈ સરખી હોય તો તેઓ એકરૂપ છે. આને  $\overline{AB} \cong \overline{CD}$  લખાય. જોકે સામાન્ય રીતે  $AB = CD$  લખવામાં આવે છે.
5. જો બે ખૂણા, ધારો કે  $\angle ABC$  અને  $\angle PQR$  નાં માપ સમાન હોય તો તેઓ એકરૂપ છે. આને  $\angle ABC \cong \angle PQR$  વડે દર્શાવવામાં આવે છે અથવા  $m\angle ABC = m\angle PQR$  પણ લખાય છે. જોકે સામાન્ય રીતે વ્યવહારમાં  $\angle ABC = \angle PQR$  લખવામાં આવે છે.
6. બે ત્રિકોણની બાબાબા એકરૂપતા :  
આપેલી સંગતતા માટે જો એક ત્રિકોણની ત્રણ બાજુ બીજા ત્રિકોણની અનુરૂપ (સંગત) બાજુ સાથે સમાન હોય તો તે બે ત્રિકોણ એકરૂપ છે.
7. બે ત્રિકોણની બાખૂબા એકરૂપતા :  
આપેલી સંગતતા માટે, એક ત્રિકોણની બે બાજુ અને વચ્ચેનો ખૂણો બીજા ત્રિકોણની અનુરૂપ (સંગત) બાજુ અને વચ્ચેના ખૂણા સાથે સમાન હોય તો તે બે ત્રિકોણ એકરૂપ છે.

8. બે ત્રિકોણની ખૂબાખૂ એકરૂપતા :

આપેલી સંગતતા માટે, એક ત્રિકોણના બે ખૂણા અને તેમની વચ્ચેની બાજુ બીજા ત્રિકોણના અનુરૂપ ખૂણા અને વચ્ચેની બાજુ સાથે સમાન હોય તો તે બે ત્રિકોણ એકરૂપ છે.

9. બે કાટકોણ ત્રિકોણની કાકબા એકરૂપતા :

આપેલી સંગતતા માટે, એક કાટકોણ ત્રિકોણનો કર્ણ અને એક બાજુ બીજા કાટકોણ ત્રિકોણના કર્ણ અને અનુરૂપ બાજુ સાથે સમાન હોય તો તે બે કાટકોણ ત્રિકોણ એકરૂપ છે.

10. બે ત્રિકોણ માટે ખૂબાખૂ એકરૂપતા નથી :

અનુરૂપ ખૂણા સમાન હોય તેવા બે ત્રિકોણ એકરૂપ હોવા જરૂરી નથી. આવી સંગતતા માટે તેમાંનો એક ત્રિકોણ બીજા ત્રિકોણની મોટી કરેલી નકલ હોઈ શકે. (જો તેઓ એકબીજાની ચોકસાઈપૂર્વકની નકલ હોય તો જ તેઓ એકરૂપ હશે.)

