પ્રકરણ 11

FKZDIZ

પરિમિતિ અને ક્ષેત્રફળ

11.1 પ્રસ્તાવના :

ધોરણ 6માં તમે સમતલીય આકૃતિઓની પરિમિતિ તથા ચોરસ અને લંબચોરસના ક્ષેત્રફળ વિશે શીખી ગયાં છો. બંધ આકૃતિની સીમારેખાની લંબાઈ એ પરિમિતિ છે જ્યારે ક્ષેત્રફળ એ બંધ આકૃતિએ એ સમતલમાં રોકેલી જગ્યાનું માપ છે.

આ વર્ષે, કેટલીક વધુ સમતલીય આકૃતિઓની પરિમિતિ અને ક્ષેત્રફળ વિશે શીખશો.

11.2 ચોરસ અને લંબચોરસ (Squares and Rectangles)

આયુષ અને દીક્ષાએ ચિત્રો દોર્યાં. આયુષે તેનું ચિત્ર 60 સેમી લંબાઈ અને 20 સેમી પહોળાઈવાળા કાગળ પર દોર્યું તો દીક્ષાએ તેનું ચિત્ર 40 સેમી લંબાઈ અને 35 સેમી પહોળાઈવાળા કાગળ પર દોર્યું. આ બંને ચિત્રો અલગ-અલગ ફ્રેમમાં મઢવાનાં છે અને લેમિનેશન કરવાનું છે.

જો ફ્રેમ કરવાનો ખર્ચ ₹ 3.00 પ્રતિ સેમી હોય, તો કોને વધુ ખર્ચ થાય ?

જો લેમિનેશનનો ખર્ચ ₹ 2.00 પ્રતિ ચોરસ સેમી હોય તો કોને વધુ ખર્ચ થાય ?

ફ્રેમ કરવાનો ખર્ચ શોધવા માટે આપણે પરિમિતિ શોધવી પડે અને પછી તેને ફ્રેમ કરવાના દર વડે ગુણવું પડે. લેમિનેશનનો ખર્ચ શોધવા માટે આપણે ક્ષેત્રફળ શોધવું પડે અને પછી તેને લેમિનેશન કરવાના દર વડે ગુણવું પડે.

પ્રયત્ન કરો

નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ શોધવા માટે તમારે શું શોધવું પડે – પરિમિતિ કે ક્ષેત્રફળ ?

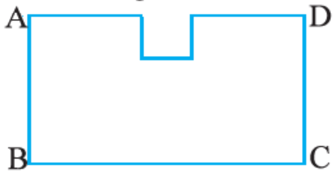
1. વર્ગમાંનું કાળું પાટિયું કેટલી જગ્યા રોકે છે ?
2. ફૂલોના લંબચોરસ ક્યારાને ફરતેથી બંધ કરવા માટે કેટલી લંબાઈનો તાર જોઈશે ?
3. એક ત્રિકોણાકાર બાગને ફરતે બે વાર આંટા મારવાથી તમે કેટલું અંતર કાપશો ?
4. એક લંબચોરસ તરણકુંડ ને ઢાંકવા માટે તમારે કેટલી પ્લાસ્ટિકની શીટ જોઈશે ?

શું તમને યાદ છે ?

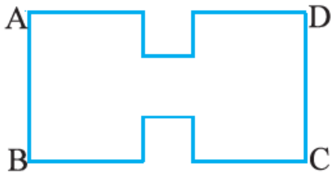
નિયમિત બહુકોણની પરિમિતિ = બાજુની સંખ્યા × એક બાજુની લંબાઈ

ચોરસની પરિમિતિ = 4 × બાજુની લંબાઈ

આકૃતિ 11.1



આકૃતિ 11.2



આકૃતિ 11.3

લંબચોરસની પરિમિતિ $= 2 \times (l + b)$

લંબચોરસનું ક્ષેત્રફળ $= l \times b$, ચોરસનું ક્ષેત્રફળ = બાજુ $\times$ બાજુ

તાન્યાને તેનું કૉલાજ પૂરું કરવા માટે 4 સેમી બાજુવાળો ચોરસ જોઈતો હતો. તેની પાસે 28 સેમી લંબાઈ અને 21 સેમી પહોળાઈનો લંબચોરસ કાગળ હતો (આકૃતિ 11.1). તેણે તેમાંથી 4 સેમી બાજુવાળો ચોરસ કાપી લીધો. તેની મિત્રે બાકીનો કાગળ (આકૃતિ 11.2) જોઈને તાન્યાને પૂછ્યું, "હવે આ કાગળની પરિમિતિ વધી કે ઘટી ?"

બાજુ ADની કુલ લંબાઈ, ચોરસ કાપ્યા પછી વધી ?

ક્ષેત્રફળ વધ્યું કે ઘટ્યું ?

તાન્યા સામેની બાજુમાંથી બીજો એક ચોરસ કાપે છે (આકૃતિ 11.3).

બાકીના કાગળની પરિમિતિ હજુ વધારે વધશે ?

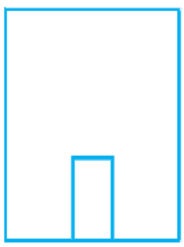
ક્ષેત્રફળ હજુ વધશે કે ઘટશે ?

તો, આ પરથી આપણે શું અનુમાન કરી શકીએ ?

અહીં સ્પષ્ટ છે કે પરિમિતિમાં વધારો થવાથી ક્ષેત્રફળમાં વધારો થવો જરૂરી નથી.

પ્રયત્ન કરો

1. આવા ઘણા આકારો અને કટિંગ્સ માટે આ પ્રયોગ કરો. તમે ચોરસ ખાનાવાળા કાગળ પર આ આકારો દોરી તેની પરિમિતિ અને ક્ષેત્રફળ ગણી શકો.
   તમે જોયું છે કે પરિમિતિમાં વધારો થાય એનો અર્થ એ નથી કે ક્ષેત્રફળ પણ વધશે.
2. પરિમિતિ વધવાની સાથે ક્ષેત્રફળ પણ વધે તેવાં બે ઉદાહરણો આપો.
3. પરિમિતિ વધે પરંતુ ક્ષેત્રફળ ન વધે તેવાં બે ઉદાહરણો આપો.



આકૃતિ 11.4

ઉદાહરણ 1 10 મી $\times$ 10 મીના માપવાળી દીવાલમાં 3 મી $\times$ 2 મી માપનું એક બારણું છે. એક ચોરસમીટરના ₹ 2.50 પ્રમાણે દીવાલને રંગવાનો ખર્ચ શોધો.

ઉકેલ બારણાના ક્ષેત્રફળને બાદ કરતાં બાકીની દીવાલને રંગ કરવાનો છે.

બારણાનું ક્ષેત્રફળ $= l \times b$

$= 3 \times 2$ મી^{2} $= 6$ મી^{2}

બારણાં સહિત દીવાલનું ક્ષેત્રફળ = બાજુ $\times$ બાજુ $= 10 \times 10$ મી^{2} $= 100$ મી^{2}

બારણાં સિવાયની દીવાલનું ક્ષેત્રફળ $= (100 - 6)$ મી^{2} $= 94$ મી^{2}

દીવાલને રંગ કરવાનો મજૂરી ખર્ચ $= 2.50 \times 94 =$ ₹ 235

ઉદાહરણ 2 એક લંબચોરસ કાગળનું ક્ષેત્રફળ 500 સેમી^{2} છે. જો તેની લંબાઈ 25 સેમી હોય તો તેની પહોળાઈ કેટલી હશે ? તે કાગળની પરિમિતિ પણ શોધો.

ઉકેલ લંબચોરસ કાગળનું ક્ષેત્રફળ = 500 સેમી^{2}

લંબાઈ $(l) = 25$ સેમી

લંબચોરસનું ક્ષેત્રફળ $= l \times b$ (જ્યાં $b =$ કાગળની પહોળાઈ)

આથી, પહોળાઈ $b = \frac{\text{ક્ષેત્રફળ}}{l} = \frac{500}{25} = 20$ સેમી

કાગળની પરિમિતિ $= 2 \times (l + b) = 2 \times (25 + 20) = 90$ સેમી.

આથી, લંબચોરસ કાગળની પહોળાઈ 20 સેમી અને તેની પરિમિતિ 90 સેમી છે.

ઉદાહરણ 3 અનુ તેના ઘરની સામેના બાગની ફરતે વાડ કરવા માગે છે (આકૃતિ 11.5). તેની ત્રણ બાજુઓની લંબાઈ 20 મીટર; 12 મીટર અને 12 મીટર છે. મીટરના ₹ 150 પ્રમાણે વાડ કરવાનો ખર્ચ શોધો.

આકૃતિ 11.5

ઉકેલ વાડની લંબાઈ, બાગની પરિમિતિ (એક બાજુ સિવાયની) જેટલી થાય, જે 20 મી + 12 મી + 12 મી = 44 મીટર છે. વાડ કરવાનો ખર્ચ = ₹ 150×44 = ₹ 6,600

ઉદાહરણ 4 એક તાર 10 સેમી બાજુવાળા ચોરસ આકારમાં વાળેલો છે. જો તેને (ખોલીને) ફરીથી 12 સેમી લંબાઈવાળા લંબચોરસ આકારમાં વાળવામાં આવે તો તે લંબચોરસની પહોળાઈ કેટલી થશે ? ચોરસ અને લંબચોરસમાંથી કોનું ક્ષેત્રફળ વધુ થશે ?

ઉકેલ ચોરસની બાજુ = 10 સેમી

તારની લંબાઈ = ચોરસની પરિમિતિ $= 4 \times$ બાજુ = 40 સેમી

લંબચોરસની લંબાઈ $l = 12$ સેમી ધારો કે લંબચોરસની પહોળાઈ b છે.

લંબચોરસની પરિમિતિ = તારની લંબાઈ = 40 સેમી

લંબચોરસની પરિમિતિ $= 2(l + b)$

આથી, $40 = 2(12 + b)$

અથવા $\frac{40}{2} = 12 + b$

આથી, $b = 20 - 12 = 8$ સેમી

લંબચોરસની પહોળાઈ = 8 સેમી

ચોરસનું ક્ષેત્રફળ = (બાજુ)^2

= 10 સેમી $\times$ 10 સેમી = 100 સેમી^{2}

લંબચોરસનું ક્ષેત્રફળ $= l \times b$

= 12 સેમી $\times$ 8 સેમી = 96 સેમી^{2}

આમ, ચોરસ અને લંબચોરસની પરિમિતિ સમાન હોવા છતાં ચોરસનું ક્ષેત્રફળ વધુ છે.

ઉદાહરણ 5 એક ચોરસ અને એક લંબચોરસનાં ક્ષેત્રફળ સમાન છે. જો ચોરસની બાજુ 40 સેમી હોય અને લંબચોરસની પહોળાઈ 25 સેમી હોય તો લંબચોરસની લંબાઈ શોધો. લંબચોરસની પરિમિતિ પણ શોધો.

ઉકેલ ચોરસનું ક્ષેત્રફળ = (બાજુ)^2

= 40 સેમી $\times$ 40 સેમી = 1600 સેમી^{2}

આપણને આપેલું છે કે

લંબચોરસનું ક્ષેત્રફળ = ચોરસનું ક્ષેત્રફળ

લંબચોરસનું ક્ષેત્રફળ = 1600 સેમી^{2}, લંબચોરસની પહોળાઈ = 25 સેમી

લંબચોરસનું ક્ષેત્રફળ = $l \times b$

અથવા $1600 = l \times 25$

અથવા $\frac{1600}{25} = l$ અથવા $l = 64$ સેમી

આથી, લંબચોરસની લંબાઈ 64 સેમી છે.

લંબચોરસની પરિમિતિ = $2 \times (l + b) = 2\ (64 + 25)$ સેમી

$= 2 \times 89$ સેમી $= 178$ સેમી

આમ, લંબચોરસનું ક્ષેત્રફળ, ચોરસના ક્ષેત્રફળ જેટલું જ છે તેમ છતાં લંબચોરસની પરિમિતિ 178 સેમી છે.

સ્વાધ્યાય 11.1

1. જમીનના લંબચોરસ ભાગની લંબાઈ અને પહોળાઈ અનુક્રમે 500 મીટર અને 300 મીટર છે.

   (i) તેનું ક્ષેત્રફળ શોધો. (ii) 1 મી^{2} જમીનની કિંમત ₹ 10,000 હોય, તો તેની કિંમત શોધો.

2. જેની પરિમિતિ 320 મીટર છે તેવા ચોરસ બાગનું ક્ષેત્રફળ શોધો.
3. જેનું ક્ષેત્રફળ 440 મી^{2} છે અને લંબાઈ 22 મીટર છે તેવા જમીનના લંબચોરસ પ્લોટની પહોળાઈ શોધો. તેની પરિમિતિ પણ શોધો.
4. એક લંબચોરસની પરિમિતિ 100 સેમી છે, જો તેની લંબાઈ 35 સેમી હોય તો તેની પહોળાઈ શોધો. તેનું ક્ષેત્રફળ પણ શોધો.
5. એક ચોરસ બાગ અને એક લંબચોરસ બાગનાં ક્ષેત્રફળ સરખાં છે. જો ચોરસ બાગની બાજુનું માપ 60 મીટર હોય અને લંબચોરસ બાગની લંબાઈ 90 મીટર હોય તો લંબચોરસ બાગની પહોળાઈ શોધો.
6. એક તાર, લંબચોરસ આકારમાં વાળેલો છે જેની લંબાઈ 40 સેમી અને પહોળાઈ 22 સેમી છે. જો તેને ખોલીને ફરીથી ચોરસ આકારમાં વાળવામાં આવે તો તેની દરેક બાજુનું માપ કેટલું થશે ? કયો આકાર વધુ ક્ષેત્રફળ આવરે છે તે પણ નક્કી કરો.

આકૃતિ 11.6

7. એક લંબચોરસની પરિમિતિ 130 સેમી છે. જો તેની પહોળાઈ 30 સેમી હોય તો તેની લંબાઈ શોધો. તે લંબચોરસનું ક્ષેત્રફળ પણ શોધો.
8. એક દીવાલમાં 2 મીટર લંબાઈ અને 1 મીટર પહોળાઈનું બારણું બેસાડેલું છે. દીવાલની લંબાઈ 4.5 મીટર અને પહોળાઈ 3.6 મીટર છે (આકૃતિ 11.6). જો દિવાલને ધોળવાનો દર પ્રતિ મી^{2} ના ₹ 20 હોય તો દીવાલને ધોળવાનો ખર્ચ શોધો.

11.2.1 લંબચોરસના ભાગ તરીકે ત્રિકોણ

CJZZ1H

એક લંબચોરસ લો જેની બાજુઓનાં માપ 8 સેમી અને 5 સેમી છે. તેને તેના વિકર્ણ પરથી કાપીને બે ત્રિકોણો મેળવો (આકૃતિ 11.7).

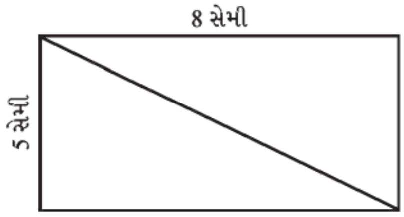
એક ત્રિકોણને બીજા ત્રિકોણ પર ગોઠવો.

શું તે બંને બરાબર સરખા છે ?

તમે કહી શકો કે તે બંને ત્રિકોણનાં ક્ષેત્રફળ સરખાં છે ?

શું તે બંને ત્રિકોણ એકરૂપ પણ છે ?

આ બંને ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ કેટલું છે ?



આકૃતિ 11.7

તમે જોશો કે બે ત્રિકોણનાં ક્ષેત્રફળોનો સરવાળો, લંબચોરસના ક્ષેત્રફળ જેટલો છે. બંને ત્રિકોણ ક્ષેત્રફળમાં સરખા છે.

દરેક ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ $= \frac{1}{2}$ (લંબચોરસનું ક્ષેત્રફળ)

$= \frac{1}{2} \times (l \times b) = \frac{1}{2}\ (8 \times 5)$

$= \frac{40}{2} = 20$ સેમી^{2}

5 સેમી બાજુવાળો એક ચોરસ લો અને તેને (આકૃતિ 11.8)માં દર્શાવ્યા પ્રમાણે ચાર ત્રિકોણમાં વહેંચો.

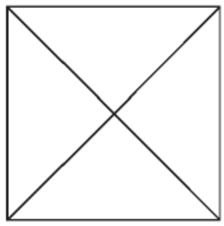
ચારે ત્રિકોણના ક્ષેત્રફળ સમાન છે ?

તે ચારે પરસ્પર એકરૂપ છે ? (ચકાસવા માટે એકબીજા ઉપર મૂકી જુઓ.)

દરેક ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ કેટલું છે ?

દરેક ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ $= \frac{1}{4}$ (ચોરસનું ક્ષેત્રફળ)

$= \frac{1}{4}$ (બાજુ)$^2 = \frac{1}{4}\ (5)^2$ સેમી$^2 = 6.25$ સેમી^{2}

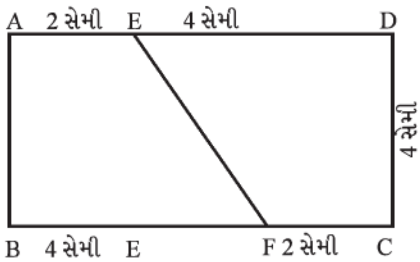

આકૃતિ 11.8

11.2.2 લંબચોરસના અન્ય એકરૂપ ભાગોનું સામાન્યીકરણ

6 સેમી લંબાઈ અને 4 સેમી પહોળાઈના એક લંબચોરસને આકૃતિ (11.9) માં દર્શાવ્યા પ્રમાણે બે ભાગમાં વહેંચવામાં આવેલ છે. આ લંબચોરસની નકલ બીજા કાગળ પર કરો અને તેને EF ઉપરથી કાપીને બે ટુકડા કરો.

એક ટુકડાને બીજા ઉપર ગોઠવો અને જુઓ કે બંધબેસતા આવે છે કે નહીં. (તમારે એને પરિભ્રમણ કરાવવું પડે.)

શું બંને ભાગ એકરૂપ છે ? બંને ભાગ પરસ્પર એકરૂપ છે. આથી એક ભાગનું ક્ષેત્રફળ, બીજા ભાગના ક્ષેત્રફળ જેટલું છે.



આકૃતિ 11.9

$\therefore$ દરેક એકરૂપ ભાગનું ક્ષેત્રફળ $= \frac{1}{2}$ (લંબચોરસનું ક્ષેત્રફળ)

$= \frac{1}{2}\ (6 \times 4)$ સેમી$^2 = 12$ સેમી^{2}

પ્રયત્ન કરો

નીચે આપેલા દરેક લંબચોરસની લંબાઈ 6 સેમી અને પહોળાઈ 4 સેમી છે. તે દરેક એકરૂપ બહુકોણથી બનેલા છે. દરેક બહુકોણનું ક્ષેત્રફળ શોધો.

11.3 સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ (Area of a Parallelogram)

આપણે ચોરસ અને લંબચોરસ સિવાયના બીજા આકારો પણ જોઈએ છીએ. જે જમીન સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણના આકારની હોય તેનું ક્ષેત્રફળ કેવી રીતે શોધશો ?

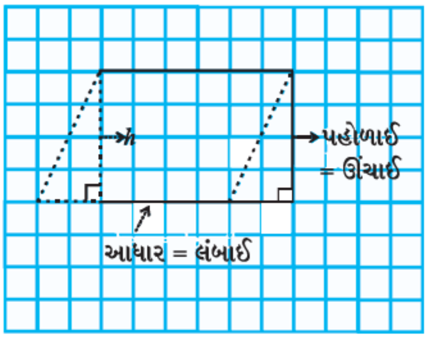
ચાલો, આપણે તે માટે રીત શોધીએ.

સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણને સમાન ક્ષેત્રફળવાળા લંબચોરસમાં રૂપાંતરિત કરી શકાય ? આકૃતિ 11.10(i)માં દર્શાવ્યા પ્રમાણે એક આલેખપત્ર પર એક સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ દોરો. સમાંતર બાજુ ચતુષ્કોણના એક શિરોબિંદુ પરથી સામેની બાજુને લંબ રેખા દોરો [આકૃતિ 11.10(ii)]. ત્રિકોણને કાપી લો. આ ત્રિકોણને સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણની બીજી બાજુએ ખસેડો.

(i) (ii) (iii)

આકૃતિ 11.10

તમને કયો આકાર મળે છે ? તમને એક લંબચોરસ મળે છે. શું સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ, નવા બનેલા લંબચોરસના ક્ષેત્રફળ જેટલું છે ? હા, સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ = બનેલા લંબચોરસનું ક્ષેત્રફળ. આ લંબચોરસની લંબાઈ અને પહોળાઈ શેનાં માપ છે ?



આકૃતિ 11.11

આપણને જણાય છે કે લંબચોરસની લંબાઈ તે સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણના આધાર જેટલી છે અને લંબચોરસની પહોળાઈ તે સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણની ઊંચાઈ જેટલી છે. (આકૃતિ 11.11).

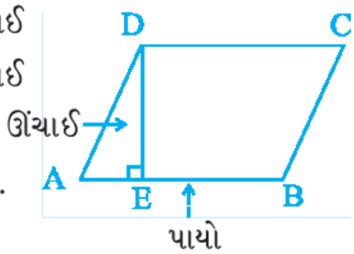
હવે, સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ = લંબચોરસનું ક્ષેત્રફળ

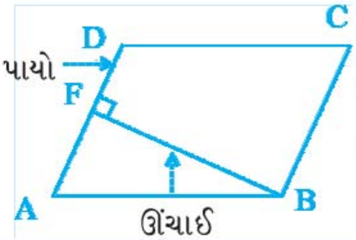
= લંબાઈ × પહોળાઈ = $l \times b$

પરંતુ લંબચોરસની લંબાઈ l અને પહોળાઈ b તે સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણના અનુક્રમે આધાર b અને ઊંચાઈ h જેટલી છે.

આમ, સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ = આધાર × ઊંચાઈ = $b \times h$.

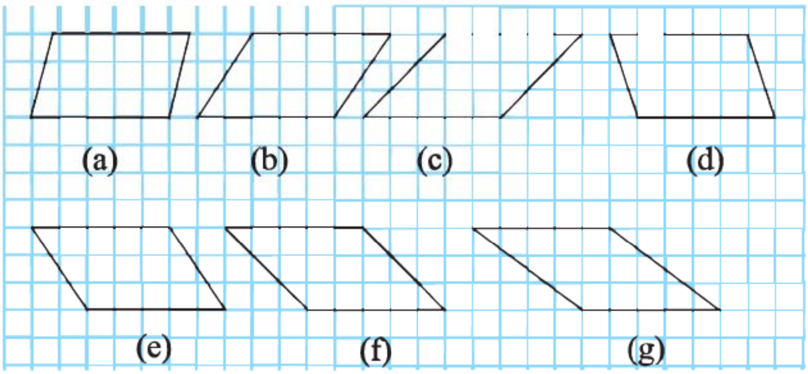
સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણની કોઈ પણ બાજુને તેના આધાર તરીકે લઈ શકાય. તે બાજુ પર સામેનાં શિરોબિંદુમાંથી દોરેલા લંબને તેની ઊંચાઈ કહેવાય છે. સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ ABCDમાં DE, ABને લંબ છે. અહીં AB આધાર છે અને DE એ સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણની ઊંચાઈ છે.





બાજુના સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ ABCDમાં BF, સામેની બાજુ ADને લંબ છે. અહીં AD આધાર છે અને BF ઊંચાઈ છે.

નીચેના સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ જુઓ. (આકૃતિ 11.12)



આકૃતિ 11.12

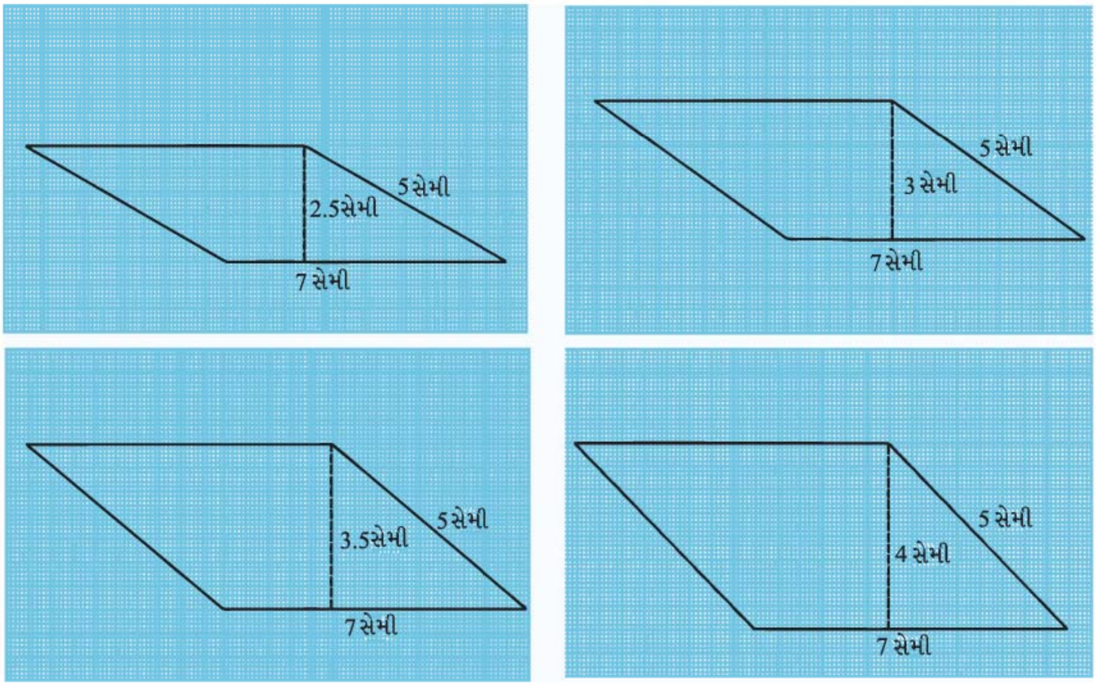
આ સમાંતર બાજુ ચતુષ્કોણનાં ક્ષેત્રફળ, આકૃતિની અંદરના ભાગમાં આવેલા ચોરસની ગણતરી કરીને શોધો અને બાજુઓને માપીને તેની પરિમિતિ પણ શોધો.

નીચેનું કોષ્ટક પૂર્ણ કરો.

સમાંતર બાજુ ચતુષ્કોણ	આધાર સંખ્યા	ઊંચાઈ	ક્ષેત્રફળ	પરિમિતિ
(a)	5 એકમ	3 એકમ	$5 \times 3 = 15$ ચો એકમ	
(b)				
(c)				
(d)				
(e)				
(f)				
(g)				

તમે જોશો કે આ બધા સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણના ક્ષેત્રફળ સમાન છે પરંતુ તેમની પરિમિતિ ભિન્ન છે.

હવે, નીચેના સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ જુઓ, જેમની બાજુઓ 7 સેમી અને 5 સેમી માપની છે. (આકૃતિ 11.13)



આકૃતિ 11.13

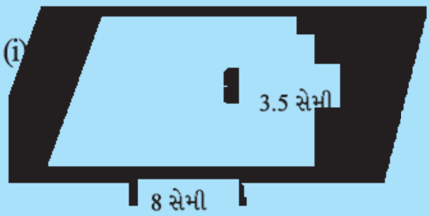
આ દરેક સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણની પરિમિતિ અને ક્ષેત્રફળ શોધો. તમારા પરિણામોનું પૃથક્કરણ કરો. તમે જોશો કે આ સમાંતર બાજુ ચતુષ્કોણનાં ક્ષેત્રફળ ભિન્ન છે પરંતુ તેમની પરિમિતિ સમાન છે.

સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ શોધવા માટે તમારે માત્ર તેનો આધાર અને અનુરૂપ ઊંચાઈ જાણવી જરૂરી છે.

પ્રયત્ન કરો

નીચેના સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણનાં ક્ષેત્રફળો શોધો.

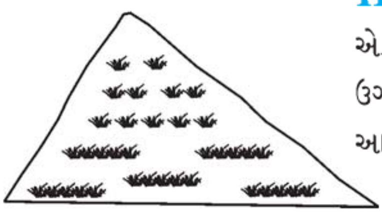
(i)



(ii)

(iii) સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ ABCDમાં, AB = 7.2 સેમી અને AB પર Cમાંથી દોરેલા લંબનું માપ 4.5 સેમી છે.

11.4 ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ



એક માળી એક ત્રિકોણાકાર બાગના આખા ભાગમાં ઘાસ ઉગાડવાનો ખર્ચ જાણવા માગે છે.

આ માટે આપણે ત્રિકોણાકાર પ્રદેશનું ક્ષેત્રફળ જાણવું જરૂરી છે.

ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ મેળવવા માટેની રીત શોધીએ.

CKIR4S

એક કાગળ પર એક વિષમબાજુ ત્રિકોણ દોરો. આ ત્રિકોણાકારને કાપી લો. તેને બીજા કાગળ પર મૂકી તેના જ માપનો બીજો ત્રિકોણાકાર કાપો. હવે તમારી પાસે સમાન માપના બે વિષમબાજુ ત્રિકોણ છે. શું આ બંને ત્રિકોણ એકરૂપ છે ?

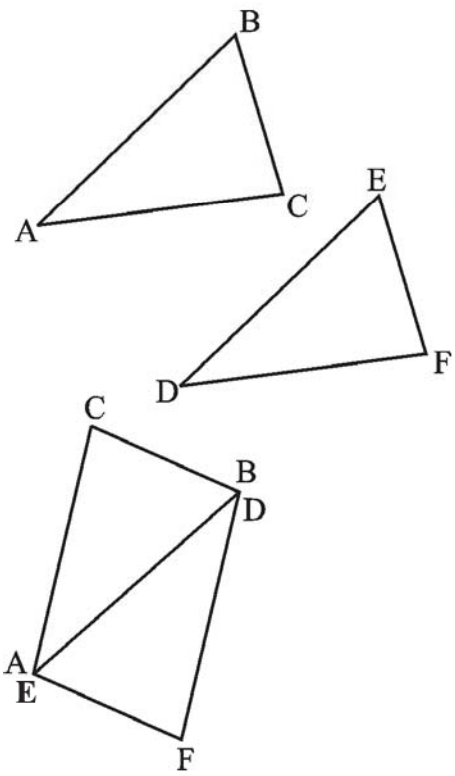
એક ત્રિકોણને ત્રિકોણ બીજા ઉપર એવી રીતે મૂકો કે જેથી બરાબર બંધબેસતો આવે. તમારે કદાચ બેમાંથી એક ત્રિકોણને પરિભ્રમણ કરાવવું પડે.

હવે બંને ત્રિકોણને એ રીતે ગોઠવો કે બંનેની અનુરૂપ બાજુઓની એક જોડ એકબીજા સાથે જોડાય. (આકૃતિ 11.14)

આ રીતે બનતી આકૃતિ સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ છે ?

દરેક ત્રિકોણના ક્ષેત્રફળને સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણના ક્ષેત્રફળ સાથે સરખાવો. ત્રિકોણના આધાર અને ઊંચાઈને, સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણના આધાર અને ઊંચાઈ સાથે સરખાવો.

તમને જણાશે કે બંને ત્રિકોણનાં ક્ષેત્રફળોનો સરવાળો, સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણના ક્ષેત્રફળ જેટલો છે. ત્રિકોણના આધાર અને ઊંચાઈ સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણના અનુક્રમે આધાર અને ઊંચાઈ જેટલા છે.



આકૃતિ 11.14

દરેક ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ $= \frac{1}{2}$ (સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ)

$= \frac{1}{2}$ (આધાર $\times$ ઊંચાઈ)

(કારણ કે સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ $=$ આધાર $\times$ ઊંચાઈ)

$= \frac{1}{2}(b \times h)$ (અથવા ટૂંકમાં $\frac{1}{2}bh$)

પ્રયત્ન કરો

1. ઉપરની પ્રવૃત્તિ જુદા જુદા પ્રકારના ત્રિકોણ લઈને કરો.
2. જુદા જુદા સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ લો. તે દરેકને તેના કોઈ પણ એક વિકર્ણ પર કાપીને બે ત્રિકોણમાં વિભાજિત કરો. આ ત્રિકોણો એકરૂપ છે ?

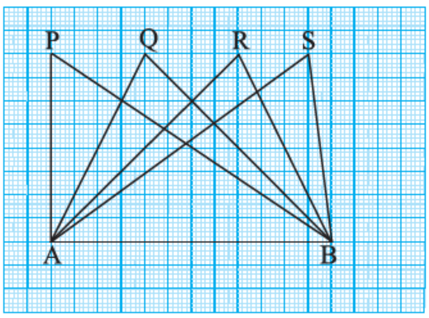
બાજુની આકૃતિ 11.15માં બધા ત્રિકોણનો આધાર AB = 6 સેમી છે.

દરેક ત્રિકોણની ABને અનુરૂપ ઊંચાઈ વિશે તમે શું કહી શકો ?

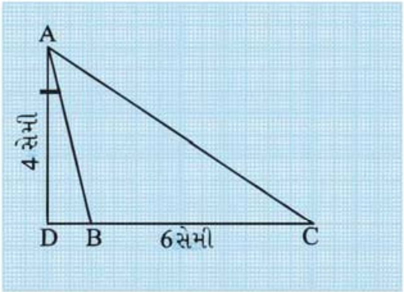
બધા ત્રિકોણનાં ક્ષેત્રફળ સમાન છે એમ કહી શકાય ? હા.

બધા ત્રિકોણ એકરૂપ પણ છે ? ના.

આપણે તારણ કાઢીએ કે બધા એકરૂપ ત્રિકોણનાં ક્ષેત્રફળ સરખાં છે પરંતુ સરખાં ક્ષેત્રફળવાળા ત્રિકોણ, એકરૂપ હોવા જરૂરી નથી.



આકૃતિ 11.15



આકૃતિ 11.16

6 સેમી આધારવાળો ગુરુકોણ ત્રિકોણ ABC લો. (આકૃતિ 11.16) તેની ઊંચાઈ AD કે જે શિરોબિંદુ Aમાંથી દોરેલો લંબ છે, તે ત્રિકોણની બહારના ભાગમાં છે.

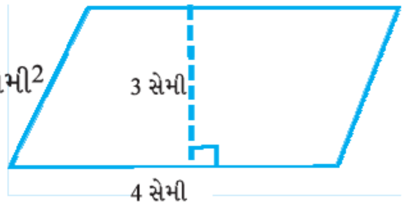
શું તમે આ ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ ગણી શકો ?

ઉદાહરણ 6 એક સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણની એક બાજુ અને તેને અનુરૂપ ઊંચાઈ અનુક્રમે 4 સેમી અને 3 સેમી છે. તેનું ક્ષેત્રફળ શોધો.

ઉકેલ આધાર(b)ની લંબાઈ = 4 સેમી અને ઊંચાઈ (h) = 3 સેમી આપેલાં છે.

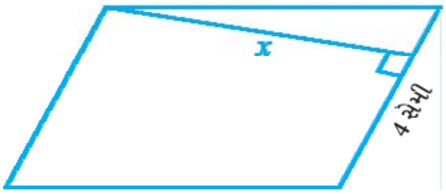
સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ = $b \times h$

= 4×3 સેમી = 12 સેમી^{2}



આકૃતિ 11.17

ઉદાહરણ 7 જો એક સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ 24 સેમી^{2} અને આધાર 4 સેમી હોય, તો તેની ઊંચાઈ 'x' શોધો.



આકૃતિ 11.18

ઉકેલ સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ = $b \times h$

આથી, $24 = 4 \times x$ (આકૃતિ 11.18)

અથવા $\frac{24}{4} = x$ અથવા $x = 6$ સેમી

આમ, સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણની ઊંચાઈ 6 સેમી છે.

ઉદાહરણ 8 સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ ABCDની બે બાજુઓ 6 સેમી અને 4 સેમી છે. આધાર CDને અનુરૂપ ઊંચાઈ 3 સેમી છે.

(i) સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ શોધો. (ii) આધાર ADને અનુરૂપ ઊંચાઈ શોધો (આકૃતિ 11.19).

ઉકેલ

(i) સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ = $b \times h$

= 6 સેમી $\times$ 3 સેમી = 18 સેમી^{2}

(ii) આધાર (b) = 4 સેમી, ઊંચાઈ = x ધારો.

ક્ષેત્રફળ = 18 સેમી^{2}

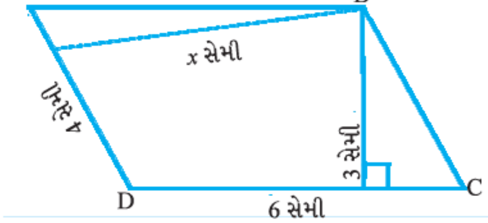
સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ = $b \times x$

$18 = 4 \times x$

$\frac{18}{4} = x$

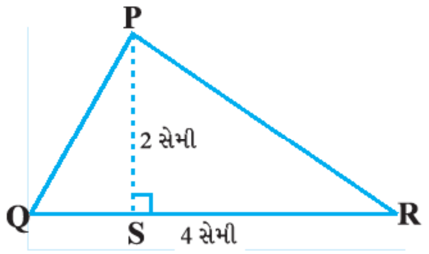
$\therefore x = 4.5$ સેમી

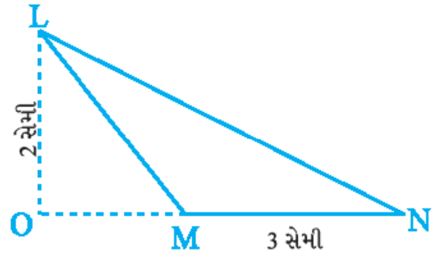
આથી, આધાર ADને અનુરૂપ ઊંચાઈ = 4.5 સેમી



આકૃતિ 11.19

ઉદાહરણ 9 નીચેના ત્રિકોણનાં ક્ષેત્રફળ શોધો (આકૃતિ 11.20).





આકૃતિ 11.20

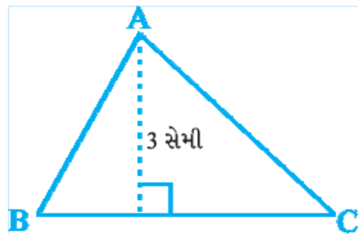
ઉકેલ (i) ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ $= \frac{1}{2}\, bh = \frac{1}{2} \times \text{QR} \times \text{PS}$

$$= \frac{1}{2} \times 4 \text{ સેમી} \times 2 \text{ સેમી} = 4 \text{ સેમી}^2$$

(ii) ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ $= \frac{1}{2}\, bh = \frac{1}{2} \times \text{MN} \times \text{LO}$

$$= \frac{1}{2} \times 3 \text{ સેમી} \times 2 \text{ સેમી} = 3 \text{ સેમી}^2$$

ઉદાહરણ 10 જો ΔABCનું ક્ષેત્રફળ 36 સેમી^{2} હોય અને ઊંચાઈ AD = 3 સેમી હોય, તો BC શોધો (આકૃતિ 11.21).



આકૃતિ 11.21

ઉકેલ ઊંચાઈ = 3 સેમી, ક્ષેત્રફળ = 36 સેમી^{2}

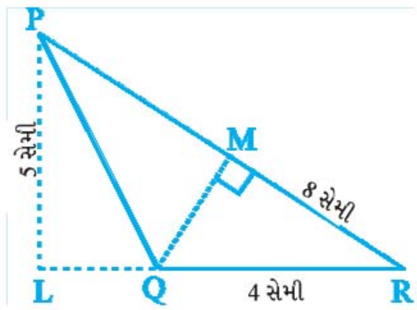
ત્રિકોણ ABCનું ક્ષેત્રફળ $= \frac{1}{2}\, bh$

અથવા, $36 = \frac{1}{2} \times b \times 3$ એટલે કે, $b = \frac{36 \times 2}{3} = 24$ સેમી

આથી, BC = 24 સેમી

ઉદાહરણ 11 જો ΔPQRમાં PR = 8 સેમી, QR = 4 સેમી PL = 5 સેમી છે (આકૃતિ 11.22).

(i) ΔPQRનું ક્ષેત્રફળ અને (ii) QM શોધો.



આકૃતિ 11.22

ઉકેલ

(i) QR = આધાર = 4 સેમી, PL = ઊંચાઈ = 5 સેમી

ત્રિકોણ PQRનું ક્ષેત્રફળ $= \frac{1}{2}\, bh$

$$= \frac{1}{2} \times 4 \text{ સેમી} \times 5 \text{ સેમી} = 10 \text{ સેમી}^2$$

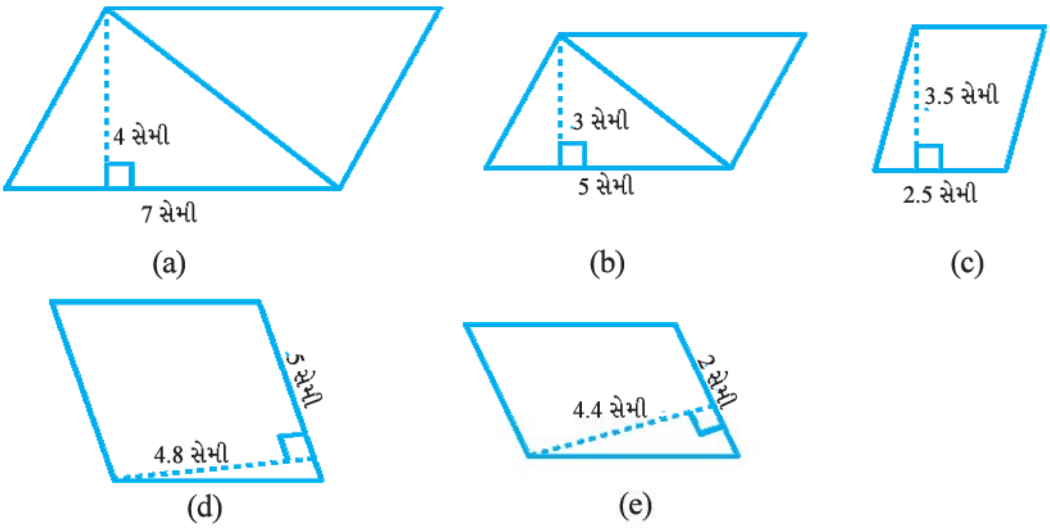
(ii) PR = આધાર = 8 સેમી, QM = ઊંચાઈ = ? ક્ષેત્રફળ = 10 સેમી^{2}

ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ $= \frac{1}{2} \times b \times h$ એટલે કે $10 = \frac{1}{2} \times 8 \times h$

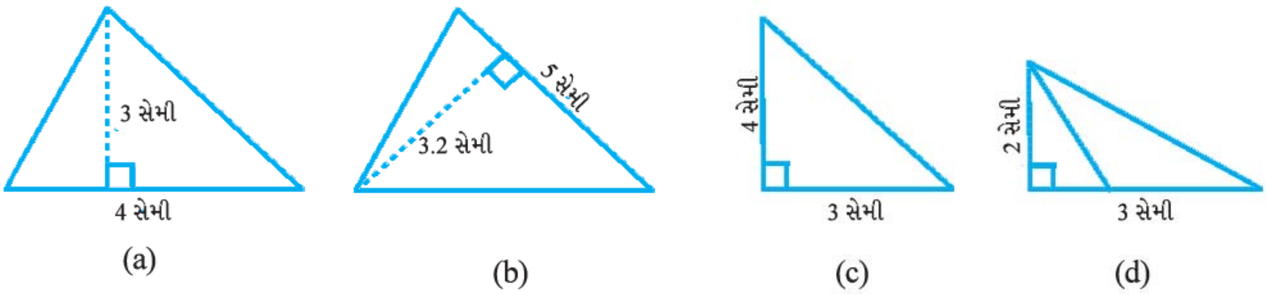
$h = \frac{10}{4} = \frac{5}{2} = 2.5$ આમ, QM = 2.5 સેમી

સ્વાધ્યાય 11.2

1. નીચેના દરેક સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણનાં ક્ષેત્રફળ શોધો :



2. નીચેના દરેક ત્રિકોણનાં ક્ષેત્રફળ શોધો :



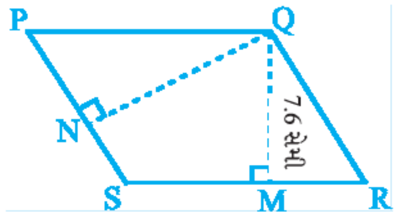
3. ખૂટતાં મૂલ્યો શોધો :

અનુક્રમ નંબર	આધાર	ઊંચાઈ	સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ
a.	20 સેમી		246 સેમી^{2}
b.		15 સેમી	154.5 સેમી^{2}
c.		8.4 સેમી	48.72 સેમી^{2}
d.	15.6 સેમી		16.38 સેમી^{2}

4. ખૂટતાં મૂલ્યો શોધો :

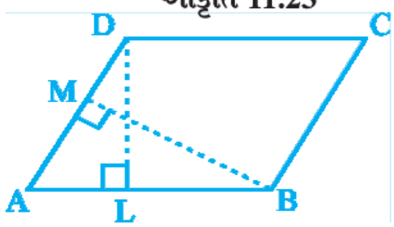
આધાર	ઊંચાઈ	ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ
15 સેમી		87 સેમી^{2}
	31.4 મિમી	1256 મિમી^{2}
22 સેમી		170.5 સેમી^{2}

5. PQRS સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ છે (આકૃતિ 11.23). Qમાંથી SR પરની ઊંચાઈ QM છે અને Qમાંથી PS પરની ઊંચાઈ QN છે. જો SR = 12 સેમી અને QM = 7.6 સેમી હોય તો
(a) સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ PQRSનું ક્ષેત્રફળ
(b) જો PS = 8 સેમી હોય તો QN શોધો.



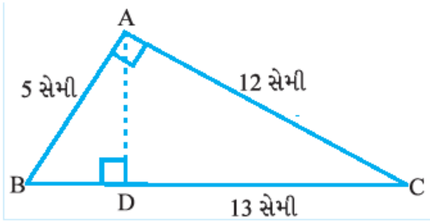
આકૃતિ 11.23

6. સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ ABCDમાં DL અને BM અનુક્રમે બાજુઓ AB અને AD પરની ઊંચાઈઓ છે (આકૃતિ 11.24). જો સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ 1470 સેમી^{2} હોય અને AB = 35 સેમી તથા AD = 49 સેમી હોય, તો BM અને DLની લંબાઈઓ શોધો.

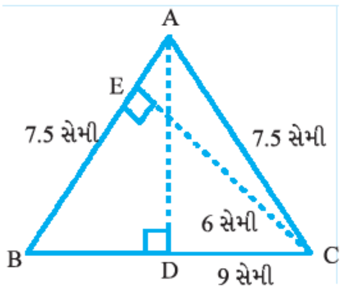


આકૃતિ 11.24

7. ΔABCમાં $\angle$A કાટખૂણો છે. (આકૃતિ 11.25). AD, BCને લંબ છે. જો AB = 5 સેમી, BC = 13 સેમી અને AC = 12 સેમી હોય તો ΔABCનું ક્ષેત્રફળ શોધો. ADની લંબાઈ પણ શોધો.



આકૃતિ 11.25



આકૃતિ 11.26

8. ΔABC સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ છે જેમાં AB = AC = 7.5 સેમી અને BC = 9 સેમી છે (આકૃતિ 11.26). Aમાંથી BC પરની ઊંચાઈ AD = 6 સેમી છે. ΔABC નું ક્ષેત્રફળ શોધો. C માંથી AB પરની ઊંચાઈ, એટલે કે CE કેટલી થશે ?

11.5 વર્તુળ (Circles)

દોડની રમત માટેનો રસ્તો બંને છેડે અર્ધ વર્તુળાકાર હોય છે (આકૃતિ 11.27).

જો કોઈ દોડવીર આવા રસ્તા પર બે ચક્ર પૂરાં કરે તો તેણે કાપેલું અંતર શોધી શકાય ? આપણે વર્તુળાકાર રસ્તા પર કપાતું અંતર શોધવા માટેની રીત શોધવી પડે.

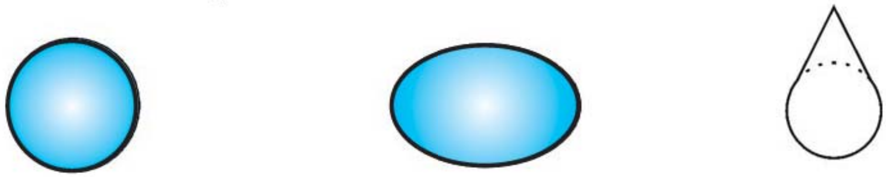
CKSM6F


આકૃતિ 11.27

11.5.1 વર્તુળનો પરિઘ (Circumference of a circle)

તાન્યાએ પૂઠાંમાંથી જુદાં જુદાં માપના કેટલાક વક્ર આકારો કાપ્યા. તેમને સુશોભિત કરવા માટે તાન્યા તે

આકારને ફરતે લેસ મૂકવા માગે છે. તેને દરેક માટે કેટલી લંબાઈની લેસ જોઈશે ? (આકૃતિ 11.28)



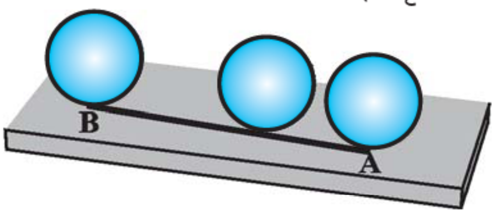
(a) (b) (c)

આકૃતિ 11.28

તમે વક્રરેખાની (આકૃતિ 11.28) લંબાઈ માપપટ્ટીની મદદથી માપી ન શકો, કારણ કે આ આકારો 'સીધા' નથી. તો શું કરીશું ?

આકૃતિ 11.29

આકૃતિ 11.28 (a) માં દર્શાવેલ આકાર માટે જરૂરી લેસ(પટ્ટી)ની લંબાઈ શોધવાનો એક રસ્તો આ પ્રમાણે છે. પૂંઠાના વક્ર આકારની ધાર પર કોઈ બિંદુ દર્શાવો. કાર્ડને ટેબલ પર મૂકો. બિંદુની સ્થિતિ ટેબલ પર પણ દર્શાવો (આકૃતિ 11.29).



આકૃતિ 11.30

હવે વર્તુળાકાર કાર્ડને ટેબલ પર એક સીધી રેખામાં એ રીતે ફેરવતાં જાઓ કે કાર્ડ પરનું બિંદુ ફરીથી ટેબલને સ્પર્શે. આ રેખા પરનું અંતર માપો. જરૂરી લેસની આટલી લંબાઈ છે (આકૃતિ 11.30). કાર્ડની ધાર પર નિશ્ચિત બિંદુથી શરૂ કરીને ફરીથી તે જ નિશ્ચિત બિંદુ સુધીનું એ અંતર છે.

વર્તુળાકાર વસ્તુની ધાર પર ચારે તરફ દોરી વીંટાળીને પણ તમે આ અંતર શોધી શકો.

વર્તુળાકાર પ્રદેશની (કિનારી) ફરતેનું અંતર, તેનો પરિઘ કહેવાય છે.

આ કરો

શીશીનું ઢાંકણ, બંગડી (કંગન) અથવા એવી કોઈ પણ વર્તુળાકાર વસ્તુ લઈ તેનો પરિઘ શોધો.

હવે, દોડવીરે રસ્તા પર કાપેલું અંતર તમે આ રીતે શોધી શકશો ?

હજુ પણ, દોરીના ઉપયોગથી આ રીતે વર્તુળાકાર રસ્તો કે બીજી કોઈ પણ વર્તુળાકાર વસ્તુનો પરિઘ માપવો ખૂબ મુશ્કેલ છે. વળી, આ માપ ચોક્કસ પણ નહિ હોય.

આથી, રૈખિક વસ્તુ કે આકાર માટે જેવું સૂત્ર છે તેવું કોઈક સૂત્ર આ શોધવા માટે જોઈએ.

ચાલો, આપણે જોઈએ કે વર્તુળનો વ્યાસ અને તેના પરિઘ વચ્ચે કોઈ સંબંધ છે કે નહિ.

નીચેનું કોષ્ટક જુઓ : ભિન્ન ત્રિજ્યાવાળાં છ વર્તુળ દોરો અને દોરીની મદદથી તેમનો પરિઘ શોધો. વળી, પરિઘ અને વ્યાસનો ગુણોત્તર પણ મેળવો.

વર્તુળ	ત્રિજ્યા	વ્યાસ	પરિઘ	પરિઘ અને વ્યાસનો ગુણોત્તર
1.	3.5 સેમી	7.0 સેમી	22.0 સેમી	$\frac{22}{7} = 3.14$

2.	7.0 સેમી	14.0 સેમી	44.0 સેમી	$\frac{44}{14} = 3.14$
3.	10.5 સેમી	21.0 સેમી	66.0 સેમી	$\frac{66}{21} = 3.14$
4.	21.0 સેમી	42.0 સેમી	132.0 સેમી	$\frac{132}{42} = 3.14$
5.	5.0 સેમી	10.0 સેમી	32.0 સેમી	$\frac{32}{10} = 3.2$
6.	15.0 સેમી	30.0 સેમી	94.0 સેમી	$\frac{94}{30} = 3.13$

આ કોષ્ટક પરથી તમે શું અનુમાન કરી શકો ? શું આ ગુણોત્તર લગભગ સરખો છે ? હા.

શું તમે એમ કહી શકો કે વર્તુળનો પરિઘ હંમેશાં તેના વ્યાસના ત્રણ ગણા કરતાં વધુ હોય છે ? હા.

આ ગુણોત્તર અચળ છે અને તેને π (પાઇ) વડે દર્શાવાય છે. તેની આશરે કિંમત $\frac{22}{7}$ અથવા 3.14 છે.

આમ, આપણે કહી શકીએ કે $\frac{C}{d} = \pi$ જ્યાં ‘C’ એટલે પરિઘ અને ‘d’ એટલે વ્યાસ.

અથવા, $C = \pi d$

આપણે જાણીએ છીએ કે વર્તુળનો વ્યાસ, તેની ત્રિજ્યા કરતાં બમણો છે એટલે કે, $d = 2r$

આથી, $C = \pi d = \pi \times 2r$ અથવા $C = 2\pi r$

પ્રયત્ન કરો

આકૃતિ 11.31 માં

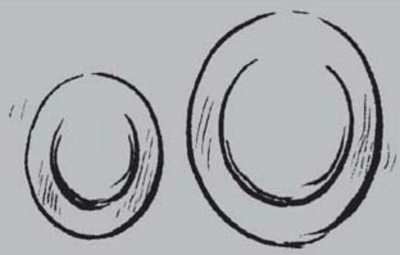
(a) કયા ચોરસની પરિમિતિ વધુ છે ?

(b) નાના ચોરસની પરિમિતિ અને વર્તુળનો પરિઘ એ બેમાંથી કયું માપ મોટું છે ?

આકૃતિ 11.3[redacted]

આ કરો

આકૃતિમાં બતાવ્યા પ્રમાણે એક નાની અને એક મોટી પ્લેટ લો. બંનેને ટેબલની સપાટી પર એક વાર ગબડાવો. એક ચક્રમાં કઈ પ્લેટ વધુ અંતર કાપે છે ? ટેબલની આખી સપાટી પર ફરવામાં કઈ પ્લેટને ઓછાં ચક્કર ફરવા પડશે ?



ઉદાહરણ 12 10 સેમી વ્યાસવાળા વર્તુળનો પરિઘ કેટલો ? ($\pi = 3.14$ લો)

ઉકેલ વર્તુળનો વ્યાસ (d) = 10 સેમી

વર્તુળનો પરિઘ = πd

$= 3.14 \times 10 = 31.4$ સેમી

આથી, 10 સેમી વ્યાસવાળા વર્તુળનો પરિઘ 31.4 સેમી થાય.

ઉદાહરણ 13 14 સેમી ત્રિજ્યાવાળી વર્તુળાકાર તકતીનો પરિઘ કેટલો થાય ? ($\pi = \frac{22}{7}$ લો.)

ઉકેલ વર્તુળાકાર તકતીની ત્રિજ્યા (r) = 14 સેમી

તકતીનો પરિઘ = $2\pi r$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 14$ સેમી = 88 સેમી

આથી, વર્તુળાકાર તકતીનો પરિઘ = 88 સેમી

ઉદાહરણ 14 એક વર્તુળાકાર નળીની ત્રિજ્યા 10 સેમી છે. તેની આસપાસ એકવાર વીંટાળવા માટે કેટલી લંબાઈની પટ્ટી જોઈશે ? ($\pi = 3.14$)

ઉકેલ નળીની ત્રિજ્યા (r) = 10 સેમી

જરૂરી પટ્ટીની લંબાઈ, નળીના પરિઘ જેટલી થાય.

નળીનો પરિઘ = $2\pi r$

$= 2 \times 3.14 \times 10$ સેમી

$= 62.8$ સેમી

જરૂરી પટ્ટીની લંબાઈ = 62.8 સેમી

ઉદાહરણ 15 આકૃતિ 11.32 માં આપેલ આકારની પરિમિતિ શોધો. ($\pi = \frac{22}{7}$ લો.)

ઉકેલ અહીં આપણે ચોરસની દરેક બાજુ પરના અર્ધવર્તુળોના પરિઘ શોધવા જરૂરી છે. શું તમારે ચોરસની પરિમિતિ પણ શોધવી જરૂરી છે ? ના. આ આકૃતિની બહારની સીમારેખા અર્ધવતુર્ળોની બનેલી છે. દરેક અર્ધવર્તુળનો વ્યાસ 14 સેમી છે.

આપણે જાણીએ છીએ કે :

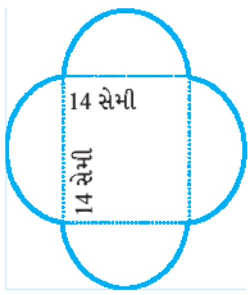
વર્તુળનો પરિઘ = πd

અર્ધવર્તુળનો પરિઘ = $\frac{1}{2}\pi d$

$= \frac{1}{2} \times \frac{22}{7} \times 14$ સેમી = 22 સેમી

દરેક અર્ધવર્તુળનો પરિઘ = 22 સેમી

આથી આકૃતિની પરિમિતિ = 4×22 સેમી = 88 સેમી



આકૃતિ 11.32

ઉદાહરણ 16 7 સેમી ત્રિજ્યાવાળી વર્તુળાકાર તકતીને સુધાંશુ બે સરખા ભાગમાં વહેંચે છે. દરેક અર્ધવર્તુળાકાર તકતીની પરિમિતિ કેટલી થશે ? ($\pi = \frac{22}{7}$ લો.)

ઉકેલ અર્ધવર્તુળાકાર તકતીની પરિમિતિ શોધવા માટે (આકૃતિ 11.33) આપણે

(i) અર્ધવર્તુળનો પરિઘ અને (ii) વ્યાસ શોધવા પડે.

આકૃતિ 11.33

ત્રિજ્યા (r) = 7 સેમી આપેલ છે અને આપણે જાણીએ છીએ કે વર્તુળનો પરિઘ = $2\pi r$

આથી, અર્ધવર્તુળનો પરિઘ $= \frac{1}{2} \times 2\pi r = \pi r$

$$= \frac{22}{7} \times 7 \text{ સેમી} = 22 \text{ સેમી}$$

વર્તુળનો વ્યાસ $= 2r = 2 \times 7$ સેમી = 14 સેમી

આમ, દરેક અર્ધવર્તુળ તકતીની પરિમિતિ = 22 સેમી + 14 સેમી = 36 સેમી

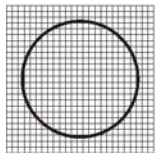
11.5.2 વર્તુળનું ક્ષેત્રફળ (Area of Circle)

નીચેની વિગત ધ્યાનમાં લો :

- એક ખેડૂત, એક ખેતરની વચ્ચે 7 મીટર ત્રિજ્યાવાળો બાગ બનાવે છે. તેણે ખાતર ખરીદવાનું છે. 1 ચોરસ મીટર ક્ષેત્રફળ માટે 1 કિગ્રા ખાતર જરૂરી હોય તો તેણે કેટલું ખાતર ખરીદવું જોઈએ ?
- એક ચોરસ મીટરના ₹ 10 લેખે, 2 મીટર ત્રિજ્યાવાળા વર્તુળાકાર ટેબલની સપાટીને પૉલિશ કરવાનો ખર્ચ કેટલો થશે ?

આવા કિસ્સાઓમાં શું શોધવું જરૂરી છે એ તમે કહી શકો ? ક્ષેત્રફળ કે પરિમિતિ ? આવા કિસ્સામાં આપણે વર્તુળાકાર ભાગનું ક્ષેત્રફળ (area) શોધવું જરૂરી છે.

ચાલો, આલેખપત્રનો ઉપયોગ કરીને આપણે વર્તુળનું ક્ષેત્રફળ શોધીએ. એક આલેખપત્ર પર 4 સેમી ત્રિજ્યાવાળું વર્તુળ દોરો આકૃતિ 11.34 વર્તુળની અંદર આવતાં ચોરસ ગણીને ક્ષેત્રફળ શોધો.

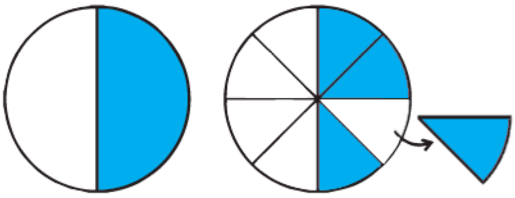


આકૃતિ 11.34

અહીં, આકૃતિ સીધી રેખાની નથી આથી આ રીતે આપણને વર્તુળના ક્ષેત્રફળનો અંદાજ મળી શકે.

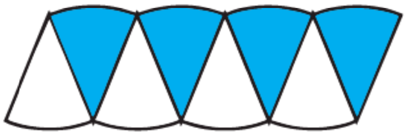
વર્તુળનું ક્ષેત્રફળ શોધવા માટે બીજા રસ્તો છે.

એક વર્તુળ દોરો અને તેના અડધા ભાગને છાયાંકિત કરો [આકૃતિ 11.35(i)]. હવે વર્તુળને આઠ ભાગ થાય એ રીતે વાળો અને પડેલા સળ આગળથી કાપો [આકૃતિ 11.35(ii)].



(i) (ii)

આકૃતિ 11.35

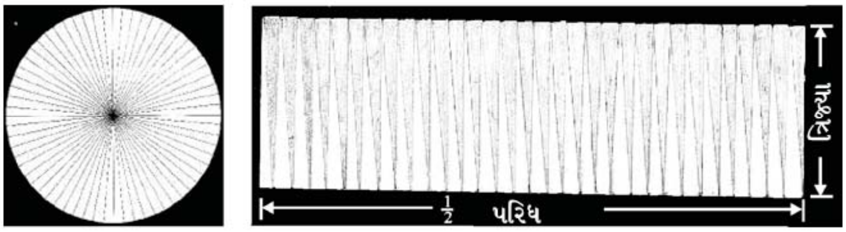


આકૃતિ 11.36

મળેલા ટુકડાઓને આકૃતિ 11.36 માં દર્શાવ્યા પ્રમાણે ગોઠવો, જે લગભગ સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ જેવો આકાર બને.

આપણે જેટલા વધુ વૃતાંશ કરીશું તેટલો આ આકાર, વધુ ને વધુ સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ જેવો બનતો જશે.

ઉપરની જેમ જો આપણે વર્તુળને 64 ભાગમાં વિભાજિત કરીને આ વૃત્તાંશોને ગોઠવીએ તો તે લગભગ ચતુષ્કોણ આકાર થશે (આકૃતિ 11.37).



આકૃતિ 11.37

આ લંબચોરસની પહોળાઈ કેટલી છે ? લંબચોરસની પહોળાઈ વર્તુળની ત્રિજ્યા 'r' જેટલી છે.

આખા વર્તુળને 64 વૃત્તાંશોમાં વહેંચેલું છે અને બંને બાજુએ 32 વૃત્તાંશો ગોઠવ્યાં છે. આથી આ લંબચોરસની લંબાઈ, 32 વૃત્તાંશોની લંબાઈ જેટલી છે, જે પરિઘ કરતાં અડધી છે (આકૃતિ 11.37).

વર્તુળનું ક્ષેત્રફળ = બનેલા લંબચોરસનું ક્ષેત્રફળ = $l \times b$

= (પરિઘનું અડધું) × ત્રિજ્યા = $\left(\frac{1}{2} \times 2\pi r\right) \times r = \pi r^2$

આથી, વર્તુળનું ક્ષેત્રફળ = πr^2

પ્રયત્ન કરો

આલેખપત્ર પર ભિન્ન ત્રિજ્યાવાળાં વર્તુળ દોરો. અંદરનાં ચોરસની સંખ્યા ગણીને ક્ષેત્રફળ શોધો. સૂત્રના ઉપયોગથી પણ ક્ષેત્રફળ ગણો. તમારા બંને જવાબો સરખાવો.

ઉદાહરણ 17 30 સેમી ત્રિજ્યાવાળા વર્તુળનું ક્ષેત્રફળ શોધો. ($\pi = 3.14$ લો.)

ઉકેલ ત્રિજ્યા $r = 30$ સેમી

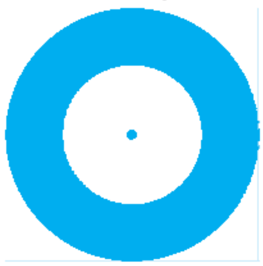
વર્તુળનું ક્ષેત્રફળ = $\pi r^2 = 3.14 \times 30^2 = 2826$ સેમી^{2}

ઉદાહરણ 18 એક વર્તુળાકાર બાગનો વ્યાસ 9.8 મીટર છે. તેનું ક્ષેત્રફળ ગણો.

ઉકેલ વ્યાસ $d = 9.8$ મીટર, આથી ત્રિજ્યા $r = 9.8 \div 2 = 4.9$ મીટર

વર્તુળનું ક્ષેત્રફળ = $\pi r^2 = \frac{22}{7} \times (4.9)^2$ મીટર^2 = $\frac{22}{7} \times 4.9 \times 4.9$ મીટર^2 = 75.46 મીટર^2

ઉદાહરણ 19 બાજુની આકૃતિમાં એક જ કેન્દ્રવાળાં બે વર્તુળ દર્શાવ્યાં છે. મોટા વર્તુળની ત્રિજ્યા 10 સેમી અને નાના વર્તુળની ત્રિજ્યા 4 સેમી છે.



(a) મોટા વર્તુળનું ક્ષેત્રફળ શોધો.

(b) નાના વર્તુળનું ક્ષેત્રફળ શોધો.

(c) બંને વર્તુળ વચ્ચેના રંગીન ભાગનું ક્ષેત્રફળ શોધો ($\pi = 3.14$).

ઉકેલ

(a) મોટા વર્તુળની ત્રિજ્યા = 10 સેમી

આથી, મોટા વર્તુળનું ક્ષેત્રફળ $= \pi r^2$

$= 3.14 \times 10 \times 10 = 314$ સેમી^{2}

(b) નાના વર્તુળની ત્રિજ્યા = 4 સેમી

આથી, નાના વર્તુળનું ક્ષેત્રફળ $= \pi r^2$

$= 3.14 \times 4 \times 4 = 50.24$ સેમી^{2}

(c) રંગીન ભાગનું ક્ષેત્રફળ = (314 – 50.24) સેમી^{2} = 263.76 સેમી^{2}

સ્વાધ્યાય 11.3

1. નીચે વર્તુળની ત્રિજ્યા આપેલી છે. તેના પરથી વર્તુળનો પરિઘ શોધો : ($\pi = \frac{22}{7}$ લો)

   (a) 14 સેમી (b) 28 મિમી (c) 21 સેમી

2. નીચેનાં વર્તુળનાં ક્ષેત્રફળ ગણો, જ્યાં

   (a) ત્રિજ્યા = 14 મિમી ($\pi = \frac{22}{7}$ લો) (b) વ્યાસ = 49 મી

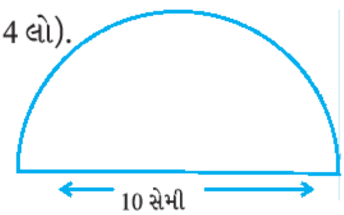
   (c) ત્રિજ્યા = 5 સેમી

3. એક વર્તુળાકાર કાગળનો પરિઘ 154 મી છે તો તેની ત્રિજ્યા શોધો. તેનું ક્ષેત્રફળ પણ શોધો. ($\pi = \frac{22}{7}$ લો)

4. એક માળી 21 મીટર વ્યાસવાળા બાગને ફરતેથી બંધ કરવા માગે છે. જો તે દોરડાને બાગ ફરતે બે વાર ફેરવવા માગતો હોય તો દોરડાની લંબાઈ શોધો. જો દોરડાની કિંમત એક મીટરના ₹ 4 હોય તો જરૂરી દોરડાની કિંમત શોધો ($\pi = \frac{22}{7}$ લો).

5. 4 સેમી ત્રિજ્યાવાળા વર્તુળાકાર કાગળમાંથી, 3 સેમી ત્રિજ્યાવાળો વર્તુળાકાર કાગળ દૂર કરવામાં આવે છે. બાકીના કાગળનું ક્ષેત્રફળ શોધો ($\pi = 3.14$ લો).

6. 1.5 મીટર વ્યાસવાળા વર્તુળાકાર ટેબલક્લોથની કિનારી પર, સાધના લેસ મૂકવા માગે છે, જરૂરી લેસની લંબાઈ શોધો અને જો 1 મીટર લેસના ₹ 15 હોય તો તેની કિંમત પણ શોધો. ($\pi = 3.14$ લો).



7. બાજુમાં દર્શાવેલ અર્ધવર્તુળાકાર આકૃતિની વ્યાસ સહિત પરિમિતિ શોધો.

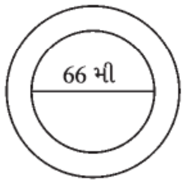
8. જો પૉલિશ કરવાનો દર ₹ 15/મી^{2} હોય તો 1.6 મીટર વ્યાસવાળા વર્તુળાકાર ટેબલની ઉપરની સપાટીને પૉલિશ કરવાનો ખર્ચ શોધો ($\pi = 3.14$ લો).

9. શ્રુતિએ 44 સેમી લંબાઈના તારને વર્તુળાકારમાં વાળ્યો. તે વર્તુળની ત્રિજ્યા શોધો. તેનું ક્ષેત્રફળ પણ શોધો. જો એ જ તારને ચોરસ આકારમાં વાળવામાં આવે તો તેની દરેક બાજુની લંબાઈ કેટલી થશે ? વર્તુળ અને ચોરસ એ બેમાંથી કઈ આકૃતિ વધુ ક્ષેત્રફળ આવરે છે ? ($\pi = \frac{22}{7}$ લો.)

10. 14 સેમી ત્રિજ્યાવાળા વર્તુળાકાર પૂંઠામાંથી, 3.5 સેમી ત્રિજ્યાવાળા બે વર્તુળ અને 3 સેમી લંબાઈ અને 1 સેમી પહોળાઈવાળો એક લંબચોરસ કાપવામાં આવે છે (બાજુની આકૃતિમાં દર્શાવ્યું છે). બાકીના પૂંઠાનું ક્ષેત્રફળ ગણો ($\pi = \frac{22}{7}$ લો).

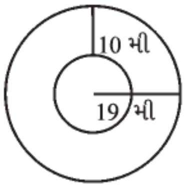
11.6 સેમી બાજુવાળા ચોરસ આકારના એલ્યુમિનિયમ પતરામાંથી 2 સેમી ત્રિજ્યાવાળું વર્તુળ કાપવામાં આવે છે. બાકીના પતરાનું ક્ષેત્રફળ કેટલું ? ($\pi = 3.14$ લો.)

12. એક વર્તુળનો પરિઘ 31.4 સેમી છે. તેની ત્રિજ્યા અને ક્ષેત્રફળ ગણો. ($\pi = 3.14$ લો).



13. એક વર્તુળાકાર ફૂલનો બાગ, ચારે બાજુથી 4 મીટર પહોળા રસ્તાથી ઘેરાયેલો છે. બાગનો વ્યાસ 66 મીટર છે. રસ્તાનું ક્ષેત્રફળ કેટલું થાય ? ($\pi = 3.14$ લો.)

14. એક વર્તુળાકાર ફૂલના બાગનું ક્ષેત્રફળ 314 મીટર^2 છે. બાગના કેન્દ્રમાં મૂકેલ પાણી છાંટવાનું મશીન, 12 મીટર ત્રિજ્યાવાળા વર્તુળાકાર ભાગ પર પાણી છાંટી શકે છે. આ મશીન, આખા બાગને પાણી છાંટી શકે ? ($\pi = 3.14$ લો.)



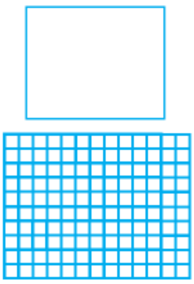
15. બાજુની આકૃતિમાં દર્શાવેલ અંદરના અને બહારનાં વર્તુળોના પરિઘ શોધો ($\pi = 3.14$ લો).

16. 352 મીટર અંતર કાપવા માટે, 28 સેમી ત્રિજ્યાવાળાં પૈડાંએ કેટલા આંટા ફરવું પડે ? ($\pi = \frac{22}{7}$ લો.)

17. વર્તુળાકાર ચંદાવાળી ઘડિયાળનો મિનિટકાંટો 15 સેમી લાંબો છે. આ કાંટાનું ટોચનું બિંદુ 1 કલાકમાં કેટલું અંતર કાપશે ? ($\pi = 3.14$ લો.)

11.6 એકમનું રૂપાંતર (Conversion of Units)

CL2I83



આકૃતિ 11.38

આપણે જાણીએ છીએ કે 1 સેમી = 10 મિમી. શું તમે કહી શકો કે 1 સેમી^{2} બરાબર કેટલા મિમી^{2} થાય ? આપણે આના પ્રશ્નો વિશે વિચારીએ અને જાણીએ કે ક્ષેત્રફળનાં માપનમાં એકમોનું રૂપાંતર કેવી રીતે કરવું ?

આલેખપત્ર પર 1 સેમી બાજુવાળો ચોરસ દોરો (આકૃતિ 11.38). તમને જણાશે કે આ 1 સેમી બાજુવાળો ચોરસ, 100 ચોરસોમાં વિભાજિત છે જે દરેકની બાજુ 1 મિમીની છે.

આથી, 1 સેમી^{2} = 100×1 મિમી^{2}

અથવા 1 સેમી^{2} = 100 મિમી^{2}

તે જ રીતે, 1 મી^{2} = 1મી $\times$ 1 મી

= 100 સેમી $\times$ 100 સેમી (કારણ કે 1 મીટર = 100 સેમી)

= 10000 સેમી^{2}

હવે તમે 1 કિમી^{2} ને મી^{2} માં ફેરવી શકો ?

મેટ્રિક પદ્ધતિમાં, જમીનના ક્ષેત્રફળનું માપ હેક્ટરમાં મપાય છે.

100 મીટર લંબાઈની બાજુવાળા ચોરસનું ક્ષેત્રફળ 1 હેક્ટર છે.

આથી, 1 હેક્ટર = 100×100 મી^{2} = 10,000 મી^{2}

આપણે જ્યારે ક્ષેત્રફળના એક એકમને, નાના એકમમાં ફેરવીએ ત્યારે મળતા અંક મોટા હોય છે.

દા.ત. 1000 સેમી^{2} = 1000×100 મિમી^{2}

= 100000 મિમી^{2}

પરંતુ જ્યારે આપણે ક્ષેત્રફળના એકમને મોટા એકમમાં ફેરવીએ ત્યારે મોટા એકમના અંકો નાના મળશે.

દા.ત. 1000 સેમી$^2 = \frac{1000}{10000}$ મી$^2 = 0.1$ મી^{2}

પ્રયત્ન કરો

નીચે આપેલા માપનું રૂપાંતર કરો :

(i) 50 સેમી^{2} ને મિમી^{2} માં (ii) 2 હે ને મી^{2} માં (iii) 10 મી^{2} ને સેમી^{2} માં

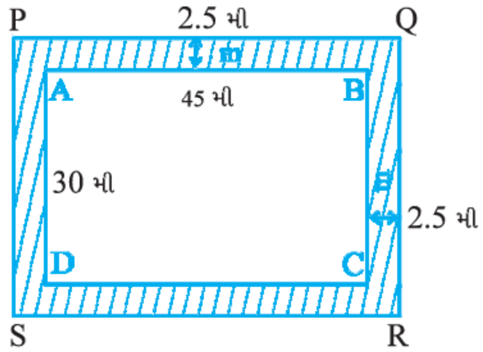
(iv) 1000 સેમી^{2} ને મી^{2} માં

11.7 ઉપયોગો (Applications)

તમે ઘણીવાર અવલોકન કર્યું હશે કે બાગમાં અથવા ફરવાની જગ્યાએ, ચારે બાજુએ અથવા વચ્ચે ચાલવા માટે રસ્તા બનાવેલા હોય છે. ચિત્રને ફ્રેમમાં મઢવામાં આવે ત્યારે પણ ચારે બાજુએ જગ્યા છોડવામાં આવે છે.

જ્યારે આપણે ચાલવાના રસ્તા કે ફ્રેમ બનાવવાનો ખર્ચ ગણવો હોય ત્યારે આપણે તેનું ક્ષેત્રફળ જાણવું જરૂરી છે.

ઉદાહરણ 20 એક લંબચોરસ બાગ 45 મીટર લંબાઈ અને 30 મીટર પહોળાઈ ધરાવે છે. બાગની ફરતે બહારથી 2.5 મીટર પહોળો રસ્તો બનાવવામાં આવે છે. આ રસ્તાનું ક્ષેત્રફળ શોધો.



ઉકેલ ધારો કે ABCD, લંબચોરસ બાગ છે અને છાયાંકિત ભાગ, 2.5 મી પહોળો રસ્તો બતાવે છે. રસ્તાનું ક્ષેત્રફળ શોધવા માટે આપણે (લંબચોરસ PQRSનું ક્ષેત્રફળ - લંબચોરસ ABCD નું ક્ષેત્રફળ) શોધવું પડે.

આપેલી વિગત પ્રમાણે, PQ = (45 + 2.5 + 2.5) મી = 50 મી

PS = (30 + 2.5 + 2.5) મી = 35 મી

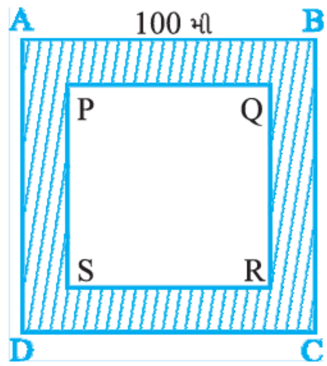
લંબચોરસ ABCDનું ક્ષેત્રફળ $= l \times b = 45 \times 30$ મી$^2 = 1350$ મી^{2}

લંબચોરસ PQRSનું ક્ષેત્રફળ $= l \times b = 50 \times 35$ મી$^2 = 1750$ મી^{2}

રસ્તાનું ક્ષેત્રફળ = લંબચોરસ PQRSનું ક્ષેત્રફળ – લંબચોરસ ABCDનું ક્ષેત્રફળ

$= (1750 - 1350)$ મી$^2 = 400$ મી^{2}

ઉદાહરણ 21 100 મી બાજુવાળા ચોરસ બાગને ફરતે અંદરથી 5 મીટર પહોળો રસ્તો છે. રસ્તાનું ક્ષેત્રફળ શોધો. દર 10 મી^{2}ના ₹ 250 પ્રમાણે આ રસ્તા પર સિમેન્ટ પાથરવાનો ખર્ચ પણ શોધો.



ઉકેલ ધારો કે ABCD, 100 મી બાજુવાળો ચોરસ બાગ છે. છાયાંકિત ભાગ, 5 મી પહોળો રસ્તો દર્શાવે છે.

PQ = 100 – (5 + 5) મી = 90 મી.

ચોરસ ABCDનું ક્ષેત્રફળ = (બાજુ)$^2 = (100)^2$ મી$^2 = 10000$ મી^{2}

ચોરસ PQRSનું ક્ષેત્રફળ = (બાજુ)$^2 = (90)^2$ મી$^2 = 8100$ મી^{2}

આથી રસ્તાનું ક્ષેત્રફળ = (10,000 – 8100) મી$^2 = 1900$ મી^{2}

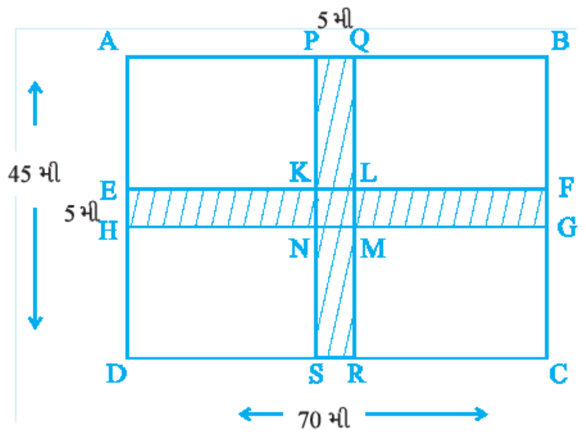
સિમેન્ટ પાથરવાનો દર 10 મી^{2} ના ₹ 250

માટે, 1 મી^{2} ના ₹ $\frac{250}{10}$

આથી, 1900મી^{2} પર સિમેન્ટ પાથરવાનો ખર્ચ = ₹ $\frac{250}{10} \times 1900$ = ₹ 47,500

ઉદાહરણ 22 70 મી લંબાઈ અને 45 મી પહોળાઈવાળા લંબચોરસ બાગની અંદર તેની બાજુઓને સમાંતર અને પરસ્પર લંબ એવા બે રસ્તા તેના કેન્દ્રમાંથી બનાવેલા છે. રસ્તાની પહોળાઇ 5 મી છે. રસ્તાઓનું ક્ષેત્રફળ ગણો. આ રસ્તા બનાવવા માટેનો ખર્ચ, ₹ 105 પ્રતિ ચો.મીટર પ્રમાણે શોધો.

ઉકેલ રસ્તાઓનું ક્ષેત્રફળ એ છાયાંકિત ભાગનું ક્ષેત્રફળ છે એટલે કે લંબચોરસ PQRSનું ક્ષેત્રફળ અને લંબચોરસ EFGHનું ક્ષેત્રફળ. પરંતુ આમ ગણતી વખતે ચોરસ KLMNનું ક્ષેત્રફળ બે વાર ગણાય છે. જે બાદ કરવું પડે.



હવે, PQ = 5 મી અને PS = 45 મી

EH = 5 મી અને EF = 70 મી

KL = 5 મી અને KN = 5 મી

રસ્તાનું ક્ષેત્રફળ = લંબચોરસ PQRSનું ક્ષેત્રફળ + લંબચોરસ EFGHનું ક્ષેત્રફળ–ચોરસ KLMNનું ક્ષેત્રફળ

$= PS \times PQ + EF \times EH - KL \times KN$

$= (45 \times 5 + 70 \times 5 - 5 \times 5)$ મી^{2}

$= (225 + 350 - 25)$ મી^{2} = 550 મી^{2}

રસ્તો બનાવવાનો ખર્ચ = ₹ 105 × 550 = ₹ 57,750.

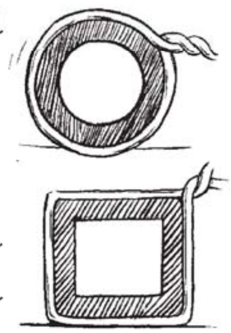
સ્વાધ્યાય 11.4

1. એક બાગ 90 મી લાંબો અને 75 મી પહોળો છે. તેની ફરતે ચારે તરફ બહારની બાજુએ 5 મી પહોળો રસ્તો બનાવવાનો છે. આ રસ્તાનું ક્ષેત્રફળ શોધો. બાગનું ક્ષેત્રફળ કેટલા હેક્ટર છે ?
2. 125 મી લંબાઈ અને 65 મી પહોળાઈ ધરાવતા એક લંબચોરસ બાગની ફરતે ચારે તરફ બહારની બાજુએ 3 મીટર પહોળો રસ્તો છે. આ રસ્તાનું ક્ષેત્રફળ શોધો.
3. 8 સેમી લાંબા અને 5 સેમી પહોળા પૂંઠા પર એક ચિત્ર દોરેલું છે. પૂંઠા પર ચિત્રની ફરતે ચારે તરફ 1.5 સેમી હાંસિયો છોડેલો છે. આ હાંસિયાનું ક્ષેત્રફળ શોધો.
4. 5.5 મી લાંબા અને 4 મી પહોળા ઓરડાની બહારની ચારે બાજુએ 2.25 મી પહોળો વરંડો બનાવેલ છે.
   (i) વરંડાનું ક્ષેત્રફળ શોધો.
   (ii) વરંડાના ભોયતળિયા પર ₹ 200/મી^{2} પ્રમાણે સિમેન્ટ પાથરવાનો ખર્ચ શોધો.
5. 30 મી લંબાઈની બાજુવાળા ચોરસ બાગની અંદરની બાજુએ ચારે તરફ 1 મીટર પહોળો રસ્તો બનાવેલ છે.
   (i) રસ્તાનું ક્ષેત્રફળ શોધો.
   (ii) બાગના રસ્તા સિવાયના ભાગમાં ₹ 40 / મી^{2} પ્રમાણે ઘાસ ઉગાડવાનો ખર્ચ શોધો.

6. 700 મીટર લંબાઈ અને 300 મીટર પહોળાઈ ધરાવતા બાગની મધ્યમાંથી પસાર થતા અને તેની બાજુઓને સમાંતર એવા 10 મી પહોળા બે પરસ્પર લંબ રસ્તા બનાવેલા છે. રસ્તાઓનું ક્ષેત્રફળ શોધો. રસ્તા સિવાયના બાગનું ક્ષેત્રફળ પણ શોધો. તમારા જવાબો હેક્ટરના માપમાં આપો.
7. 90 મીટર લંબાઈ અને 60 મીટર પહોળાઈ ધરાવતા ખેતરના મધ્યમાંથી પસાર થતા અને તેની બાજુઓને સમાંતર એવા 3 મીટર પહોળા બે પરસ્પર લંબ રસ્તા બનાવેલા છે.

   (i) રસ્તાઓએ આવરેલું ક્ષેત્રફળ શોધો.

   (ii) ₹ 110/મી^{2} પ્રમાણે રસ્તાઓ બનાવવાનો ખર્ચ શોધો.



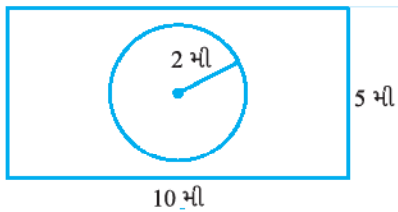
8. પ્રજ્ઞાએ 4 સેમી ત્રિજ્યાવાળી એક વર્તુળાકાર નળીની ફરતે દોરી વીંટાળી (બાજુની આકૃતિ) અને જરૂરી લંબાઈની દોરી કાપી લીધી. હવે તેણે એ જ દોરીને 4 સેમીની બાજુ ધરાવતા ચોરસ ડબાની આસપાસ વીંટાળી (આકૃતિ જુઓ). શું તેની પાસે દોરી વધી હશે ? ($\pi = 3.14$)
9. બાજુની આકૃતિમાં એક લંબચોરસ જમીન પરની લોનની મધ્યમાં ફૂલોનો એક વર્તુળાકાર બાગ દર્શાવેલો છે.

   (i) બધી જમીનનું ક્ષેત્રફળ શોધો.

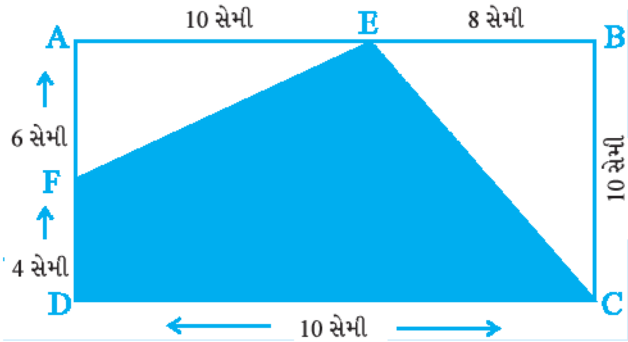
   (ii) બાગનું ક્ષેત્રફળ શોધો.

   (iii) બાગ સિવાયની જગ્યાનું ક્ષેત્રફળ શોધો.

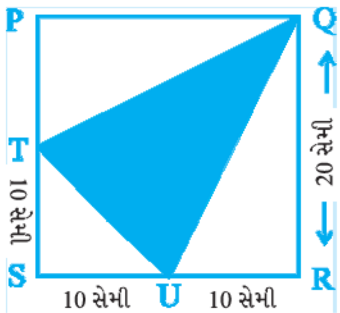
   (iv) બાગનો પરિઘ શોધો.



10. નીચેની આકૃતિઓમાં છાયાંકિત ભાગનું ક્ષેત્રફળ શોધો.



(i)



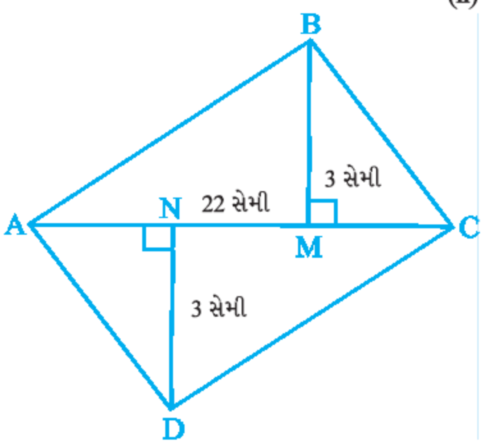
(ii)

11. ચતુષ્કોણ ABCDનું ક્ષેત્રફળ શોધો.

    અહીં, AC = 22 સેમી, BM = 3 સેમી,

    DN = 3 સેમી અને

    $BM \perp AC$ તથા $DN \perp AC$ છે.



આપણે શું ચર્ચા કરી ?

1. એક બંધ આકૃતિની સીમારેખાની લંબાઈ એ તેની પરિમિતિ છે જ્યારે તે આકૃતિએ સમતલમાં રોકેલી જગ્યાનું માપ એ તેનું ક્ષેત્રફળ છે.
2. અગાઉનાં વર્ષોમાં આપણે ચોરસ અને લંબચોરસની પરિમિતિ અને ક્ષેત્રફળ કેવી રીતે ગણવા તે શીખ્યાં છીએ. તેનાં સૂત્રો નીચે પ્રમાણે છે :

   (a) ચોરસની પરિમિતિ = 4 × બાજુ

   (b) લંબચોરસની પરિમિતિ = 2 × (લંબાઈ + પહોળાઈ)

   (c) ચોરસનું ક્ષેત્રફળ = બાજુ × બાજુ

   (d) લંબચોરસનું ક્ષેત્રફળ = લંબાઈ × પહોળાઈ
3. સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ = આધાર × ઊંચાઈ
4. ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ = $\frac{1}{2}$ (તેમાંથી બનતાં સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ)

   = $\frac{1}{2}$ × આધાર × ઊંચાઈ
5. વર્તુળાકાર પ્રદેશની સીમારેખાનું માપ તેનો પરિઘ કહેવાય છે. વર્તુળનો પરિઘ = πd, જ્યાં d = વર્તુળનો વ્યાસ અને $\pi = \frac{22}{7}$ અથવા $\pi = 3.14$ (આશરે).
6. વર્તુળનું ક્ષેત્રફળ = πr^2, જ્યાં r = વર્તુળની ત્રિજ્યા
7. અગાઉના અભ્યાસના આધારે, લંબાઈના એકમોના રૂપાંતરના આધારે ક્ષેત્રફળના એકમોનું પણ રૂપાંતરણ કરી શકાય :

   1 સેમી^{2} = 100 મિમી^{2}, 1 મી^{2} = 10000 સેમી^{2}, 1 હેક્ટર = 10000 મી^{2}