

રાશિઓની તુલના



8.1 પ્રસ્તાવના

આપણા રોજિંદા જીવનમાં, એવા ઘણા અવસરો આવે છે, જેમાં આપણે બે રાશિઓની તુલના કરીએ છીએ.

ધારો કે આપણે હીના અને આમિરની ઊંચાઈની તુલના કરી રહ્યા છીએ.

આપણને માલૂમ પડે છે કે,

1. હીનાની ઊંચાઈ આમિરની ઊંચાઈ કરતાં બમણી છે અથવા
2. આમિરની ઊંચાઈ હીનાની ઊંચાઈ કરતાં અડધી છે.



બીજા ઉદાહરણ પર વિચાર કરીએ, જેમાં રીટા અને અમિત વચ્ચે 20 લખોટીઓ એવી રીતે વહેંચવામાં આવે છે કે જેથી રીટાને 12 લખોટીઓ અને અમિતને 8 લખોટીઓ મળે છે. આ પરથી આપણે કહી શકીએ કે,

1. રીટા પાસે અમિત કરતાં $\frac{3}{2}$ ગણી લખોટીઓ છે.

અથવા

આવા જ એક બીજા ઉદાહરણમાં આપણે ચિત્તા અને માણસની ઝડપની સરખામણી કરીએ. અહીં, ચિત્તાની ઝડપ એ માણસની ઝડપ કરતાં 6 ગણી છે.

અથવા

માણસની ઝડપ એ ચિત્તાની ઝડપ કરતાં છઠ્ઠા ભાગની છે.

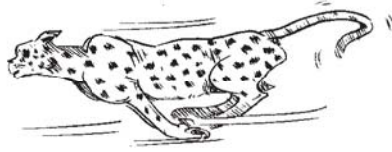
ચિત્તાની ઝડપ
120 કિમી પ્રતિ કલાક

માણસની ઝડપ
20 કિમી પ્રતિ કલાક

શું તમને આ રીતની કોઈ બીજી તુલનાઓ યાદ છે ? ધોરણ 6માં આપણે બે રાશિઓની તુલના કરવાનું શીખી ગયાં. જેમાં આપણે કહ્યું હતું કે એક રાશિ બીજી રાશિ કરતાં કેટલા ગણી હોય છે. અહીં આપણે જોઈશું કે, રાશિઓની સરખામણીનો કમ બદલી શકાય છે અને તે પરથી એક રાશિ બીજી રાશિનો કેટલામો ભાગ છે તે કહી શકાય છે.



150 સેમી
75 સેમી
આમીર
હીના



અહીં આપેલાં ઉદાહરણોમાં, આપણે ઊંચાઈનો ગુણોત્તર આ રીતે દર્શાવીએ.

હીનાની ઊંચાઈ : આમિરની ઊંચાઈ = 150 : 75 અથવા 2 : 1

શું હવે તમે અન્ય તુલનાઓ માટે ગુણોત્તર લખી શકો ?

આ પ્રકારની સરખામણીઓ સાપેક્ષ હોય છે અને બે જુદી-જુદી પરિસ્થિતિ માટે તે સમાન પણ હોઈ શકે.

જો હીનાની ઊંચાઈ 150 સેમી અને આમિરની ઊંચાઈ 100 સેમી હોત, તો તેમની ઊંચાઈનો ગુણોત્તર નીચે પ્રમાણે થાત.

હીનાની ઊંચાઈ : આમિરની ઊંચાઈ = 150 : 100 = $\frac{150}{100} = \frac{3}{2}$ અથવા 3 : 2

આ એ જ પ્રમાણ છે, લખોટીઓની વહેંચણીમાં પણ રીટાની અને અમિતની લખોટીઓ વચ્ચે થાત.

આમ, અહીં આપણે જોયું કે બે જુદી-જુદી તુલનાઓ માટે ગુણોત્તર સમાન હોઈ શકે. યાદ રાખો કે બે રાશિઓની સરખામણી માટે બંને માપનાં એકમો સરખાં હોવાં જોઈએ.

ગુણોત્તરને એકમ હોતો નથી.

ઉદાહરણ 1 3 કિમીનો 300 મી સાથે ગુણોત્તર શોધો.

ઉકેલ સૌપ્રથમ બંને અંતરોને એક એકમમાં લખીએ.

તેથી, 3 કિમી = 3 × 1000 મી = 3000 મી

આથી, ગુણોત્તર, 3 કિમી : 300 મી = 3000 : 300 = 10:1

8.2 સમાન ગુણોત્તર (Equivalent Ratios)

જુદાં જુદાં ગુણોત્તરની એકબીજા સાથે સરખામણી કરી જાણી શકાય કે તેઓ એકબીજા સાથે સમાન છે કે નહિ. આમ, કરવા માટે આપણે ગુણોત્તરોને અપૂર્ણાંકોના સ્વરૂપમાં લખવાં પડે અને ત્યાર બાદ તેઓને સમાન છેદવાળા અપૂર્ણાંકોમાં ફેરવી તુલના કરવામાં આવે છે. જો આ સમાન છેદવાળા અપૂર્ણાંકો સરખા હોય તો આપેલા ગુણોત્તરો સમાન છે એમ કહેવાય.

ઉદાહરણ 2 ગુણોત્તરો 1:2 અને 2:3 સમાન છે ?

ઉકેલ આ તપાસવા માટે, આપણે $\frac{1}{2} = \frac{2}{3}$ થાય કે નહિ એ તપાસવું પડે.

અહીં, $\frac{1}{2} = \frac{1 \times 3}{2 \times 3} = \frac{3}{6}$; $\frac{2}{3} = \frac{2 \times 2}{3 \times 2} = \frac{4}{6}$

આપણે શોધ્યું કે, $\frac{3}{6} < \frac{4}{6}$, અર્થાત્ $\frac{1}{2} < \frac{2}{3}$ તેથી ગુણોત્તર 1:2 અને 2:3 સમાન નથી.

આ પ્રકારની તુલનાઓનો ઉપયોગ આપણે નીચેના ઉદાહરણમાં જોઈ શકીએ છીએ.

ઉદાહરણ 3 એક ક્રિકેટ ટીમનું બે મેચોમાં રમતનું પ્રદર્શન નીચે પ્રમાણે છે :

વર્ષ	જીત	હાર
ગયા વર્ષે	8	2
આ વર્ષે	4	2

કયા વર્ષમાં રેકૉર્ડ વધારે સારો હતો ?
એવું તમે કયા આધારે કહી શકો ?

ઉકેલ

ગયા વર્ષે, જીત : હાર = 8:2 = 4:1

આ વર્ષે, જીત : હાર = 4:2 = 2:1

સ્પષ્ટ રૂપે, $4:1 > 2:1$ (અપૂર્ણાંક સ્વરૂપમાં $\frac{4}{1} > \frac{2}{1}$)

આથી, આપણે કહી શકીએ કે ટીમનું પ્રદર્શન ગયા વર્ષે વધારે સારું હતું.

ધોરણ 6 માં આપણે સમાન ગુણોત્તરોની અગત્યતા પણ જોઈ ગયા. જે ગુણોત્તરો સમાન હોય તે ગુણોત્તરો પ્રમાણમાં છે એમ કહેવાય. ચાલો, આપણે પ્રમાણના ઉપયોગને યાદ કરીએ.

વસ્તુઓને પ્રમાણમાં રાખવી અને ઉકેલ મેળવવો

અરુણાએ પોતાના ઘરનું ચિત્ર બનાવ્યું અને ઘરની બાજુમાં મમ્મીને ઊભેલાં બતાવ્યાં.

આ ચિત્ર જોઈ મોનાએ કહ્યું, “આ ચિત્રમાં કંઈક ભૂલ દેખાય છે.”

તમે કહી શકો ચિત્રમાં શું ભૂલ છે ?

તમે આવું કેવી રીતે કહી શકો ?

અહીં, ચિત્રમાં ઊંચાઈનો ગુણોત્તર અને વાસ્તવિક ઊંચાઈનો ગુણોત્તર સમાન હોવો જોઈએ.

એટલે કે, $\frac{\text{મકાનની વાસ્તવિક ઊંચાઈ}}{\text{માતાની વાસ્તવિક ઊંચાઈ}} = \frac{\text{ચિત્રમાં મકાનની ઊંચાઈ}}{\text{ચિત્રમાં માતાની ઊંચાઈ}}$

આવું હશે, તો જ ચિત્ર પ્રમાણમાં કહેવાશે. જે ચિત્રોમાં પ્રમાણ જળવાયું હોય તે ચિત્રો જોવામાં મોહક અને આકર્ષક લાગે છે.

બીજું ઉદાહરણ કે જેમાં પ્રમાણનો ઉપયોગ થાય છે તે છે વિવિધ રાષ્ટ્રધ્વજની બનાવટ.

શું તમે જાણો છો રાષ્ટ્રધ્વજ હંમેશાં લંબાઈ અને પહોળાઈના એક નિશ્ચિત ગુણોત્તરમાં બનાવાય છે. તે જુદા જુદા દેશો માટે જુદું જુદું હોઈ શકે. પણ મોટે ભાગે 1.5 : 1 અથવા 1.7 : 1 ની આસપાસ હોય છે.

આપણે આ ગુણોત્તર આશરે 3:2 લઈ શકીએ. ભારતીય પોસ્ટકાર્ડમાં પણ ગુણોત્તરનું લગભગ આ જ માપ હોય છે. હવે, શું તમે કહી શકો કે 4.5 સેમી લાંબા અને 3.0 સેમી પહોળા કાર્ડમાં આ જ ગુણોત્તર છે ? આ માટે આપણે ગુણોત્તર 4.5 : 3.0 ની ગુણોત્તર 3:2 સાથે સરખામણી તપાસવી પડશે.

આપણે નોંધીએ કે, $4.5 : 3.0 = \frac{4.5}{3.0} = \frac{45}{30} = \frac{3}{2}$

આમ, આપણે જોયું કે, 4.5 : 3.0 અને 3:2 સમાન છે.

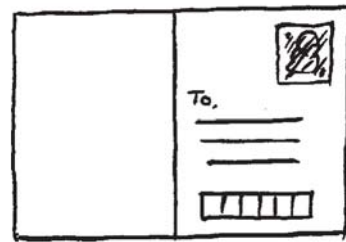
વાસ્તવિક જીવનમાં આપણે ઘણી જગ્યાએ આવા પ્રમાણનો ઉપયોગ જોઈએ છીએ. શું તમે આવી કોઈ પરિસ્થિતિ વિચારી શકો ?

આગલાં ધોરણોમાં આપણે એકમ પદ્ધતિ વિશે શીખી ગયાં. આ પદ્ધતિમાં પ્રથમ આપણે એક એકમનું માપ શોધીએ છીએ ત્યાર પછી જરૂરી સંખ્યા માટે માપ શોધીએ છીએ.

ચાલો, આપણે જોઈએ કે એક જ પ્રશ્ન ઉકેલવામાં ઉપરની બંને પદ્ધતિઓ કેવી રીતે વપરાય છે.

ઉદાહરણ 4

એક નકશો 2 સેમી = 1000 કિમીના પ્રમાણમાપ સાથે આપેલો છે, જો બે સ્થળો વચ્ચેનું અંતર નકશામાં 2.5 સેમી હોય તો તે બે સ્થળો વચ્ચેનું વાસ્તવિક અંતર કિમીમાં શોધો.



ઉકેલ

અરુણ આમ કરે છે.

ધારો કે અંતર = x કિમી

ત્યારે $1000 : x = 2 : 2.5$

$$\frac{1000}{x} = \frac{2}{2.5}$$

$$\frac{1000 \times x \times 2.5}{x} = \frac{2}{2.5} \times x \times 2.5$$

$$1000 \times 2.5 = x \times 2$$

$$x = 1250$$

મીરાં આમ કરે છે.

2 સેમી અર્થાત્ 1000 કિમી તેથી

1 સેમી અર્થાત્ $\frac{1000}{2}$ કિમી

આમ, 2.5 સેમી અર્થાત્

$$\frac{1000}{2} \times 2.5 \text{ કિમી}$$

$$= 1250 \text{ કિમી}$$

અરુણે પ્રથમ ગુણોત્તરોને પ્રમાણમાં બનાવી સમીકરણ મેળવ્યું અને સમીકરણનો ઉકેલ મેળવ્યો. મીરાંએ પ્રથમ 1 સેમીને અનુલક્ષીને અંતર શોધ્યું. ત્યાર બાદ તેનો ઉપયોગ કરી 2.5 સેમીને અનુલક્ષીને અંતર શોધ્યું. તેણે એકમ પદ્ધતિનો ઉપયોગ કર્યો.

ચાલો, આપણે એકમ પદ્ધતિનો ઉપયોગ કરી થોડા વધુ પ્રશ્નો ઉકેલીએ.

ઉદાહરણ 5 6 કટોરાની કિંમત ₹ 90 છે

તો આવા 10 કટોરાની કિંમત કેટલી થશે ?

ઉકેલ

6 કટોરાની કિંમત ₹ 90 છે.

તેથી,

$$1 \text{ કટોરાની કિંમત} = ₹ \frac{90}{6}$$

તેથી,

$$10 \text{ કટોરાની કિંમત} = ₹ \frac{90}{6} \times 10 = ₹ 150$$

ઉદાહરણ 6

મારી કાર 25 લિટર પેટ્રોલથી 150 કિમી અંતર કાપે છે તો આ જ કાર 30 લિટર પેટ્રોલથી કેટલું અંતર કાપશે ?

ઉકેલ

25 લિટર પેટ્રોલથી કારે કાપેલું અંતર = 150 કિમી

$$1 \text{ લિટર પેટ્રોલથી કારે કાપેલું અંતર} = \frac{150}{25} \text{ કિમી}$$

$$\text{તેથી, } 30 \text{ લિટર પેટ્રોલથી કારે કાપેલું અંતર} = \frac{150}{25} \times 30 \text{ કિમી} = 180 \text{ કિમી}$$

આ પદ્ધતિમાં પ્રથમ આપણે એક એકમ અથવા એકમ દરનું મૂલ્ય શોધ્યું. બે જુદા-જુદા ગુણધર્મોની સરખામણી દ્વારા આ કરી શકાય છે. ઉદાહરણ તરીકે જ્યારે આપણે ઘણી વસ્તુઓની કુલ કિંમત સાથે સરખામણી કરીએ છીએ ત્યારે આપણને કિંમત પ્રતિ વસ્તુ મળે છે અથવા જો તમે મુસાફરીના અંતરને તે માટે લાગતા સમય સાથે સરખાવો તો અંતર પ્રતિ એકમ સમય શોધી શકો. અહીં તમે જોઈ શકો કે આપણે વારંવાર ‘દરેક માટે’ શબ્દના બદલે ‘પ્રતિ’ શબ્દનો ઉપયોગ કરીએ છીએ.

ઉદાહરણ તરીકે, કિમી પ્રતિ કલાક, બાળકો પ્રતિ શિક્ષક વગેરે એકમ દર દર્શાવે છે.



વિચારો, ચર્ચા કરો અને લખો

એક કીડી પોતાના વજન કરતાં 50 ગણું વજન ઊંચકી શકે છે. જો આ તથ્ય માણસ પર લાગુ પાડવામાં આવે તો તમે કેટલું વજન ઊંચકી શકો ?

સ્વાધ્યાય 8.1

1. નીચેનાનો ગુણોત્તર શોધો :

- (a) ₹ 5નો 50 પૈસા સાથે (b) 15 કિગ્રાનો 210 ગ્રામ સાથે
(c) 9 મીનો 27 સેમી સાથે (b) 30 દિવસનો 36 કલાક સાથે

2. એક કમ્પ્યુટર લેબમાં 6 વિદ્યાર્થી દીઠ 3 કમ્પ્યુટર છે. તો 24 વિદ્યાર્થીઓ માટે કેટલા કમ્પ્યુટર જોઈશે ?

3. રાજસ્થાનની વસ્તી = 570 લાખ અને ઉત્તરપ્રદેશની વસ્તી = 1660 લાખ.
રાજસ્થાનનું ક્ષેત્રફળ = 3 લાખ કિમી² અને ઉત્તરપ્રદેશનું ક્ષેત્રફળ = 2 લાખ કિમી².
(i) આ બંને રાજ્યોમાં પ્રતિ કિમી² કેટલી વ્યક્તિ છે ?
(ii) કયા રાજ્યમાં વસ્તી ઓછી છે ?



8.3 ટકાવારી - રાશિઓની સરખામણી કરવાની બીજી રીત

(Percentage Another way of Comparing Quantities)

અનિતાનો રિપોર્ટ

કુલ 320/400
ટકા : 80



રીટાનો રિપોર્ટ

કુલ 300/360
ટકા : 83.3



અનિતા કહે છે કે તેનું પરિણામ વધારે સારું છે કારણ કે તેણે 320 ગુણ પ્રાપ્ત કર્યા છે. જ્યારે રીટાએ માત્ર 300 ગુણ પ્રાપ્ત કર્યા છે. શું તમે અનિતા સાથે સહમત છો ? તમારા મતે કોનું પરિણામ વધારે સારું છે ?

માનસીએ તેમને કહ્યું કે માત્ર મેળવેલા ગુણોની સરખામણી કરી કોનું પરિણામ વધારે સારું છે તે ન કહી શકાય. કારણ કે જેમાંથી તે બંનેએ ગુણ પ્રાપ્ત કર્યા છે તે કુલ ગુણ બંનેના સમાન નથી.

તે કહે છે કે તમે તમારા પરિણામ પત્રકમાં આપવામાં આવેલા ટકા કેમ નથી જોતાં ?

અનિતાના ટકા 80 અને રીટાના ટકા 83.3 હતા. જે બતાવે છે કે રીટાનું પરિણામ વધારે સારું છે. શું તમે સહમત છો ?

ટકા એ એવા અપૂર્ણાકોનો અંશ છે જેનો છેદ 100 હોય. તેનો ઉપયોગ પરિણામોની સરખામણી કરવા માટે થાય છે. ચાલો, આપણે ટકાને વિસ્તારથી સમજવાનો પ્રયત્ન કરીએ.

8.3.1 ટકાવારીનો અર્થ (Meaning of Percentage)

ટકા શબ્દ લેટિન શબ્દ 'Per centum' પરથી આવ્યો છે, જેનો અર્થ 'પ્રતિ સો' થાય છે.

ટકા દર્શાવવા માટેનો સંકેત % છે જેનો અર્થ શતાંશ પણ થાય છે એટલે કે 1% નો અર્થ 100માંથી

એક અથવા સોમો ભાગ થાય. જેને આ પ્રમાણે લખી શકાય : $1\% = \frac{1}{100} = 0.01$.

આ સમજવા માટે નીચેનાં કેટલાંક ઉદાહરણો પર વિચાર કરીએ.

રીનાએ એક ટેબલનો ઉપરનો ભાગ બનાવવા માટે જુદા જુદા રંગની 100 ટાઈલ્સનો ઉપયોગ કર્યો. તેણે પીળા, લીલા, લાલ અને વાદળી રંગની ટાઈલ્સ અલગ-અલગ ગણી અને કોષ્ટકમાં નીચે પ્રમાણે નોંધ કરી. શું તમે કોષ્ટક પૂર્ણ કરવામાં મદદ કરી શકો ?

રંગ	ટાઈલ્સની સંખ્યા	દર પ્રતિ સો	અપૂર્ણાંક	આ રીતે લખાય	આ રીતે વંચાય
પીળો	14	14	$\frac{14}{100}$	14%	14 ટકા
લીલો	26	26	$\frac{26}{100}$	26%	26 ટકા
લાલ	35	35
વાદળી	25
કુલ	100				

પ્રયત્ન કરો



1. નીચે આપેલી માહિતી માટે જુદી-જુદી ઊંચાઈ ધરાવતાં બાળકોની સંખ્યાના ટકા શોધો.

ઊંચાઈ	બાળકોની સંખ્યા	અપૂર્ણાંકમાં	ટકામાં
110 સેમી	22		
120 સેમી	25		
128 સેમી	32		
130 સેમી	21		
કુલ	100		

2. એક દુકાનમાં જુદા જુદા માપના બૂટની જોડની સંખ્યા નીચે પ્રમાણે છે :

માપ 2:20 માપ 3:30 માપ 4:28

માપ 5:14 માપ 6:8

આ માહિતીને કોષ્ટક સ્વરૂપે લખો અને દુકાનમાં ઉપલબ્ધ દરેક માપના બૂટની સંખ્યાના ટકા શોધો.



જ્યારે કુલ સરવાળો 100 ન હોય ત્યારે ટકા

ઉપરનાં બધાં જ ઉદાહરણોમાં, વસ્તુઓની સંખ્યાનો સરવાળો 100 હતો. ઉદાહરણ તરીકે, રીના પાસે 100 ટાઈલ્સ હતી, બાળકોની સંખ્યા 100 અને બૂટની સંખ્યા પણ 100 હતી. જો વસ્તુઓની કુલ સંખ્યા 100 ન હોય તો દરેક વસ્તુની સંખ્યાના ટકા કેવી રીતે ગણી શકાય ? આ સ્થિતિમાં આપણે અપૂર્ણાંકને એવા સમ અપૂર્ણાંકમાં ફેરવવા પડે કે જેનો છેદ 100 હોય. નીચેના ઉદાહરણ પર વિચાર કરીએ. તમારી પાસે એક એવી માળા છે, જેમાં બે જુદા-જુદા રંગના વીસ મણકાઓ પરોવેલા છે.

રંગ	મણકાની સંખ્યા	અપૂર્ણાંક	છેદ 100	ટકામાં
લાલ	8	$\frac{8}{20}$	$\frac{8}{20} \times \frac{100}{100} = \frac{40}{100}$	40 %
વાદળી	12	$\frac{12}{20}$	$\frac{12}{20} \times \frac{100}{100} = \frac{60}{100}$	60 %
કુલ	20			

અનવરે લાલ મણકાની સંખ્યાના ટકા આ રીતે શોધ્યા
20 મણકામાંથી લાલ મણકાની સંખ્યા 8 છે. તેથી 100
મણકામાંથી લાલ મણકાની સંખ્યા = $\frac{8}{20} \times 100$
= 40 (100 માંથી)
= 40%

આશા આ રીતે કરે છે.

$$\frac{8}{20} = \frac{8 \times 5}{20 \times 5}$$

$$= \frac{40}{100} = 40 \%$$

આપણે જોયું કે જ્યારે સરવાળો 100 ન આપેલો હોય ત્યારે ટકાવારી ત્રણ રીતે શોધી શકાય. કોષ્ટકમાં બતાવેલ રીતમાં આપણે અપૂર્ણાંકને $\frac{100}{100}$ વડે ગુણીએ છીએ. આમ કરવાથી અપૂર્ણાંકની કિંમત બદલાતી નથી. પાછળથી, અપૂર્ણાંકના છેદમાં માત્ર 100 જ બાકી રહે છે.

અનવરે એકમ પદ્ધતિનો ઉપયોગ કર્યો. આશાએ છેદમાં 100 મેળવવા માટે અપૂર્ણાંકનો $\frac{5}{5}$ વડે ગુણાકાર કર્યો. તમને જે રીત યોગ્ય લાગે તે વાપરી શકો. કદાચ તમે જાતે પણ કોઈ રીત બનાવી શકો.

અનવરે જે રીતનો ઉપયોગ કર્યો તે રીત બધાં જ ગુણોત્તર માટે વાપરી શકાય. શું આશા દ્વારા વપરાયેલી રીત બધાં જ પ્રમાણો માટે વાપરી શકાય ? અનવર કહે છે કે આશા દ્વારા વપરાયેલી રીત ત્યારે જ ઉપયોગમાં લઈ શકાય જ્યારે તમે કોઈ પ્રાકૃતિક સંખ્યા શોધી શકો જેનો અપૂર્ણાંકના છેદ સાથેનો ગુણાકાર 100 આવે. છેદ 20 હોવાના કારણે તે 5 વડે ગુણી 100 મેળવી શકી. જો છેદ 6 હોત તો આશા આ રીત વાપરી ન શકત. શું તમે સહમત છો ?

પ્રયત્ન કરો

1. જુદા-જુદા રંગની 10 કુકરીનો સંગ્રહ આપેલો છે.

રંગ	સંખ્યા	અપૂર્ણાંક	છેદ 100	ટકામાં
લીલો				
વાદળી				
લાલ				
કુલ				



કોષ્ટક પૂર્ણ કરો અને દરેક રંગની કુકરીની સંખ્યાના ટકા શોધો.

2. માલા પાસે બંગડીઓનો સંગ્રહ છે. તેણી પાસે 20 સોનાની બંગડીઓ અને 10 ચાંદીની બંગડીઓ છે, તો આ દરેક પ્રકારની બંગડીઓની સંખ્યાના ટકા શોધો. ઉપરના ઉદાહરણ પ્રમાણે શું તમે આ માહિતી કોષ્ટકમાં દર્શાવી શકો ?

વિચારો, ચર્ચા કરો અને લખો



1. નીચેનાં ઉદાહરણો જુઓ અને દરેકમાં તુલના કરવા માટે કઈ પદ્ધતિ યોગ્ય ગણાય તેની ચર્ચા કરો.

વાતાવરણની 1 ગ્રામ હવામાં :

.78 ગ્રામ નાઈટ્રોજન

.21 ગ્રામ ઓક્સિજન

.01 ગ્રામ અન્ય વાયુઓ

અથવા

78% નાઈટ્રોજન

21% ઓક્સિજન

1% અન્ય વાયુઓ

2. એક શર્ટમાં :



$\frac{3}{5}$ કોટન

$\frac{2}{5}$ પોલિસ્ટર

અથવા

60% કોટન

40% પોલિસ્ટર

8.3.2 અપૂર્ણાંક સંખ્યાઓને ટકામાં ફેરવવી

(Converting Fractional Number to Percentage)

અપૂર્ણાંક સંખ્યાઓના છેદ જુદા-જુદા હોઈ શકે. અપૂર્ણાંક સંખ્યાઓની તુલના કરવા માટે તેમના છેદ સમાન કરવા પડે અને આપણે જોયું કે જો અપૂર્ણાંકનો છેદ 100 હોય તો સરખામણી કરવી સરળ થઈ જાય છે એટલે કે આપણે અપૂર્ણાંકને ટકામાં ફેરવીએ છીએ. ચાલો, આપણે જુદા-જુદા અપૂર્ણાંકોને ટકામાં ફેરવવાનો પ્રયત્ન કરીએ.

ઉદાહરણ 7 $\frac{1}{3}$ ને ટકામાં ફેરવો.

ઉકેલ અહીં, $\frac{1}{3} = \frac{1}{3} \times \frac{100}{100} = \frac{1}{3} \times 100\%$
 $= \frac{100}{3}\% = 33\frac{1}{3}\%$

ઉદાહરણ 8 એક વર્ગમાં 25 બાળકો છે, તેમાંથી 15 છોકરીઓ છે. તો વર્ગમાં કેટલા ટકા છોકરીઓ છે ?

ઉકેલ 25 બાળકોમાંથી 15 છોકરીઓ છે, તેથી છોકરીઓની સંખ્યાના ટકા
 $= \frac{15}{25} \times 100 = 60$ વર્ગમાં 60% છોકરીઓ છે.

ઉદાહરણ 9 $\frac{5}{4}$ ને ટકામાં ફેરવો.

ઉકેલ અહીં, $\frac{5}{4} = \frac{5}{4} \times 100\% = 125\%$

ઉપરનાં ઉદાહરણો પરથી આપણે શોધ્યું કે સાદા અપૂર્ણાંકો સાથે સંબંધિત ટકાવારી 100 કરતાં ઓછી અને મિશ્ર અપૂર્ણાંકો સાથે સંબંધિત ટકાવારી 100 થી વધુ હોય છે.

વિચારો, ચર્ચા કરો અને લખો

- (i) શું તમે કેકનો 50 % ભાગ ખાઈ શકો ? શું તમે 100 % કેક ખાઈ શકો ?
શું તમે કેકનો 150 % ભાગ ખાઈ શકો ?
- (ii) શું વસ્તુની કિંમત 50 % થી ઉપર જઈ શકે ? શું વસ્તુની કિંમત 100 % થી ઉપર જઈ શકે ?
શું વસ્તુની કિંમત 150 % થી ઉપર જઈ શકે ?



8.3.3 દશાંશોનું ટકામાં રૂપાંતર

આપણે અપૂર્ણાંકોને ટકામાં કેવી રીતે ફેરવી શકાય તે જોયું. હવે આપણે દશાંશોને ટકામાં કેવી રીતે ફેરવી શકાય તે જોઈએ.

ઉદાહરણ 10 દશાંશોને ટકામાં ફેરવો.

- (a) 0.75 (b) 0.09 (c) 0.2

ઉકેલ

$$(a) 0.75 = 0.75 \times 100 \%$$

$$(b) 0.09 = \frac{9}{100} = 9 \%$$

$$= \frac{75}{100} \times 100 \% = 75 \%$$

$$(c) 0.2 = \frac{2}{10} \times 100 \% = 20 \%$$

પ્રયત્ન કરો

1. નીચનાને ટકામાં ફેરવો :

- (a) $\frac{12}{16}$ (b) 3.5 (c) $\frac{49}{50}$ (d) $\frac{2}{2}$ (e) 0.05

2. (i) 32 વિદ્યાર્થીઓમાંથી 8 વિદ્યાર્થીઓ ગેરહાજર છે તો કેટલા ટકા વિદ્યાર્થીઓ ગેરહાજર ગણાય ?

(ii) 25 રેડિયો છે, તેમાંના 16 રેડિયો ખરાબ છે તો કેટલા ટકા રેડિયો ખરાબ છે ?

(iii) એક દુકાનમાં 500 વસ્તુ છે. તેમાંથી 5 બગડેલી વસ્તુ છે. તો કેટલા ટકા વસ્તુ બગડેલી કહેવાય ?

(iv) 120 મતદારો છે. તેમાંથી 90 મતદારોનો મત 'હા' છે, તો 'હા' મતોની સંખ્યાના ટકા શોધો.



8.3.4 ટકાનું અપૂર્ણાંક અથવા દશાંશમાં રૂપાંતર

આપણે અત્યાર સુધી અપૂર્ણાંકો અને દશાંશોને ટકામાં ફેરવ્યા આપણે તેથી ઊલટું પણ કરી શકીએ.

એટલે કે આપેલા ટકાને દશાંશ અથવા અપૂર્ણાંકમાં ફેરવી શકીએ.

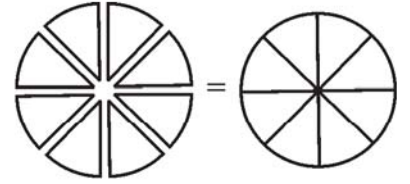
કોષ્ટક જુઓ, અવલોકન કરો અને એને પૂર્ણ કરો :

આવાં વધુ
ઉદાહરણો બનાવો
અને ઉકેલો

ટકા	1 %	10 %	25 %	50 %	90 %	125 %	250 %
અપૂર્ણાંક	$\frac{1}{100}$	$\frac{10}{100} = \frac{1}{10}$					
દશાંશ	0.01	0.10					

તમામ ભાગ એકઠાં થઈ પૂર્ણ બનાવે :

રંગીન ટાઈલ્સના ઉદાહરણમાં, વિદ્યાર્થીઓની ઊંચાઈઓ માટે અને હવામાં રહેલા વાયુઓ માટે આપણે શોધ્યું કે, જ્યારે આપણે ટકાનો સરવાળો કરીએ છીએ ત્યારે 100 મળે છે. બધા ભાગો જો એકસાથે ઉમેરવામાં આવે તો પૂર્ણ અથવા 100 % આપે છે. તેથી જો આપણને એક ભાગ આપવામાં આવે તો બીજો ભાગ શોધી શકીએ છીએ. ધારો કે કુલ વિદ્યાર્થીઓમાંથી 30 % છોકરાઓ છે. આનો અર્થ એ થાય કે જો વર્ગમાં 100 વિદ્યાર્થીઓ હશે તો તેમાંથી 30 છોકરાઓ હશે અને બાકીની છોકરીઓ હશે.



દેખીતી રીતે છોકરીઓ $(100-30) \% = 70 \%$ હશે.

પ્રયત્ન કરો



1. $35 \% + \underline{\hspace{2cm}} \% = 100 \%$, $64 \% + 20 \% + \underline{\hspace{2cm}} \% = 100 \%$,
 $45 \% = 100 \% - \underline{\hspace{2cm}} \%$, $70 \% = \underline{\hspace{2cm}} \% - 30 \%$
2. જો વર્ગના 65 % વિદ્યાર્થીઓ પાસે સાયકલ હોય, તો વર્ગના કેટલા ટકા વિદ્યાર્થીઓ પાસે સાયકલ નથી ?
3. આપણી પાસે સફરજન, નારંગી અને કેરીથી ભરેલી ટોપલી છે. જો 50 % સફરજન, 30 % નારંગી હોય, તો કેટલા ટકા કેરી હશે ?



વિચારો, ચર્ચા કરો અને લખો

ડ્રેસ તૈયાર કરવામાં આવેલા ખર્ચને ધ્યાનમાં લો.

20 % ભરતકામ પર, 50 % કાપડ પર, 30 % સિલાઈ પર

શું તમે આવાં વધુ ઉદાહરણો વિચારી શકો ?



8.3.5 અંદાજિત કિંમત સાથે ગમ્મત

કોઈ પણ ક્ષેત્રફળનો અંદાજિત ભાગ શોધવા માટે ટકા મદદરૂપ થાય છે.

ઉદાહરણ 11 દર્શાવેલ આકૃતિમાં છાયાંકિત ભાગ કેટલા ટકા છે ?

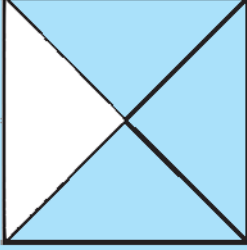
ઉકેલ સૌપ્રથમ આપણે છાયાંકિત ભાગનો અપૂર્ણાંક શોધીશું. આ અપૂર્ણાંક પરથી આપણે છાયાંકિત ભાગના ટકા શોધીશું.

તમે જોઈ શકો છો આકૃતિનો અડધો ભાગ છાયાંકિત એટલે $\frac{1}{2} = \frac{1}{2} \times 100 \% = 50 \%$ એટલે, 50 % આકૃતિ છાયાંકિત છે.

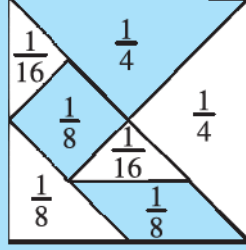
પ્રયત્ન કરો

દર્શાવેલ આકૃતિમાં કેટલા ટકા ભાગ છાયાંકિત છે ?

(i)



(ii)



તમે તમારી જાતે જ આવી અમુક આકૃતિ બનાવી જુઓ અને તમારા મિત્રને તેના છાયાંકિત ભાગનો અંદાજ લગાવવા કહો.

8.4 ટકાનો ઉપયોગ (Use of Percentages)

8.4.1 ટકાનું અર્થઘટન

આપણે જોયું કે ટકા સરખામણી કરવામાં મદદરૂપ થાય. અપૂર્ણાંક અને દશાંશ અપૂર્ણાંકને ટકામાં ફેરવતાં આપણે શીખી ગયાં છીએ. હવે આપણે ટકાનો જીવનમાં ઉપયોગ જોઈશું. આ માટે આપણે પહેલાં નીચેનાં વિધાનોનો અર્થ સમજીશું.

- રવિ એની 5 % કમાણી બચાવે છે.
- મીરાંના ટ્રેસનો 20 % ભાગ વાદળી છે.
- રેખાને દરેક પુસ્તકનાં વેચાણ પર 10 % નફો મળે છે.

ઉપરના દરેક વિધાન પરથી તમે શું અનુમાન કરી શકો ?

5% મતલબ 100નો 5મો ભાગ અથવા $\frac{5}{100}$ એવું લખી શકીએ.

એનો અર્થ એવો થયો કે રવિ એની કમાણીના દરેક ₹ 100 માંથી ₹ 5 બચાવે છે. આ જ રીતે ઉપરના વિધાનોનું અર્થઘટન કરી શકાય છે.

8.4.2 ટકાનું “કેટલા”માં રૂપાંતરણ

નીચેનાં ઉદાહરણો જોઈએ.

ઉદાહરણ 12 40 બાળકોનું સર્વેક્ષણ દર્શાવે છે કે તેમાંથી 25 % બાળકોને ફૂટબોલ રમવું ગમે છે, તો કેટલાં બાળકોને ફૂટબોલ રમવું ગમે છે ?

ઉકેલ અહીં બાળકોની કુલ સંખ્યા 40 છે. તેમાંથી 25% બાળકોને ફૂટબોલ રમવું ગમે છે. મીના અને અરુણે નીચેની પદ્ધતિથી સંખ્યા શોધી. તમે કોઈ પણ પદ્ધતિ અપનાવી શકો છો.



અરુણ આ પ્રમાણે કરે છે

100માંથી 25ને ફૂટબોલ રમવું ગમે છે
તો 40માંથી ફૂટબોલ રમવું ગમતું હોય
તેવા બાળકોની સંખ્યા =
 $\frac{25}{100} \times 40 = 10$

મીના આ પ્રમાણે કરે છે

$$40ના 25 \% = \frac{25}{100} \times 40 \\ = 10$$

તેથી, 40માંથી 10 બાળકોને ફૂટબોલ રમવાનું ગમે છે.

પ્રયત્ન કરો



1. ઉકેલ મેળવો :

- (a) 164ના 50 % (b) 12ના 75 % (c) 64ના 12 $\frac{1}{2}$ %

2. એક વર્ગનાં 25 બાળકોમાંથી 8 % બાળકોને વરસાદમાં ભીંજાવું ગમે છે તો કેટલાં બાળકોને વરસાદમાં ભીંજાવું ગમે છે ?

ઉદાહરણ 13

રાહુલે સ્વેટર ખરીદ્યું જેમાં 25% ડિસ્કાઉન્ટ મળતાં તેણે 200 રૂપિયાની બચત કરી. તો ડિસ્કાઉન્ટ મળતાં પહેલાં સ્વેટરની કિંમત કેટલી હશે ?

ઉકેલ

સ્વેટરની કિંમત 25 % ઘટાડતાં રાહુલે 200 રૂપિયાની બચત કરી. એનો અર્થ એ થયો કે રાહુલે બચાવેલી કિંમત એટલે કિંમતમાં કરેલો 25 % નો ઘટાડો. ચાલો, આપણે એ જોઈએ કે મોહન અને અબ્દુલે સ્વેટરની મૂળ કિંમત કેવી રીતે શોધી ?

મોહનનો ઉકેલ

મૂળ કિંમતના 25% = ₹ 200
ધારેલી કિંમત (રૂપિયામાં) = P
તેથી, Pના 25 % = 200 અથવા
 $\frac{25}{100} \times P = 200$ અથવા $\frac{P}{4} = 200$
P = 200 × 4 તેથી P = 800

અબ્દુલનો ઉકેલ

25 રૂપિયાની બચત હોય તો
મૂળકિંમત 100 રૂપિયા છે તો
200 રૂપિયાની બચત હોય તો
મૂળકિંમત = $\frac{100}{25} \times 200 = 800$
રૂપિયા થાય.

બંને દ્વારા શોધાયેલી સ્વેટરની મૂળ કિંમત 800 રૂપિયા છે.

પ્રયત્ન કરો

1. કઈ સંખ્યાના 25 % એટલે 9 ? 2. કઈ સંખ્યાના 75 % એટલે 15 ?



સ્વાધ્યાય 8.2

1. આપેલા અપૂર્ણાંકોને ટકામાં ફેરવો.

- (a) $\frac{1}{8}$ (b) $\frac{5}{4}$ (c) $\frac{3}{40}$ (d) $\frac{2}{7}$

2. આપેલા દશાંશ અપૂર્ણાંકોને ટકામાં ફેરવો.

(a) 0.65

(b) 2.1

(c) 0.02

(d) 12.35

3. આપેલ આકૃતિનો કેટલો ભાગ રંગીન છે તે નક્કી કરી રંગીન ભાગના ટકા શોધો.



(i)



(ii)



(iii)

4. શોધો :

(a) 250ના 15 %

(b) 1 કલાકના 1 %

(c) 2500ના 20 %

(d) 1 કિલોના 75 %

5. કુલ રાશિ શોધો કે જેના

(a) 5 % = 600 થાય

(b) 12 % = ₹1080 થાય

(c) 40 % = 500 કિમી થાય

(d) 70 % = 14 મિનિટ થાય

(e) 8 % = 40 લિટર થાય

6. ટકાને દશાંશ અપૂર્ણાંકમાં ફેરવો અને અપૂર્ણાંકમાં ફેરવી તેનું અતિસંક્ષિપ્ત સ્વરૂપ લખો.

(a) 25 %

(b) 150 %

(c) 20 %

(d) 5 %

7. એક શહેરમાં 30% સ્ત્રી, 40% પુરુષ અને બાકીનાં બાળકો છે, તો બાળકો કેટલા ટકા છે ?

8. એક મતદાન ક્ષેત્રમાં 15,000 મતદાર છે. જેમાં 60% એ મતદાન કર્યું. તો મતદાન ન કરનારની ટકાવારી શોધો. તમે શોધી શકશો કે કેટલા મતદારોએ મતદાન નથી કર્યું ?

9. મિતા તેના પગારમાંથી ₹ 4000 બચાવે છે, જો તે તેના પગારના 10 % હોય તો તેનો પગાર કેટલો હશે ?

10. એક લોકલ ક્રિકેટ ટીમ એક સિઝનમાં 20 મેચ રમે છે. તેમાંથી 25% મેચ જીતે છે તો તેઓ કેટલી મેચ જીત્યા હશે ?

8.4.3 ગુણોત્તરમાંથી ટકા

કેટલીક વાર અમુક ભાગ આપણને ગુણોત્તર સ્વરૂપે આપવામાં આવે છે અને આપણને તે ટકામાં ફેરવવાની જરૂરિયાત ઊભી થાય છે. નીચેના ઉદાહરણ જોઈએ.

ઉદાહરણ 14 રીનાની મમ્મીએ એને ઈડલી બનાવવા માટે કઢું અને કઢું કે તેના માટે બે ભાગ ચોખા અને એક ભાગ અડદની દાળ લેવી. તે મિશ્રણના કેટલા ટકા ચોખા અને અડદની દાળ હશે ?

ઉકેલ ગુણોત્તરના સ્વરૂપે આ રીતે લખી શકાય. ચોખા : અડદની દાળ = 2:1.

હવે, $2 + 1 = 3$ એ ભાગ કુલ છે. તેનો અર્થ એ થયો કે $\frac{2}{3}$ ભાગ ચોખા અને $\frac{1}{3}$ ભાગ અડદની દાળ છે.

તેથી, ચોખાના ટકા $\frac{2}{3} \times 100 \% = \frac{200}{3} = 66 \frac{2}{3} \%$

અડદની દાળના ટકા $\frac{1}{3} \times 100 \% = \frac{100}{3} = 33 \frac{1}{3} \%$

ઉદાહરણ 15 રવિ, રાજુ અને રોયને ₹ 250 એવી રીતે વહેંચવામાં આવ્યા કે રવિને બે ભાગ, રાજુને ત્રણ ભાગ અને રોયને પાંચ ભાગ મળ્યા, તો આ વહેંચણીમાં દરેકને કેટલા રૂપિયા મળ્યા અને એની ટકાવારી કેટલી હશે ?

ઉકેલ ત્રણ છોકરાઓ માટે જે ભાગો મેળવે છે તે ગુણોત્તર 2 : 3 : 5
કુલ ભાગ = 2 + 3 + 5 = 10 છે.

દરેકને મળેલ રકમ

દરેકને મળેલ રકમના ટકા

$$\frac{2}{10} \times ₹ 250 = ₹ 50$$

$$\text{રવિને } \frac{2}{10} \times 100 \% = 20 \% \text{ મળ્યા}$$

$$\frac{3}{10} \times ₹ 250 = ₹ 75$$

$$\text{રાજુને } \frac{3}{10} \times 100 \% = 30 \% \text{ મળ્યા}$$

$$\frac{5}{10} \times ₹ 250 = ₹ 125$$

$$\text{રોયને } \frac{5}{10} \times 100 \% = 50 \% \text{ મળ્યા}$$

પ્રયત્ન કરો



- 15 મીઠાઈઓને એવી રીતે વહેંચવામાં આવે કે મનુ અને સોનુને અનુક્રમે 20 % અને 80 % મીઠાઈ મળે.
- ત્રિકોણના ખૂણાનો ગુણોત્તર 2:3:4 હોય, તો દરેક ખૂણાનું માપ શોધો.

8.4.4 ટકામાં વધારો અથવા ઘટાડો (Increase or Decrease as Per Cent) :

અમુક વખત આપણને ચોક્કસ રાશિ કે જથ્થામાં થતો વધારો અથવા ઘટાડો ટકાવારીમાં જાણવાની જરૂર હોય છે. ઉદાહરણ તરીકે, રાજ્યની વસ્તી 5,50,000 થી વધીને 6,05,000 થાય છે. જ્યારે આપણે કહીએ કે વસ્તીમાં 10% નો વધારો થયો છે, ત્યારે આપણે તે સારી રીતે સમજી શકીએ છીએ.

મૂળ રાશિમાં વધારો અથવા ઘટાડો કેવી રીતે ટકામાં રૂપાંતરિત કરી શકીએ ? નીચેના ઉદાહરણ દ્વારા સમજાવે.

ઉદાહરણ 16 એક શાળાની ટીમ આ વર્ષે 6 રમતો જીતી હતી, જ્યારે ગયા વર્ષે 4 રમતો જીતી હતી, તો ગયા વર્ષની તુલનામાં જીતમાં કેટલા ટકા વધારો થયો ?

ઉકેલ જીતવાની સંખ્યામાં વધારો (રાશિનો તફાવત) = 6 - 4 = 2

$$\text{ટકાવારીમાં વધારો} = \frac{\text{રાશિનો તફાવત}}{\text{મૂળ (આધાર) રાશિ}} \times 100$$

$$= \frac{\text{જીતની સંખ્યામાં વધારો}}{\text{ગયા વર્ષમાં થયેલી જીતની સંખ્યા}} \times 100 = \frac{2}{4} \times 100 = 50$$

ઉદાહરણ 17 એક દેશમાં છેલ્લાં 10 વર્ષમાં અભણ લોકોની સંખ્યા 150 લાખથી ઘટીને 100 લાખ થઈ ગઈ છે, તો તેમની ટકાવારીમાં કેટલા ટકા ઘટાડો થયો ?

ઉકેલ મૂળ રાશિ = શરૂઆતમાં અભણ વ્યક્તિની સંખ્યા = 150 લાખ

મૂળ રાશિનો તફાવત = અભણ વ્યક્તિઓની સંખ્યામાં ઘટાડો = $150 - 100 = 50$ લાખ.

$$\text{આથી, ઘટાડો ટકામાં} = \frac{\text{મૂળ રાશિનો તફાવત}}{\text{મૂળ (આધાર) રાશિ}} \times 100 = \frac{50}{150} \times 100 = 33\frac{1}{3}$$

આથી, ટકાવારીમાં $33\frac{1}{3}\%$ નો ઘટાડો થયો.

પ્રયત્ન કરો

1. વધારા અથવા ઘટાડાની ટકાવારી શોધો :

- શર્ટની કિંમત ₹ 280થી ઘટીને ₹ 210 થઈ છે.
- કોઈ એક પરીક્ષામાં મળેલ ગુણ 20થી વધીને 30 થાય છે.

2. મારી મમ્મી કહે છે કે તેમના બાળપણમાં પેટ્રોલ ₹ 10 પ્રતિ લિટર હતું. આજે એનો ભાવ ₹ 70 પ્રતિ લિટર છે. તો કિંમતમાં કેટલા ટકા વધારો થયો ?



8.5 વસ્તુના ભાવ સાથે સંબંધ અથવા ખરીદ અને વેચાણ

મેં આ વસ્તુ ₹ 600 માં ખરીદી



મેં આ વસ્તુ ₹ 610 માં વેચી



કોઈ પણ વસ્તુની ખરીદ કિંમતને પડતર કિંમત તરીકે ઓળખવામાં આવે છે. ટૂંકમાં તેને પ.કિં. કહે છે. વસ્તુને જે કિંમતે વેચવામાં આવે છે તેને તેની વેચાણકિંમત તરીકે ઓળખવામાં આવે છે. ટૂંકમાં તેને વે.કિં. કહે છે.

આપણે ખરીદ કિંમત કરતા ઓછી કિંમતમાં કે પછી સરખી અથવા વધારે કિંમતમાં વસ્તુ વેચીએ, આમા કયું વધારે સારું કહેવાય એ આપણે નક્કી કરવાનું છે.

જો પ.કિં. < વે.કિં. હોય, તો નફો મળે છે. નફો = વે.કિં. – પ.કિં.

જો પ.કિં. = વે.કિં. હોય, તો નફો કે ખોટ થતું નથી.

જો પ.કિં. > વે.કિં. હોય, તો આપણને ખોટ થાય છે ખોટ = પ.કિં. – વે.કિં.

હવે આપણે નીચેની વસ્તુઓ અને તેમની કિંમત દ્વારા વધુ સમજવાનો પ્રયત્ન કરીએ.



- મેં એક રમકડું ₹ 72 માં ખરીદ્યું અને ₹ 80 માં વેચ્યું.
- મેં એક ટીશર્ટ ₹ 120 માં ખરીદ્યું અને ₹ 100 માં વેચ્યું.
- મેં એક સાઈકલ ₹ 800 માં ખરીદી અને ₹ 940 માં વેચી.



હવે આપણે પહેલા વાક્યને ધ્યાનમાં લઈએ. પહેલા વાક્યમાં રમકડાની પ.કિં. ₹ 72 છે અને વે.કિં. ₹ 80 છે. તેથી જણાય છે કે વે.કિં. એ પ.કિં. કરતાં વધુ છે. તેથી થયેલ નફો વે.કિં. – પ.કિં. = $80 - 72 = ₹ 8$ હવે બાકીના બંને વાક્યને પણ એ જ રીતે સમજવાનો પ્રયત્ન કરો.

8.5.1 નફો કે ખોટ ટકા સ્વરૂપે

નફો અને ખોટને ટકાવારીમાં બદલવામાં આવે છે. તે હંમેશાં પડતર કિંમત ઉપર ગણાય છે. ઉપરના ઉદાહરણમાં આપણે નફો અને ખોટ ટકામાં શોધી શકીએ.

હવે આપણે રમકડાના ઉદાહરણમાં જોઈએ તો આપણી પાસે પ.કિં. = ₹ 72, વે.કિં. ₹ 80 તેમજ નફો = ₹ 8 તો નફાનું ટકાવાર પ્રમાણ આપણે નેહા અને શેખરની રીતો પ્રમાણે જોઈશું.



નેહા આ રીતે કરે છે

$$\begin{aligned}\text{ટકામાં નફો} &= \frac{\text{નફો}}{\text{પ.કિ.}} \times 100 = \frac{8}{72} \times 100 \\ &= \frac{1}{9} \times 100 = 11\frac{1}{9}\end{aligned}$$

આ રીતે નફો ₹ 8 છે અને

નફાની ટકાવારી $11\frac{1}{9}$.

તેવી જ રીતે, તમે ટકામાં ખોટ પણ શોધી શકો છો.

પડતર કિંમત = ₹120, વેચાણ કિંમત = ₹ 100

આથી ખોટ = ₹ 120 – ₹ 100 = ₹ 20

શેખર આ રીતે કરે છે.

₹ 72 પર નફો ₹ 8 છે.

$$\begin{aligned}\text{₹ 100 પર નફો} &= \frac{8}{72} \times 100 \\ &= 11\frac{1}{9} \text{ આ રીતે ટકામાં નફો} = 11\frac{1}{9}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{ખોટ ટકામાં} &= \frac{\text{ખોટ}}{\text{પ.કિ.}} \times 100 \\ &= \frac{20}{120} \times 100 \\ &= \frac{50}{3} = 16\frac{2}{3}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{₹ 120 પર ખોટ ₹ 20 છે. તેથી,} \\ \text{ટકા} &= \frac{20}{120} \times 100 = \frac{50}{3} = 16\frac{2}{3} \\ \text{આમ, ખોટ ટકામાં} &= 16\frac{2}{3}\end{aligned}$$

છેલ્લા પ્રશ્ન માટે પ્રયત્ન કરો.

અહીં, પ.કિ., વે.કિ. અને નફો કે ખોટ આ ત્રણમાંથી કોઈ પણ બેની કિંમત આપેલી હોય ત્યારે આપણે બાકીના એકનું મૂલ્ય શોધી શકીએ છીએ.

ઉદાહરણ 18 ફૂલદાનીની કિંમત ₹ 120 છે, જો દુકાનદાર તેને 10% ખોટ સાથે વેચે છે તો તેની વેચાણ કિંમત શોધો.

ઉકેલ અહીં આપેલું છે કે પ.કિ. = ₹ 120 અને નુકસાન ટકામાં = 10. આપણે વે.કિ. શોધવાની છે.

સોહન આ રીતે કરે છે

$$\begin{aligned}10\% \text{ ની ખોટનો અર્થ એ થયો કે પ.કિ.} &= ₹ 100 \\ \text{નુકસાન} &= ₹ 10 \\ \text{તેથી વે.કિ.} &= ₹ (100 - 10) = 90 \\ \text{જ્યારે પ.કિ. ₹ 100 હોય, તો વે.કિ. ₹ 90 થાય.} \\ \therefore \text{જો પ.કિ. 120 હોય, તો વે.કિ.} \\ \text{વે.કિ.} &= \frac{90}{100} \times 120 = ₹ 108\end{aligned}$$

આનંદી આ રીતે કરે છે

પ.કિ.ના 10 % ખોટ છે.

$$\text{ખોટ} = 120 \text{ ના } 10\% = \frac{10}{100} \times 120 = ₹ 12$$

પરિણામે

વે.કિ. = પ.કિ. – ખોટ

$$= ₹ 120 - ₹ 12 = ₹ 108$$

આ બંને પદ્ધતિ દ્વારા ખરીદ કિંમત ₹ 108 મળે છે.

ઉદાહરણ 19 એક રમકડાની કારની વે.કિં ₹ 540 છે. જો તેના પર દુકાનદાર 20 % નો નફો મેળવતો હોય તો તે કારની પ.કિં કેટલી થાય ?

ઉકેલ આપણને આપેલ વે.કિં = ₹ 540 અને નફો = 20 % તો પ.કિં. = ?



અમીના આ રીતે કરે છે.

20% નફો એટલે કે પ.કિં. ₹ 100 અને નફો ₹ 20.
તેથી વે.કિં. = 100 + 20 = 120 હવે, જ્યારે વે.કિં. ₹ 120 થઈ તો પ.કિં. 100 થાય.
તેથી જો વે.કિં 540 હોય તો પ.કિં
= $\frac{100}{120} \times 540 = ₹ 450$

અરુણ આ રીતે કરે છે.

નફો = પ.કિં. ના 20% અને
વે.કિં. = પ.કિં. + નફો
તેથી 540 = પ.કિં. + પ.કિં.નાં
20 % = પ.કિં. + $\frac{20}{100} \times$ પ.કિં.
= $\left[1 + \frac{1}{5}\right]$ પ.કિં. = $\frac{6}{5}$ પ.કિં.
તેથી, $540 \times \frac{5}{6} =$ પ.કિં.
અથવા ₹ 450 = પ.કિં.

બંને ઉકેલમાં પ.કિં. ₹ 450 મળે છે.

પ્રયત્ન કરો

1. એક દુકાનદાર એક ખુરશી ₹ 375 માં ખરીદે છે અને ₹ 400 માં તેને વેચે છે. હવે દુકાનદારે મેળવેલ નફાની ટકાવારી શોધો.
2. ₹ 50 માં એક વસ્તુ ખરીદાય છે અને તેને 12 % ના નફા સાથે વેચવામાં આવે છે તો વે.કિં. શોધો.
3. ₹ 250 માં વેચવામાં આવતી વસ્તુ પર 5% નફો મેળવાય છે તો તેની પ.કિં. કેટલી હશે ?
4. એક વસ્તુ 5% ખોટ સાથે ₹ 540 માં વેચવામાં આવે છે. તેની પ.કિં. શું હશે ?



8.6 સાદું વ્યાજ અથવા ઉછીના પૈસા પરનો ચાર્જ

સોહિની કહે છે કે તેઓ નવું સ્કૂટર ખરીદવા જાય છે. મોહન સોહિનીને પૂછે છે કે તે ખરીદવા માટે તારી પાસે પૂરતા પૈસા છે કે કેમ ? સોહિની કહે છે મારા પપ્પા એક બેંકમાંથી લોન લેવાના છે. અહીં જે પૈસા ઉછીનાં લેવાની વાત થાય છે તે રકમ **મુદ્દલ** તરીકે ઓળખાય છે.

આ ઉછીનાં નાણાં લેનાર તે ભરપાઈ કરે તે પહેલાં થોડો સમય માટે ઉપયોગમાં લેશે આ નાણાંને અમુક સમય માટે રાખવા માટે બેંક ઉછીનાં લેનારે વધારાના પૈસા ચૂકવવા પડે છે. આ **વ્યાજ** તરીકે ઓળખાય છે.

વર્ષના અંતે જે કિંમત ચૂકવવાની હોય એ શોધવા માટે ઉછીનાં લીધેલાં નાણાંમાં વ્યાજનો ઉમેરો કરવો. એટલે કે **વ્યાજમુદ્દલ = મુદ્દલ + વ્યાજ**

વ્યાજ સામાન્ય રીતે એક વર્ષના સમય માટે ટકામાં દર્શાવાય છે. આપણે વાર્ષિક 10% વ્યાજ એવું કહી શકીએ. 10% વ્યાજનો અર્થ દરેક 100 રૂપિયા પર એક વર્ષ માટે 10 રૂપિયાનું વ્યાજ. એના માટે ઉદાહરણ જોઈએ.

ઉદાહરણ 20 અનીતા વાર્ષિક 15% ના વ્યાજ ઉપર ₹ 5,000 ની લોન લે છે, તો તે વર્ષના અંતે કેટલું વ્યાજ ચૂકવશે ?



ઉકેલ ઊછીના લીધેલ ₹ 5,000, એક વર્ષ માટે વ્યાજનો દર = 15 %. એનો અર્થ એ થયો કે જો ₹ 100 એક વર્ષ માટે વ્યાજે લીધા હોય તો ₹ 15 વ્યાજ ચૂકવવું પડે તો જો તેણે ₹ 5000 લીધા હોય તો એક વર્ષ માટે ચૂકવવું પડતું વ્યાજ

$$= ₹ \frac{15}{100} \times 5000 = ₹ 750$$

તેથી, વર્ષના અંતે તેણે ચૂકવવી પડતી રકમ = ₹ 5,000 + ₹ 750 = ₹ 5750.

તેથી એક વર્ષનું વ્યાજ શોધવા આ પ્રમાણે સામાન્ય તારણ લખી શકાય. મુદ્દલ માટે P અને વ્યાજના દર માટે R . હવે, ₹100 માટે ચૂકવવું પડતું વ્યાજ ₹ R તેથી જો ₹ P વ્યાજે લીધા હોય તો એક વર્ષ માટે

$$\text{ચૂકવવું પડતું વ્યાજ} = \frac{R \times P}{100} = \frac{P \times R}{100}.$$

8.6.1 એકથી વધુ વર્ષ માટે વ્યાજ

જો અનીતા બે વર્ષના અંતે પૈસા પરત કરશે અને વ્યાજનો દર સમાન હશે તો તેણે બે વાર વ્યાજ ચૂકવવું પડશે. પહેલા વર્ષ માટે 750 રૂપિયા; બીજા વર્ષ માટે 750 રૂપિયા. આ રીતે થતી વ્યાજની ગણતરી જ્યાં મુદ્દલ બદલાતું નથી તેને સાદું વ્યાજ કહે છે. જેમ વર્ષ વધતાં જાય છે તેમ વ્યાજ પણ વધતું જાય છે. જો ત્રણ વર્ષ માટે 18 ટકા વ્યાજના દરે 100 રૂપિયા લીધા હોય તો ત્રણ વર્ષના અંતે ચૂકવવું પડતું વ્યાજ $18 + 18 + 18 = 3 \times 18 = ₹ 54$. આપણે એક વર્ષથી વધારે વર્ષ માટે સાદું વ્યાજ આ માટે સામાન્ય તારણ આ રીતે શોધી શકાય.

આપણે જાણીએ છીએ કે મુદ્દલ રૂપિયા ₹ P એક વર્ષ માટે વ્યાજ દર R ટકા તો વર્ષના માટે ચૂકવવું પડતું વ્યાજ $\frac{R \times P}{100}$.

તેથી T વર્ષ માટે ચૂકવવું પડતું વ્યાજ $I = \frac{PRT}{100}$ અને

ચૂકવવી પડતી કુલ રકમ = વ્યાજ મુદ્દલ = $A = P + I$

પ્રયત્ન કરો



1. 5 ટકા વાર્ષિક વ્યાજના દરે ₹ 10,000 જમા કરાવવામાં આવે છે તો એક વર્ષના અંતે મળતું વ્યાજ શોધો.
2. 7 ટકા વાર્ષિક વ્યાજના દરે ₹ 3,500 આપવામાં આવે છે તો 2 વર્ષના અંતે મળતું વ્યાજ શોધો.
3. 6.5 ટકા વાર્ષિક વ્યાજના દરે ₹ 6,050 લેવામાં આવે છે તો 3 વર્ષના અંતે ચૂકવવું પડતું વ્યાજ અને વ્યાજમુદ્દલ શોધો.
4. જો 2 વર્ષ માટે 3.5 ટકા વાર્ષિક વ્યાજના દરે ₹ 7,000 લેવામાં આવે તો બે વર્ષના અંતે ચૂકવવું પડતું વ્યાજમુદ્દલ શોધો.

જો કોઈ પણ ચાર મૂલ્યમાંથી ત્રણનાં મૂલ્ય આપવામાં આવ્યાં હોય તો તેમની વચ્ચેનો સંબંધ

$I = \frac{P \times T \times R}{100}$ છે, જેના દ્વારા તમે બાકીનાનું મૂલ્ય શોધી શકો છો.

ઉદાહરણ 21 જો મનોહર ₹ 4500 નું બે વર્ષ માટેનું વ્યાજ ₹ 750 ચૂકવે છે, તો વ્યાજનો દર શોધો.

ઉકેલ 1	ઉકેલ 2
$I = \frac{P \times T \times R}{100}$ <p>તેથી, $750 = \frac{4500 \times 2 \times R}{100}$</p> <p>અથવા $\frac{750}{45 \times 2} = R$</p> <p>તેથી, વ્યાજનો દર = $8\frac{1}{3}\%$</p>	<p>બે વર્ષ માટે ચૂકવવું પડતું વ્યાજ ₹ 750.</p> <p>તેથી એક વર્ષ માટે ચૂકવવું પડતું વ્યાજ = $\frac{750}{2} = ₹ 375$</p> <p>તેથી ₹ 4500 માટે વ્યાજ ₹ 375</p> <p>તેથી ₹ 100 માટે ચૂકવવું પડતું વ્યાજ</p> $= \frac{375 \times 100}{4500} = 8\frac{1}{3}\%$

પ્રયત્ન કરો

1. તમારા બેંક ખાતામાં ₹ 2,400 જમા છે અને વ્યાજનો વાર્ષિક દર 5 ટકા છે. કેટલાં વર્ષો બાદ વ્યાજની કિંમત ₹ 240 થશે ?
2. કોઈ રકમનું વાર્ષિક 5 ટકા લેખે 3 વર્ષનું વ્યાજ ₹ 450 થાય છે તો તે રકમ શોધો ?



સ્વાધ્યાય 8.3

1. નીચેનાં વાક્યો પરથી નફો-ખોટ શોધો. આ ઉપરાંત નફાની ટકાવારી અને ખોટની ટકાવારી પણ શોધો.
 - (a) બગીચામાં વપરાતી કાતર ₹ 250 માં ખરીદી અને તેને ₹ 325માં વેચી.
 - (b) એક ફીજ ₹ 12000માં ખરીદ્યું અને ₹ 13500માં વેચ્યું.
 - (c) એક કબાટ ₹ 2500માં ખરીદ્યો અને ₹ 3000માં વેચ્યો.
 - (d) એક સ્કર્ટની પડતર કિંમત ₹ 250 છે અને ₹ 150માં વેચ્યું.
2. નીચે આપેલા ગુણોત્તરનાં પદોને ટકાવારીમાં બદલો.
 - (a) 3:1
 - (b) 2:3:5
 - (c) 1:4
 - (d) 1:2:5
3. એક શહેરની વસ્તી 25,000માંથી ઘટીને 24,500 થઈ, તો ઘટાડાની ટકાવારી શોધો.
4. અરૂણે એક કાર ₹ 3,50,000 માં ખરીદી અને પછીના વર્ષે તેની કિંમત વધીને ₹ 3,70,000 થઈ, તો કારની કિંમતમાં થયેલ વધારાની ટકાવારી શોધો.
5. મેં એક ટીવી ₹ 10,000માં ખરીદ્યું અને 20% નફો મેળવી તે વેચી દીધું. તો મને ટીવી વેચવાથી કેટલા રૂપિયા મળશે ?
6. જુહીએ એક વોશિંગમશીન ₹ 13,500માં વેચ્યું. તેને 20% ખોટ ગઈ તો જુહીએ વોશિંગમશીન કેટલા રૂપિયામાં ખરીદ્યું હશે ?
7. (i) ચોકમાં કેલ્શિયમ, કાર્બન અને ઓક્સિજનનો ગુણોત્તર 10:3:12 છે. તો ચોકમાં કાર્બનની ટકાવારી શોધો.
 (ii) જો ચોકમાં કાર્બનનું વજન 3 ગ્રામ હોય તો ચોકનું વજન શોધો.



8. અમીના ₹ 275 માં એક પુસ્તક ખરીદે છે અને 15% નુકસાન વેઠી વેચે છે. તો તેણે તે પુસ્તક કેટલા રૂપિયામાં વેચ્યું હશે ?
9. નીચેની રકમનું 3 વર્ષનું વ્યાજમુદલ શોધો.
(a) મુદલ = ₹ 1200, વાર્ષિક વ્યાજનો દર 12% (b) મુદલ = રૂ. 7,500, વાર્ષિક વ્યાજનો દર 5%
10. ₹ 56,000 નું કેટલા ટકા વ્યાજ દરે 2 વર્ષનું વ્યાજ ₹ 280 થાય ?
11. જો મીના તેણે વ્યાજે લીધેલ અમુક રકમનું વાર્ષિક 9% ના દરે એક વર્ષનું વ્યાજ ₹ 45 ચૂકવતી હોય તો તેણે વ્યાજે લીધેલ રકમ શોધો.

આપણે શું ચર્ચા કરી ?

1. આપણાં રોજિંદા જીવનમાં વારંવાર બે રાશિઓની તુલના જરૂરી બને છે. તે રાશિઓ ઊંચાઈ, વજન, પગાર, ગુણ વગેરે છે.
2. જ્યારે આપણે 150 સેમી અને 75 સેમી ઊંચાઈ ધરાવતા બે માણસોની ઊંચાઈની સરખામણી કરીએ છીએ ત્યારે ઊંચાઈનો ગુણોત્તર 150:75 અથવા 2:1 લખીએ છીએ.
3. બે ગુણોત્તરોને સમચ્છેદી અપૂર્ણાંકમાં ફેરવી તેમની સરખામણી કરી શકાય છે. જો આ બે અપૂર્ણાંકો સરખા હોય તો આપણે કહી શકીએ કે આપેલાં ગુણોત્તરો સરખાં છે.
4. જો બે ગુણોત્તરો સરખાં હોય તો તે ચાર રાશિઓ પ્રમાણમાં છે એમ કહેવાય. ઉદાહરણ તરીકે 8:2 અને 16:4 સરખા છે. તેથી, 8, 2, 16 અને 4 પ્રમાણમાં છે એમ કહી શકાય.
5. સરખામણી કરવા માટેની બીજી રીત ટકા છે. ટકા એ જેનો છેદ 100 હોય તેવા અપૂર્ણાંકનો અંશ છે. અર્થાત્, પ્રતિ સો એટલે ટકા. દા.ત., 82 % ગુણ એટલે 100માંથી 82 ગુણ.
6. અપૂર્ણાંકોને ટકામાં ફેરવી શકાય અને તેથી ઊલટું પણ શક્ય છે. જેમ કે, $\frac{1}{4} = \frac{1}{4} \times 100\%$ અને $75\% = \frac{75}{100} = \frac{3}{4}$.
7. દશાંશોને પણ ટકામાં ફેરવી શકાય અને ઊલટું પણ શક્ય છે. ઉદાહરણ તરીકે $0.25 = 0.25 \times 100\% = 25\%$.
8. આપણે રોજિંદા જીવનમાં ટકાનો બહોળો ઉપયોગ કરીએ છીએ.
(a) જ્યારે કુલ રાશિના અમુક ટકા આપેલા હોય ત્યારે તે ચોક્કસ સંખ્યા શોધવાનું આપણે શીખ્યાં.
(b) જ્યારે રાશિનો કોઈ ભાગ ગુણોત્તરમાં આપેલ હોય ત્યારે તેને ટકામાં ફેરવી શકાય તે શીખ્યાં.
(c) કોઈ રાશિના વધવા અથવા ઘટવાને પણ ટકા રૂપે દર્શાવી શકાય.
(d) કોઈ વસ્તુના ખરીદ-વેચાણમાં થયેલા નફો કે ખોટને પણ ટકા રૂપે દર્શાવી શકાય.
(e) ઉધાર લીધેલી કિંમતની વ્યાજની ગણતરી માટે વ્યાજનો દર ટકામાં જ આપવામાં આવે છે. ઉદાહરણ તરીકે, ₹ 800, 3 વર્ષ માટે વાર્ષિક 12% વ્યાજના દરે ઉધાર લીધા.