પ્રકરણ 8

ગતિ (Motion)

રોજબરોજના જીવનમાં આપણે કેટલીક વસ્તુઓ સ્થિર અવસ્થામાં તથા કેટલીક વસ્તુઓ ગતિમાન અવસ્થામાં જોઈએ છીએ. પક્ષીઓ ઊડે છે, માછલીઓ તરે છે, રુધિર, શિરાઓ અને ધમનીઓમાં વહે છે તથા મોટરગાડીઓ ગતિ કરે છે. પરમાણુ, અણુ, ગ્રહો, તારાઓ તથા આકાશગંગાઓ બધા જ ગતિમાન છે. સામાન્ય રીતે, આપણે કોઈ પદાર્થ સમયની સાથે પોતાનું સ્થાન બદલે ત્યારે જ તે ગતિમાં હોય છે તેવું સમજીએ છીએ. આ સિવાય એવી પણ કેટલીક અવસ્થાઓ છે કે જેમાં ગતિના અસ્તિત્વનો ખ્યાલ અપ્રત્યક્ષ પુરાવાઓ દ્વારા મળે છે. ઉદાહરણ તરીકે, આપણે હવાની ગતિનું અનુમાન ધૂળના રજકણોના ઊડવાથી તથા વૃક્ષોની ડાળીઓ અને પર્ણોના હલન-ચલન પરથી કરીએ છીએ. સૂર્યોદય, સૂર્યાસ્ત તેમજ ઋતુ-પરિવર્તન પાછળ કયું કારણ જવાબદાર છે ? શું તે પૃથ્વીની ગતિના કારણે છે ? જો આ સાચું છે તો આપણે પૃથ્વીની ગતિનું અનુમાન પ્રત્યક્ષ રૂપે કેમ કરી શકતાં નથી ?

કોઈ એક વ્યક્તિ માટે એક વસ્તુ ગતિશીલ હોય તો બીજી એક વ્યક્તિ માટે તે સ્થિર પણ હોઈ શકે. ગતિ કરતી બસમાં બેઠેલા મુસાફરોને રસ્તાના કિનારે આવેલાં ઝાડ પાછળ તરફ ગતિ કરતાં અનુભવાય છે. રસ્તાના કિનારે ઊભેલ એક વ્યક્તિ બસમાં બેઠેલા બધા જ મુસાફરોને બસ સાથે ગતિ કરતાં અનુભવે છે, જ્યારે બસમાં બેઠેલ એક મુસાફર પોતાના સાથી મુસાફરોને સ્થિર અવસ્થામાં જુએ છે. આ અવલોકનો શું દર્શાવે છે ?

મોટા ભાગની વસ્તુઓની ગતિ જટિલ હોય છે. કેટલીક વસ્તુઓ સીધી રેખામાં તો કેટલીક વસ્તુઓ વર્તુળાકાર પથ પર ગતિ કરતી હોય છે. કેટલીક વસ્તુઓ ચાકગતિ તો કેટલીક વસ્તુઓ કંપન કરતી હોય છે. એવી પણ પરિસ્થિતિ હોઈ શકે કે જેમાં આ બધાનો એક સાથે સમાવેશ હોય. આ પ્રકરણમાં સૌપ્રથમ આપણે સીધી રેખામાં ગતિ કરતી વસ્તુઓનો અભ્યાસ કરીશું. આપણે આ પ્રકારની ગતિઓનો અભ્યાસ સામાન્ય સમીકરણો તેમજ ગ્રાફ (આલેખ)ની મદદથી કરીશું. ત્યાર બાદ આપણે વર્તુળાકાર ગતિ વિશે ચર્ચા કરીશું.

પ્રવૃત્તિ ______________ 8.1

- તમારા ક્લાસરૂમની દીવાલો સ્થિર અવસ્થામાં છે કે ગતિમાં છે તેની ચર્ચા કરો.

પ્રવૃત્તિ ______________ 8.2

- શું તમે ક્યારેય એવો અનુભવ કર્યો છે કે જે ટ્રેનમાં તમે બેઠા છો તે ગતિ કરતી પ્રતીત થાય પરંતુ વાસ્તવમાં તે સ્થિર હોય ?
- આ બાબત પર ચર્ચા કરો અને તમારા અનુભવોનું આદાન-પ્રદાન કરો.

વિચારો અને કહો

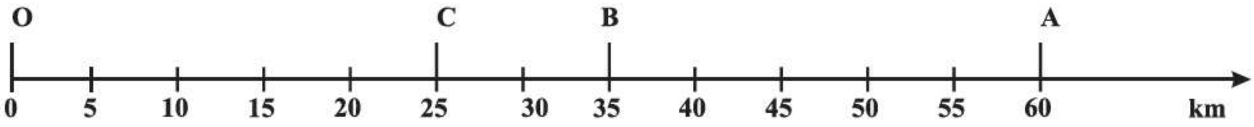
આપણે ક્યારેક આપણી આસપાસની વસ્તુઓની ગતિને કારણે તકલીફમાં મુકાઈએ છીએ. ખાસ કરીને જો તે વસ્તુની ગતિ અનિશ્ચિત અને અનિયંત્રિત હોય જેમકે નદીમાં આવેલ પૂર, તોફાન કે સુનામી. જ્યારે બીજી બાજુ વસ્તુની નિયંત્રિત ગતિ માનવની સેવામાં ઉપયોગી થઈ પડે છે. જેમકે, પાણી દ્વારા વિદ્યુતનું ઉત્પાદન. શું તમે એ અનુભવો છો કે કેટલીક વસ્તુઓની અનિયમિત ગતિનો અભ્યાસ કરવો અને તેને નિયંત્રિત કરવા અંગેનો અભ્યાસ જરૂરી છે ?

8.1 ગતિનું વર્ણન (Describing Motion)

આપણે કોઈ વસ્તુનું સ્થાન એક સંદર્ભબિંદુ નક્કી કરી રજૂ કરીએ છીએ. આવો, આપણે આ એક ઉદાહરણ દ્વારા સમજીએ. માની લો કે કોઈ એક ગામમાં એક શાળા રેલવે-સ્ટેશનથી 2 km ઉત્તર દિશામાં છે. આપણે તે શાળાનું સ્થાન તે રેલવે-સ્ટેશનની સાપેક્ષે નિર્ધારિત કર્યું છે. આ ઉદાહરણમાં રેલવે-સ્ટેશન સંદર્ભબિંદુ છે. આપણે આપણી અનુકૂળતા ખાતર બીજાં સંદર્ભબિંદુઓ પણ પસંદ કરી શકીએ. આમ, કોઈ વસ્તુનું સ્થાન દર્શાવવા માટે આપણને એક સંદર્ભબિંદુની જરૂર પડે છે, જેને ઊગમબિંદુ કહે છે.

8.1.1 સુરેખ પથ પર ગતિ (Motion along a straight line)

ગતિનો સૌથી સરળ પ્રકાર રેખીય ગતિ છે. આપણે સૌપ્રથમ એક ઉદાહરણ દ્વારા તેને વર્ણવવાનું શીખીશું. ધારો કે, કોઈ વસ્તુ સુરેખ પથ પર ગતિ કરી રહી છે. વસ્તુ પોતાની ગતિ, બિંદુ O થી શરૂ કરે છે. જેને સંદર્ભબિંદુ ગણી શકાય (આકૃતિ 8.1). ધારો કે A, B અને C જુદી જુદી ક્ષણે વસ્તુનું સ્થાન દર્શાવે છે. સૌપ્રથમ વસ્તુ C અને B બિંદુઓ પાસેથી પસાર થઈ બિંદુ A પાસે પહોંચે છે, ત્યાર બાદ તે આ જ પથ પર પરત ફરે છે અને B પાસેથી પસાર થઈ C સુધી પહોંચે છે. લંબાઈ (85 km) બંને સરખા નથી. આ સિવાય આપણે એ પણ નોંધીએ કે ગતિ દરમિયાન સ્થાનાંતરનું મૂલ્ય શૂન્ય હોઈ શકે પરંતુ, તે દરમિયાન કપાયેલ અંતરનું મૂલ્ય શૂન્ય હોતું નથી. જો આપણે એવું માનીએ કે વસ્તુ ગતિ કરી બિંદુ O પાસે પાછી આવે છે, તો તેનું અંતિમ સ્થાન, પ્રારંભિક સ્થાન પર સંપાત થશે અને તેથી તેનું સ્થાનાંતર શૂન્ય થશે; પરંતુ આ ગતિ દરમિયાન તેણે કાપેલ કુલ અંતર OA + AO = 60 km + 60 km = 120 km થશે. આ રીતે બે અલગ-અલગ ભૌતિકરાશિઓ - અંતર અને સ્થાનાંતરનો ઉપયોગ વસ્તુની ગતિના સંપૂર્ણ વર્ણન માટે તેમજ



આકૃતિ 8.1 : સુરેખ પથ પર વસ્તુનાં સ્થાન

વસ્તુ દ્વારા આવરી લેવાયેલ કુલ પથલંબાઈ OA + AC છે એટલે કે 60 km + 35 km = 95 km. જે વસ્તુ દ્વારા કપાયેલ કુલ અંતર છે. કોઈ વસ્તુનું અંતર નક્કી કરવા માટે ફક્ત મૂલ્યની જ જરૂરિયાત હોય છે, ગતિની દિશાની નહિ. કેટલીક રાશિઓ એવી હોય છે કે જેને માત્ર મૂલ્ય વડે દર્શાવી શકાય છે. આ આંકડાકીય મૂલ્ય તે ભૌતિક રાશિનું માન (મૂલ્ય) દર્શાવે છે. આ ઉદાહરણ દ્વારા શું તમે વસ્તુની પ્રારંભિક અવસ્થા O થી તેની અવસ્થા C સુધીનું અંતર જાણી શકો ? આ તફાવત તમને બિંદુ O થી શરૂ કરી બિંદુ A પરથી પરત થઈને બિંદુ C સુધી પહોંચતા થતાં સ્થાનાંતરનું મૂલ્ય આપે છે. વસ્તુની પ્રારંભિક તેમજ અંતિમ સ્થિતિ વચ્ચેના લઘુતમ અંતરને વસ્તુનું સ્થાનાંતર કહે છે.

શું સ્થાનાંતરનું મૂલ્ય વસ્તુ દ્વારા કાપેલ અંતર જેટલું હોઈ શકે ? આકૃતિ 8.1માં દર્શાવેલ ઉદાહરણ ધ્યાનમાં લો. વસ્તુ દ્વારા O થી A સુધી ગતિ દરમિયાન કાપેલ અંતરનું મૂલ્ય 60 km છે તથા સ્થાનાંતરનું મૂલ્ય પણ 60 km છે. O થી A અને ત્યાંથી B સુધી પાછા ફરતાં તેણે કાપેલ અંતર = 60 km + 25 km = 85 km. જ્યારે સ્થાનાંતરનું મૂલ્ય = 35 km. આમ, સ્થાનાંતરનું મૂલ્ય (35 km) અને પથ આપેલ સમયગાળામાં વસ્તુના પ્રારંભિક સ્થાનની સાપેક્ષે અંતિમ સ્થાન જાણવા માટે કરવામાં આવે છે.

પ્રવૃત્તિ 8.3

- એક મીટરપટ્ટી અને એક લાંબું દોરડું લો.
- બાસ્કેટ બૉલના મેદાનના એક ખૂણાથી તેની વિરુદ્ધ આવેલા બીજા ખૂણા સુધી તેની ધારે ધારે ચાલતાં જાઓ.
- તમારા દ્વારા કપાયેલ અંતર અને સ્થાનાંતરનું મૂલ્ય માપો.
- આ કિસ્સામાં બંને વચ્ચે તમે શું તફાવત નોંધો છો ?

પ્રવૃત્તિ 8.4

- ગાડીમાં એક એવું સાધન ફિટ કરેલ હોય છે કે જેના દ્વારા તેણે કાપેલ અંતર જાણી શકાય છે. આ સાધનને ઓડોમીટર કહે છે. એક કારને ભુવનેશ્વરથી નવી દિલ્હી સુધી લઈ જવામાં આવે છે. ઓડોમીટરના અંતિમ વાંચન અને પ્રારંભિક વાંચન વચ્ચેનો તફાવત 1850 km છે.
- ભારતના રોડ નકશાનો ઉપયોગ કરી ભુવનેશ્વર અને નવી દિલ્હી વચ્ચેનું સ્થાનાંતર ગણી તેની નોંધ કરો.

પ્રશ્નો :

1. કોઈ વસ્તુ દ્વારા કંઈક અંતર કપાયેલ છે. શું તેનું સ્થાનાંતર શૂન્ય હોઈ શકે ? જો હા, તો આપના ઉત્તરને ઉદાહરણ દ્વારા સમજાવો.
2. એક ખેડૂત 10 m લંબાઈના એક ચોરસ ખેતરની ધારે ધારે 40 s માં એક ચક્કર પૂર્ણ કરે છે. 2 મિનિટ 20 સેકન્ડ બાદ આ ખેડૂતે પ્રારંભિક સ્થાનથી કેટલું સ્થાનાંતર કર્યું હશે ?
3. સ્થાનાંતર માટે નીચેના પૈકી કયું સાચું છે ?
   (a) તે શૂન્ય હોઈ શકે નહિ.
   (b) તેનું મૂલ્ય વસ્તુ દ્વારા કપાયેલ અંતર કરતાં વધુ હોય છે.

8.1.2 નિયમિત ગતિ અને અનિયમિત ગતિ (Uniform motion and non-uniform motion)

ધારો કે, એક વસ્તુ સુરેખ પથ પર ગતિ કરી રહી છે. તે પ્રથમ કલાકમાં 50 km, બીજા કલાકમાં 50 km, ત્રીજા કલાકમાં 50 km અને ચોથા કલાકમાં 50 km અંતર કાપે છે. આમ, વસ્તુ સમાન સમયગાળામાં સરખું અંતર કાપતી હોવાથી આવી ગતિને નિયમિત ગતિ કહે છે. આ પ્રકારની ગતિમાં સમયગાળો નાનો કે મોટો હોઈ શકે. રોજબરોજના જીવનમાં આપણે એવી પણ કેટલીક ગતિ જોઈએ છીએ કે જેમાં વસ્તુ સમાન સમયગાળામાં જુદું જુદું અંતર કાપતી હોય. ઉદાહરણ તરીકે ભીડવાળા રોડ પર ગતિ કરતી કાર અથવા બાગમાં જોગિંગ કરતી વ્યક્તિ. જે અનિયમિત ગતિનાં કેટલાંક ઉદાહરણ છે.

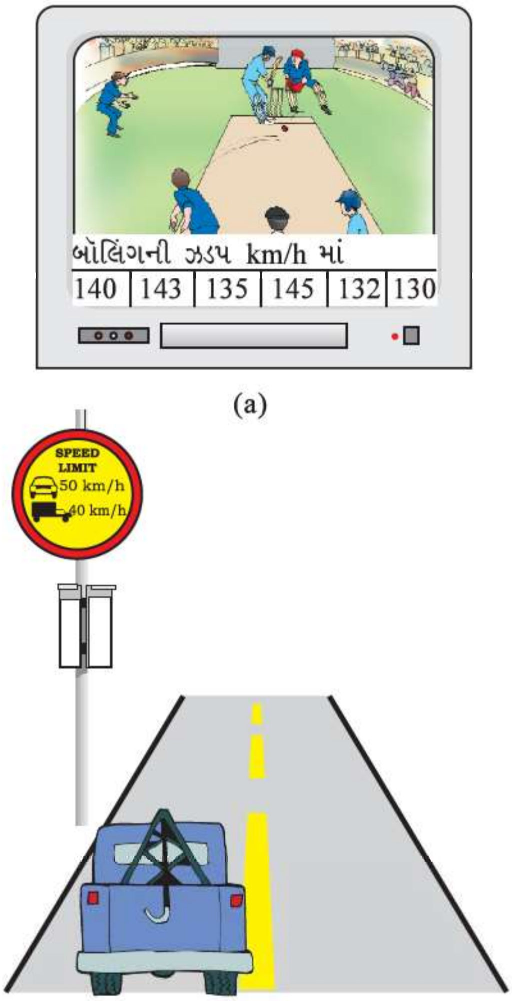
પ્રવૃત્તિ ______ 8.5

- બે વસ્તુઓ A તથા B ની ગતિ સાથે સંબંધિત માહિતી કોષ્ટક 8.1માં આપેલ છે.
- ધ્યાનથી ચકાસો અને બતાવો કે વસ્તુઓની ગતિ નિયમિત છે કે અનિયમિત.

કોષ્ટક 8.1

સમય	વસ્તુ A દ્વારા કપાયેલ અંતર m માં	વસ્તુ B દ્વારા કપાયેલ અંતર m માં
9:30 am	10	12
9:45 am	20	19
10:00 am	30	23
10:15 am	40	35
10:30 am	50	37
10:45 am	60	41
11:00 am	70	44

8.2 ગતિના દરનું માપન (Measuring the Rate of Motion)



આકૃતિ 8.2

આકૃતિ 8.2માં દર્શાવેલ બે સ્થિતિઓ ધ્યાનમાં લો. આકૃતિ 8.2(a)માં જો દડાને ફેંકવાની ગતિ (બૉલિંગ) 143 km h^{-1} હોય, તો તેનો અર્થ શું થાય ? આકૃતિ 8.2(b)માં, દર્શાવેલ સાઇન બોર્ડ દ્વારા તમે શું સમજો છો ?

આપેલ ચોક્કસ અંતર કાપવા માટે અલગ-અલગ વસ્તુઓ જુદા-જુદા સમય લે છે. તેમાંથી કેટલીક વસ્તુઓ ઝડપથી ગતિ કરતી હોય છે, જ્યારે કેટલીક વસ્તુઓ ધીમે ધીમે ગતિ કરતી હોય છે. વસ્તુઓનો ગતિ-દર જુદો-જુદો હોઈ શકે તેમજ જુદી જુદી વસ્તુઓ સમાન દરથી પણ ગતિ કરી શકે. વસ્તુનો ગતિ દર શોધવાની એક રીત એવી છે જેમાં એકમ સમયગાળામાં વસ્તુએ કાપેલું અંતર શોધવામાં આવે છે. આ રાશિને ઝડપ કહે છે. ઝડપનો SI એકમ મીટર પ્રતિ સેકન્ડ છે તેને સંજ્ઞાત્મક રીતે ms^{-1} અથવા m/s વડે દર્શાવી શકાય. ઝડપના અન્ય એકમો સેન્ટિમીટર પ્રતિ સેકન્ડ (cm s^{-1}) તથા કિલોમીટર પ્રતિ કલાક (km h^{-1}) છે. વસ્તુની ઝડપ દર્શાવવા માટે માત્ર તેના મૂલ્યની જરૂર પડે છે. વસ્તુની ઝડપ અચળ હોવી જરૂરી નથી. મોટા ભાગના કિસ્સાઓમાં વસ્તુઓ અનિયમિત ગતિ કરતી હોય છે. તેથી આપણે આ વસ્તુઓની ઝડપનો દર સરેરાશ ઝડપ સ્વરૂપે દર્શાવીએ છીએ. વસ્તુએ કાપેલ કુલ અંતર અને તે માટે લાગતા કુલ સમયના ગુણોત્તર પરથી વસ્તુની સરેરાશ ઝડપ મેળવી શકાય છે. એટલે કે,

$$\text{સરેરાશ ઝડપ} = \frac{\text{વસ્તુએ કાપેલ કુલ અંતર}}{\text{તે અંતર કાપવા માટે લાગતો કુલ સમય}}$$

જો વસ્તુને s અંતર કાપતાં લાગતો સમય t હોય તો તેની ઝડપ v એ,

$$v = \frac{s}{t} \qquad (8.1)$$

ચાલો, આ બાબત આપણે એક ઉદાહરણ દ્વારા સમજીએ. એક કાર 100 km અંતર 2 h માં કાપે છે. તેની સરેરાશ ઝડપ 50 km h^{-1} થશે. કાર દરેક સમયે 50 km h^{-1} ની ઝડપે ગતિ નહીં કરતી હોય. કેટલાક સમયગાળામાં તે આના કરતાં વધુ ઝડપથી, તો કેટલાક સમયગાળામાં તે આના કરતાં ઓછી ઝડપથી ગતિ કરતી હશે.

ઉદાહરણ 8.1 : એક વસ્તુ 4 s માં 16 m અંતર કાપે છે, ત્યાર બાદ 2 s માં બીજું 16 m અંતર કાપે છે. તો આ વસ્તુની સરેરાશ ઝડપ કેટલી હશે ?

ઉકેલ :

વસ્તુ દ્વારા કપાયેલ કુલ અંતર = 16 m + 16 m = 32 m

આ અંતર કાપવાં લીધેલ કુલ સમય = 4 s + 2 s = 6 s

$$\text{સરેરાશ ઝડપ} = \frac{\text{કાપેલ કુલ અંતર}}{\text{લાગતો કુલ સમય}}$$

$$= \frac{32\ \text{m}}{6\ \text{s}} = 5.33\ \text{m s}^{-1}$$

આમ, વસ્તુની સરેરાશ ઝડપ 5.33 m s^{-1} છે.

8.2.1 દિશા સાથે ઝડપ (Speed with direction)

જો આપણે, વસ્તુની ઝડપની સાથે-સાથે તેની ગતિની દિશા પણ દર્શાવીએ તો વસ્તુની ગતિનો દર વધારે સચોટ થઈ શકે. આ બંને બાબતોને રજૂ કરતી ભૌતિકરાશિને વેગ કહે છે. નિશ્ચિત દિશામાં વસ્તુની ઝડપને તેનો વેગ કહે છે. કોઈ વસ્તુનો વેગ સમાન કે બદલાતો હોઈ શકે. તે વસ્તુની ઝડપ, ગતિની દિશા કે બંનેના બદલાવાથી બદલાઈ શકે. જ્યારે કોઈ વસ્તુ સુરેખ પથ પર બદલાતી જતી ઝડપ સાથે ગતિ કરતી હોય ત્યારે તેની ગતિનો દર સરેરાશ વેગ દ્વારા રજૂ કરી શકાય. તેની ગણતરી સરેરાશ ઝડપની ગણતરી મુજબની જ હોય છે.

જ્યારે કોઈ વસ્તુનો વેગ સમાન દરથી બદલાતો જતો હોય ત્યારે તેનો સરેરાશ વેગ, પ્રારંભિક વેગ અને અંતિમ વેગના અંકગણિતીય સરેરાશ દ્વારા મેળવી શકાય છે.

$$\text{સરેરાશ વેગ} = \frac{\text{પ્રારંભિક વેગ} + \text{અંતિમ વેગ}}{2}$$

ગાણિતીક રીતે, $v_{av} = \frac{u+v}{2}$ (8.2)

જ્યાં v_{av} એ વસ્તુનો સરેરાશ વેગ, u વસ્તુનો પ્રારંભિક વેગ તથા v વસ્તુનો અંતિમ વેગ છે. ઝડપ અને વેગ બંનેના એકમો સમાન હોય છે એટલે કે m s^{-1} અથવા m/s.

પ્રવૃત્તિ 8.6

- તમને તમારા ઘરેથી બસ-સ્ટૅન્ડ કે શાળા સુધી ચાલીને જતા લાગતો સમય નોંધો. જો તમારી ચાલવાની સરેરાશ ઝડપ 4 km h^{-1} લેવામાં આવે તો બસ-સ્ટૅન્ડ કે શાળાનું તમારા ઘરથી અંતર નક્કી કરો.

પ્રવૃત્તિ _______________ 8.7

- જ્યારે આકાશ વાદળોથી ઘેરાયેલું હોય ત્યારે વીજળી ચમકવાની અને વાદળોના ગડગડાટની ઘટના વારંવાર થતી જોવા મળે છે. આ ઘટનામાં વીજળીનો ચમકારો પહેલાં દેખાય છે. તેના થોડા સમય પછી વાદળોના ગડગડાટનો ધ્વનિ આપણા સુધી પહોંચે છે.
- શું તમે સમજાવી શકો કે આવું કેમ થાય છે ?
- આ બંને ઘટનાઓ વચ્ચેનો સમયગાળો ડિજિટલ કાંડા ઘડિયાળ કે સ્ટૉપ વૉચની મદદથી માપો.
- વીજળીના ચમકારાના સૌથી નજીકના બિંદુનું અંતર ગણો. (હવામાં ધ્વનિની ઝડપ 346 ms^{-1})

પ્રશ્નો :

1. ઝડપ અને વેગ વચ્ચેનો ભેદ સ્પષ્ટ કરો.
2. કઈ પરિસ્થિતિમાં વસ્તુના સરેરાશ વેગ અને સરેરાશ ઝડપનાં મૂલ્યો સમાન થાય ?
3. વાહનનું ઓડોમીટર શું માપે છે ?
4. જ્યારે કોઈ વસ્તુ નિયમિત ગતિ કરતી હોય ત્યારે તેનો ગતિપથ કેવો દેખાશે ?
5. એક પ્રયોગ દરમિયાન અવકાશયાનમાંથી એક સિગ્નલને પૃથ્વી પરના સ્ટેશન સુધી પહોંચતા 5 min જેટલો સમય લાગે છે. પૃથ્વી પરના સ્ટેશનથી અવકાશયાનનું અંતર કેટલું હશે ? સિગ્નલનો વેગ પ્રકાશના વેગ જેટલો જ એટલે કે 3×10^8 m s^{-1} છે.

ઉદાહરણ 8.2 : મુસાફરીના પ્રારંભના સમયે કારના ઓડોમીટરનું અવલોકન 2000 km છે અને મુસાફરીના અંતમાં 2400 km દર્શાવે છે. જો આ મુસાફરી દરમિયાન લાગતો સમય 8 h હોય, તો કારની સરેરાશ ઝડપ km h^{-1} તથા m s^{-1} માં ગણો.

ઉકેલ :

કાર દ્વારા કપાયેલ કુલ અંતર

s = 2400 km – 2000 km = 400 km

આ અંતર કાપતા લાગતો કુલ સમય t = 8 h

કારની સરેરાશ ઝડપ,

$$v_{av} = \frac{s}{t} = \frac{400\text{km}}{8\text{ h}} = 50 \text{ km h}^{-1}$$

$$= 50 \ \frac{\text{km}}{\text{h}} \times \frac{1000\text{m}}{1\text{ km}} \times \frac{1\text{ h}}{3600\text{ s}}$$

$$= 13.9 \text{ m s}^{-1}$$

કારની સરેરાશ ઝડપ 50 km h^{-1} અથવા 13.9 m s^{-1} છે.

ઉદાહરણ 8.3 : ઉષા 90 m લંબાઈના એક સ્વિમિંગપુલમાં તરે છે. તે સ્વિમિંગપુલના એક છેડેથી બીજા છેડા સુધી તથા તેજ માર્ગ પર પાછા ફરતાં 180 m નું કુલ અંતર 1 minમાં પુરૂ કરે છે. ઉષાની સરેરાશ ઝડપ અને સરેરાશ વેગ ગણો.

ઉકેલ :

ઉષાએ 1 min માં કાપેલ કુલ અંતર 180 m છે.

1 min માં ઉષાનું સ્થાનાંતર = 0 m.

$$\text{સરેરાશ ઝડપ} = \frac{\text{કાપેલ કુલ અંતર}}{\text{લાગતો કુલ સમય}}$$

$$= \frac{180\text{m}}{1\text{ min}} = \frac{180\text{m}}{1\text{ min}} \times \frac{1\text{min}}{60\text{ s}}$$

$$= 3 \text{ m s}^{-1}$$

$$\text{સરેરાશ વેગ} = \frac{\text{સ્થાનાંતર}}{\text{લાગતો કુલ સમય}}$$

$$= \frac{0\text{m}}{60\text{ s}}$$

$$= 0 \text{ m s}^{-1}$$

ઉષાની સરેરાશ ઝડપ 3 m s^{-1} અને સરેરાશ વેગ 0 m s^{-1} છે.

8.3 વેગના ફેરફારનો દર (Rate of Change of Velocity)

કોઈ વસ્તુની સુરેખ પથ પર નિયમિત ગતિ દરમિયાન તેનો વેગ સમય સાથે અચળ રહે છે. આ કિસ્સામાં, કોઈ પણ સમયગાળામાં વસ્તુના વેગના ફેરફારનો દર શૂન્ય છે. જોકે, અનિયમિત ગતિમાં વેગ સમય સાથે બદલાય છે. તેનું મૂલ્ય જુદા જુદા સમયે તેમજ જુદાં-જુદાં બિંદુઓ પાસે જુદું-જુદું હોય છે. તેથી કોઈ પણ સમયગાળામાં વસ્તુના વેગના ફેરફારનો દર શૂન્ય હોતો નથી. તો શું હવે આપણે વસ્તુના વેગમાં થતા ફેરફારને દર્શાવી શકીએ ?

આ પ્રશ્નના જવાબ માટે આપણે એક અન્ય ભૌતિકરાશિ પ્રવેગ વિશે પરિચય મેળવવો પડશે, કે જે એકમ સમયમાં વસ્તુના વેગમાં થતા ફેરફારનું માપ છે. એટલે કે,

$$\text{પ્રવેગ} = \frac{\text{વેગમાં થતો ફેરફાર}}{\text{તે માટે લીધેલ સમય}}$$

જો કોઈ વસ્તુનો પ્રારંભિક વેગ u, t સમયમાં બદલાઈને અંતિમ વેગ v થતો હોય, તો તેનો પ્રવેગ a,

$$a = \frac{v-u}{t} \tag{8.3}$$

આ પ્રકારની ગતિને પ્રવેગી ગતિ કહે છે. જો પ્રવેગ, વેગની દિશામાં હોય તો તેને ધન અને જો વેગની વિરુદ્ધ દિશામાં હોય તો ઋણ લેવામાં આવે છે. પ્રવેગનો SI એકમ m s^{-2} છે.

જો કોઈ વસ્તુ સુરેખ પથ પર ગતિ કરતી હોય અને તેનો વેગ સમાન સમયગાળામાં સમાન રીતે વધતો કે ઘટતો હોય તો વસ્તુનો પ્રવેગ અચળ ગણાય છે. મુક્ત પતન કરતા પદાર્થની ગતિ અચળ પ્રવેગી ગતિનું ઉદાહરણ છે. બીજી રીતે જોઈએ તો, જો કોઈ વસ્તુનો વેગ અસમાન દરથી બદલાતો હોય તો તેની ગતિ અસમાન પ્રવેગી ગણી શકાય. ઉદાહરણ તરીકે જો એક કાર સુરેખ પથ પર ગતિ કરતી હોય અને સમાન સમયગાળામાં અસમાન માત્રામાં તેના વેગમાં ફેરફાર થતો હોય તો, કારની ગતિ અસમાન પ્રવેગી કહેવાય.

પ્રવૃત્તિ ______ 8.8

- તમે રોજિંદા જીવનમાં ઘણા પ્રકારની ગતિ અનુભવો છો જેવી કે,
  (a) પ્રવેગ ગતિની દિશામાં હોય.
  (b) પ્રવેગ ગતિની વિરુદ્ધ દિશામાં હોય.
  (c) પ્રવેગ અચળ હોય.
  (d) પ્રવેગ અસમાન હોય.
- શું તમે ઉપર દર્શાવેલ દરેક પ્રકારની ગતિનું એક-એક ઉદાહરણ આપી શકશો ?

ઉદાહરણ 8.4 : સ્થિર અવસ્થામાંથી રાહુલ પોતાની સાઇકલ ચલાવવાનું શરૂ કરે છે અને 30 s માં 6 m s^{-1} નો વેગ પ્રાપ્ત કરે છે. હવે તે એવી રીતે બ્રેક મારે છે કે જેથી સાઇકલનો વેગ ત્યારબાદની 5 s માં ઘટીને 4 m s^{-1} થઈ જાય છે. આ બંને કિસ્સાઓમાં સાયકલનાં પ્રવેગની ગણતરી કરો.

ઉકેલ :

પ્રથમ કિસ્સામાં,
પ્રારંભિક વેગ $u = 0$,
અંતિમ વેગ $v = 6$ m s^{-1},
સમય $t = 30$ s
સમીકરણ 8.3 પરથી

$$a = \frac{v-u}{t}$$

u, v અને t નાં આપેલ મૂલ્યો ઉપરના સમીકરણમાં મૂકતાં,

$$a = \frac{\left(6\,\text{m s}^{-1} - 0\,\text{m s}^{-1}\right)}{30\,\text{s}}$$

$$a = 0.2 \text{ m s}^{-2}$$

બીજા કિસ્સામાં,
પ્રારંભિક વેગ $u = 6$ m s^{-1},
અંતિમ વેગ $v = 4$ m s^{-1},
સમય $t = 5$ s

$$\text{તેથી, } a = \frac{\left(4\,\text{m s}^{-1} - 6\,\text{m s}^{-1}\right)}{5\,\text{s}}$$

$$= -\,0.4 \text{ m s}^{-2}$$

આમ, સાઇકલનો પ્રથમ કિસ્સામાં પ્રવેગ 0.2 m s^{-2} છે અને બીજા કિસ્સામાં – 0.4 m s^{-2} છે.

પ્રશ્નો :

1. તમે કોઈ વસ્તુની બાબતમાં ક્યારે કહી શકો કે,
   (i) તે અચળ પ્રવેગથી ગતિ કરે છે ?
   (ii) તે અસમાન પ્રવેગથી ગતિ કરે છે ?
2. એક બસની ગતિ 5 s માં 80 km h^{-1} થી ઘટીને 60 km h^{-1} થઈ જાય છે. બસનો પ્રવેગ શોધો.
3. એક ટ્રેન રેલવે-સ્ટેશનથી ગતિનો પ્રારંભ કરે છે અને અચળ પ્રવેગથી ગતિ કરી 10 min માં 40 km h^{-1}ની ઝડપ પ્રાપ્ત કરે છે, તો તેનો પ્રવેગ શોધો.

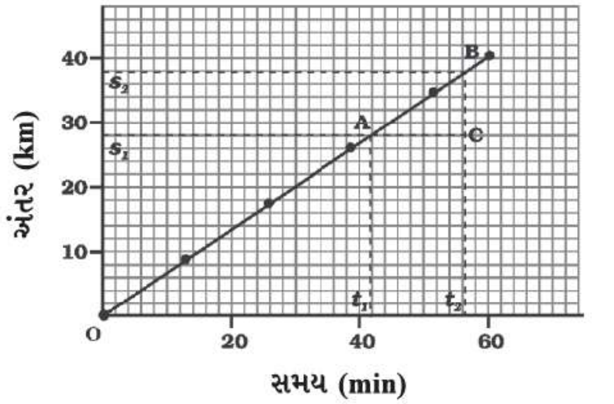
8.4 ગતિનું આલેખીય નિરૂપણ (Graphical Representation of Motion)

ઘણીબધી ઘટનાઓની મૂળભૂત જાણકારી આલેખ દ્વારા સરળતાપૂર્વક મળી શકે છે. ઉદાહરણ તરીકે કોઈ એકદિવસીય ક્રિકેટ મૅચના પ્રસારણ દરમિયાન કોઈ ટીમ દ્વારા પ્રત્યેક ઓવરમાં બનાવેલ રનના દરને ઊભા સ્તંભ [ઊભી લીટી (બાર) વાળા] આલેખ વડે દર્શાવાય છે. તમે ગણિતમાં અભ્યાસ કર્યો છે તે મુજબ સુરેખ આલેખની મદદથી બે ચલો ધરાવતાં રેખીય સમીકરણનો ઉકેલ મેળવી શકાય છે.

કોઈ વસ્તુની ગતિને દર્શાવવા માટે આપણે સુરેખ આલેખનો ઉપયોગ કરીએ છીએ. આ કિસ્સામાં સુરેખ આલેખ કોઈ એક ભૌતિકરાશિ પરની નિર્ભરતા દર્શાવે છે. જેમકે અંતર કે વેગની કોઈ બીજી ભૌતિકરાશિ સમય પરની નિર્ભરતા.

8.4.1 અંતર - સમય-આલેખો (Distance - time graphs)

કોઈ વસ્તુના સ્થાનમાં સમયની સાપેક્ષમાં થતો ફેરફાર એક સુવિધાજનક સ્કેલ પસંદ કરી અંતર-સમયના આલેખ દ્વારા દર્શાવી શકાય છે. આ આલેખમાં સમયને X-અક્ષ પર તથા અંતરને Y-અક્ષ પર લેવામાં આવે છે. અંતર-સમયના આલેખને વસ્તુની વિવિધ અવસ્થાઓ માટે દર્શાવી શકાય છે. જેમકે સમાન ઝડપ, અસમાન ઝડપ, સ્થિર સ્થિતિ વગેરે.



આકૃતિ 8.3 : અચળ ઝડપથી ગતિ કરતી વસ્તુનો અંતર-સમયનો આલેખ

આપણે જાણીએ છીએ કે, જ્યારે કોઈ વસ્તુ સમાન સમયગાળામાં સમાન અંતર કાપે ત્યારે તે અચળ ઝડપથી ગતિ કરે છે. જે દર્શાવે છે કે વસ્તુએ કાપેલ અંતર સમયના સમપ્રમાણમાં છે. આમ, અચળ ઝડપ માટે અંતર વિરુદ્ધ સમયનો આલેખ સીધી રેખા મળે છે, જે આકૃતિ 8.3માં દર્શાવેલ છે. આલેખનો OB ભાગ દર્શાવે છે કે અંતર સમાન દરથી વધી રહ્યું છે. અહીં, નોંધો કે જો તમે Y-અક્ષ પર વસ્તુએ કાપેલા અંતરનાં મૂલ્ય જેટલું જ તેણે કરેલા સ્થાનાંતરનું મૂલ્ય લો તો તમે અચળ ઝડપને બદલે અચળ વેગ એવું પદ વાપરી શકો.

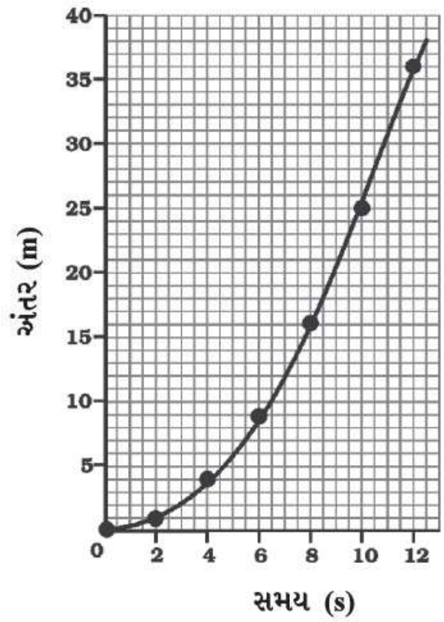
આપણે અંતર-સમયના આલેખનો ઉપયોગ વસ્તુની ઝડપ શોધવા માટે કરી શકીએ છીએ. આ માટે આકૃતિ 8.3માં દર્શાવેલ અંતર-સમયના આલેખમાં નાનો ખંડ AB ધ્યાનમાં લો. બિંદુ A માંથી X-અક્ષને સમાંતર રેખા તથા બિંદુ B માંથી Y-અક્ષને સમાંતર એક રેખા દોરો. આ બંને રેખા બિંદુ C પાસે મળી Δ ABC ની રચના કરે છે. હવે, આલેખમાં AC સમયગાળો (t_2-t_1) જ્યારે BC તેને અનુરૂપ અંતર (s_2-s_1) દર્શાવે છે. આપણે આલેખ પરથી જોઈ શકીએ છીએ કે, વસ્તુ A થી B સુધી ગતિ કરે તે દરમિયાન (t_2-t_1) સમયગાળામાં તે (s_2-s_1) અંતર કાપે છે. તેથી વસ્તુની ઝડપ v નીચે પ્રમાણે દર્શાવી શકાય.

$$v = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1} \tag{8.4}$$

આ જ રીતે આપણે અંતર-સમયનો આલેખ પ્રવેગી ગતિ માટે પણ દોરી શકીએ. કોષ્ટક 8.2માં એક કાર દ્વારા 2 s ના સમયગાળા દરમિયાન કાપેલ અંતર દર્શાવ્યું છે.

કોષ્ટક 8.2 : કાર દ્વારા નિયમિત સમયગાળામાં કપાપેલ અંતર

સમય સેકન્ડમાં	અંતર મીટરમાં
0	0
2	1
4	4
6	9
8	16
10	25
12	36

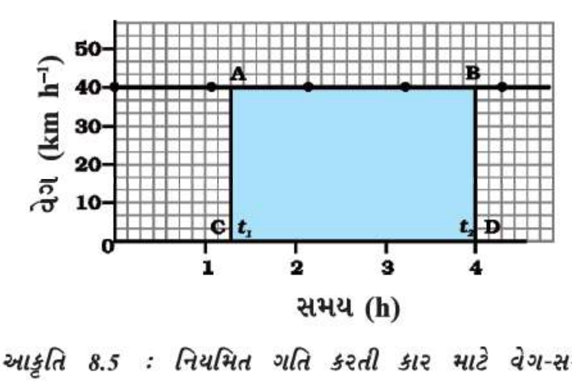


આકૃતિ 8.4 : અસમાન ગતિ કરતી કાર માટે અંતર-સમયનો આલેખ

કારની ગતિ માટે અંતર-સમયનો આલેખ આકૃતિ 8.4માં દર્શાવ્યો છે. એ નોંધો કે આકૃતિ 8.3માં દર્શાવેલ અંતર-સમયનાં સમાન ગતિનાં આલેખ કરતાં આ આલેખનો આકાર જુદો છે. આ આલેખની પ્રકૃતિ નિયત સમયમાં કાર દ્વારા કપાયેલ અંતરમાં અરેખીય ફેરફાર દર્શાવે છે. માટે, આકૃતિ 8.4માં દર્શાવેલ આલેખ અસમાન ઝડપવાળી ગતિ દર્શાવે છે.

8.4.2 વેગ-સમયનો આલેખ (Velocity-time Graphs)

સુરેખ પથ પર ગતિ કરતી એક વસ્તુના વેગમાં સમય સાથે થતા ફેરફારને વેગ-સમયના આલેખ દ્વારા દર્શાવાય છે. આ આલેખમાં સમયને X-અક્ષ પર અને વેગને Y-અક્ષ પર દર્શાવ્યો છે. જો વસ્તુ સમાન વેગથી ગતિમાન હોય તો સમય સાથે વેગ-સમયના આલેખની ઊંચાઈમાં કોઈ ફેરફાર થતો



આકૃતિ 8.5 : નિયમિત ગતિ કરતી કાર માટે વેગ-સમયનો આલેખ

નથી (આકૃતિ 8.5). તેથી તે X-અક્ષને સમાંતર એક સીધી રેખા હશે. આકૃતિ 8.5, 40 km h^{-1} ના અચળ વેગથી ગતિ કરતી કાર માટે વેગ-સમયનો આલેખ દર્શાવે છે.

આપણે જાણીએ છીએ કે, અચળ વેગથી ગતિ કરતી વસ્તુના વેગ અને સમયના ગુણાકાર પરથી તેનું સ્થાનાંતર મળે છે. વેગ-સમયના આલેખ અને સમયની અક્ષ વડે ઘેરાયેલા ભાગનું ક્ષેત્રફળ વસ્તુના સ્થાનાંતરનું મૂલ્ય આપે છે.

આકૃતિ 8.5 દ્વારા t_1 થી t_2 સમયગાળા દરમિયાન કાર દ્વારા કપાયેલ અંતર શોધવા માટે t_1 અને t_2 સમયને અનુરૂપ બિંદુઓ પરથી આલેખ પર લંબ દોરો. 40 km h^{-1} ના વેગને ઊંચાઈ AC અથવા BD વડે તથા સમય $(t_2 – t_1)$ ને લંબાઈ ABથી દર્શાવેલ છે.

તેથી $(t_2 – t_1)$ સમયગાળામાં કાર દ્વારા કપાયેલ અંતર s નીચે પ્રમાણે શોધી શકાય છે :

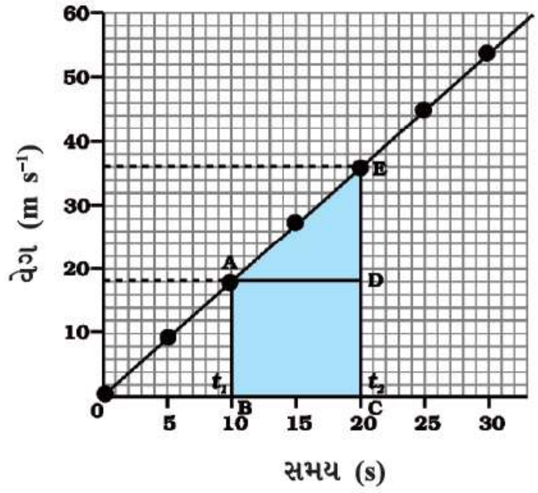
s = AC × CD
= [(40 km h^{-1}) × $(t_2 – t_1)$ h]
= 40 $(t_2 – t_1)$ km
= લંબચોરસ ABDCનું ક્ષેત્રફળ (આકૃતિ 8.5માં દર્શાવેલ છાયાંકિત ભાગ)

વેગ-સમયના આલેખ દ્વારા આપણે અચળ પ્રવેગી ગતિનો અભ્યાસ પણ કરી શકીએ છીએ. ધારો કે એક કારના એન્જિનની ચકાસણી માટે તેને એક સુરેખ પથ પર ગતિ કરાવવામાં આવે છે. ડ્રાઈવરની બાજુમાં બેઠેલ એક વ્યક્તિ દર 5 s બાદ કારના સ્પીડોમીટરનું અવલોકન લે છે. જુદા-જુદા સમય માટે કારનો વેગ m s^{-1} તથા km h^{-1} માં કોષ્ટક 8.3 માં દર્શાવેલ છે.

કોષ્ટક 8.3 : ચોક્કસ સમયગાળામાં કારનો વેગ

સમય	કારનો વેગ	
(s)	(m s^{-1})	(km h^{-1})
0	0	0
5	2.5	9
10	5.0	18
15	7.5	27
20	10.0	36
25	12.5	45
30	15.0	54

આ કિસ્સામાં કારની ગતિ માટે વેગ-સમયનો આલેખ આકૃતિ 8.6માં દર્શાવેલ છે. આલેખનો આકાર દર્શાવે છે કે સમાન સમયગાળામાં વેગમાં થતો ફેરફાર સમાન છે. આમ, બધી જ અચળ પ્રવેગી ગતિ માટે વેગ-સમયનો આલેખ સીધી રેખા હોય છે.



આકૃતિ 8.6 : અચળ પ્રવેગથી ગતિ કરતી કાર માટે વેગ-સમયનો આલેખ

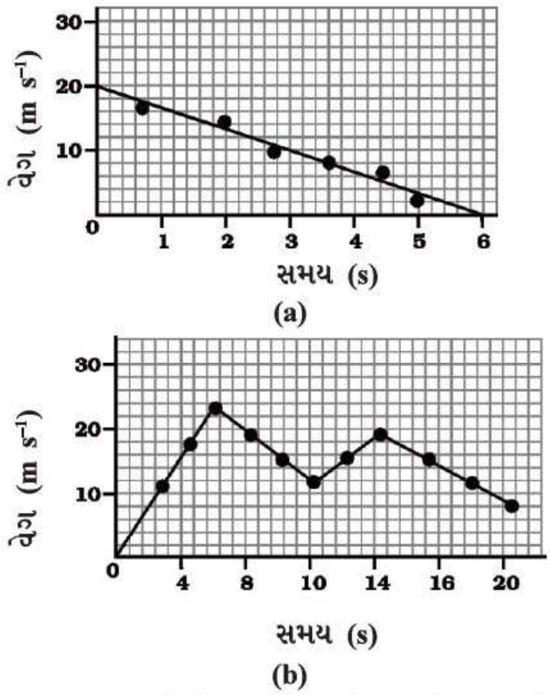
તમે વેગ-સમયનાં આલેખ દ્વારા કાર વડે કપાયેલું અંતર પણ માપી શકો છે. વેગ-સમયના આલેખ નીચે ઘેરાયેલ ભાગનું ક્ષેત્રફળ આપેલ સમયગાળામાં કાર દ્વારા કપાયેલ અંતર (સ્થાનાંતરનું મૂલ્ય) દર્શાવે છે. જો કાર અચળ વેગથી ગતિ કરતી હોય તો આલેખ (આકૃતિ 8.6)માં દર્શાવેલ ભાગ ABCD તેણે કાપેલ અંતર દર્શાવે; પરંતુ કારનો વેગ પ્રવેગી ગતિના કારણે બદલાતો હોવાથી કાર દ્વારા કપાયેલ અંતર s વેગ-સમયના આલેખ (આકૃતિ 8.6)માં દર્શાવેલ ક્ષેત્રફળ ABCDE દ્વારા મેળવી શકાય.

s = ABCDE નું ક્ષેત્રફળ

= લંબચોરસ ABCD નું ક્ષેત્રફળ + ત્રિકોણ ADEનું ક્ષેત્રફળ

$$= AB \times BC + \frac{1}{2}(AD \times DE)$$

અનિયમિત પ્રવેગી ગતિના કિસ્સામાં વેગ-સમયનો આલેખ ગમે તે આકારનો હોઈ શકે.



આકૃતિ 8.7 : અનિયમિત પ્રવેગથી ગતિ કરતી વસ્તુ માટે વેગ-સમયનો આલેખ

આકૃતિ 8.7 (a)માં વેગ-સમયનો આલેખ દર્શાવે છે કે વસ્તુની ગતિ એવી છે કે વેગ એ સમય સાથે ઘટતો જાય છે. જ્યારે આકૃતિ 8.7 (b)માં કોઈ વસ્તુના વેગમાં અસમાન ફેરફાર વેગ-સમયના આલેખમાં દર્શાવેલ છે. આ આલેખોનું અર્થઘટન કરવાનો પ્રયત્ન કરો.

પ્રવૃત્તિ 8.9

- એક ટ્રેનનાં ત્રણ સ્ટેશનો A, B અને C પાસે આગમન અને પ્રસ્થાનના સમય તથા સ્ટેશન B અને C ના સ્ટેશન A થી અંતર કોષ્ટક 8.4 માં દર્શાવેલ છે.

કોષ્ટક 8.4 : સ્ટેશન B અને C ના A થી અંતરો તથા ટ્રેનનો આવવાનો અને જવાનો સમય

સ્ટેશન	A થી અંતર (km)	આવવાનો સમય (hours)	જવાનો સમય (hours)
A	0	08:00	08:15
B	120	11:15	11:30
C	180	13:00	13:15

- કોઈ બે સ્ટેશનોની વચ્ચે ટ્રેનની ગતિ અચળ છે તેમ સ્વીકારી લઈને અંતર-સમયનો આલેખ દોરો અને તેનું અર્થઘટન કરો.

પ્રવૃત્તિ _______________ 8.10

- ફિરોજ અને તેની બહેન સાનિયા તેમની સાઈકલો પર શાળાએ જાય છે. તે બંને ઘરેથી એક સાથે પ્રસ્થાન કરે છે તેમજ એક જ માર્ગે ગતિ કરે છે; છતાં અલગ-અલગ સમયે શાળાએ પહોંચે છે. કોષ્ટક 8.5માં બંને દ્વારા અલગ-અલગ સમય પર કાપેલ અંતર દર્શાવેલ છે.

કોષ્ટક 8.5 : ફિરોજ અને સાનિયા દ્વારા જુદા જુદા સમયમાં તેમની સાઈકલો વડે કપાયેલ અંતર

સમય	ફિરોજ દ્વારા કપાયેલ અંતર (km)	સાનિયા દ્વારા કપાયેલ અંતર (km)
8:00 am	0	0
8:05 am	1.0	0.8
8:10 am	1.9	1.6
8:15 am	2.8	2.3
8:20 am	3.6	3.0
8:25 am	–	3.6

- આ બંનેની ગતિ માટે અંતર-સમયનો આલેખ એક જ સ્કેલ પર દોરો અને તેનું અર્થઘટન કરો.

પ્રશ્નો :

1. કોઈ વસ્તુની નિયમિત અને અનિયમિત ગતિ માટે અંતર-સમયના આલેખનો આકાર કેવો હોય છે ?
2. કોઈ વસ્તુની ગતિની બાબતમાં તમે શું કહી શકો જેનો અંતર-સમયનો આલેખ સમયની અક્ષને સમાંતર રેખા હોય ?
3. કોઈ વસ્તુની ગતિની બાબતમાં તમે શું કહી શકો જેનો ઝડપ-સમયનો આલેખ સમયની અક્ષને સમાંતર રેખા હોય ?
4. વેગ-સમયના આલેખની નીચે ઘેરાયેલ ક્ષેત્રફળનું માપ કઈ ભૌતિકરાશિ દર્શાવે છે ?

8.5 આલેખીય રીત વડે ગતિનાં સમીકરણો : (Equations of Motion by Graphical Method)

કોઈ વસ્તુ સુરેખ પથ પર અચળ પ્રવેગથી ગતિ કરતી હોય તો તેના વેગ, ગતિ દરમિયાન તેના પ્રવેગ તથા તેના દ્વારા નિશ્ચિત સમયગાળામાં કાપેલ અંતર વચ્ચેનો સંબંધ સમીકરણો દ્વારા સ્થાપિત કરી શકાય છે. જેને ગતિનાં સમીકરણો કહે છે. આ પ્રકારનાં ત્રણ સમીકરણો નીચે પ્રમાણે છે :

$$v = u + at \qquad (8.5)$$

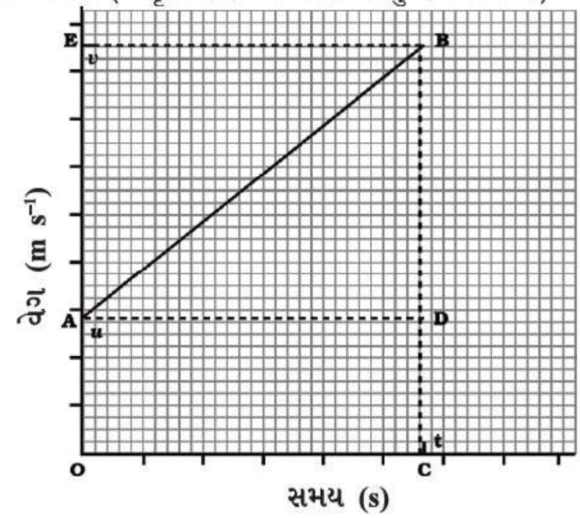
$$s = ut + \frac{1}{2}at^2 \qquad (8.6)$$

$$2as = v^2 - u^2 \qquad (8.7)$$

જ્યાં, u એ t સમયે a જેટલા અચળ પ્રવેગથી ગતિ કરતી વસ્તુનો પ્રારંભિક વેગ અને v અંતિમ વેગ છે. જ્યારે વસ્તુ દ્વારા t સમયમાં કપાયેલ અંતર s છે. સમીકરણ (8.5) વેગ અને સમય વચ્ચેનો સંબંધ દર્શાવે છે. જ્યારે સમીકરણ (8.6) સ્થાન અને સમય વચ્ચેનો સંબંધ દર્શાવે છે. સમીકરણ (8.7) કે જે વેગ તેમજ સ્થાન વચ્ચેનો સંબંધ દર્શાવે છે. તેને સમીકરણ (8.5) અને (8.6) પરથી t નો લોપ કરીને મેળવી શકાય છે. આ ત્રણેય સમીકરણોને આલેખીય રીત વડે તારવી શકાય છે.

8.5.1 વેગ-સમય સંબંધ માટેનું સમીકરણ (Equation for velocity-time relation)

અચળ પ્રવેગથી ગતિ કરતી વસ્તુનો આલેખ આકૃતિ 8.8માં દર્શાવેલ છે. (આકૃતિ 8.6ને સમકક્ષ પરંતુ હવે $u \neq 0$) આ



આકૃતિ 8.8 : ગતિનાં સમીકરણો મેળવવા માટે વેગ-સમયનો આલેખ

આલેખ પરથી તમે જોઈ શકો છો કે વસ્તુનો પ્રારંભિક વેગ u છે (બિંદુ A પાસે) અને તે t સમયમાં વધીને v (બિંદુ B પાસે) જેટલો થાય છે. વેગ એકસમાન દર a થી બદલાય છે. આકૃતિ 8.8 માં બિંદુ B થી બે લંબ BC અને BE અનુક્રમે સમય તથા વેગની અક્ષો પર દોરેલ છે. પ્રારંભિક વેગ OA દ્વારા, અંતિમ વેગ BC દ્વારા તથા સમયગાળાં t ને, OC દ્વારા દર્શાવેલ છે. BD = BC – CD એ, t સમયગાળામાં વેગમાં થતો ફેરફાર દર્શાવે છે.

હવે OC ને સમાંતર AD રેખા દોરો. આલેખ પરથી આપણે જોઈ શકીએ છીએ કે,

$$BC = BD + DC = BD + OA$$

હવે $BC = v$ અને $OA = u$ મૂકતાં,

આપણને, $v = BD + u$

અથવા $BD = v - u$ મળે છે. (8.8)

વેગ–સમય આલેખ (આકૃતિ 8.8) પરથી વસ્તુના પ્રવેગને નીચે પ્રમાણે આપી શકાય :

$$a = \frac{\text{વેગમાં થતો ફેરફાર}}{\text{લીધેલ સમય}}$$

$$= \frac{BD}{AD} = \frac{BD}{OC}$$

$OC = t$ મૂકતાં આપણને

$$a = \frac{BD}{t} \text{ મળે છે.}$$

અથવા $BD = at$ (8.9)

સમીકરણ 8.8 તથા 8.9 પરથી આપણને $v = u + at$ મળે છે.

8.5.2 સ્થાન-સમય સંબંધ માટેનું સમીકરણ (Equation for position-time relation)

ધારો કે વસ્તુ a જેટલા અચળ પ્રવેગથી t સમયમાં s જેટલું અંતર કાપે છે. આકૃતિ 8.8 માં વસ્તુ દ્વારા કપાયેલ અંતર વેગ–સમયના આલેખ AB નીચે ઘેરાયેલ ભાગ OABC ના ક્ષેત્રફળ દ્વારા પ્રાપ્ત થાય છે.

આમ, વસ્તુ દ્વારા કપાયેલ અંતર s નીચે પ્રમાણે દર્શાવી શકાય :

s = OABC નું ક્ષેત્રફળ (કે જે સમલંબ ચતુષ્કોણ છે)

= લંબચોરસ OADC નું ક્ષેત્રફળ + ત્રિકોણ ABD નું ક્ષેત્રફળ

$$= OA \times OC + \frac{1}{2}(AD \times BD) \qquad (8.10)$$

$OA = u$, $OC = AD = t$ તથા $BD = at$ મૂલ્યો મૂકતાં

આપણને $s = u \times t + \frac{1}{2}(t \times at)$

અથવા $s = ut + \frac{1}{2}at^2$ મળે છે.

8.5.3 સ્થાન-વેગ સંબંધ માટેનું સમીકરણ (Equation for position-velocity relation)

આકૃતિ 8.8માં દર્શાવેલ વેગ–સમયના આલેખ પરથી અચળ પ્રવેગ a દ્વારા t સમયમાં વસ્તુ દ્વારા કપાયેલ અંતર s, આલેખ નીચેના સમલંબ ચતુષ્કોણ OABC દ્વારા ઘેરાયેલ ભાગના ક્ષેત્રફળ દ્વારા મળે છે.

એટલે કે, s = સમલંબ OABC નું ક્ષેત્રફળ

$$= \frac{(OA + BC) \times OC}{2}$$

$OA = u$, $BC = v$ તથા $OC = t$ મૂકતાં,

$$s = \frac{(u + v)t}{2} \qquad (8.11)$$

વેગ–સમયના સંબંધ (સમીકરણ 8.6) પરથી,

$$t = \frac{(v - u)}{a} \qquad (8.12)$$

સમીકરણ (8.11) અને (8.12) પરથી

$$s = \frac{(v + u) \times (v - u)}{2a}$$

અથવા $2as = v^2 - u^2$

ઉદાહરણ 8.5 : એક ટ્રેન સ્થિર સ્થિતિમાંથી ગતિની શરૂઆત કરે છે અને 5 minમાં 72 km h^{-1} નો વેગ પ્રાપ્ત કરે છે. ધારો કે, તેનો પ્રવેગ અચળ છે. (i) તેનો પ્રવેગ અને (ii) આ વેગ પ્રાપ્ત કરવા માટે ટ્રેન દ્વારા કપાયેલ અંતર શોધો.

ઉકેલ :

આપણને $u = 0$, $v = 72 \text{ km h}^{-1} = 20 \text{ m s}^{-1}$ અને $t = 5 \text{ min} = 300 \text{ s}$ આપેલ છે.

(i) સમીકરણ 8.5 પરથી આપણે જાણીએ છીએ કે,

$$a = \frac{v - u}{t}$$

$$= \frac{20 \text{ ms}^{-1} - 0 \text{ ms}^{-1}}{300 \text{ s}}$$

$$= \frac{1}{15} \text{ms}^{-2}$$

(ii) સમીકરણ 8.7 પરથી આપણે જાણીએ છીએ કે,

$$2\,a\,s = v^2 - u^2 = v^2 - 0$$

તેથી $s = \frac{v^2}{2a}$

$$= \frac{(20 \text{ ms}^{-1})^2}{2 \times \left(\frac{1}{15}\right) \text{ms}^{-2}}$$

$$= 3000 \text{ m}$$

$$= 3 \text{ km}$$

ટ્રેનનો પ્રવેગ $\frac{1}{15}$ ms^{-2} તથા તેણે કાપેલ અંતર 3 km છે.

ઉદાહરણ 8.6 : એક કાર અચળ પ્રવેગથી 5 s માં 18 km h^{-1} થી 36 km h^{-1} નો વેગ પ્રાપ્ત કરે છે, તો તેનો (i) પ્રવેગ (ii) આ સમયગાળામાં કાપેલ અંતર શોધો.

ઉકેલ :

આપણને

$u = 18 \text{ km h}^{-1} = 5 \text{ m s}^{-1}$

$v = 36 \text{ km h}^{-1} = 10 \text{ m s}^{-1}$ અને

$t = 5 \text{ s}$ આપેલ છે.

(i) સમીકરણ (8.5) પરથી

$$a = \frac{v - u}{t}$$

$$= \frac{10 \text{ ms}^{-1} - 5 \text{ ms}^{-1}}{5\text{s}}$$

$$= 1 \text{ m s}^{-2}$$

(ii) સમીકરણ (8.6) પરથી આપણે જાણીએ છીએ કે,

$$s = u\,t + \frac{1}{2}\,a\,t^2$$

$$= 5 \text{ m s}^{-1} \times 5 \text{ s} + \frac{1}{2}\ 1 \text{ m s}^{-2} \times (5 \text{ s})^2$$

$$= 25 \text{ m} + 12.5 \text{ m} = 37.5 \text{ m}$$

આમ, કારનો પ્રવેગ 1 m s^{-2} અને તેના દ્વારા કપાયેલ અંતર 37.5 m છે.

ઉદાહરણ 8.7 : એક કારમાં બ્રેક મારતાં તેમાં ગતિની વિરુદ્ધ દિશામાં 6 m s^{-2} નો પ્રવેગ ઉત્પન્ન થાય છે. જો કાર બ્રેક માર્યા બાદ 2 s પછી રોકાતી હોય, તો આ સમય દરમિયાન તેણે કાપેલ અંતર શોધો.

ઉકેલ :

આપણને

$a = -6 \text{ m s}^{-2}$, $t = 2 \text{ s}$ તથા $v = 0 \text{ m s}^{-1}$ આપેલ છે.

સમીકરણ 8.5 પરથી, આપણે જાણીએ છીએ કે,

$$v = u + at$$

$$0 = u + (-6 \text{ m s}^{-2}) \times 2 \text{ s}$$

$$\therefore u = 12 \text{ m s}^{-1}$$

સમીકરણ 8.6 પરથી,

$$s = u\,t + \frac{1}{2}\,a\,t^2$$

$$= (12 \text{ m s}^{-1}) \times (2 \text{ s}) + \frac{1}{2}\ (-6 \text{ m s}^{-2})\,(2 \text{ s})^2$$

$$= 24 \text{ m} - 12 \text{ m} = 12 \text{ m}$$

આમ, કાર રોકાય તે પહેલાં 12 m અંતર કાપે છે. શું હવે તમે એ વાતનું મહત્ત્વ સમજો છો કે રસ્તા પર ગાડી ચલાવતી વખતે ડ્રાઈવરે બીજી ગાડીથી હંમેશાં અમુક અંતર રાખવું કેમ જરૂરી છે ?

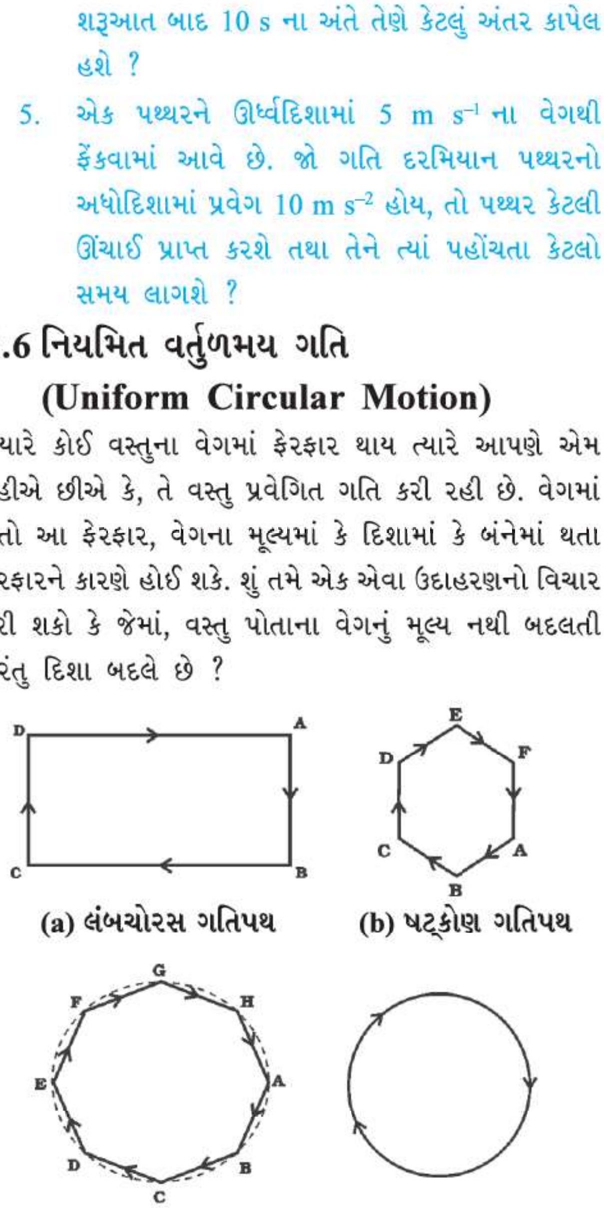
પ્રશ્નો :

1. એક બસ સ્થિર સ્થિતિમાંથી ગતિની શરૂઆત કરે છે તથા 2 min સુધી 0.1 m s^{-2} ના અચળ પ્રવેગથી ગતિ કરે છે, તો (*a*) પ્રાપ્ત કરેલ ઝડપ (*b*) તેણે કાપેલ અંતર શોધો.

2. એક ટ્રેન 90 km h^{-1} ની ઝડપથી ગતિ કરી રહી છે. બ્રેક મારતાં તેમાં -0.5 m s^{-2} નો અચળ પ્રવેગ ઉત્પન્ન થાય છે. ટ્રેન સ્થિર સ્થિતિમાં આવે તે પહેલાં કેટલું અંતર કાપશે ?
3. એક ટ્રોલી ઢોળાવ ધરાવતી સપાટી પર 2 m s^{-2} ના પ્રવેગથી નીચે તરફ ગતિ કરી રહી છે. ગતિની શરૂઆત બાદ 3 s ના અંતે તેનો વેગ કેટલો હશે ?
4. એક રેસિંગ કારનો અચળ પ્રવેગ 4 m s^{-2} છે. ગતિની શરૂઆત બાદ 10 s ના અંતે તેણે કેટલું અંતર કાપેલ હશે ?
5. એક પથ્થરને ઊર્ધ્વદિશામાં 5 m s^{-1} ના વેગથી ફેંકવામાં આવે છે. જો ગતિ દરમિયાન પથ્થરનો અધોદિશામાં પ્રવેગ 10 m s^{-2} હોય, તો પથ્થર કેટલી ઊંચાઈ પ્રાપ્ત કરશે તથા તેને ત્યાં પહોંચતા કેટલો સમય લાગશે ?

8.6 નિયમિત વર્તુળમય ગતિ (Uniform Circular Motion)

જ્યારે કોઈ વસ્તુના વેગમાં ફેરફાર થાય ત્યારે આપણે એમ કહીએ છીએ કે, તે વસ્તુ પ્રવેગિત ગતિ કરી રહી છે. વેગમાં થતો આ ફેરફાર, વેગના મૂલ્યમાં કે દિશામાં કે બંનેમાં થતા ફેરફારને કારણે હોઈ શકે. શું તમે એક એવા ઉદાહરણનો વિચાર કરી શકો કે જેમાં, વસ્તુ પોતાના વેગનું મૂલ્ય નથી બદલતી પરંતુ દિશા બદલે છે ?



(a) લંબચોરસ ગતિપથ (b) ષટ્કોણ ગતિપથ

(c) અષ્ટકોણ ગતિપથ (d) વર્તુળાકાર ગતિપથ

આકૃતિ 8.9 : એથલેટ્‌ની જુદા-જુદા આકારના બંધ ગતિપથો પરની ગતિ

કોઈ બંધ માર્ગ પર ગતિ કરતી વસ્તુનું ઉદાહરણ ધ્યાનમાં લો. આકૃતિ 8.9 (a)માં એક એથલેટ્ (દોડવીર)ની ગતિનો લંબચોરસ ગતિપથ ABCD દર્શાવ્યો. ધારો કે, એથલેટ્ ગતિપથના સીધા ભાગો AB, BC, CD અને DA પર એક સમાન વેગથી ગતિ કરી રહ્યો છે. તે પોતાને ગતિપથ પર જ રાખવા માટે ખૂણાઓ પાસે પોતાની ગતિની દિશા ઝડપથી બદલે છે. એક ચક્કર પૂરું કરવા માટે તેણે કેટલી વાર પોતાની ગતિની દિશા બદલવી પડશે ? એ સ્પષ્ટ છે કે લંબચોરસ ગતિપથ પર એક ચક્કર દરમિયાન તેણે ચાર વખત પોતાની ગતિની દિશા બદલવી પડશે.

હવે, ધારો કે લંબચોરસ ગતિપથના બદલે એથલેટ્ આકૃતિ 8.9 (b)માં દર્શાવેલ ષટ્કોણ આકારના ગતિપથ ABCDEF પર દોડી રહ્યો છે. આ પરિસ્થિતિમાં એક ચક્કર દરમિયાન એથલેટ્ પોતાની ગતિની દિશામાં 6 વાર ફેરફાર કરશે. જો ગતિપથ ષટ્કોણના બદલે અષ્ટકોણ (આકૃતિ 8.9(c)) ABCDEFGH હોય તો શું થશે ? આમ, જોઈ શકાય છે કે ગતિપથની બાજુઓની સંખ્યા વધે તેમ એથલેટ્‌ને પોતાની ગતિની દિશામાં કરવો પડતો ફેરફાર પણ વધે છે. જો આપણે અનંત સંખ્યામાં ગતિપથની બાજુઓ વધારીએ તો તે ગતિપથનો આકાર કેવો થાય ? અને જો તમે આ પ્રકારે કરો છો તો તમે જોઈ શકશો કે ગતિપથનો આકાર વર્તુળ બની જાય છે અને દરેક બાજુઓની લંબાઈ ઘટીને બિંદુવત્ બનશે. જો એથલેટ્ વર્તુળાકાર પથ પર અચળ મૂલ્ય ધરાવતા વેગથી દોડતો હોય, તો તેના વેગમાં થતો ફેરફાર માત્ર ગતિની દિશા બદલાવાને કારણે જ થશે. આમ, વર્તુળાકાર પથ પર દોડતો એથલેટ્ પ્રવેગિત ગતિનું ઉદાહરણ છે.

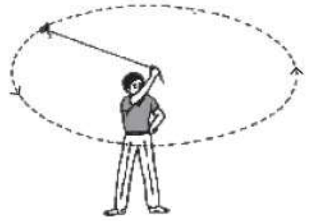
આપણે જાણીએ છીએ કે r ત્રિજ્યાના વર્તુળનો પરિઘ $2\pi r$ હોય છે. જો એથલેટ r ત્રિજ્યાવાળા વર્તુળાકાર પથ પર એક ચક્કર પૂર્ણ કરવા માટે t સેકન્ડ લેતો હોય, તો તેનો વેગ

$$v = \frac{2\pi r}{t} \text{ થશે.} \qquad (8.13)$$

જ્યારે કોઈ વસ્તુ વર્તુળાકાર પથ પર અચળ ઝડપે ગતિ કરતી હોય ત્યારે તેની ગતિને નિયમિત વર્તુળગતિ કહે છે.

પ્રવૃત્તિ ______________________ 8.11

- દોરીનો એક ટુકડો લઈ તેના કોઈ એક છેડે પથ્થરનો નાનો ટુકડો બાંધો. દોરીના બીજા છેડાને પકડીને પથ્થરને અચળ ઝડપથી વર્તુળાકાર પથ પર ગતિ કરાવો જે આકૃતિ 8.10માં દર્શાવેલ છે.



આકૃતિ 8.10 : વેગના અચળ મૂલ્ય સાથે વર્તુળાકાર પથ પર ગતિ કરતા પથ્થરનો ગતિપથ

- હવે દોરીને પથ્થર સહિત છોડી દો.
- શું તમે કહી શકો કે દોરી છોડ્યા બાદ પથ્થર કઈ દિશામાં ગતિ કરશે ?
- આ પ્રવૃત્તિનું વારંવાર પુનરાવર્તન કરીને વર્તુળાકાર પથનાં જુદાં-જુદાં બિંદુઓ પાસેથી પથ્થરને છોડો અને જુઓ કે પથ્થરની ગતિની દિશા સમાન છે કે નહિ.

જો તમે ધ્યાનપૂર્વક જોશો તો તમને દેખાશે કે પથ્થરને મુક્ત કરતાં તે વર્તુળાકાર પથ પરના તે બિંદુ પાસેના સ્પર્શકની દિશામાં સુરેખ પથ પર ગતિ કરે છે. કારણ કે જ્યારે પથ્થરને છોડવામાં આવે ત્યારે તે ક્ષણે તે જે દિશામાં ગતિ કરતો હોય તે જ દિશામાં ગતિ ચાલુ રાખશે. આ દર્શાવે છે કે, જ્યારે પથ્થરને વર્તુળ ગતિ કરાવવામાં આવે ત્યારે દરેક બિંદુ પાસે તેની ગતિની દિશા બદલાય છે.

જ્યારે કોઈ એથલેટ્ રમત-ગમતની હરીફાઈમાં ગોળો કે ચક્ર ફેંકે છે ત્યારે તે ગોળા કે ચક્રને હાથમાં પકડીને પોતાના શરીરને ઘુમાવીને વર્તુળાકાર ગતિ આપે છે. ઇચ્છિત દિશામાં એકવાર છૂટ્યા બાદ તે ગોળો કે ચક્ર તે જ દિશામાં ગતિ કરે છે જે દિશામાં તે છૂટતી વખતે ગતિ કરતો હોય. આ બરાબર તે જ પ્રકારે છે જેની ચર્ચા આપણે પ્રવૃત્તિમાં પથ્થરના માટે વર્ણન કરેલ હતું. વસ્તુઓની નિયમિત વર્તુળ ગતિનાં ઘણાંબધાં પરિચિત ઉદાહરણો છે. જેમકે, ચંદ્ર તેમજ પૃથ્વીની ગતિ. પૃથ્વીની ચારે તરફ વર્તુળાકાર કક્ષામાં પરિક્રમણ કરતો ઉપગ્રહ, વર્તુળાકાર પથ પર અચળ ઝડપથી ગતિ કરતો સાઇકલ-સવાર વગેરે.

તમે શું શીખ્યાં

What You Have Learnt

- ગતિ એ સ્થાનમાં થતો ફેરફાર છે. તેનું વર્ણન કાપેલ અંતર અથવા સ્થાનાંતરના રૂપમાં કરી શકાય છે.
- કોઈ વસ્તુની ગતિ નિયમિત કે અનિયમિત હોવાનો આધાર તેનો વેગ અચળ છે કે બદલાય છે તેના પર રહેલો છે.
- વસ્તુની ઝડપ એટલે તેણે એકમ સમયમાં કાપેલ અંતર અને વેગ એટલે એકમ સમયમાં કરેલ સ્થાનાંતર.
- વસ્તુનો પ્રવેગ એટલે એકમ સમયમાં તેના વેગમાં થતો ફેરફાર.
- વસ્તુની સમાન કે અસમાન ગતિ આલેખ (ગ્રાફ) દ્વારા દર્શાવી શકાય છે.
- અચળ પ્રવેગી ગતિ કરતી વસ્તુની ગતિ નીચેનાં ત્રણ સમીકરણો દ્વારા વર્ણવી શકાય :

$$v = u + at$$

$$s = ut + \frac{1}{2}at^2$$

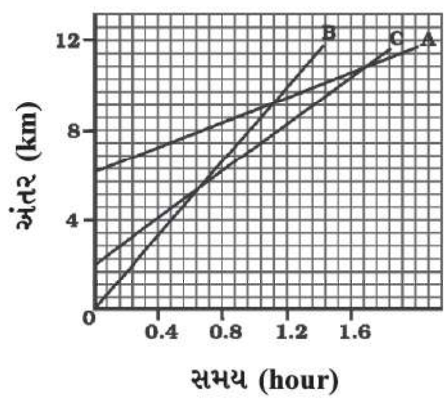
$$2as = v^2 - u^2$$

જ્યાં, u એ વસ્તુનો પ્રારંભિક વેગ છે કે જે t સમય માટે a જેટલા અચળ પ્રવેગથી ગતિ કરે છે, v તેનો અંતિમ વેગ અને s તેના દ્વારા t સમયમાં કપાયેલ અંતર છે.

- જો કોઈ વસ્તુ અચળ ઝડપથી વર્તુળાકાર પથ પર ગતિ કરતી હોય તો તેની ગતિને નિયમિત વર્તુળ ગતિ કહે છે.

સ્વાધ્યાય (Exercise)

1. એક એથલેટ્ 200 m વ્યાસ ધરાવતા વર્તુળાકાર પથ પર એક ચક્કર 40 s માં પૂરું કરે છે. 2 min 20 s બાદ તેણે કેટલું અંતર કાપેલ હશે તથા તેનું સ્થાનાંતર કેટલું હશે ?
2. 300 m ના સીધા રસ્તા પર જોસેફ જોગીંગ કરતો કરતો 2 min 30 s માં એક છેડા Aથી બીજા છેડા B સુધી પહોંચે છે. ત્યાંથી પાછો ફરી 1 મિનિટમાં 100 m પાછળ રહેલાં બિંદુ C પર પહોંચે છે. જોસેફની સરેરાશ ઝડપ અને સરેરાશ વેગ (a) A છેડાથી B છેડા સુધી તથા (b) A છેડાથી C છેડા સુધી કેટલો હશે ?
3. અબ્દુલ, ગાડી દ્વારા શાળાએ જતી વખતે સરેરાશ ઝડપ 20 km h^{-1} માપે છે. તે જ રસ્તા પર પાછા ફરતી વખતે ટ્રાફિક ઓછો હોવાને કારણે તે 30 km h^{-1} સરેરાશ ઝડપ માપે છે. અબ્દુલની સમગ્ર મુસાફરી દરમિયાન સરેરાશ ઝડપ કેટલી હશે ?
4. તળાવમાં સ્થિર અવસ્થામાં રહેલી એક મોટરબોટ સુરેખ પથ પર 3.0 m s^{-2} ના અચળ પ્રવેગથી 8.0 s સુધી ગતિ કરે છે. આ સમયગાળામાં મોટરબોટ કેટલી દૂર ગઈ હશે ?
5. 52 km h^{-1} ની ઝડપથી ગતિ કરતી કારનો ડ્રાઈવર બ્રેક મારતાં, કારમાં ગતિની વિરુદ્ધ દિશામાં અચળ પ્રવેગ ઉત્પન્ન થાય છે. કાર 5 s માં અટકી જાય છે. બીજો ડ્રાઈવર 3 km h^{-1} ની ઝડપથી ગતિ કરતી બીજી કાર પર ધીમેથી બ્રેક લગાડતાં તે 10 s માં અટકે છે. એક જ આલેખ (ગ્રાફ) પેપર પર ઝડપ વિરુદ્ધ સમયનો આલેખ બંને કાર માટે દોરો. બ્રેક લગાડ્યા બાદ બંનેમાંથી કઈ કાર વધારે દૂર સુધી જશે ?
6. આકૃતિ 8.11માં ત્રણ વસ્તુઓ A, B અને C માટે અંતર-સમયનો આલેખ દર્શાવેલ છે. આલેખનો અભ્યાસ કરી નીચેના પ્રશ્નોનો ઉત્તર આપો :



આકૃતિ 8.11

(a) ત્રણેયમાંથી સૌથી વધારે ઝડપથી કોણ ગતિ કરે છે ?

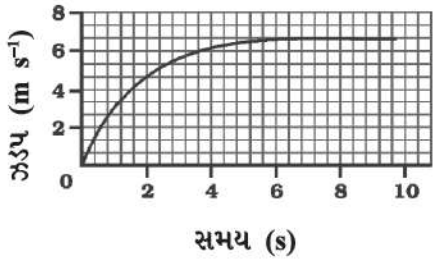
(b) શું ત્રણેય કોઈ સમયે રોડ પરના એક જ બિંદુએ હશે ?

(c) જ્યારે B, A પાસેથી પસાર થાય ત્યારે C કેટલે દૂર હશે ?

(d) જ્યારે B, C પાસેથી પસાર થાય તે સમય દરમિયાન તેણે કેટલું અંતર કાપ્યું હશે ?

7. 20 m ની ઊંચાઈ પરથી એક દડાને નીચે પડવા દેવામાં આવે છે, જો તેનો વેગ 10 m s^{-2} ના નિયમિત પ્રવેગથી વધતો હોય, તો તે કેટલા વેગથી જમીન સાથે અથડાશે ? કેટલા સમય બાદ તે જમીન સાથે અથડાશે ?

8. આકૃતિ 8.12માં ઝડપ-સમયનો આલેખ એક ગતિ કરતી કાર માટે દર્શાવેલ છે.



આકૃતિ 8.12

(a) પ્રથમ 4 s માં કાર કેટલું અંતર કાપશે ? આ સમયગાળા દરમિયાન કાર દ્વારા કપાયેલ અંતરને આલેખમાં છાયાંકિત કરો.

(b) આલેખનો કયો ભાગ કારની અચળ ગતિ દર્શાવે છે ?

9. નીચેના પૈકી કઈ પરિસ્થિતિ શક્ય છે તથા દરેકનાં ઉદાહરણ આપો :

(a) કોઈ વસ્તુ કે જેનો પ્રવેગ અચળ પણ વેગ શૂન્ય હોય.

(b) કોઈ વસ્તુ કે જે પ્રવેગિત છે પણ તેની ઝડપ નિયમિત હોય.

10. એક કૃત્રિમ ઉપગ્રહ 42,250 km ત્રિજ્યાની વર્તુળાકાર કક્ષામાં પરિક્રમણ કરે છે. જો તે 24 કલાકમાં પૃથ્વીનું પરિક્રમણ કરતો હોય તો તેની ઝડપ ગણો.