



પ્રકરણ

3

## ચતુર્ભુજોણની સમજ

### 3.1 પ્રાસ્તાવિક

તમે જાણો છો કે કાગળ એક સમતલની પ્રતિકૃતિ છે. જ્યારે તમે કાગળ પર પેન્સિલ ઉપાડ્યા વગર તેના પર રહેલાં બિંદુઓને એકબીજાં સાથે જોડો છો (માત્ર એક બિંદુ ના હોય તેવા આકૃતિના કોઈ પણ ભાગને રેખાંકિત કર્યા વગર) ત્યારે તમને સમતલીય વક્ત મળે છે.

અગાઉના ધોરણમાં અભ્યાસ કરેલ અલગ-અલગ પ્રકારના વકને યાદ કરવાનો પ્રયત્ન કરો.

નીચેની આકૃતિઓને તેના પ્રકાર સાથે મેળવો : (સૂચના : એક આકૃતિના એકથી વધારે પ્રકાર હોઈ શકે છે.)

આકૃતિ	પ્રકાર
(1)	(a) સરળ બંધ વક્ત
(2)	(b) બંધ વક્ત જે સરળ નથી
(3)	(c) સરળ વક્ત જે બંધ નથી
(4)	(d) વક્ત જે સરળ નથી

તમારા મિત્રો સાથે તમે કરેલ જોડની તુલના કરો. શું તે તમારી સાથે સહમત છે ?

### 3.2 બહુકોણ

ફક્ત રેખાખંડથી બનતા સાદા બંધ વકને બહુકોણ કહે છે.



વક્ત જે બહુકોણ છે



વક્ત જે બહુકોણ નથી

બહુકોણનાં થોડાં વધારે ઉદાહરણ આપવાનો પ્રયત્ન કરો તથા થોડાં એવાં પણ ઉદાહરણ આપો કે જે બહુકોણ ના હોય. એક બહુકોણની કાચી આકૃતિ દોરો અને તેની બાજુઓ તથા શિરોબિંદુઓની ઓળખ મેળવો.

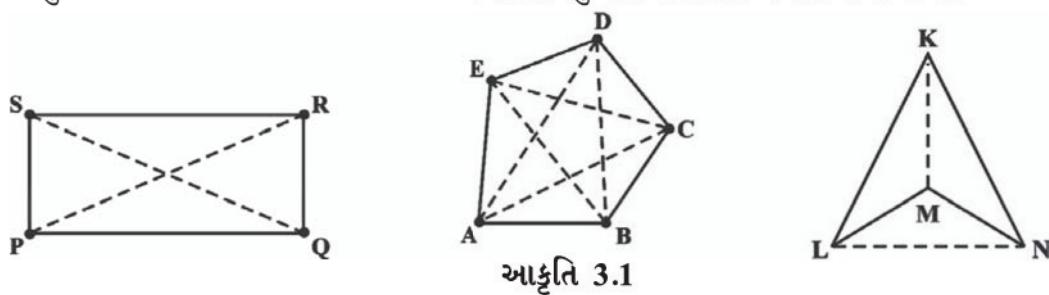
### 3.2.1 બહુકોણનું વર્ગીકરણ

આપણે બહુકોણનું વર્ગીકરણ તેની બાજુઓ(અથવા શિરોબિંદુઓ)ની સંખ્યાના આધારે કરીએ છીએ.

બાજુઓ અથવા શિરોબિંદુઓની સંખ્યા	વર્ગીકરણ	આકૃતિ
3	ત્રિકોણ	
4	ચતુર્ભુજ	
5	પંચકોણ	
6	ષટ્કોણ	
7	સપ્તકોણ	
8	અષ્ટકોણ	
9	નવકોણ	
10	દસકોણ	
:	:	:
$n$	$n$ -કોણ	

### 3.2.2 વિકર્ષ

બહુકોણનો વિકર્ષ એ કમિક ના હોય તેવાં શિરોબિંદુઓને જોડવાથી મળતો રેખાખંડ છે.



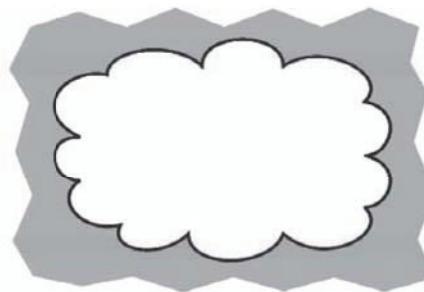
તમે, ઉપરોક્ત આકૃતિમાં રહેલા વિકર્ણનાં નામ આપી શકશો ? (આકૃતિ 3.1)

શું  $\overline{PQ}$  વિકર્ણ છે ?  $\overline{LN}$  માટે શું કહી શકાય ?

એક બંધ વક્તમાં અંતર્ભૂગ અને બહિર્ભૂગ કોને કહેવાય તેનાથી આપ સુપરિચિત છો. (આકૃતિ 3.2)



અંતર્ભૂગ



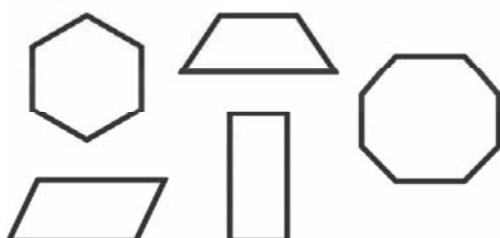
બહિર્ભૂગ

### આકૃતિ 3.2

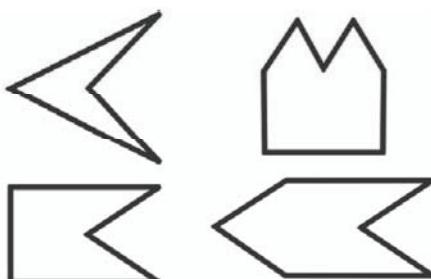
અંતર્ભૂગની એક સીમા હોય છે. શું બહિર્ભૂગને પણ સીમા હોય ? તમારા મિત્રો સાથે આ વિશે ચર્ચા કરો.

### 3.2.3 બહિર્મુખ અને અંતર્મુખ બહુકોણ

અહીં થોડા બહિર્મુખ (Convex) બહુકોણ અને થોડા અંતર્મુખ (Concave) બહુકોણ આપેલ છે. (આકૃતિ 3.3)



બહિર્મુખ બહુકોણ



અંતર્મુખ બહુકોણ

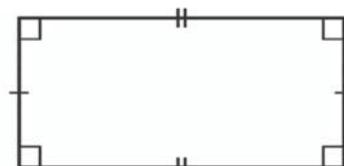
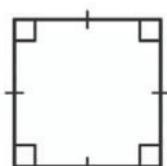
### આકૃતિ 3.3

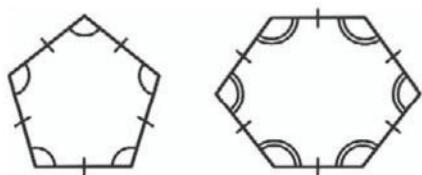
તમે કહી શકો, કે આ પ્રકારના બહુકોણ એકબીજાથી કેવી રીતે અલગ છે ? જે બહુકોણ બહિર્મુખ હોય છે તેમના વિકર્ણનો કોઈપણ ભાગ બહુકોણના બહિર્ભૂગમાં હોતો નથી. અથવા બહુકોણના અંતર્ભૂગમાં રહેલ બે બિન્ન બિંદુઓને જોડતો કોઈ એક રેખાખંડ સંપૂર્ણપણે તેના અંતર્ભૂગમાં જ હોય છે. શું આ વાક્ય અંતર્મુખ બહુકોણ માટે પણ સત્ય છે ? આપેલ આકૃતિઓનો અભ્યાસ કરો. તદુપરાંત પોતાના શરીરોમાં બહિર્મુખ અને અંતર્મુખ બહુકોણનું વર્ણન કરવાનો પ્રયત્ન કરો અને દરેક પ્રકારના બહુકોણની બે કાચી આકૃતિ દોરો.

આ ધોરણમાં આપણે ફક્ત બહિર્મુખ બહુકોણની જ ચર્ચા કરીશું.

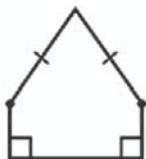
### 3.2.4 નિયમિત અને અનિયમિત બહુકોણ

એક નિયમિત બહુકોણ સમબાજુ તથા સમકોણીય હોય છે. ઉદાહરણ તરીકે, ચોરસમાં બાજુના તથા ખૂણાના માપ સમાન હોય છે. આથી તે નિયમિત બહુકોણ છે. લંબચોરસ સમકોણીય છે પરંતુ સમબાજુ નથી. તો શું તે નિયમિત બહુકોણ છે ? શું સમબાજુ ત્રિકોણ નિયમિત બહુકોણ છે ? કેમ ?

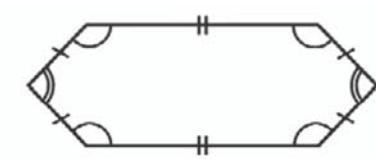




નિયમિત બહુકોણ



બહુકોણ કે જે નિયમિત નથી



[નોંધ :  $\times \times$  અથવા  $\times \times$ ની નિશાની સમાન લંબાઈવાળા રેખાખંડ દર્શાવે છે.]

અગાઉના ધોરણમાં તમે એવા કોઈ ચતુર્ભોગનો અભ્યાસ કર્યો છે કે જે સમબાજુ હોય પણ સમકોણ ના હોય ?

અગાઉના ધોરણમાં આવેલ ચતુર્ભોગની આકૃતિઓ યાદ કરો જેવી કે, લંબચોરસ, ચોરસ, સમબાજુ ચતુર્ભોગ વગેરે.

કોઈ એવો ત્રિકોણ છે કે જે સમબાજુ હોય પણ સમકોણ ના હોય ?

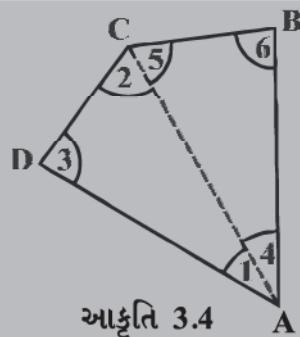
### 3.2.5 ખૂણાના સરવાળાનો ગુણધર્મ

તમને ત્રિકોણના ખૂણાના સરવાળાનો ગુણધર્મ યાદ છે ? ત્રિકોણના ગ્રણેય ખૂણાના માપનો સરવાળો  $180^\circ$  થાય છે. આ નિત્યસમ સમજવા ઉપયોગમાં આવેલ પદ્ધતિને યાદ કરો. હવે આપણે આ નિત્યસમનો ઉપયોગ ચતુર્ભોગ માટે કરીશું.

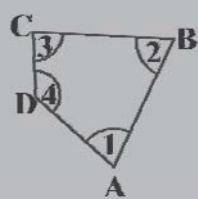
#### આટલું કરો



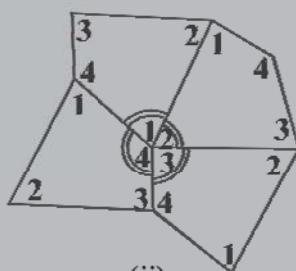
- એક ચતુર્ભોગ ABCD લો (આકૃતિ 3.4). તેનો એક વિક્રણ દોરીને તેને બે ત્રિકોણમાં વિભાજિત કરો. તમને છ ખૂણા 1, 2, 3, 4, 5 અને 6 મળશે. ત્રિકોણ માટેના ખૂણાના સરવાળાના ગુણધર્મનો ઉપયોગ કરીને બતાવો કે કેવી રીતે  $\angle A$ ,  $\angle B$ ,  $\angle C$  તથા  $\angle D$ ના માપનો સરવાળો  $180^\circ + 180^\circ = 360^\circ$  થાય.
- કોઈ એક ચતુર્ભોગની પૂઠામાંથી બનાવેલ ચાર એવી પ્રતિકૃતિ લો કે જેમાં ખૂણા દર્શાવેલ હોય [આકૃતિ 3.5 (i)]. આ પ્રતિકૃતિઓને, આકૃતિમાં દર્શાવ્યા પ્રમાણે એવી રીતે ગોઠવો કે જેથી  $\angle 1$ ,  $\angle 2$ ,  $\angle 3$ ,  $\angle 4$  એક જ બિંદુ પર મળે. (આકૃતિ 3.5(ii)).



આકૃતિ 3.4



(i)



(ii)

#### આકૃતિ 3.5

આવું કરવા માટે તમારે ખૂણાઓની બાજુઓને વ્યવસ્થિત રીતે દોરવી પડે.

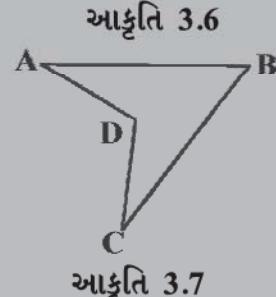
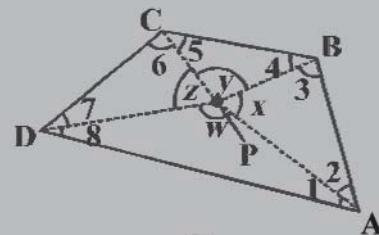
$\angle 1, \angle 2, \angle 3$  અને  $\angle 4$ ના સરવાળા વિશે શું કહી શકાય ?

(નોંધ : આપણે ખૂણાઓને  $\angle 1, \angle 2, \angle 3, \dots$  તથા તેમના માપને  $m\angle 1, m\angle 2, m\angle 3, \dots$  વડે દર્શાવીશું.)

ચતુર્ભોગના ચારેય ખૂણાના માપનો સરવાળો ..... થાય છે.

તમે ઉપરોક્ત પરિણામ અન્ય પદ્ધતિ દ્વારા પણ તારવી શકો છો.

3. ચતુર્ભોગ ABCD પર પુનઃવિચાર કરો. (આકૃતિ 3.6) ધારો કે તેના અંતર્ભૌગમાં કોઈ એક બિંદુ P આવેલ છે. બિંદુ P ને શિરોબિંદુઓ A, B, C, D સાથે જોડો. આકૃતિમાં ત્રિકોણ PAB વિશે વિચારો. અહીં આપણને  $x = 180^\circ - m\angle 2 - m\angle 3$  મળે છે. તેવી જ રીતે  $\Delta PBC$  માં,  $y = 180^\circ - m\angle 4 - m\angle 5$ ,  $\Delta PCD$  માં,  $z = 180^\circ - m\angle 6 - m\angle 7$  અને  $\Delta PDA$  માં  $w = 180^\circ - m\angle 8 - m\angle 1$  મળે. આનો ઉપયોગ કરીને કુલ માપ  $m\angle 1 + m\angle 2 + \dots + m\angle 8$  શોધો. શું આ તમને પરિણામ સુધી પહોંચાડવામાં મદદ કરે છે? યાદ રાખો.  $\angle x + \angle y + \angle z + \angle w = 360^\circ$  છે.
4. આ ચતુર્ભોગ બહિર્મુખ હતા. જો આ ચતુર્ભોગ બહિર્મુખ ન હોત તો શું થાત? ચતુર્ભોગ ABCD પર વિચાર કરો. તેને બે ત્રિકોણમાં વિભાજિત કરી તેના અંતકોણનો સરવાળો શોધો. (આકૃતિ 3.7)



## સ્વાધ્યાય 3.1

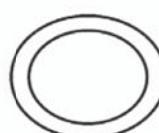
1. અહીં કેટલીક આકૃતિઓ આપેલ છે.



(1)



(2)



(3)



(4)



(5)



(6)



(7)



(8)

પ્રત્યેકનું નીચે દર્શાવેલ આધાર પ્રમાણે વર્ગીકરણ કરો.

(a) સરળ વક્ક

(b) સરળ બંધ વક્ક

(c) બહુકોણ

(d) બહિર્મુખ બહુકોણ

(e) અંતર્મુખ બહુકોણ

2. નીચે દર્શાવેલ પ્રત્યેકને કેટલા વિકર્ણ છે તે જણાવો.

(a) બહિર્મુખ ચતુર્ભોગ

(b) નિયમિત ષટ્કોણ

(c) ત્રિકોણ

3. બહિર્મુખ ચતુર્ભોગના ખૂણાના માપનો સરવાળો કેટલો થાય? હવે જો, ચતુર્ભોગ બહિર્મુખ ના હોય તો, શું આ ગુણધર્મ લાગુ પડશે? (એક બહિર્મુખ ના હોય તેવો ચતુર્ભોગ બનાવો અને પ્રયત્ન કરો.)

4. નીચેનું કોષ્ટક જુઓ. (અહીં પ્રત્યેક આકૃતિને ત્રિકોણમાં વિભાજિત કરેલ છે અને તેના પરથી ખૂણાના માપનો સરવાળો શોધેલ છે.)

આકૃતિ				
બાજુ	3	4	5	6
ખૂણાના માપનો સરવાળો	$180^\circ$ $= (3 - 2) \times 180^\circ$	$2 \times 180^\circ$ $= (4 - 2) \times 180^\circ$	$3 \times 180^\circ$ $= (5 - 2) \times 180^\circ$	$4 \times 180^\circ$ $= (6 - 2) \times 180^\circ$



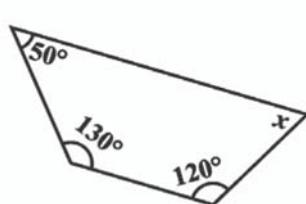
નિમ્નલિખિત સંખ્યા દર્શાવતી બાજુઓ ધરાવતા બહુકોણના ખૂણાના માપના સરવાળા વિશે શું કહી શકાય ?

- (a) 7      (b) 8      (c) 10      (d)  $n$

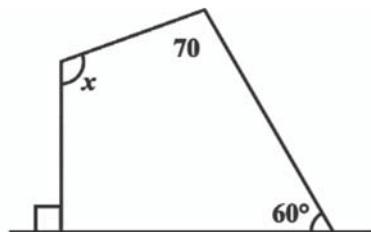
5. નિયમિત બહુકોણ એટલે શું ? એવા નિયમિત બહુકોણનાં નામ આપો જેમાં :

- (i) 3 બાજુ હોય    (ii) 4 બાજુ હોય    (iii) 6 બાજુ હોય

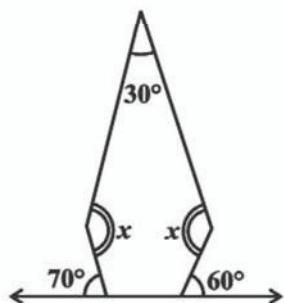
6. નીચેની આકૃતિઓમાં  $x$  (ખૂણાનું માપ) શોધો :



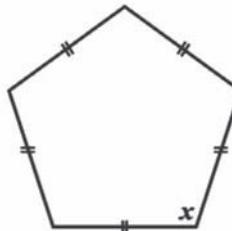
(a)



(b)

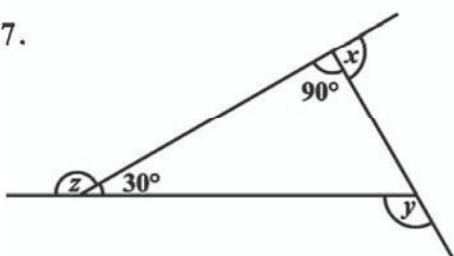


(c)

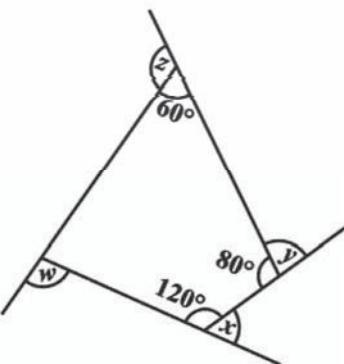


(d)

7.



- (a)  $x + y + z$  શોધો.



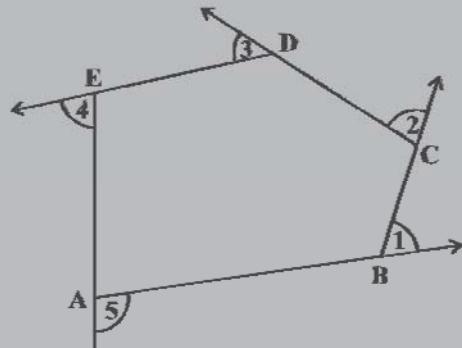
- (b)  $x + y + z + w$  શોધો.

### 3.3 એક બહુકોણનાં બહિકોણનાં માપનો સરવાળો

કેટલાક પ્રસંગોમાં બહિકોણ અંગેનું જ્ઞાન અંતકોણ તેમજ બાજુઓના પ્રકાર જાણવામાં મદદરૂપ થાય છે.

## આટલું કરો

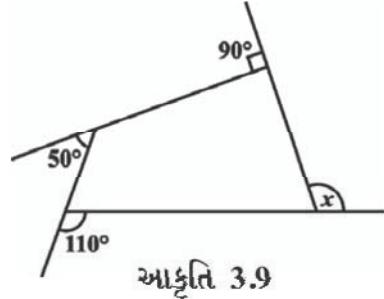
ચોકના ટુકડાથી જમીન પર એક બહુકોણ બનાવો. (આકૃતિમાં, એક પંચકોણ  $ABCDE$  દર્શાવેલ છે.) (આકૃતિ 3.8). આપણે બધા જ ખૂણાના માપનો સરવાળો જાણવા માંગીએ છીએ, અર્થાતું  $m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 + m\angle 4 + m\angle 5$ . શિરોબંદુ A થી શરૂઆત કરીને  $\overline{AB}$  તરફ ચાલવાનું શરૂ કરો. B પર પહોંચાયા બાદ, તમારે  $m\angle 1$  પર વળવું પડશે જેનાથી તમે  $\overline{BC}$  તરફ ચાલી શકશો. C પર પહોંચાયા બાદ,  $\overline{CD}$  તરફ ચાલવા માટે તમારે  $m\angle 2$  પરથી વળવું પડશે. આ રીતે, બાજુ AB પર પરત ન ફરો ત્યાં સુધી ચાલવાનું ચાલુ રાખો. આ રીતે તમે એક ચક્કર પૂરું કરશો. આમ,  $m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 + m\angle 4 + m\angle 5 = 360^\circ$ . ઉપરોક્ત પરિણામ, ગમે તેટલી બાજુઓ ધરાવતા બહુકોણ માટે સત્ય છે. આથી, એક બહુકોણમાં બહિષ્કોણનાં માપનો સરવાળો  $360^\circ$  છે.



આકૃતિ 3.8

**ઉદાહરણ 1 :** આકૃતિ 3.9માં  $x$  નું માપ શોધો :

$$\begin{aligned} \text{ઉકેલ : } x + 90^\circ + 50^\circ + 110^\circ &= 360^\circ \text{ (કેમ ?)} \\ x + 250^\circ &= 360^\circ \\ x &= 110^\circ \end{aligned}$$

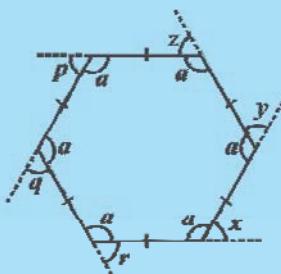


આકૃતિ 3.9

## પ્રયત્ન કરો

એક નિયમિત ષટ્કોણ લો (આકૃતિ 3.10).

1. તેના બહિષ્કોણ  $x, y, z, p, q$  તથા  $r, n$  માપનો સરવાળો કેટલો છે ?
2.  $x = y = z = p = q = r$  છે ? કેમ ?
3. નીચેના પ્રત્યેકનું માપ કેટલું હશે ?
  - (i) બહિષ્કોણ
  - (ii) અંતકોણ
4. આ પ્રવૃત્તિ નીચે આપેલ સ્થિતિ માટે ફરીથી કરો.
  - (i) નિયમિત અષ્ટકોણ
  - (ii) નિયમિત 20-કોણ



આકૃતિ 3.10

**ઉદાહરણ 2 :** એક નિયમિત બહુકોણના પ્રત્યેક બહિષ્કોણનું માપ  $45^\circ$  હોય તો તેની બાજુઓની સંખ્યા શોધો.

**ઉકેલ :** બધા જ, બહિષ્કોણનાં માપનો સરવાળો =  $360^\circ$

પ્રત્યેક બહિષ્કોણનું માપ =  $45^\circ$

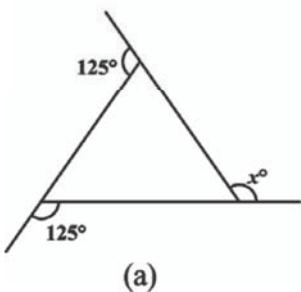
એટલે, બહિષ્કોણની સંખ્યા =  $\frac{360}{45} = 8$

આપેલ બહુકોણને 8 બાજુ હશે.

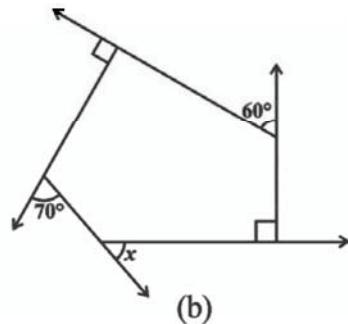


## સ્વાધ્યાય 3.2

1. નીચેની આકૃતિઓમાં  $x$  શોધો.



(a)



(b)

2. નીચે પ્રમાણેની બાજુઓ ધરાવતા નિયમિત બહુકોણમાં બહિજોડાનું માપ શોધો.

(a) 9 બાજુ (b) 15 બાજુ

3. એક નિયમિત બહુકોણને કેટલી બાજુઓ હોય તો તેના દરેક બહિજોડાનું માપ  $24^\circ$  થાય ?

4. એક નિયમિત બહુકોણને કેટલી બાજુઓ હોય તો તેના દરેક અંતઃકોણનું માપ  $165^\circ$  થાય ?

5. (a) એવો નિયમિત બહુકોણ શક્ય છે કે જેમાં દરેક બહિજોડાનું માપ  $22^\circ$  હોય ?

(b) શું આ માપ નિયમિત બહુકોણના અંતઃકોણનું હોઈ શકે ? કેમ ?

6. (a) નિયમિત બહુકોણમાં અંતઃકોણનું ઓછામાં ઓછું માપ કેટલું હોઈ શકે ? કેમ ?

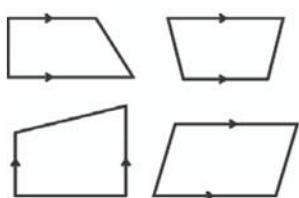
(b) નિયમિત બહુકોણમાં બહિજોડાનું વધુમાં વધુ માપ કેટલું હોઈ શકે ?

### 3.4 ચતુર્ભોગના પ્રકાર

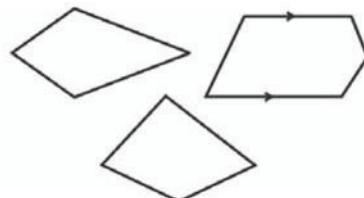
ચતુર્ભોગની બાજુઓ તથા ખૂબાના પ્રકારના આધારે, તેને નામ આપવામાં આવે છે.

#### 3.4.1 સમલંબ ચતુર્ભોગ (Trapezium)

સમલંબ ચતુર્ભોગ એક એવો ચતુર્ભોગ છે, જેમાં સામસામેની બાજુની ફક્ત એક જ જોડની બાજુઓ પરસ્પર સમાંતર હોય છે.



સમલંબ ચતુર્ભોગ છે

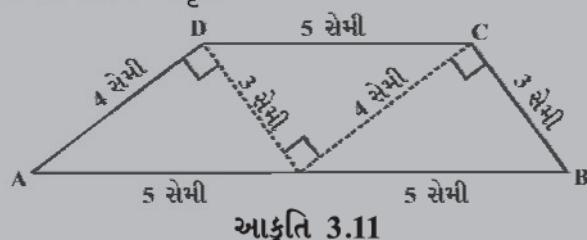


સમલંબ ચતુર્ભોગ નથી

ઉપરની આકૃતિઓનો અભ્યાસ કરો અને મિત્રો સાથે ચર્ચા કરો કે, કેમ આમાંથી કેટલાક સમલંબ ચતુર્ભોગ છે જ્યારે બીજા નથી. (નોંધ : તીરના નિશાના સમાંતર રેખાઓ દર્શાવે છે.)

### આટલું કરો

1. બાજુઓનાં માપ 3 સેમી, 4 સેમી અને 5 સેમી હોય તેવા એકરૂપ ત્રિકોણના, એકસરખા ટુકડાઓ લો. તેમને આકૃતિમાં દર્શાવ્યા પ્રમાણે ગોઠવો.



આકૃતિ 3.11



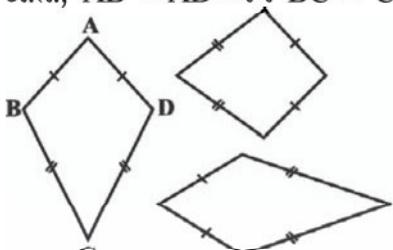
અહીં તમને એક સમલંબ ચતુર્ભુંડા મળશે. (નિરીક્ષણ કરો!) કઈ બાજુઓ પરસ્પર સમાંતર છે ?  
 અસમાંતર બાજુઓનું માપ સમાન છે ?  
 અહીં ઉપયોગમાં લીધેલ એકરૂપ ત્રિકોણના ઉપયોગથી તમને બીજા બે સમલંબ ચતુર્ભુંડા મળી શકે છે. તેમને શોધી તેમના આકારની ચર્ચા કરો.

2. તમારા તથા તમારા મિત્રોના “કંપાસબોક્સ” (જિઓમ્ટ્રી બોક્સ)માંથી ચાર કાટખૂંણિયા લો. તેમને અલગ-અલગ સંચામાં ઉપયોગ કરી સાથે-સાથે રાખીને અલગ-અલગ પ્રકારના સમલંબ ચતુર્ભુંડા મેળવો.

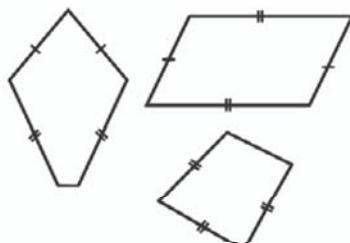
સમલંબ ચતુર્ભુંડામાં પરસ્પર સમાંતર ન હોય તેવી બાજુઓ જો સમાન લંબાઈની હોય તો તે ચતુર્ભુંડાને સમદ્વિબાજુ સમલંબ ચતુર્ભુંડા કહે છે. ઉપરોક્ત નિરીક્ષણમાં તમને એક પણ સમદ્વિબાજુ સમલંબ ચતુર્ભુંડા મળ્યો ?

### 3.4.2 પતંગ (પતંગાકાર ચતુર્ભુંડા) (Kite)

પતંગ એક વિશિષ્ટ પ્રકારનો ચતુર્ભુંડા છે. દરેક આકૃતિમાં એકસરખી નિશાનીવાળી બાજુઓની લંબાઈ સમાન છે. દા.ત.,  $AB = AD$  અને  $BC = CD$ .



આ પતંગાકાર ચતુર્ભુંડા છે.



આ પતંગાકાર ચતુર્ભુંડા નથી.

આપેલ આકૃતિઓનો અભ્યાસ કરી અને પતંગાકાર ચતુર્ભુંડા વિશે સમજાવો. ધ્યાન આપો.

- (i) પતંગને 4 બાજુઓ હોય છે (તે ચતુર્ભુંડા છે).
  - (ii) તેમાં સમાન લંબાઈવાળી પાસ-પાસેની બાજુની બે અલગ-અલગ જોડ હોય છે.
- ચોરસને પતંગ કહી શકાય કે નહીં તે ચકાસો.

### આટલું કરો

એક જાડો કાગળ લો. તેને વચ્ચેથી વાળો.

આકૃતિ 3.12માં બતાવ્યા પ્રમાણે અલગ-અલગ લંબાઈના બે રેખાખંડ દોરો.

આ રેખાખંડને કાપી અને કાગળને ખોલો.

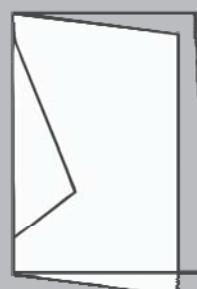
તમને એક પતંગનો આકાર મળશે. (આકૃતિ 3.13)

પતંગમાં કોઈ સંભિત રેખા છે ?

પતંગના બંને વિકર્ણ પર ગડી વાળો. હવે આ વિકર્ણ કાટખૂંડો છેદે છે કે નહીં તે કાટખૂંણિયાની મદદથી ચકાસો. શું આ વિકર્ણની લંબાઈ સમાન છે ? વિકર્ણ પરસ્પર દુભાગે છે કે નહીં તે ચકાસો. (કાગળની ગડી વાળીને અથવા માપીને) પતંગના એક ખૂણાને, વિકર્ણની વિપરીત દિશામાં વાળીને સમાન માપના ખૂણા ચકાસો.

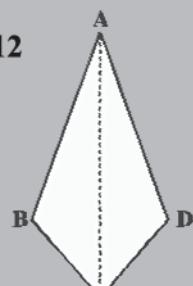
વિકર્ણ પર પડેલ ગડીનું નિરીક્ષણ કરો, શું તે એમ દર્શાવે છે કે વિકર્ણ એક ખૂણાનો દ્વિબાજક છે ?

તમારાં અવલોકનો તમારા મિત્રોને જણાવો અને તેની સૂચિ બનાવો. આ પરિણામોનો સારાંશ આ પ્રકરણમાં કોઈ એક જગ્યાએ આપેલ છે.



અહીં બતાવો કે  
 $\Delta ABC$  અને  
 $\Delta ADC$   
 એકરૂપ છે. તમે  
 આમાંથી શું  
 તારડા કાઢશો ?

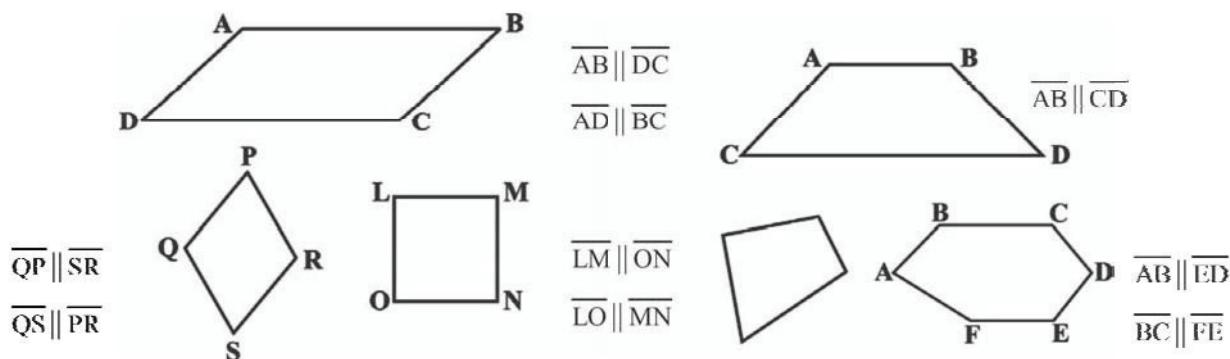
આકૃતિ 3.12



આકૃતિ 3.13

### 3.4.3 સમાંતરબાજુ ચતુર્ભોગ (Parallelogram)

સમાંતરબાજુ ચતુર્ભોગ એક ચતુર્ભોગ છે. તેના નામ પ્રમાણે તેનો સંબંધ સમાંતર રેખાઓ સાથે છે.



સમાંતરબાજુ ચતુર્ભોગ છે.

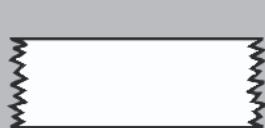
સમાંતરબાજુ ચતુર્ભોગ નથી.

આ આકૃતિઓનો અભ્યાસ કરો અને પોતાના શબ્દોમાં બતાવવાનો પ્રયત્ન કરો કે સમાંતરબાજુ ચતુર્ભોગ કોને કહેવાય ? તમારું નિરીક્ષણ તમારા મિત્રોને જણાવો.

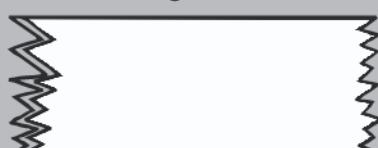
લંબચોરસને સમાંતરબાજુ ચતુર્ભોગ કહી શકાય કે નહીં તે ચકાસો.

### આટલું કરો

પૂઠાની બે અલગ-અલગ પહોળાઈવાળી લંબચોરસ પદ્ધીઓ લો. (આકૃતિ 3.14)



પદ્ધી-1



પદ્ધી-2

### આકૃતિ 3.14

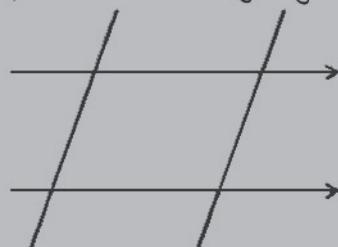
એક પૂઠાની પદ્ધીને સમક્ષિતિજ રાખીને આકૃતિમાં બતાવ્યા પ્રમાણે તેની લંબાઈની દિશામાં બે રેખા દોરો. (આકૃતિ 3.15)

હવે બીજી પદ્ધીને દોરેલી રેખાઓ ઉપર ત્રાંસી રાખીને આ જ પ્રમાણે બીજી બે રેખા દોરો. (આકૃતિ 3.16)

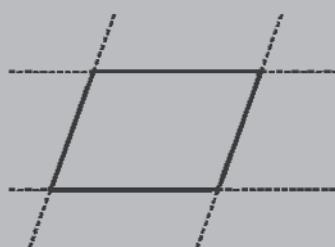
આ ચાર રેખા વડે બનતી બંધ આકૃતિ ચતુર્ભોગ છે. આ પરસ્પર સમાંતર રેખાની બે જોડ દ્વારા બનેલ છે. (આકૃતિ 3.17) જે એક સમાંતરબાજુ ચતુર્ભોગ છે.



### આકૃતિ 3.15



આકૃતિ 3.16

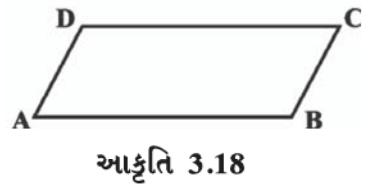


આકૃતિ 3.17

સમાંતરબાજુ ચતુર્ભોગ એક એવો ચતુર્ભોગ છે જેમાં સામસામેની બાજુની દરેક જોડમાં બાજુઓ પરસ્પર સમાંતર હોય છે.

### 3.4.4 સમાંતરબાજુ ચતુર્ભોગનાં અંગો

એક સમાંતરબાજુ ચતુર્ભોગને ચાર બાજુ અને ચાર ખૂણા હોય છે. આમાંથી અમુક સમાન માપના હોય છે. આ અંગોને સંબંધિત કેટલાક શરીરો તમારે યાદ રાખવા પડશે.



આકૃતિ 3.18

એક સમાંતરબાજુ ચતુર્ભોગ ABCD આપેલ છે (આકૃતિ 3.18).  $\overline{AB}$  અને  $\overline{CD}$  તેની સામસામેની બાજુ છે.  $\overline{AD}$  તથા  $\overline{BC}$  સામસામેની બાજુની બીજી જોડ બનાવે છે.  $\angle A$  તથા  $\angle C$  સામસામેના ખૂણાની એક જોડ છે અને આ પ્રકારે  $\angle B$  તથા  $\angle D$  સામસામેના ખૂણાની બીજી એક જોડ છે.

$\overline{AB}$  અને  $\overline{BC}$  પાસપાસેની બાજુ છે અર્થાત્ એક બાજુના અંત્યબિંદુથી બીજી બાજુની શરૂઆત થાય છે. શું  $\overline{BC}$  અને  $\overline{CD}$  પાસપાસેની બાજુ છે? બીજી બે પાસપાસેની બાજુની જોડ શોધવાનો પ્રયત્ન કરો.  $\angle A$  અને  $\angle B$  સમાંતરબાજુ ચતુર્ભોગના પાસપાસેના ખૂણા છે. આ ખૂણાઓ કોઈ એક બાજુના અંત્યબિંદુઓ પર બનેલા હોય છે.  $\angle B$  તથા  $\angle C$  પણ પાસપાસેના ખૂણા છે. આવી બીજી પાસ પાસેના ખૂણાની જોડને સમાંતરબાજુ ચતુર્ભોગમાં ઓળખવાનો પ્રયત્ન કરો.

### આટલું કરો

એકરૂપ હોય તેવા બે સમાંતરબાજુ ચતુર્ભોગના ટુકડાઓ ABCD તથા A'B'C'D' લો (આકૃતિ 3.19).



આકૃતિ 3.19



અહીં  $\overline{AB}$  અને  $\overline{A'B'}$  સમાન છે, પરંતુ તેમના નામ અલગ છે. આવી જ રીતે બીજી સંગત બાજુની જોડ પણ સમાન માપની હશે.

હવે  $\overline{A'B'}$  ને  $\overline{DC}$  પર મૂકો. શું તે સુસંગત છે? હવે તમે  $\overline{AB}$  અને  $\overline{DC}$  ની લંબાઈ વિશે શું કહેશો?

આ જ પ્રમાણે  $\overline{AD}$  અને  $\overline{BC}$  ની લંબાઈનું નિરીક્ષણ કરો. તમને શું જોવા મળ્યું?

આ જ પરિણામ તમને  $\overline{AB}$  અને  $\overline{DC}$  ની લંબાઈ માપીને પણ મળી શકશે.

**ગુણધર્મ :** સમાંતરબાજુ ચતુર્ભોગમાં સામસામેની બાજુની લંબાઈ સમાન હોય છે.

### પ્રયત્ન કરો

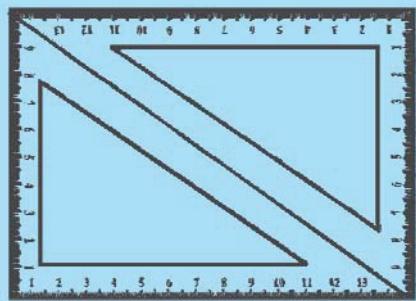
$30^\circ-60^\circ-90^\circ$ ના ખૂણા ધરાવતા બે કાટખૂણિયા લો. હવે તેમને એ પ્રમાણે ગોઠવો કે જેથી સમાંતરબાજુ ચતુર્ભોગ બને (આકૃતિ 3.20). શું આ પ્રવૃત્તિ તમને ઉપરોક્ત ગુણધર્મને ચકાસવામાં મદદ કરશે?

તમે આ ગુણધર્મને તાર્કિક દલીલોથી પણ પ્રભાવશાળી બનાવી શકો છો.

એક સમાંતરબાજુ ચતુર્ભોગ ABCD લો (આકૃતિ 3.21). તેનો વિકાર્ણ  $\overline{AC}$  દોરો. આપણે જોઈએ છીએ કે  $\angle 1 = \angle 2$  અને  $\angle 3 = \angle 4$  (કુમ ?)



આકૃતિ 3.21



આકૃતિ 3.20

હવે ત્રિકોણ ABC અને ADCમાં,  $\angle 1 = \angle 2, \angle 3 = \angle 4$  અને  $\overline{AC}$  સામાન્ય બાજુ છે. તેથી એકરૂપતાની ખૂબાખૂ (ASA) શરત દ્વારા  $\Delta ABC \cong \Delta CDA$  (અહીં ખૂબાખૂ શરતનો ઉપયોગ કેવી રીતે થયો ?)

એટલે,  $AB = DC$  અને  $BC = AD$

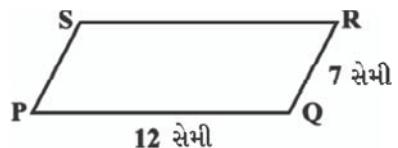
**ઉદાહરણ 3 :** આકૃતિ 3.22 માં દર્શાવેલ સમાંતરબાજુ ચતુર્ભોગ PQRSની પરિમિતિ શોધો.

**ઉકેલ :** સમાંતરબાજુ ચતુર્ભોગમાં સામસામેની બાજુનું માપ સમાન હોય છે.

એટલે,  $PQ = SR = 12$  સેમી

અને  $QR = PS = 7$  સેમી

$$\begin{aligned}\therefore \text{પરિમિતિ} &= PQ + QR + RS + SP \\ &= 12 \text{ સેમી} + 7 \text{ સેમી} + 12 \text{ સેમી} + 7 \text{ સેમી} \\ &= 38 \text{ સેમી}\end{aligned}$$



આકૃતિ 3.22

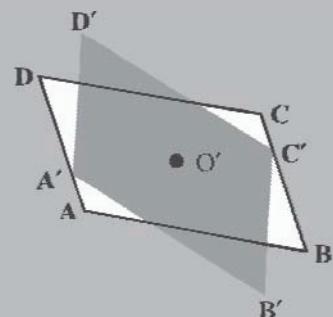
### 3.4.5 સમાંતરબાજુ ચતુર્ભોગના ખૂબાખૂઓ

આપણે સમાંતરબાજુ ચતુર્ભોગની સામસામેની બાજુનાં માપ સંબંધિત ગુણધર્મનો અભ્યાસ કરો. હવે ખૂબાખૂઓ વિશે શું કહી શકાય ?

#### આટલું કરો



ધારો કે એક સમાંતરબાજુ ચતુર્ભોગ ABCD છે (આકૃતિ 3.23) 'ટ્રેસિંગ' કાગળ પર આની એક નકલ A'B'C'D' દોરો. હવે A'B'C'D'ને ચતુર્ભોગ ABCD પર મૂકો. ચતુર્ભોગના વિકર્ણના છેદબિંદુ પર એક ટાંકણી લગાવો. હવે 'ટ્રેસિંગ' કાગળને 180°ના ખૂબાખૂ બનાવે તે રીતે ફેરવો. આ ચતુર્ભોગ હજુ પણ એકબીજાને સુસંગત હશે, પરંતુ હવે તમે જોશો કે બિંદુ A', બિંદુ C પર તથા તે જ રીતે બિંદુ B', બિંદુ D પર હશે.



આકૃતિ 3.23

ઉપરોક્ત પ્રવૃત્તિ દ્વારા તમને ખૂબા  $\angle A$  તથા ખૂબા  $\angle C$ ના માપ વિશે કાંઈ જાણકારી પ્રાપ્ત થઈ ? આ જ રીતે  $\angle B$  તથા  $\angle D$ ના માપની જાણકારી મેળવો અને તમારું તારણ જણાવો.

**ગુણધર્મ :** સમાંતરબાજુ ચતુર્ભોગમાં સામસામેના ખૂબાખૂનાં માપ સમાન હોય છે.

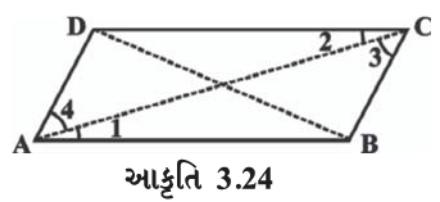


#### પ્રયત્ન કરો

30°–60°–90°ના માપ ધરાવતાં બે કાટખૂણિયા લઈને અગાઉની જેમ એક સમાંતરબાજુ ચતુર્ભોગ બનાવો. શું આ રીતે બનેલ આકૃતિ ઉપરોક્ત ગુણધર્મની પુષ્ટિ કરે છે ?

ઉપરોક્ત ગુણધર્મને તમે તાર્કિક દલીલો દ્વારા પણ પુરવાર કરી શકો છો.

જો  $\overline{AC}$  અને  $\overline{BD}$  સમાંતરબાજુ ચતુર્ભોગના વિકર્ણ હોય (આકૃતિ 3.24) તો તમને  $\angle 1 = \angle 2, \angle 3 = \angle 4$  મળે (કેમ ?)



આકૃતિ 3.24

$\Delta ABC$  અને  $\Delta ADC$  (આકૃતિ 3.25)નો અલગ-અલગ અભ્યાસ કરતાં તમે જોઈ શકો છો કે એકરૂપતાની ખૂબાખૂ (ASA) શરત પ્રમાણે,

$$\Delta ABC \cong \Delta CDA \text{ (કેવી રીતે ?)}$$



આકૃતિ 3.25

આ દર્શાવે છે કે  $\angle B$  અને  $\angle D$  નાં માપ સમાન છે. આ જ પ્રમાણે  $m\angle A = m\angle C$ .

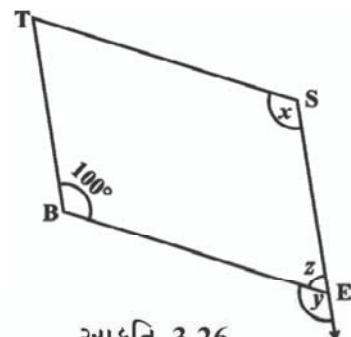
**ઉદાહરણ 4 :** આકૃતિ 3.26 માં, BEST એક સમાંતરબાજુ ચતુર્ભુષણ છે.  $x, y, z$  નાં મૂલ્ય શોધો.

**ઉકેલ :** બિંદુ S, બિંદુ Bની સામે છે.

તેથી  $x = 100^\circ$  (સામેના ખૂબાનો ગુણધર્મ)

$y = 100^\circ$  ( $\angle x$  નો અનુકોણ)

$z = 80^\circ$  ( $\angle y$  અને  $\angle z$  રૈખિક જોડ બનાવે છે.)



આકૃતિ 3.26

હવે આપણે આપણું ધ્યાન સમાંતરબાજુ ચતુર્ભુષણના પાસપાસેના ખૂબાઓ ઉપર કેન્દ્રિત કરીએ. સમાંતરબાજુ ચતુર્ભુષણ ABCD માં, (આકૃતિ 3.27)

$\angle A$  અને  $\angle D$ ,  $\overline{DC} \parallel \overline{AB}$  ની છેદિકા  $\overline{DA}$  થી બનતા છેદિકાની એક તરફના અંતઃકોણ હોવાથી તે એકબીજાના પૂરકકોણ છે.

$\angle A$  અને  $\angle B$  પણ એકબીજાના પૂરકકોણ છે. કેમ ?

$\angle A$  અને  $\angle B$ ,  $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$  ની છેદિકા  $\overline{BA}$  થી બનતા છેદિકાની એકતરફના અંતઃકોણ છે.

આકૃતિ પરથી પૂરકકોણની આવી બીજી બે જોડ શોધો.

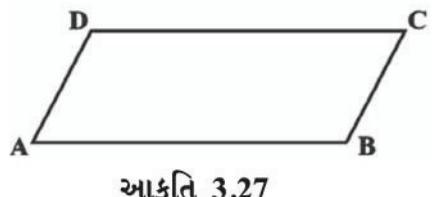
**ગુણધર્મ :** સમાંતરબાજુ ચતુર્ભુષણમાં પાસપાસેના ખૂબા એકબીજાના પૂરક હોય છે.

**ઉદાહરણ 5 :** સમાંતરબાજુ ચતુર્ભુષણ RING(આકૃતિ 3.28)માં, જે  $m\angle R = 70^\circ$  હોય તો બીજા ખૂબાનાં માપ શોધો.

**ઉકેલ :** અહીં  $m\angle R = 70^\circ$  આપેલ છે.

આથી  $m\angle N = 70^\circ$  થાય.

કારણ કે,  $\angle R$  અને  $\angle N$  સમાંતરબાજુ ચતુર્ભુષણના સામસામેના ખૂબા છે.



આકૃતિ 3.27



આકૃતિ 3.28

હવે  $\angle R$  અને  $\angle I$  એકબીજાના પૂરકકોણ હોવાથી  $m\angle I = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$

અને  $m\angle G = 110^\circ$ ,  $\angle G$  અને  $\angle I$  સામસામેના ખૂબા હોવાથી

આથી,  $m\angle R = m\angle N = 70^\circ$  અને  $m\angle I = m\angle G = 110^\circ$



## વિચારો, ચર્ચા કરો અને લખો

$m\angle R = m\angle N = 70^\circ$  દર્શાવ્યા બાદ, બીજુ કોઈ રીતે  $m\angle I$  અને  $m\angle G$  નું માપ શોધી શકાય ?

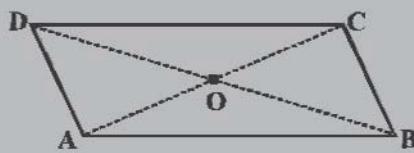
### 3.4.6 સમાંતરબાજુ ચતુર્ભોણના વિકર્ષણ

સામાન્ય રીતે સમાંતરબાજુ ચતુર્ભોણના વિકર્ષણના માપ સમાન હોતા નથી. (શું તમે આ તમારી અગાઉની પ્રવૃત્તિઓમાં ચકાસ્યું ?) છતાં પણ સમાંતરબાજુ ચતુર્ભોણના વિકર્ષણ એક વિશિષ્ટ ગુણધર્મ ધરાવે છે.

#### આટલું કરો



સમાંતરબાજુ ચતુર્ભોણનો એક કાપેલો ટુકડો (ધારો કે ABCD) લો. તેના વિકર્ષણ એકબીજાને બિંદુ Oમાં છેદે છે.



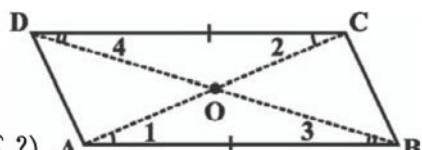
આકૃતિ 3.29

બિંદુ C, બિંદુ A પર આવે તે રીતે ગરી વાળીને  $\overline{AC}$  નું મધ્યબિંદુ શોધો. શું આ મધ્યબિંદુ, બિંદુ O છે ?

શું આ બતાવે છે કે વિકર્ષણ  $\overline{DB}$ , વિકર્ષણ  $\overline{AC}$  ને બિંદુ Oમાં દુભાગે છે ? તમારા ભિત્રો સાથે આની ચર્ચા કરો અને  $\overline{DB}$  નું મધ્યબિંદુ ક્યાં મળશે તે શોધવા આ પ્રવૃત્તિ ફરી કરો.

**ગુણધર્મ :** સમાંતરબાજુ ચતુર્ભોણના વિકર્ષણ એકબીજાને (તેમના છેદબિંદુમાં જ) દુભાગે છે.

ઉપરોક્ત ગુણધર્મને તાર્કિક દલીલોથી પુરવાર કરવો મુશ્કેલ નથી. આકૃતિ 3.30 માં એકરૂપતાની ખૂબાખૂ (ASA) શરતનો ઉપયોગ કરવાથી આપણે જોઈ શકીએ કે



આકૃતિ 3.30

$\Delta AOB \cong \Delta COD$  (અહીં ખૂબાખૂ શરત કેવી રીતે ઉપયોગી થઈ ?) તેથી  $AO = CO$  અને  $BO = DO$ .

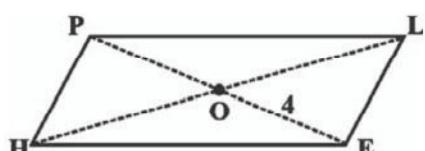
**ઉદાહરણ 6 :** આકૃતિ 3.31 માં, HELP એક સમાંતરબાજુ ચતુર્ભોણ છે (લંબાઈ સેમીમાં આપેલ છે). અહીં  $OE = 4$  અને  $HL = 8 + 5 = 13$ . તો  $OH$  શોધો.

**ઉકેલ :** જો,  $OE = 4$  હોય તો  $OP = 4$  (કેમ ?)

તેથી,  $PE = 8$  (કેમ ?)

આથી,  $HL = 8 + 5 = 13$

માટે,  $OH = \frac{1}{2} \times 13 = 6.5$  (સેમી)



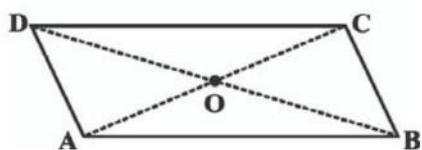
આકૃતિ 3.31

### સ્વાધ્યાય 3.3

- સમાંતરબાજુ ચતુર્ભોણ ABCD આપેલ છે. દરેક વિધાનને તેમાં ઉપયોગ કરવામાં આવેલ વ્યાખ્યા અથવા ગુણધર્મનો ઉપયોગ કરીને પૂરું કરો.

(i)  $AD = \dots$  (ii)  $\angle DCB = \dots$

(iii)  $OC = \dots$  (iv)  $m\angle DAB + m\angle CDA = \dots$



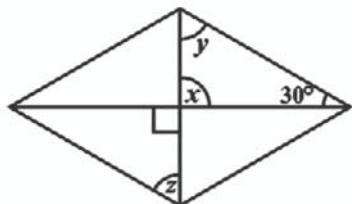
2. નીચેના સમાંતરબાજુ ચતુર્ભુજમાં  $x$ ,  $y$  અને  $z$  નાં મૂલ્ય શોધો.



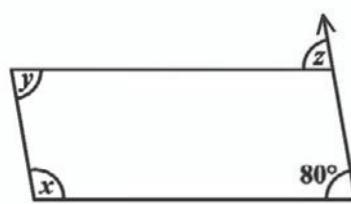
(i)



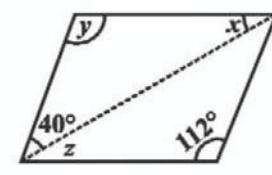
(ii)



(iii)



(iv)



(v)

3. શું ચતુર્ભુજ અને  $ABCD$ , સમાંતરબાજુ ચતુર્ભુજ થઈ શકે, જો .....

(i)  $\angle D + \angle B = 180^\circ$  ?

(ii)  $AB = DC = 8$  સેમી,  $AD = 4$  સેમી અને  $BC = 4.4$  સેમી ?

(iii)  $\angle A = 70^\circ$  અને  $\angle C = 65^\circ$  ?

4. એક એવા ચતુર્ભુજની કાચી (Rough) આકૃતિ દોરો કે જે સમાંતરબાજુ ચતુર્ભુજ ના હોય પરંતુ સામસામેના ખૂણાની એક જોડ સમાન હોય.

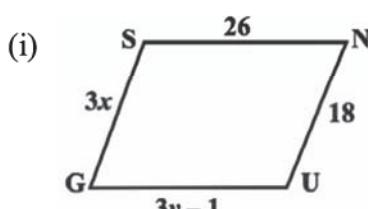
5. સમાંતરબાજુ ચતુર્ભુજમાં બે પાસપાસેના ખૂણાના માપનો ગુણોત્તર 3:2 છે, તો ચતુર્ભુજના બધા જ ખૂણાના માપ શોધો.

6. એક સમાંતરબાજુ ચતુર્ભુજના પાસપાસેના ખૂણાની એક જોડના ખૂણાના માપ સમાન છે. તો ચતુર્ભુજના બધા જ ખૂણાના માપ શોધો.

7. આકૃતિમાં એક સમાંતરબાજુ ચતુર્ભુજ HOPE દર્શાવેલ છે.  $x$ ,  $y$ ,  $z$  ખૂણાના માપ શોધો. ખૂણો શોધવા કયા ગુણધર્મનો ઉપયોગ કર્યો છે તે જણાવો.

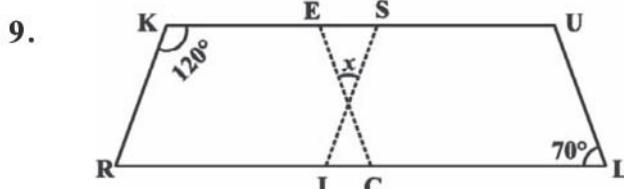
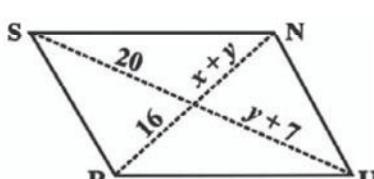
8. નીચેની આકૃતિ GUNS અને RUNS સમાંતરબાજુ ચતુર્ભુજ છે.

$x$  અને  $y$  શોધો. (લંબાઈ સેમીમાં છે.)



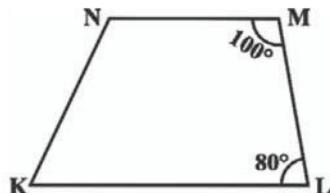
(i)

(ii)

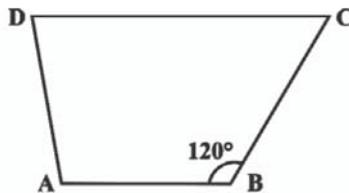


ઉપરની આકૃતિમાં RISK અને CLUE સમાંતરબાજુ ચતુર્ભુજ છે, તો  $x$  શોધો.

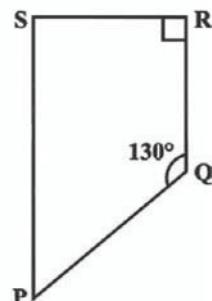
10. નીચેની આકૃતિ સમલંબ ચતુર્ભોગ કેવી રીતે છે, તે સમજાવો. કઈ બે બાજુ પરસ્પર સમાંતર છે ? (આકૃતિ 3.32)



આકૃતિ 3.32



આકૃતિ 3.33



આકૃતિ 3.34

11. આકૃતિ 3.33 માં, જો  $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$  હોય, તો  $m\angle C$  શોધો.  
12. આકૃતિ 3.34 માં, જો  $\overline{SP} \parallel \overline{RQ}$  હોય, તો  $\angle P$  અને  $\angle S$ નું માપ શોધો. (જો તમે  $m\angle R$  શોધતા હોય, તો શું,  $m\angle P$  શોધવાની અન્ય પદ્ધતિઓ હશે ?)



4YP7HF

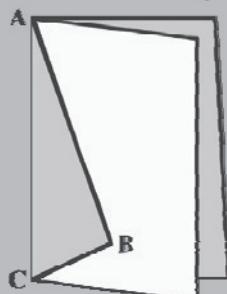
### 3.5 વિશિષ્ટ સમાંતરબાજુ ચતુર્ભોગ

#### 3.5.1 સમબાજુ ચતુર્ભોગ (Rhombus)

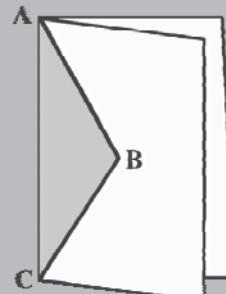
પતંગાકાર ચતુર્ભોગની (જે સમાંતરબાજુ ચતુર્ભોગ નથી) એક વિશેષ સ્થિતિમાં આપણાને સમબાજુ ચતુર્ભોગ (તમે જોશો, કે તે સમાંતરબાજુ ચતુર્ભોગ હશે) મળે છે.

#### આટલું કરો

તમે પોતે બનાવેલ પતંગાકાર ચતુર્ભોગને યાદ કરો.



પતંગ-કાપ



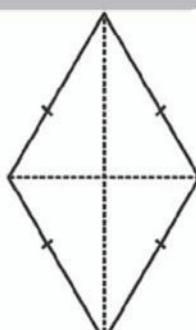
સમબાજુ ચતુર્ભોગ-કાપ

જ્યારે તમે ABCની દિશામાં કાગળને કાપીને ખોલો છો ત્યારે તમને પતંગાકાર ચતુર્ભોગ મળે છે. અહીં AB અને BCની લંબાઈ અલગ-અલગ છે. હવે જો તમે  $AB = BC$  દોરો, તો મળેલ પતંગાકાર ચતુર્ભોગને, સમબાજુ ચતુર્ભોગ કહેવાય.

ધ્યાન રાખો, સમબાજુ ચતુર્ભોગમાં બધી જ બાજુની લંબાઈ સમાન હોય છે, પરંતુ પતંગાકાર ચતુર્ભોગમાં આ આવશ્યક નથી. સમબાજુ ચતુર્ભોગ એક એવો ચતુર્ભોગ છે કે જેમાં બધી જ બાજુની લંબાઈ સમાન હોય છે. હવે, સમબાજુ ચતુર્ભોગમાં સામસામેની બાજુની લંબાઈ સમાન હોવાથી તે સમાંતરબાજુ ચતુર્ભોગ પણ થાય. તેથી સમબાજુ ચતુર્ભોગ સમાંતરબાજુ ચતુર્ભોગ અને પતંગ બંનેના બધા જ ગુણધર્મ ધરાવે છે. તેમની યાદી બનાવવાનો પ્રયત્ન કરો. ત્યાર બાદ, તમે બનાવેલ યાદીને આ પુસ્તકમાં આપેલ યાદી સાથે સરખાવો.



પતંગાકાર ચતુર્ભોગ



સમબાજુ ચતુર્ભોગ

સમબાજુ ચતુર્ભોગનો સૌથી અગત્યનો ગુણધર્મ તેના વિકર્ષ વિશે છે.

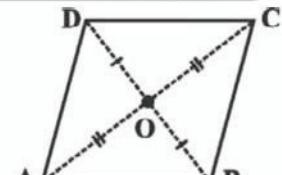
ગુણધર્મ : સમબાજુ ચતુર્ભોગના વિકર્ષ એકબીજાને કાટખૂણો દુભાગે છે.

## આટલું કરો

સમબાજુ ચતુર્ભોગની કાગળની એક પ્રતિકૃતિ લો. હવે આ કાગળની ગડી વાળી અને ચકાસો કે બે વિકર્ષનું છેદબિંદુ એ જ તેમનું મધ્યબિંદુ છે કે નહીં? કાટખૂણિયાનો ઉપયોગ કરીને ચકાસો કે બે વિકર્ષ એકબીજાને કાટખૂણે છેદે છે.



અહીં આ ગુણધર્મને તાર્કિક દલીલોથી પુરવાર કરતું એક રેખાચિત્ર આપેલ છે. ABCD એક સમબાજુ ચતુર્ભોગ (આકૃતિ 3.35) છે. તેથી, તે એક સમાંતરબાજુ ચતુર્ભોગ પણ છે. તેના વિકર્ષ એકબીજાને દુભાગે છે. માટે,  $OA = OC$  અને  $OB = OD$  થાય. અહીં,  $m\angle AOD = m\angle COD = 90^\circ$  સાબિત કરવાનું છે.



આકૃતિ 3.35

એકરૂપતાની બાબાબા (SSS) શરતને આધારે

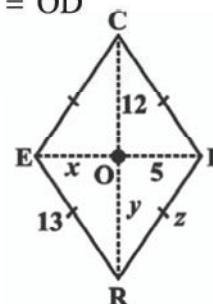
$$\Delta AOD \cong \Delta COD$$

$$\text{માટે} \quad m\angle AOD = m\angle COD$$

હવે  $\angle AOD$  અને  $\angle COD$ , રૈખિક જોડના ખૂણા હોવાથી,

$$m\angle AOD = m\angle COD = 90^\circ$$

અહીં  $AO = CO$  (કેમ ?)  
 $AD = CD$  (કેમ ?)  
 $OD = OD$



આકૃતિ 3.36

**ઉદાહરણ 7 :**

RICE સમબાજુ ચતુર્ભોગ છે (આકૃતિ 3.36).  $x, y, z$  શોધો અને તેની સત્યાર્થીતા પુરવાર કરો.

**ઉકેલ :**

$$x = OE$$

$$y = OR$$

$z =$  સમબાજુ ચતુર્ભોગની બાજુ છે

$$= OI \text{ (વિકર્ષ દુભાગે છે)} = OC \text{ (વિકર્ષ દુભાગે છે)} = 13 \text{ (બધી બાજુઓ સમાન હોય)}$$

$$= 5$$

$$= 12$$

$$z = 13$$

### 3.5.2 લંબચોરસ (Ractangle)

લંબચોરસ એક સમાન માપના ખૂણા ધરાવતો સમાંતરબાજુ ચતુર્ભોગ છે. (આકૃતિ 3.37)

ઉપરની વ્યાખ્યાનો અર્થ શું થાય? તમારા મિત્રો જોડે ચર્ચા કરો.

હવે જો, લંબચોરસના બધા જ ખૂણાના માપ સમાન હોય તો દરેક ખૂણાનું માપ કેટલું હશે?

ધારો કે દરેક ખૂણાનું માપ  $x^\circ$  છે.

$$\text{તેથી, } 4x^\circ = 360^\circ \quad (\text{કેમ ?})$$

$$\therefore x^\circ = 90^\circ$$

તેથી, લંબચોરસનો દરેક ખૂણો કાટખૂણો હોય છે.

આમ લંબચોરસ, એક સમાંતરબાજુ ચતુર્ભોગ છે. જેના બધા જ ખૂણા કાટખૂણા હોય છે.

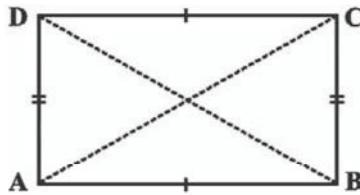
સમાંતરબાજુ ચતુર્ભોગ હોવાને લીધે લંબચોરસની સામસામેની બાજુઓ સમાન લંબાઈની હોય છે તથા તેના વિકર્ષ એકબીજાને દુભાગે છે.



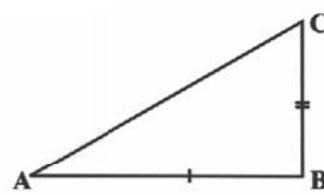
આકૃતિ 3.37

લંબચોરસમાં વિકર્ષણી લંબાઈ અસમાન હોઈ શકે ? (ચકાસો); તમને આશ્રય થશે કે લંબચોરસ(વિશેષ હોવાથી)ના વિકર્ષણ સમાન લંબાઈના હોય છે.

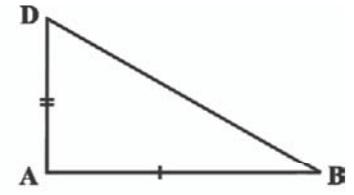
**ગુણધર્મ :** લંબચોરસના વિકર્ષણી લંબાઈ સમાન હોય છે.



આકૃતિ 3.38



આકૃતિ 3.39



આકૃતિ 3.40

આ પુરવાર કરવું એકદમ સરળ છે. જો ABCD લંબચોરસ હોય (આકૃતિ 3.38) અને તેમાં બનતા ત્રિકોણ ABC અને ત્રિકોણ ABD (અનુક્રમે આકૃતિ 3.39 અને 3.40)નું અલગ-અલગ નિરીક્ષણ કરતાં આપણાને

$$\Delta ABC \cong \Delta ABD \text{ મળે}$$

કરણ કે,	$AB = AB$	(સામાન્ય બાજુ)
	$BC = AD$	(કેમ ?)
	$m\angle A = m\angle B = 90^\circ$	(કેમ ?)

આ એકરૂપતા બાખૂબા (SAS) શરતને અનુસરે છે.

$$\text{તથી } AC = BD$$

અને લંબચોરસમાં વિકર્ષણ સમાન લંબાઈના હોવા ઉપરાંત એકબીજાને દુભાગે પણ છે. (કેમ ?)

**ઉદાહરણ 8 :** RENT, લંબચોરસ છે. તેના વિકર્ષણ પરસ્પર બિંદુ O માં છેદ છે. જો  $OR = 2x + 4$  અને  $OT = 3x + 1$  હોય, તો  $x$  શોધો.

**ઉકેલ :**  $\overline{OT}$  ની લંબાઈ, વિકર્ષણ  $\overline{TE}$  ની

લંબાઈથી અર્ધી છે અને  $\overline{OR}$  ની લંબાઈ,  
વિકર્ષણ  $\overline{RN}$  કરતાં અર્ધી છે. બંને વિકર્ષણની  
લંબાઈ સમાન છે. (કેમ ?)

તથી, તેમના અર્ધી ભાગ પણ સમાન લંબાઈના થાય.

$$\text{માટે, } 3x + 1 = 2x + 4$$

$$\therefore x = 3$$

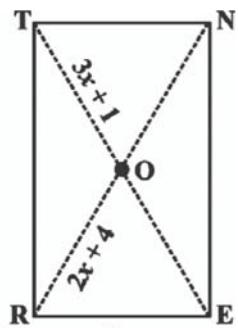
### 3.5.3 ચોરસ (Square)

ચોરસ, એક સમાન લંબાઈવાળી બાજુ ધરાવતો લંબચોરસ છે.

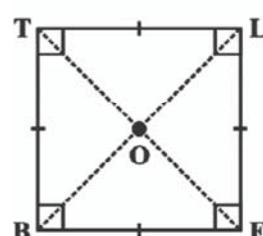
આમ ચોરસ, લંબચોરસના બધા જ ગુણધર્મો ધરાવે છે તેમજ બધી જ બાજુની લંબાઈ સમાન હોવાનો એક વધારાનો ગુણધર્મ પણ ધરાવે છે.

લંબચોરસની જેમ જ ચોરસના વિકર્ષણ પણ સમાન લંબાઈના હોય છે.

લંબચોરસના વિકર્ષણ પરસ્પર કાટખૂણો હોય તે જરૂરી નથી. (ચકાસો)



આકૃતિ 3.41



BELT એક ચોરસ છે.  $BE = EL = LT = TB$

$\angle B, \angle E, \angle L, \angle T$  કાટખૂણા છે.

$BL = ET$  અને  $\overline{BL} \perp \overline{ET}$  છે.

$OB = OL$  અને  $OE = OT$ .

### કોઈ પણ ચોરસમાં વિકર્ષા

- (i) પરસ્પર દુભાગે. (ચોરસ એક સમાંતરબાજુ ચતુર્ભોગ હોવાથી)  
(ii) સમાન લંબાઈના હોય. (ચોરસ એક લંબચોરસ હોવાથી)  
(iii) પરસ્પર લંબ હોય.

તેથી આપણને નીચે પ્રમાણેનો ગુણધર્મ મળે.

ગુણધર્મ : ચોરસના વિકર્ષા એકબીજાને કાટખૂણો દુભાગે છે.

### આટલું કરો

એક ચોરસ ટુકડો PQRS લો. (આકૃતિ 3.42) તેના વિકર્ષા પરથી તેની ગડી વાળો. શું બંને વિકર્ષાનું મધ્યબિંદુ એક જ છે? કાટખૂણીયાની મદદથી ખૂણા O નું માપ  $90^\circ$  છે કે નહીં તે ચકાસો. આ ઉપરોક્ત ગુણધર્મને સાબિત કરે છે.

આ ગુણધર્મને આપણે તાર્કિક દલીલો દ્વારા પણ સાબિત કરી શકીએ : ચોરસ ABCD ના વિકર્ષા પરસ્પર બિંદુ Oમાં છેટ છે. (આકૃતિ 3.43)

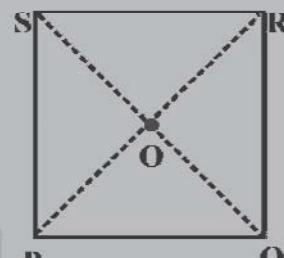
$OA = OC$  (ચોરસ એક સમાંતરબાજુ ચતુર્ભોગ હોવાથી)

એકરૂપતાની બાબાબા શરત પ્રમાણે આપણને,

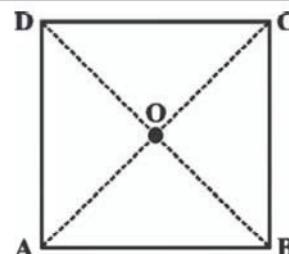
$$\Delta AOD \cong \Delta COD \text{ (કેમ ?)}$$

$$\text{માટે } m\angle AOD = m\angle COD$$

આ ખૂણાઓ રૈભિક જોડના હોવાથી દરેક ખૂણો કાટખૂણો છે.



આકૃતિ 3.42



આકૃતિ 3.43

1. નીચેનાં વિધાનો સાચાં છે કે ખોટાં તે જણાવો.

- દરેક લંબચોરસ ચોરસ છે.
- દરેક સમબાજુ ચતુર્ભોગ સમાંતરબાજુ ચતુર્ભોગ છે.
- દરેક ચોરસ સમબાજુ ચતુર્ભોગ છે તેમજ લંબચોરસ પણ છે.
- દરેક ચોરસ સમાંતરબાજુ ચતુર્ભોગ નથી.
- દરેક પતંગાકાર ચતુર્ભોગ સમબાજુ ચતુર્ભોગ છે.
- દરેક સમબાજુ ચતુર્ભોગ પતંગાકાર ચતુર્ભોગ છે.
- દરેક સમાંતરબાજુ ચતુર્ભોગ સમલંબ ચતુર્ભોગ છે.
- દરેક ચોરસ સમલંબ ચતુર્ભોગ છે.



2. એવા ચતુર્ભોગનાં નામ આપો કે જેમાં :

- ચારેય બાજુની લંબાઈ સમાન હોય. (b) ચાર કાટખૂણા હોય.

3. કેવી રીતે એક ચોરસ એ

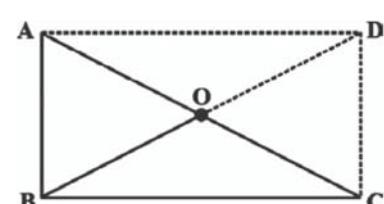
- ચતુર્ભોગ (ii) સમાંતરબાજુ ચતુર્ભોગ (iii) સમબાજુ ચતુર્ભોગ (iv) લંબચોરસ છે તે વિગતવાર સમજાવો.

4. નીચે દર્શાવ્યા મુજબ વિકર્ષા ધરાવતાં ચતુર્ભોગનાં નામ આપો.

- પરસ્પર દુભાગે (ii) પરસ્પરના લંબદ્વિભાજક હોય (iii) સમાન હોય

5. લંબચોરસ એક બહિર્મુખ ચતુર્ભોગ છે, સમજાવો.

6. કાટકોગ ત્રિકોગ ABCમાં કાટખૂણાની સામેની બાજુનું મધ્યબિંદુ O છે. શિરોબિંદુઓ A, B અને Cથી બિંદુ O કેવી રીતે સમાન અંતરે આવે છે તે સમજાવો. (અહીં તૂટક રેખાઓ તમારી સહાયતા માટે દરેક છે.)

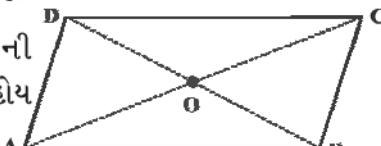
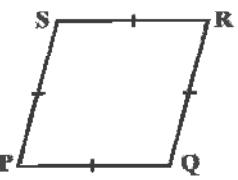
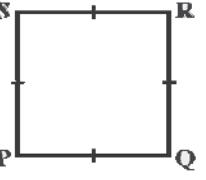
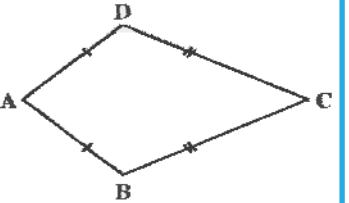




## વિચારો, ચર્ચા કરો અને લખો

- કંડિયો કોંકિટનો એક 'સ્લેબ' બનાવે છે. તે તેને લંબચોરસ બનાવવા માંગે છે. કેટલા અલગ-અલગ પ્રકારથી, તે આ 'સ્લેબ' લંબચોરસ જ છે તેવી ચકાસણી કરી શકશે ?
- સમાન લંબાઈની બાજુઓ ધરાવતા લંબચોરસ તરીકે ચોરસને વ્યાખ્યાયિત કરવામાં આવ્યો હતો. આપણે તેને સમાન ખૂણા ધરાવતાં સમબાજુ ચતુર્ભોગ તરીકે વ્યાખ્યાયિત કરી શકીએ ? સ્પષ્ટતા કરો.
- સમલંબ ચતુર્ભોગના બધા જ ખૂણા સમાન હોઈ શકે ? તેની દરેક બાજુઓ સમાન હોઈ શકે ? સ્પષ્ટતા કરો.

## આપણે શું ચર્ચા કરી ?

ચતુર્ભોગ	ગુણધર્મ
<p><b>સમાંતરબાજુ ચતુર્ભોગ :</b> સામસામેની બાજુની પ્રત્યેક જોડ સમાંતર હોય. તેવો ચતુર્ભોગ.</p> 	<p>(1) સામસામેની બાજુની લંબાઈ સમાન હોય. (2) સામસામેનાં ખૂણાનાં માપ સમાન હોય. (3) વિકર્ણ પરસ્પર દુભાગે.</p>
<p><b>સમબાજુ ચતુર્ભોગ :</b> સમાન લંબાઈની બાજુ ધરાવતો સમાંતરબાજુ ચતુર્ભોગ.</p> 	<p>(1) સમાંતરબાજુ ચતુર્ભોગના બધા જ ગુણધર્મો. (2) વિકર્ણ પરસ્પર કાટખૂણો દુભાગે.</p>
<p><b>લંબચોરસ :</b> કાટકોણ ધરાવતો સમાંતરબાજુ ચતુર્ભોગ</p> 	<p>(1) સમાંતરબાજુ ચતુર્ભોગના બધા જ ગુણધર્મો. (2) દરેક ખૂણો કાટખૂણો હોય. (3) વિકર્ણની લંબાઈ સમાન હોય.</p>
<p><b>ચોરસ :</b> સમાન લંબાઈની બાજુ ધરાવતો લંબચોરસ.</p> 	<p>સમાંતરબાજુ ચતુર્ભોગ, સમબાજુ ચતુર્ભોગ અને લંબચોરસના બધા જ ગુણધર્મો.</p>
<p><b>પતંગાકાર ચતુર્ભોગ :</b> પાસપાસેની બાજુઓની ફક્ત બે જોડ સમાન લંબાઈની હોય તેવો ચતુર્ભોગ.</p> 	<p>(1) વિકર્ણ પરસ્પર કાટખૂણો હોય. (2) એક વિકર્ણ, બીજા વિકર્ણને દુભાગે. (3) આપેલ આકૃતિમાં <math>m\angle B = m\angle D</math> પણ <math>m\angle A \neq m\angle C</math></p>