

પિત્તાગ - C

★ નીચેના 12 પ્રશ્નોમાંથી કોઈપણ 8 (આઠ) પ્રશ્નોના માત્ર 1 પ્રમાણે ગણતરી કરી જવાબ આપો: (પ્રશ્ન 39 થી 50)
[પત્તિકના 3 ગુણ]

39) અડતા ક્રમે ગોઠવેલ અવલોકનો 56, 58, 63, $x-5$, $x+1$, 75, 81, 85 ની મધ્યસ્થ 67 રીધ, તો x ની કિંમત શોધો.
(જ્યાં, $x > 0$)

⇒ અડાં, $n = 8$ (અુમ સંખ્યા)

આપેલ અવલોકનો 56, 58, 63, $x-5$, $x+1$, 75, 81, 85 છે. તથા $M = 67$

હવે, અુમ સંખ્યા માટે

$$\text{મધ્યસ્થ } (M) = \frac{n}{2} \text{ મું અવલોકન} + \frac{\left(\frac{n}{2} + 1\right) \text{ મું અવલોકન}}{2}$$

$$\therefore 67 = \frac{8}{2} \text{ મું અવલોકન} + \frac{\left(\frac{8}{2} + 1\right) \text{ મું અવલોકન}}{2}$$

$$\therefore 67 = 4 \text{ મું અવલોકન} + \frac{5 \text{ મું અવલોકન}}{2}$$

$$\therefore 67 = \frac{x-5 + x+1}{2}$$

$$\therefore 67 = \frac{2x - 4}{2}$$

$$\therefore 67 = \frac{2(x-2)}{2}$$

$$\therefore 67 + 2 = x$$

$$\therefore x = 69$$

આમ, આપેલ માહિતી પરથી $x = 69$ થશે.

40) નીચેની માહિતીનો બહુલક શોધો:

વર્ગ	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70
આવૃત્તિ	8	15	31	48	31	12	5

⇒

વર્ગ	આવૃત્તિ
0-10	8
10-20	15
20-30	31 = f_0
30-40	48 = f_1
40-50	31 = f_2
50-60	12
60-70	5

અહીં, બહુલક વર્ગ = 30-40 થશે.

$$\therefore l = 30, f_1 = 48,$$

$$f_0 = 31, f_2 = 31 \text{ અને}$$

$$h = 10$$

$$\therefore, \text{બહુલક } (Z) = l + \left(\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \right) \times h$$

$$= 30 + \left(\frac{48 - 31}{2(48) - 31 - 31} \right) \times 10$$

$$= 30 + \left(\frac{17}{96 - 62} \right) \times 10$$

$$= 30 + \left(\frac{17}{34} \right) \times 10$$

$$= 30 + 5$$

$$\therefore \text{બહુલક } (Z) = 35$$

આમ, આપેલ માહિતી પરથી બહુલક $(Z) = 35$ થશે.

41) K ની કઈ કિંમત માટે નીચે આપેલા સુરેખ સમીકરણ યુગ્મની અનંત ઉકેલ મળે?

$$Kx + 3y - (K-3) = 0$$

$$12x + Ky - K = 0$$

⇒

અહીં, $Kx + 3y - (K-3) = 0$ અને $12x + Ky - K = 0$ પરથી

$$a_1 = K, \quad b_1 = 3, \quad c_1 = -(K-3) = 3-K$$

$$a_2 = 12, \quad b_2 = K, \quad c_2 = -K$$

બંને આપેલ સમીકરણ યુગ્મની અનંત ઉકેલ હોય તો,

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2} \quad \text{ચકાવી.}$$

$$\therefore \frac{K}{12} = \frac{3}{K} = \frac{3-K}{-K}$$

$$\text{હવે, } \frac{K}{12} = \frac{3}{K} \quad \text{લીતાં,}$$

$$\therefore K \times K = 3 \times 12$$

$$\therefore K^2 = 36 = (6)^2$$

$$\therefore K = 6$$

આમ, $K = 6$ માટે આપેલ સમીકરણ યુગ્મની અનંત ઉકેલ મળે.

42) બંને સમીકરણ યુગ્મ $2x + 3y - 5 = 0$ અને $px - 6y - 8 = 0$ ની અનન્ય ઉકેલ હોય, તો P ની કિંમત શોધો.

⇒ અહીં, $2x + 3y - 5 = 0$ અને $px - 6y - 8 = 0$ પરથી,

$$a_1 = 2, \quad b_1 = 3, \quad c_1 = -5$$

$$a_2 = p, \quad b_2 = -6, \quad c_2 = -8$$

જી આપેલ સમીકરણયુગ્મ ની અનન્ય ઉકેલ હીય તો,

$$\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$$

$$\therefore \frac{2}{p} \neq \frac{3}{-6}$$

$$\therefore 2x - 6 \neq 3 \times p$$

$$\therefore \frac{2(-6)}{3} \neq p$$

$$\therefore 2(-2) \neq p$$

$$\therefore -4 \neq p \Rightarrow \boxed{p \neq -4}$$

$\therefore p = -4$ સિવાયની કોઈપણ વાસ્તવિક સંખ્યા આમ, p ની કિંમત -4 સિવાયની કોઈપણ વાસ્તવિક સંખ્યા લેતાં, સમીકરણયુગ્મ ના અનન્ય ઉકેલ મળે.

43) દ્વિઘાત સમીકરણ $25x^2 + 20x - 7 = 0$ નાં બીજ બીજસૂત્ર ના મદદથી મેળવી.

\Rightarrow અહીં, $25x^2 + 20x - 7 = 0$ પરથી,

$$a = 25, \quad b = 20, \quad c = -7$$

$$\text{હવે, વિવેક (D)} = b^2 - 4ac$$

$$= (20)^2 - 4(25)(-7)$$

$$= 400 + 700$$

$$= 1100$$

જી આપેલ સમીકરણના બે બીજ α અને β હીય, તો

$$\therefore \alpha = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}$$

$$= \frac{-20 + \sqrt{1100}}{2(25)} = \frac{-20 + 10\sqrt{11}}{50} = 10 \left(\frac{-2 + \sqrt{11}}{50} \right)$$

$$\therefore \alpha = \frac{-2 + \sqrt{11}}{5}$$

$$\text{હવે, } \beta = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}$$

$$= \frac{-20 - \sqrt{1100}}{2(25)} = \frac{-20 - 10\sqrt{11}}{50} = 10 \left(\frac{-2 - \sqrt{11}}{50} \right)$$

$$\therefore \beta = \frac{-2 - \sqrt{11}}{5}$$

આમ, આપેલ સમાકરણના બે બીજ $\frac{-2 + \sqrt{11}}{5}$ અને $\frac{-2 - \sqrt{11}}{5}$

થશે.

44) સમાંતર શ્રેણી $-37, -33, -29, \dots$ ના 12 પદ સુધીની સરવાળી શોધો.

\Rightarrow અહીં, $a = -37$, $d = -33 - (-37) = 4$ અને $n = 12$

$$\text{હવે, } S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d]$$

$$\therefore S_{12} = \frac{12}{2} [2(-37) + (12-1)(4)]$$

$$= 6 [-74 + 11(4)]$$

$$= 6 [-74 + 44]$$

$$= 6 [-30]$$

$$\therefore S_{12} = -180$$

આમ, આપેલ સમાંતર શ્રેણીમાં 12 પદ સુધીની સરવાળી -180 થશે.

45) સમાંતર બાજુ ચતુષ્કોણ ABCD નાં ત્રણ શિરોબિંદુઓ A(1, 2), B(2, 4) અને C(5, 9) છે. ચોથા શિરોબિંદુ D ના ચામ શોધો.

⇒ દારી કે શિરોબિંદુ D ના ચામ (x, y) છે. તથા A(1, 2), B(2, 4) અને C(5, 9) આપેલ છે.

હવે, સમાંતર બાજુ ચતુષ્કોણનાં વિકર્ણો પરસ્પર દ્વિભાગી છે.

∴ વિકર્ણ AC નું મધ્યબિંદુ = વિકર્ણ BD નું મધ્યબિંદુ

$$\therefore \left(\frac{1+5}{2}, \frac{2+9}{2} \right) = \left(\frac{2+x}{2}, \frac{4+y}{2} \right)$$

$$\therefore \left(\frac{6}{2}, \frac{11}{2} \right) = \left(\frac{2+x}{2}, \frac{4+y}{2} \right)$$

$$\therefore \frac{2+x}{2} = \frac{6}{2} \quad \text{તથા} \quad \frac{4+y}{2} = \frac{11}{2}$$

$$\therefore x = 6 - 2$$

$$\therefore y = 11 - 4$$

$$\therefore x = 4$$

$$\therefore y = 7$$

આમ, શિરોબિંદુ D ના ચામ $(x, y) = (4, 7)$ થશે.

46) (-5, -2) અને (3, 2) થી સમાન અંતરે હોય તેવું y-અક્ષ પરનું બિંદુ શોધો.

⇒ દારી કે y-અક્ષ પરનું કોઈ બિંદુ P(0, y) એ A(-5, -2) અને B(3, 2) થી સમાન અંતરે છે.

$$\therefore d(A, P) = d(P, B)$$

$$\therefore AP = PB$$

$$\therefore AP^2 = PB^2$$

$$\therefore (-5 - 0)^2 + [-2 - (y)]^2 = (0 - 3)^2 + (y - 2)^2$$

$$\therefore (-5)^2 + (y + 2)^2 = (-3)^2 + (y - 2)^2$$

$$\therefore 25 + \cancel{x^2} + 4y + \cancel{y} = 9 + \cancel{x^2} - 4y + \cancel{y}$$

$$\therefore 25 + 4y = 9 - 4y$$

$$\therefore 4y + 4y = 9 - 25$$

$$\therefore 8y = -16$$

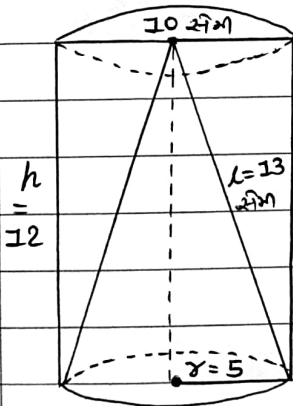
$$\therefore y = \frac{-16}{8}$$

$$\boxed{\therefore y = -2} \Rightarrow P(0, y) = (0, -2)$$

આમ, આંગેલ y -અક્ષ પરનું બિંદુ $(0, -2)$ થશે.

- 47) નળાકાર પદાર્થની ઊંચાઈ 12 સેમી અને વ્યાસ 10 સેમી દો. તેમાંથી નીચેની જ ઊંચાઈ અને વ્યાસવાળી શંકુ કાપી લેવામાં આવે, તો વધેલા પદાર્થનું કુલ પૃષ્ઠફળ શીદી.

\Rightarrow



અહીં, નળાકાર અને શંકુની ઊંચાઈ $(h) = 12$ સેમી

તથા ત્રિજ્યા $(r) = \frac{10}{2} = 5$ સેમી.

ઊંચાઈ અને ત્રિજ્યા પરથી શંકુની તાલી ઊંચાઈ $(l) = 13$ સેમી.

અહીં, નળાકાર માંથી શંકુની કાપી લેતાં બાકી રહેલા ભાગ માટે,

\therefore બાકી રહેલા પદાર્થનું કુલ પૃષ્ઠફળ = એક દેડે બંધ નળાકાર નું પૃષ્ઠફળ + શંકુનું વક્રસપાટીનું પૃષ્ઠફળ

$$= 718(2h + r) + 718l$$

$$= 718(2h + r + l)$$

$$= \frac{22}{7} \times 5 [2(12) + 5 + 13]$$

$$= \frac{22}{7} \times 5 (42)$$

$$= 22 \times 5 \times 6$$

$$= 660 \text{ સેમી}^2$$

આમ, બાકી રહેલા પદાર્થનું કુલ પૃષ્ઠફળ 660 સેમી² થશે.

48) એક પેટામાં 5 લાલ લખીટીઓ, 8 સફેદ લખીટીઓ અને 4 લીલી લખીટીઓ છે. પેટામાંથી એક લખીટી યાદચ્છિક રીતે બહાર કાઢવામાં આવે છે. બહાર કાઢેલ લખીટી (1) લાલ હોય, (2) સફેદ હોય (3) લીલી ન હોય તેના સંભાવના કિરલી?

\Rightarrow અહીં, એક પેટામાં 5 લાલ, 8 સફેદ અને 4 લીલી લખીટીઓ છે.

$$\text{કુલ લખીટીનું સંખ્યા} = 17$$

(1) ઘટના A : લખીટી લાલ હોય.

અહીં, એક પેટામાં 5 લાલ લખીટીઓ છે.

\therefore ઘટના A ના આનુકૂળ પરિણામની સંખ્યા 5 થશે.

$$\therefore P(A) = \frac{5}{17}$$

(2) ઘટના B : લખીટી સફેદ હોય.

અહીં, એક પેટામાં 8 સફેદ લખીટીઓ છે.

\therefore ઘટના B ના આનુકૂળ પરિણામની સંખ્યા 8 થશે.

$$\therefore P(B) = \frac{8}{17}$$

(3) ઘટના C : લખીટી લીલી ન હોય.

બહાર કાઢેલ લખીટી લીલી ન હોય, એટલે કે તે લખીટી લાલ અથવા સફેદ હોય શકે.

\therefore અહીં, એક પેટામાં 5 લાલ અને 8 સફેદ લખીટીઓ છે.

\therefore ઘટના C ને આનુકૂળ પરિણામની સંખ્યા $(5+8)=13$ થશે.

$$\therefore P(C) = \frac{13}{17}$$

આમ, માંગીલ દારનાઓની સંભાવના $\frac{5}{17}$, $\frac{8}{17}$ અને $\frac{13}{17}$ થશે.

49) પાસાને એક વાર ફેંકવામાં આવે છે, તો (1) અવિભાજ્ય સંખ્યા (2) 2 અને 6 વચ્ચેની સંખ્યા (3) અવ્યૂમ સંખ્યા મળવાની સંભાવના શીધો.

\Rightarrow પાસાને એક વાર ફેંકવામાં આવે તો મળતા કુલ પરિણામ ની સંખ્યા 6 થશે.

(1) દારના A : અવિભાજ્ય સંખ્યા.

પાસા પર આવતી અવિભાજ્ય સંખ્યા 2, 3 અને 5 હોય શકે.

\therefore પાસા પર ત્રણ અવિભાજ્ય સંખ્યાઓ આવી શકે.

\therefore દારના A ની સાનુકૂળ પરિણામોની સંખ્યા 3 થશે.

$$\therefore P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

(2) દારના B : 2 અને 6 વચ્ચેની સંખ્યા.

પાસામાં 2 અને 6 ની વચ્ચે ત્રણ સંખ્યાઓ 3, 4 અને 5 અંક આવી શકે.

\therefore દારના B ની સાનુકૂળ પરિણામોની સંખ્યા 3 થશે.

$$\therefore P(B) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

(3) ઘટના C : અવકાશ સંખ્યા 3 થી.

પાસા પર 2161 અવકાશ સંખ્યા એટલે કે 1, 3 અને 5 સંક્ર આવી શકે.

\therefore ઘટના C ની આગ્રહકૂળ પરિણામોની સંખ્યા 3 થશે.

$$\therefore P(C) = \frac{3}{6^2} = \frac{1}{2}$$

આમ, આંશિક ઘટનાઓની સંભાવના $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{2}$ અને $\frac{1}{2}$ થશે.

50) કોઈ વર્ગીકૃત માહિતી માટે જો $\sum f_i x_i = 325$ અને $\sum f_i = 25$ હોય, તો તે માહિતીનો મધ્યક શોધો.

\Rightarrow અહીં, $\sum f_i x_i = 325$ અને $\sum f_i = 25$

આપેલ માહિતી પરથી,

$$\begin{aligned} \text{મધ્યક } (\bar{x}) &= \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} \\ &= \frac{325}{25} \end{aligned}$$

$$\therefore \bar{x} = 13$$

આમ, આપેલ માહિતી નો મધ્યક $(\bar{x}) = 13$ થશે.