

ભૂમિતિના પાયાના ચ્યાલો



EB5XDD

4.1 પ્રાસ્તાવિક

ભૂમિતિનો લાંબો અને વિશાળ ઈતિહાસ છે. અંગ્રેજ શબ્દ Geometry એ ગ્રીક શબ્દ Geometron ના જેવો જ છે. Geo નો અર્થ પૃથ્વી અને metron નો અર્થ માપન એવો થાય છે. ઈતિહાસ દર્શાવે છે કે પ્રાચીન સમયમાં મોટે ભાગે કળા, સ્થાપત્ય અને માપનમાં ભૂમિતિનો ઉપયોગ થતો હતો. વાવેતર કરવા માટે, જમીનની હદ નક્કી કરવા માટેના પ્રસંગોમાં કોઈ પણ પ્રકારના ભેદભાવ વગર હદ નક્કી કરી શકતી. ભવ્ય મહેલો, મંદિરો, તળાવો, બંધો અને શહેરોના બાંધકામોનાં સ્થાપત્ય કળાના આ વિચારોનો ઉપયોગ થતો હતો. અરે, આજે પણ દરેક પ્રકારની કળાની રૂચનાઓમાં, માપન સ્થાપત્ય, ઈજનેરી અને કપડાં પરની ડિઝાઇનમાં ભૂમિતિના આકારો પ્રદર્શિત થાય છે. જુદા-જુદા પ્રકારની વસ્તુઓ જેવી કે પેટી, ટેબલ, ચોપડી, ટિફ્ઝિન-બોક્સ કે જે તમારા નાસ્તા માટે શાળામાં લઈ જાઓ છો, દરો કે જે તમે રમો છો આ અને બીજી વધારે વસ્તુઓનું અવલોકન કરો. બધી જ વસ્તુઓના આકાર જુદા-જુદા હોય છે, જેનો તમે ઉપયોગ કરો છો તે માપપણી અને લખો છો તે પેન્સિલ સીધી હોય છે. બંગડી, રૂપિયાનો સિક્કો અથવા દરો ગોળ દેખાય છે.



અહીં તમે એવી કેટલીક બાબતો શીખશો કે જે તમારી આજુબાજુના જુદા-જુદા આકાર સમજવામાં ઉપયોગી થશે.

4.2 બિંદુ (Points)

તીક્ષ્ણ પેન્સિલની અણી વડે કાગળ પર એક ટપકું કરો. અણી જેટલી વધારે તીક્ષ્ણ હશે, તેટલું ટપકું વધુ નાનું બનશે. જે જોઈ ન શકાય તેવું ઝીણું (બારીક) ટપકું બિંદુનો જ્યાલ આપે છે.



2F2URS

ટપકું એ માત્ર સ્થાન જ દર્શાવે છે. અહીં બિંદુની કેટલીક પ્રતિકૃતિ દર્શાવેલ છે.

તમે કાગળ પર ત્રણ ટપકાં કરો. આ ટપકાંને ઓળખ આપવી જરૂરી છે અને તે માટે તેઓને કેપિટલ અક્ષર A, B અને C વડે દર્શાવવામાં આવે છે.



પરિકરની અણી



પેન્સિલનો તીક્ષ્ણ છઠો



સોધનો તીક્ષ્ણ છઠો

• B

આ ટપકાંઓને બિંદુ A, બિંદુ B અને બિંદુ C એમ વંચાય છે.

• A

અલભત ટપકાં દેખાવમાં ખૂબ જ બારીક હોવાં જોઈએ.

• C

પ્રયત્ન કરો.

- પેન્સિલની અણી વડે પેપર પર ચાર ટપકાં દર્શાવી તેમને મૂળાક્ષર A, C, P, H વડે દર્શાવો. આ બિંદુઓનાં નામ જુદી-જુદી રીતે દર્શાવો. તેમાંની એક આ રીતે પણ દર્શાવી શકાય.

A •

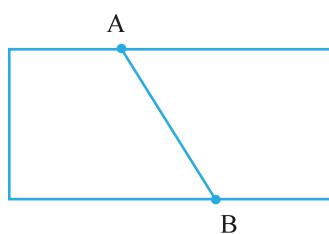
C •

P •

H •

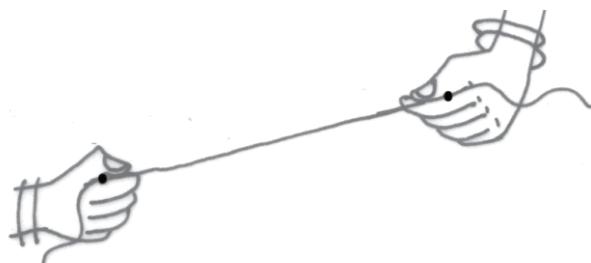
- આકાશના તારાઓ આપણાને બિંદુનો ઝ્યાલ આપે છે. તમારા રોજિંદા જીવનની આવી ચાર ઘટનાઓ શોધી કાઢો.

4.3 રેખાખંડ (Line Segment)

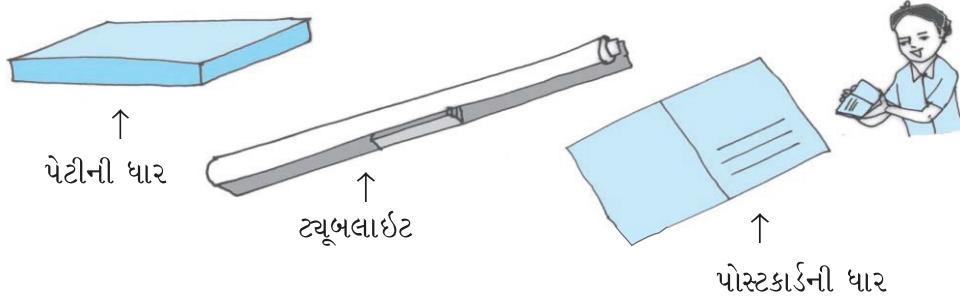


કાગળના ટુકડાને દબાણ આપીને વાળો, પછી તેને ઉકેલો. તમને ગરી દેખાશો. જે રેખાખંડનો ઝ્યાલ આપે છે. જેનાં અંત્યબિંદુઓ A અને B છે.

પાતળો દોરો લો. ઢીલો ન રહે તે રીતે બંને છેદે પકડીને તેને જેંચો. તે રેખાખંડનો ઝ્યાલ આપશો. બંને છેડા હાથમાં પકડ્યા છે. તે અંતિમ છેડાનાં બિંદુઓ રેખાખંડનાં અંત્યબિંદુઓ છે.

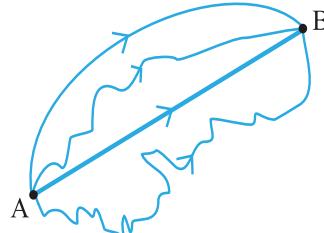


નીચે રેખાખંડની કેટલીક પ્રતિકૃતિ દર્શાવેલ છે :



તમારી આજુબાજુ જોવા મળતા રેખાખંડનાં ઉદાહરણ શોધવા પ્રયત્ન કરો.

કાગળની શીટ્સ પર બે બિંદુઓ A અને B દર્શાવો. શક્ય તેટલા જુદા-જુદા માર્ગ A અને Bને સાંકળવાનો પ્રયત્ન કરો. (આકૃતિ 4.1)



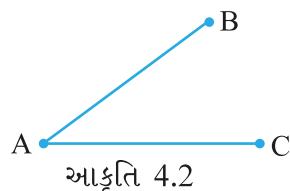
A અને B ને સાંકળતો સૌથી ટૂંકો માર્ગ કર્યો છે?

આકૃતિ 4.1

A અને B ને સાંકળો (A અને B સહિત)નો સૌથી ટૂંકો માર્ગ રેખાખંડ દર્શાવે છે. તેને \overline{AB} કે \overline{BA} વડે ઓળખવામાં આવે છે. બિંદુઓ A અને B ને રેખાખંડનાં અંત્યબિંદુઓ કહે છે.

પ્રયત્ન કરો.

- આકૃતિ 4.2માં રેખાખંડનાં નામ દર્શાવેલ છે. શું A એ દરેક રેખાખંડનું અંત્યબિંદુ છે?



4.4 રેખા (Line)

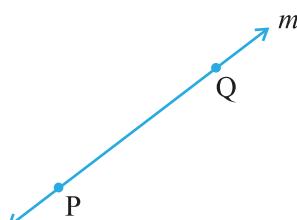
A થી B સુધીના કોઈ રેખાખંડ (એટલે કે, \overline{AB})ને A બિંદુથી એક તરફ અને B બિંદુથી બીજી દિશામાં અંત વગર લંબાવ્યો છે તેમ કલ્પો (આજુની આકૃતિ જુઓ.) તમને રેખાની એક આકૃતિ જોવા મળશે.



શું તમે વિચારી શકો કે રેખાનું પૂર્ણ ચિત્ર તમે દોરી શકો? ના. શા માટે ?

A અને B બિંદુઓ વડે રચાતી રેખાને \overleftrightarrow{AB} વડે દર્શાવવામાં આવે છે. જે બંને દિશામાં લંબાવી શકાય છે. તેથી તે અસંખ્ય બિંદુઓની બનેલી છે. (તેના વિશે વિચારો.)

રેખાની રચના માટે બે બિંદુઓ પૂરતાં છે. આપણે કહીશું કે બે બિંદુઓ રેખા નિર્ધારિત કરે છે.

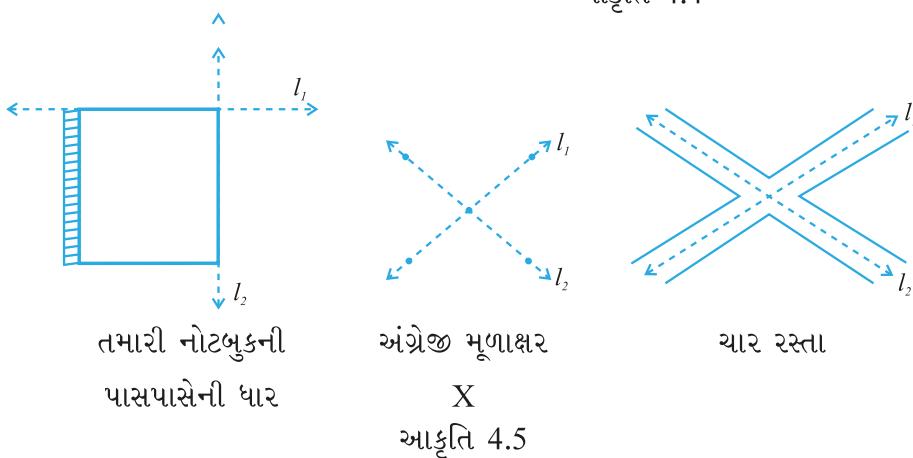
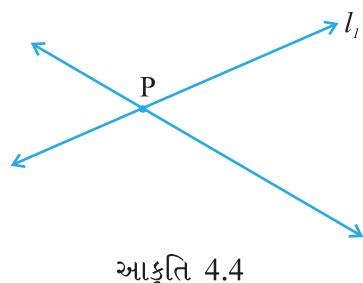


\leftrightarrow બાજુમાં આપેલ આકૃતિ 4.3 રેખા PQ ની છે. જેને PQ લખાય. કેટલીક વખત રેખાને l , m , n જેવા સંકેત વડે પણ દર્શાવવામાં આવે છે.

4.5 છેદતી રેખાઓ (Intersecting Lines)

આકૃતિ 4.4 જુઓ. બે રેખાઓ l_1 અને l_2 દર્શાવેલ છે. બંને રેખાઓ બિંદુ P માંથી પસાર થાય છે. આપણે કહીશું કે l_1 અને l_2 , P બિંદુએ છેદે છે. જો બે રેખાઓને એક સામાન્ય બિંદુ હોય, તો તે રેખાઓને છેદતી રેખાઓ કહેવાય.

નીચે કેટલીક એકબીજાને છેદતી હોય તેવી રેખાઓની જોડ આપેલ છે.
(આકૃતિ 4.5)



આ કરો :

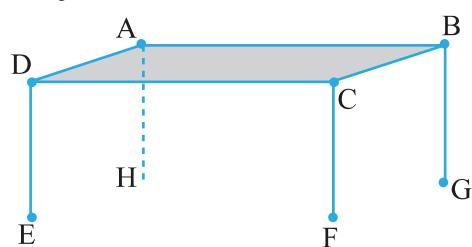
પેપરની એક શીટ લો. છેદતી રેખાઓનો ઘ્યાલ આપે તે રીતે તેની ગડી વાળી નીચેની ચર્ચા કરો :

- શું આ બે રેખાઓ એક કરતાં વધુ બિંદુઓમાં છેદી શકશે?
- બધી વધારે રેખાઓ એક બિંદુઓમાં છેદી શકશે?

4.6. સમાંતર રેખાઓ (Parallel Lines)

નીચેની આકૃતિમાં દર્શાવેલ ટેબલ જુઓ. ઉપરનો ભાગ ABCD એ સપાટ છે. તેમાં કેટલા બિંદુઓ અને રેખાખંડો જોઈ શકશો.

શું આ રેખાખંડો છેદે છે ખરા?



હા, \overline{AB} અને \overline{BC} એ B બિંદુમાં છેદે છે.

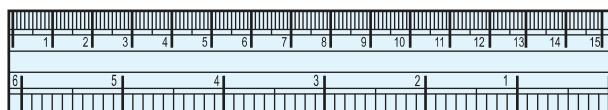
ક્યા રેખાખંડો બિંદુ A, માં ક્યા બિંદુ Bમાં અને ક્યા બિંદુ C માં છેદે છે?

શું રેખાઓ \overleftrightarrow{AD} અને \overleftrightarrow{CD} છેદે છે?

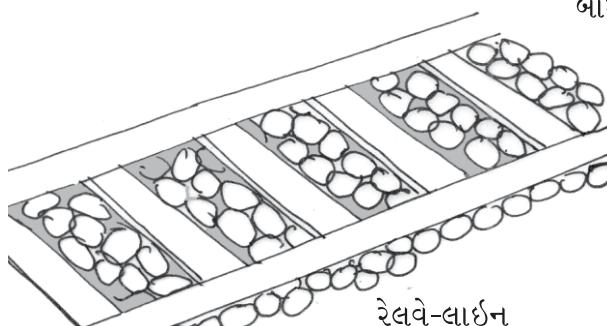
તમે જોઈ શક્યા કે ટેબલની સપાટી પરના રેખાખંડોને ગમે તેટલા લંબાવવામાં આવે તો પણ એકબીજાને મળતા નથી. \leftrightarrow \leftrightarrow AD અને BC તેમાંની એક જોડ છે. ટેબલની સપાટી પરની બીજી એક રેખાની જોડ શોધી શકશો કે જે એકબીજાને મળતી ન હોય?

વિચારો, ચર્ચો અને લખો :

તમે સમાંતર રેખાઓ બીજે ક્યાં જોઈ છે? બીજાં દસ ઉદાહરણ શોધવાનો પ્રયત્ન કરો. જો બે રેખાઓ AB અને CD રેખા સમાંતર હોય તો આપણે $AB \parallel CD$ લખીએ છીએ. જો બે રેખાઓ I_1 અને I_2 સમાંતર હોય તો $I_1 \parallel I_2$ લખાય. નીચે આપેલી આકૃતિમાંથી સમાંતર રેખાઓ તમે શોધી શકશો ખરા?



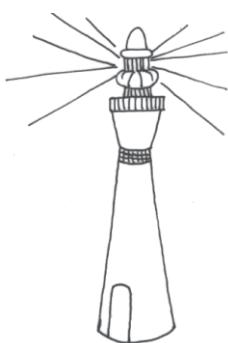
માપપણીની સામસામેની ધાર



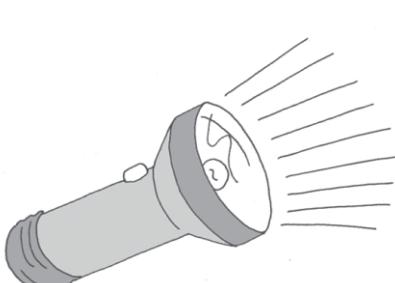
આરીના સળિયા

આ પ્રકારની રેખાઓ કે જે એકબીજાને મળતી નથી તેથી તેમને સમાંતર રેખાઓ કહે છે.

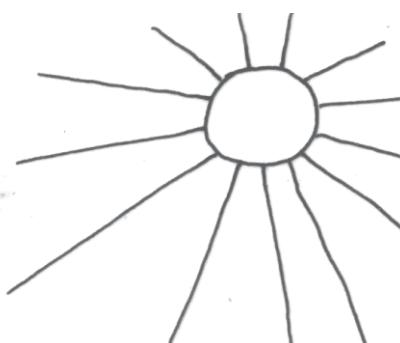
4.7 કિરણ (Ray)



દીવામાંથી નીકળતા
પ્રકાશનાં કિરણ



હાથબતીમાંથી
નીકળતાં કિરણો

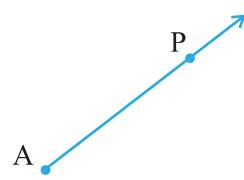


સૂર્યકિરણો

કિરણ એ રેખાનો જ એક ભાગ છે જે એક બિંદુથી ઉદ્ભવે છે. (જેને ઉદ્ભવબિંદુ કહે છે.) અને તે અનંત સુધી એક જ દિશામાં જાય છે.

આકૃતિ 4.7 જુઓ જે કિરણ દર્શાવે છે. કિરણ ઉપર બે બિંદુઓ દર્શાવવામાં આવેલ છે. જ્યાં (a) A, ઉદ્ભવબિંદુ છે. (b) P એ તેના માર્ગ પરનું બિંદુ છે.

આપણે તેને \overrightarrow{AP} તરીકે ઓળખીશું.



આકૃતિ 4.7

વિચારો, ચર્ચો અને લખો :

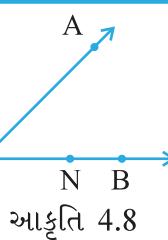
ધારો કે \overrightarrow{PQ} એ એક કિરણ છે.

- તેનું ઉદ્ભવબિંદુ ક્યું છે?
- બિંદુ Q કિરણ પર ક્યાં આવેલું છે?
- શું આપણે કહી શકીશું કે Q એ કિરણનું ઉદ્ભવબિંદુ છે?

પ્રયત્ન કરો.

- આકૃતિ 4.8માં આપેલ કિરણનાં નામ કહો.

- શું T એ આપેલા દરેક કિરણનું ઉદ્ભવબિંદુ છે?

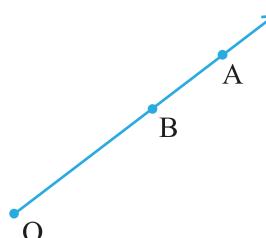


આકૃતિ 4.8

નીચે આકૃતિ 4.9 \overrightarrow{OA} કિરણ આપેલ છે. જે Oમાંથી ઉદ્ભવે છે અને બિંદુ A માંથી પસાર થાય છે. તે બિંદુ B માંથી પણ પસાર થાય છે.

તેને \overrightarrow{OB} કહી શકાશે? શા માટે?

અહીં \overrightarrow{OA} અને \overrightarrow{OB} સરખા છે.



આકૃતિ 4.9

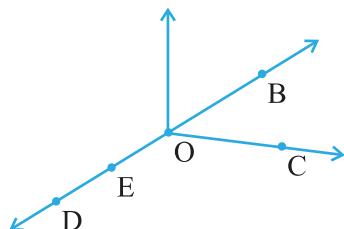
શું આપણે \overrightarrow{OA} ને \overrightarrow{AO} લખી શકીશું? શા માટે? અથવા શા માટે નહિ?

પાંચ કિરણો દોરી તેમનાં યોગ્ય નામ લખો.

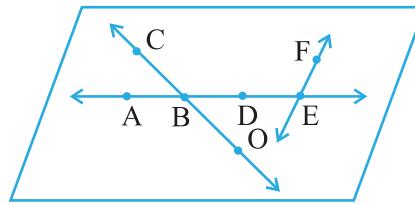


સ્વાધ્યાય 4.1

- બાજુમાં દર્શાવેલ આકૃતિનો ઉપયોગ કરીને લખો :
 - પાંચ બિંદુઓ
 - રેખા
 - ચાર કિરણો
 - પાંચ રેખાખંડો
- આપેલા ચાર મૂળાક્ષરોમાંથી દરેક વખતે માત્ર બે મૂળાક્ષરોનો ઉપયોગ કરી આપેલ રેખાના શક્ય તેટલી (બાર રીતે) રીતે નામ આપો.



3. આકૃતિનો ઉપયોગ કરીને લખો.
- E બિંદુને સમાવતી રેખાઓ
 - A બિંદુમાંથી પસાર થતી રેખાઓ
 - O બિંદુ જેમાં છે તેવી રેખા
 - એકબીજાને છેદતી હોય તેવી રેખાની બે જોડ

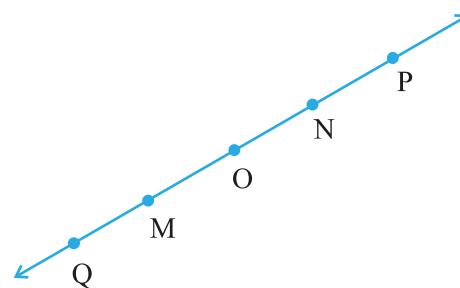


4. કેટલી રેખાઓ પસાર થાય ? (a) એક બિંદુમાંથી (b) બે બિંદુમાંથી

5. નીચેની દરેક પરિસ્થિતિને અનુરૂપ કાચી આકૃતિ દોરો :

- બિંદુ P \overleftrightarrow{AB} પર છે.
- $\leftrightarrow \leftrightarrow$ XY અને PQ, M બિંદુમાં છેદે છે.
- રેખા l પર E અને F બિંદુ છે, પણ D નથી.
- $\leftrightarrow \leftrightarrow$ OP અને OQ બિંદુ O માં મળે છે.
- નીચે \leftrightarrow MN ની આકૃતિ દોરેલ છે. આપેલી આકૃતિના આધારે આપેલાં વિધાનો સાચાં છે કે ખોટાં તે જણાવો :

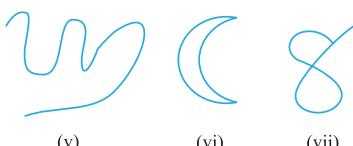
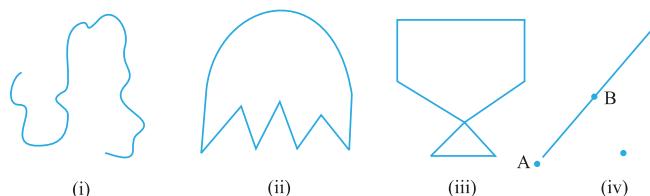
- Q, M, O, N અને P એ \overleftrightarrow{MN} પર આવેલાં છે.
- M, O અને N એ \overline{MN} પર આવેલાં છે.
- M અને N એ \overline{MN} નાં અંત્યબિંદુઓ છે.
- O અને N એ \overline{OP} નાં અંત્યબિંદુઓ છે.
- M એ \overrightarrow{QO} નું એક અંત્યબિંદુ છે.
- M એ \overrightarrow{OP} પરનું બિંદુ છે.
- \overrightarrow{OP} એ \overrightarrow{QP} થી બિન્ન છે.
- \overrightarrow{OP} અને \overrightarrow{OM} સમાન છે.
- \overrightarrow{OM} એ \overrightarrow{OP} નું વિરુદ્ધ કિરણ નથી.
- O એ \overrightarrow{OP} નું ઉદ્ભવબિંદુ નથી.
- N એ \overrightarrow{NP} અને \overrightarrow{NM} નું ઉદ્ભવબિંદુ છે.



4.8 વક્ક (Curves)



તમે ક્યારેક કાગળનો ટુકડો લઈ ને જુદા-જુદા આકાર બનાવ્યા હશે.
તમે બનાવેલા અને ચિત્રમાં દર્શાવેલા આવા આકારોને વક્ક કહે છે.



આકૃતિ 4.10

માપપદ્ધીનો ઉપયોગ કર્યા વગર તેમાંના કેટલાંક ચિત્રો પેન્સિલ ઉપાડ્યા સિવાય પણ તમે દોરી શકશો. આ બધા જ વક છે. (આકૃતિ 4.10)

હંમેશાં એવું માનવામાં આવે છે કે વકો એ સીધી રેખા નથી હોતાં. ગણિતમાં આકૃતિ 4.10 (iv)માં દર્શાવ્યા પ્રમાણે સીધી રેખા પણ વક જ છે.

આકૃતિ 4.10 ના (iii) અને (vii)નાં વકોનું અવલોકન કરતાં આ વકો એકબીજાં પરથી પસાર થાય છે. જ્યારે વક (i), (ii), (iv), (v) અને (vi)માં આમ બનતું નથી. જો વકો સ્વયં કોસ થતાં ન હોય તો તે વકોને સાદાં વકો કહે છે.

પાંચ સાદાં હોય તેવાં અને પાંચ સાદાં ન હોય તેવાં વકો દોરો. હવે આકૃતિ 4.11 જુઓ.

બંને આકૃતિઓ વચ્ચે શો તફાવત છે?

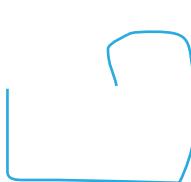
આકૃતિ 4.11(i) એ ખુલ્લો વક છે, જ્યારે

આકૃતિ 4.11 (ii) એ બંધ વક છે. 4.10ની

આકૃતિ (i), (ii), (v) અને (vi) માંથી તમે શોધી

શકશો કે કયા ખુલ્લા અને કયા બંધ વક છે?

પાંચ વકો દોરો કે જે દરેક ખુલ્લાં અને બંધ હોય.



(i)



(ii)

આકૃતિ 4.11

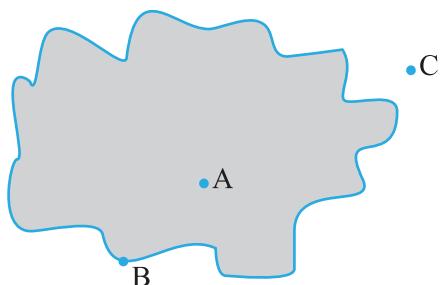
આકૃતિમાં સ્થાન

ટેનિસ કોર્ટમાંની કોર્ટ રેખા તેને ત્રણ ભાગમાં વહેંચે છે. રેખાની અંદરનો, રેખા પરનો અને રેખાની બહારનો. લીટીને કોસ કર્યા વગર તમે અંદર જઈ શકતા નથી.

રોડથી તમારા ઘરના કંપાઉન્ડની દીવાલ અલગ હોય છે. તેથી તમે કંપાઉન્ડની અંદરની બાજુ, કંપાઉન્ડની હદ અને કંપાઉન્ડની બહારની બાજુ તેમ તમે કહો છો.

આ જ રીતે બંધ વકના ત્રણ ભાગ છે :

- વકનો અંદરનો ભાગ
- વકની હદ
- વકનો બહારનો ભાગ

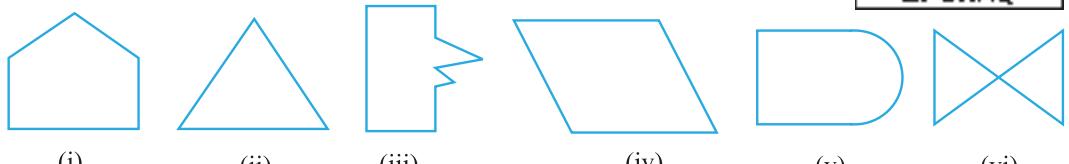


આકૃતિ 4.12

આકૃતિ 4.12માં A એ અંદરનો C એ બહારનો અને B એ વક પરનો ભાગ છે. હદ સાથેના અંદરના ભાગને પ્રદેશ કહેવામાં આવે છે.

4.9 બહુકોણ (Polygons)

નીચે આપેલી 4.13 આકૃતિ (i), (ii), (iii), (iv), (v) અને (vi) જુઓ.



આકૃતિ 4.13

તમે શું કહી શકશો? શું તેઓ બંધ છે? તેમાંની દરેક બીજા કરતાં કેવી રીતે જુદી પડે છે.

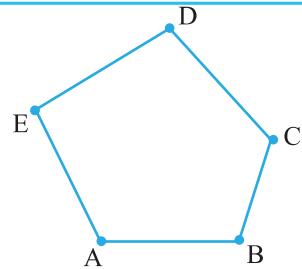
(i), (ii), (iii) અને (iv) એ વિશિષ્ટ છે, કારણ કે તે સંપૂર્ણ રીતે રેખાખંડોની જ બનેલી છે.
તેઓને બહુકોણ કહેવામાં આવે છે.

બહુકોણ એ એવી બંધ આકૃતિ છે કે જે સંપૂર્ણ રીતે રેખાખંડોની જ બનેલી હોય છે. દસ જુદા-જુદા આકારના બહુકોણ દોરો.

આ કરો :

નીચેનાનો ઉપયોગ કરી બહુકોણ બનાવવાનો પ્રયત્ન કરો :

1. પાંચ દીવાસળીઓથી
2. ચાર દીવાસળીઓથી
3. ત્રણ દીવાસળીઓથી
4. બે દીવાસળીઓથી



આકૃતિ 4.14

બાજુઓ (Sides), શિરોબિંદુઓ (Vertices) અને વિકર્ષો (Diagonals)

ઉપર આપેલી આકૃતિ 4.14નું અવલોકન કરો. સમર્થન આપો કે તે બહુકોણ છે.

બહુકોણની રચના કરતા રેખાખંડોને તેની બાજુઓ કહેવામાં આવે છે.

બહુકોણ ABCDEની બાજુઓ કઈ છે? (જુઓ કે ખૂબાઓનાં નામ કમમાં કેવી રીતે આપવામાં આવ્યાં છે?)

બાજુઓ \overline{AB} , \overline{BC} , \overline{CD} , \overline{DE} અને \overline{EA} છે.

બાજુઓની જોડ જે બિંદુએ મળે છે તે બિંદુને શિરોબિંદુ કહે છે. બાજુઓ \overline{AE} અને \overline{ED} એ E બિંદુએ મળે છે તેથી E એ બહુકોણ ABCDE નું શિરોબિંદુ છે. બિંદુ B અને C એ બીજાં શિરોબિંદુઓ છે. આ બિંદુઓએ મળતી હોય તેવી બાજુઓનાં નામ તમે આપી શકશો?

જે બે બાજુઓને સામાન્ય અંત્યબિંદુ હોય તે બાજુઓને બહુકોણની પાસપાસેની બાજુઓ કહે છે.

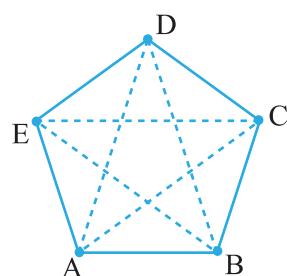
બાજુઓ \overline{AB} અને \overline{BC} પાસપાસેની બાજુઓ છે? \overline{AE} અને \overline{CD} વિશે શું કહી શકાય?

બહુકોણની દરેક બાજુઓનાં અંત્યબિંદુઓને તે બહુકોણના પાસપાસેના બિંદુઓ કહેવાય. શિરોબિંદુ E અને D પાસપાસેનાં બિંદુઓ છે. જ્યારે શિરોબિંદુ A અને D પાસપાસેનાં બિંદુઓ નથી. તે શા માટે નથી તે તમે જોઈ શકો છો?

એવાં શિરોબિંદુઓની જોડ વિચારો કે જે પાસપાસેના ના હોય. આ શિરોબિંદુઓને જોડતાં મળતાં રેખાખંડને બહુકોણનો વિકર્ષ કહેવામાં આવે છે.

આકૃતિ 4.15માં \overline{AC} , \overline{AD} , \overline{BD} , \overline{BE} અને \overline{CE} છે. એ વિકર્ષ છે.

શું \overline{BC} એ વિકર્ષ છે? શા માટે અને શા માટે નહિ?



આકૃતિ 4.15

જો તમે પાસપાસેનાં બિંદુઓને જોડવા પ્રયત્ન કરશો તો તમને વિકર્ષા મળશે ખરો? આકૃતિ 4.15ની બધી જ બાજુઓ, પાસપાસેની બાજુઓ અને પાસપાસેનાં શિરોબિંદુઓ લખો.

ABCDEFGH બહુકોણ દોરો. તેની બધી જ બાજુઓ, પાસપાસેની બાજુઓ અને શિરોબિંદુઓ તથા આ બહુકોણના વિકર્ષા લખો.

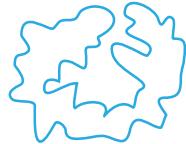


સ્વાધ્યાય 4.2

1. નીચેના વકનું (i) ખુલ્લા અને (ii) બંધ વકમાં વર્ગીકરણ કરો :



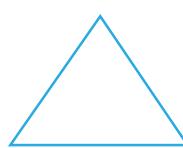
(a)



(b)



(c)



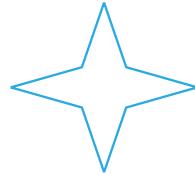
(d)



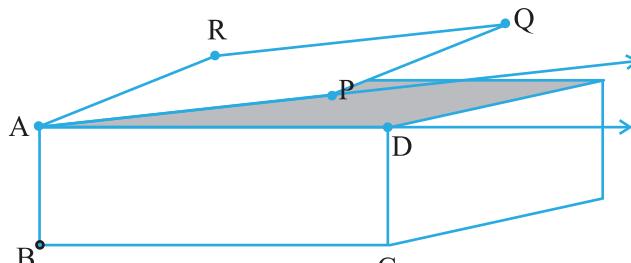
(e)

2. નીચેની પરિસ્થિતિ દર્શાવી રફ આકૃતિ દોરો :

- (a) ખુલ્લો વક (b) બંધ વક
 3. કોઈ પણ બહુકોણ દોરી તેનો અંદરનો ભાગ છાયાંકિત કરો.
 4. નીચે આપેલી આકૃતિ પરથી પ્રશ્નોના જવાબ આપો :
 (a) શું તે વક છે? (b) શું તે બંધ છે?
 5. જો શક્ય હોય તો નીચેની પરિસ્થિતિ દર્શાવતી રફ આકૃતિ દોરો :
 (a) બંધ વક કે જે બહુકોણ ન હોય.
 (b) ખુલ્લો વક કે જે સંપૂર્ણપણે રેખાખંડનો બનેલો હોય.
 (c) બે બાજુવાળો બહુકોણ



4.10 ખૂણો (Angle)



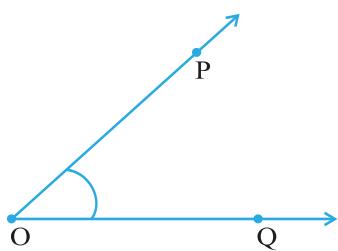
આકૃતિ 4.16

અહીં આકૃતિ 4.16માં પેટીની ટોચે મિજાગરાથી જોડાયેલું ઢાંકણા છે. પેટીની ધાર AD અને ઢાંકણાની ધાર AP ને અનુક્રમે \vec{AD} અને \vec{AP} તરીકે કદ્યો. આ બંને કિરણોનું સામાન્ય અંત્યબિંદુ A છે. આ બંને કિરણો અહીં લેગાં મળી ખૂણાની રૂચના કરે છે.

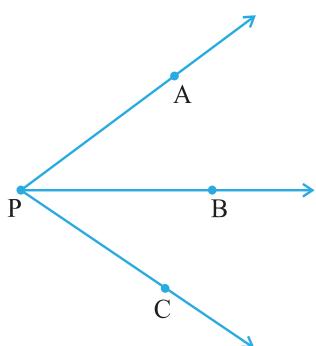
ખૂણો રૂચતાં બે કિરણો

સામાન્ય અંત્યબિંદુમાંથી ઉદ્ભવતાં હોય છે. ખૂણો રૂચતાં બે કિરણોને ખૂણાના ભૂજ અથવા બાજુઓ કહેવામાં આવે છે. સામાન્ય બિંદુને ખૂણાનું શિરોબિંદુ (ઉદ્ભવબિંદુ) કહે છે.

આકૃતિ 4.17માં દર્શાવેલ ખૂણો \vec{OP} અને \vec{OQ} વડે રૂચાય છે. આ બતાવવા માટે



આકૃતિ 4.17



આકૃતિ 4.18

શિરોબિંદુ આગળ નાના વકનો ઉપયોગ કરીશું. (આકૃતિ 4.17) O એ શિરોબિંદુ છે. બાજુઓ કઈ-કઈ છે? તે \overrightarrow{OP} અને \overrightarrow{OQ} નથી?

આપણે આ ખૂણાને નામ કેવી રીતે આપીશું? આપણે સરળતાથી કહી શકીશું કે અહીં O આગળનો ખૂણો છે. ખૂણાના નામની વધારે સ્પષ્ટતા માટે આપણે એવાં બિંદુઓ વિચારીએ કે દરેક બાજુ પરનું એક-એક બિંદુ હોય અને એક શિરોબિંદુ હોય. ખૂણા POQ ને સરળતાથી દર્શાવી શકાશે. જેને આપણે સંકેતમાં $\angle POQ$ વડે દર્શાવીશું.

વિચારો, ચર્ચો અને લખો :

આકૃતિ 4.18 જુઓ. તેમાંના ખૂણાનું નામ શું છે? તેને $\angle P$ કહીશું? તેને બીજી રીતે દર્શાવી શકાય? $\angle P$ નો અર્થ આપણે શું કરીએ છીએ? અહીં ખૂણાને દર્શાવવા માટે શિરોબિંદુ આપણાને ઉપયોગી થશે? શા માટે?

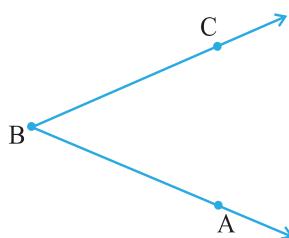
$\angle P$ નો અર્થ $\angle APB$, $\angle CPB$ અથવા $\angle APC$ થાય

તે નક્કી કરવા વધુ માહિતીની જરૂર પડશે :

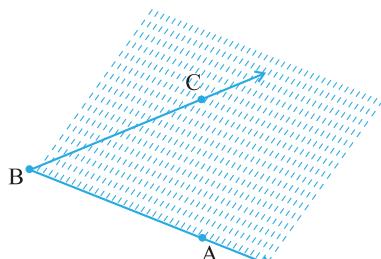
યાદ રાખો કે ખૂણો દર્શાવીએ ત્યારે શિરોબિંદુ દર્શાવતો મૂળાક્ષર હંમેશાં વચ્ચે લખવામાં આવે છે.

આ કરો :

કોઈ ખૂણો દોરી તેને $\angle ABC$ વડે દર્શાવો.



\overrightarrow{BA} થી \overrightarrow{BC} તરફના ભાગને આકૃતિમાં દર્શાવ્યા પ્રમાણે છાયાંકિત કરો.



હવે બીજા કોઈ રંગ વડે આપેલા ખૂણાના \overrightarrow{BC} થી
 \overrightarrow{BA} તરફના ભાગને છાયાંકિત કરો.



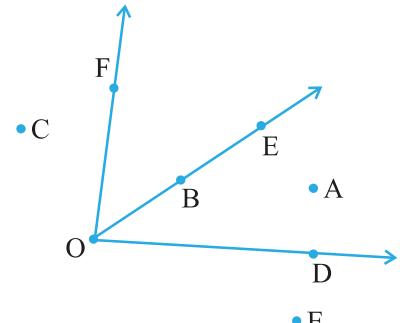
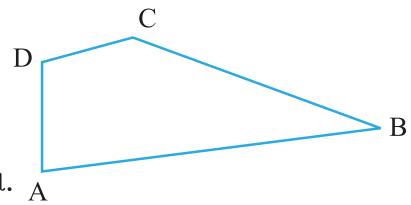
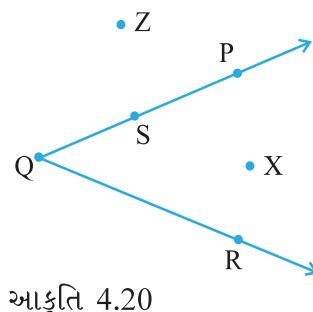
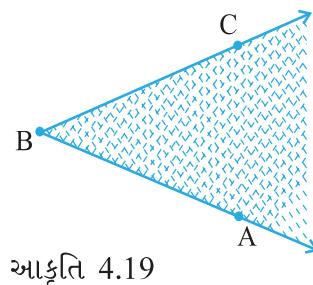
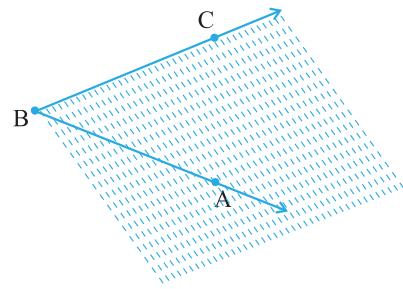
છાયાંકિત કરેલ બંને આકૃતિઓના સામાન્ય ભાગને $\angle ABC$ નો અંદરનો ભાગ કહે છે. (નોંધો કે અંદરનો ભાગ એ પ્રતિબંધિત વિસ્તાર નથી. બંને બાજુને અનંત સુધી વિસ્તારી શકાય તેમ તેને પણ અનંત સુધી વિસ્તારી શકાય.)

આકૃતિ 4.20માં X એ ખૂણાના અંદરના ભાગમાં આવેલું બિંદુ છે. Z એ અંદરનું બિંદુ નથી, પણ ખૂણાના બહારના ભાગમાં આવેલું છે અને S એ $\angle PQR$ પર આવેલું બિંદુ છે. આમ ખૂણો તેની સાથે ગ્રાફ ભાગને જોડે છે.



સ્વાધ્યાય 4.3

1. બાજુમાં આપેલ આકૃતિ પરથી ખૂણા લખો :
2. બાજુમાં આપેલી આકૃતિ પરથી માંગેલાં બિંદુઓ લખો.
 - (a) $\angle DOE$ નું અંદરનું બિંદુ
 - (b) $\angle EOF$ નાં બહારનાં બિંદુઓ
 - (c) $\angle EOF$ પરનાં બિંદુઓ
3. નીચેની પરિસ્થિતિ દર્શાવતી બે ખૂણાઓની કાચી આકૃતિ દોરો :
 - (a) બંનેમાં એક સામાન્ય બિંદુ હોય.
 - (b) બે સામાન્ય બિંદુઓ હોય.
 - (c) ગ્રાફ સામાન્ય બિંદુઓ હોય.
 - (d) ચાર સામાન્ય બિંદુઓ હોય.
 - (e) એક કિરણ સામાન્ય હોય.



4.11 ત્રિકોણ (Triangle)



ત્રિકોણ એ ત્રણ બાજુઓવાળો બહુકોણ છે. હકીકતમાં તે સૌથી ઓછી બાજુ ધરાવતો બહુકોણ છે.

આકૃતિ 4.21માં દોરેલ ત્રિકોણ જુઓ. આપણે ત્રિકોણ ABCની જગ્યાએ ΔABC લખીશું.

અહીં ΔABC માં કેટલી બાજુઓ અને કેટલા ખૂણા છે?

ત્રિકોણને ત્રણ બાજુઓ \overline{AB} , \overline{BC} અને \overline{CA} છે.

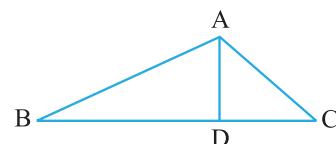
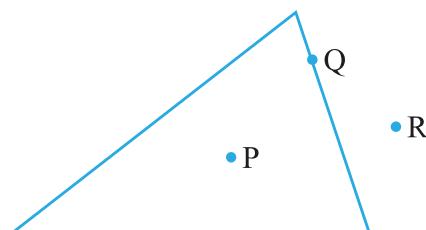
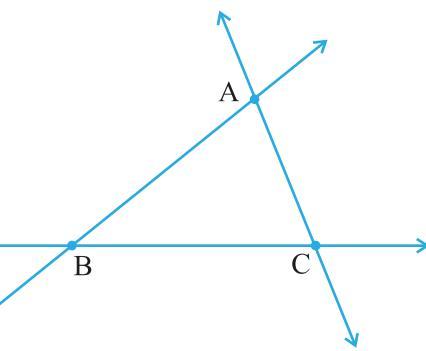
તેને ત્રણ ખૂણાઓ $\angle BAC$, $\angle BCA$ અને $\angle ABC$ છે.
નિંદુઓ A, B અને C ને ત્રિકોણના શિરોબિંદુઓ કહે છે.

ત્રિકોણ એ અંદરનો અને બહારનો ભાગ ધરાવતો એક બહુકોણ છે. આકૃતિ 4.22માં P એ ત્રિકોણના અંદરના ભાગમાં R એ ત્રિકોણના બહારના ભાગમાં તથા Q એ ત્રિકોણ પરનું બિંદુ છે.



સ્વાધ્યાય 4.4

1. ΔABC ની કાચી આકૃતિ દોરો. બિંદુ P ને તેના અંદરના ભાગમાં અને બિંદુ Q ને તેના બહારના ભાગમાં દર્શાવો. શું બિંદુ A તેના અંદરના કે બહારના ભાગમાં છે?
2. નીચે દોરેલી આકૃતિ પરથી આપેલા પ્રશ્નોના જવાબ લખો :
 - (a) કોઈ પણ ત્રણ ત્રિકોણનાં નામ લખો.
 - (b) સાત ખૂણાનાં નામ લખો.
 - (c) છ રેખાખંડેનાં નામ લખો.
 - (d) કયા બે ત્રિકોણમાં $\angle B$ સામાન્ય છે?



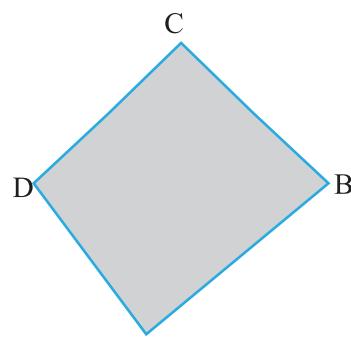
4.12 ચતુર્ભુજ (Quadrilaterals)

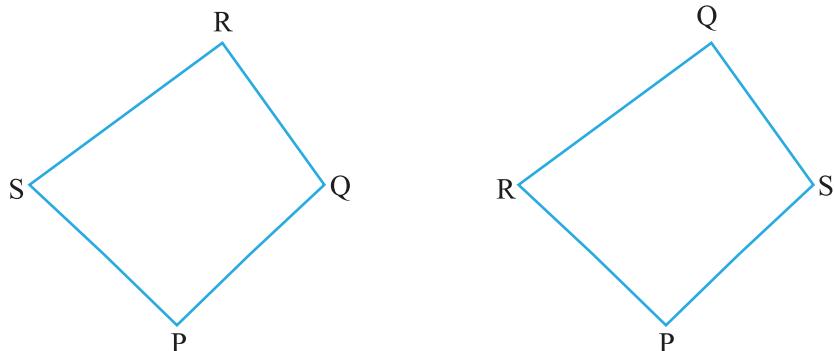


ચાર બાજુઓ ધરાવતા બહુકોણને ચતુર્ભુજ કહે છે. તેને ચાર બાજુઓ અને ચાર ખૂણા હોય છે. ખૂણાઓના સંદર્ભમાં આપણે તેના અંદરના ભાગની કલ્પના કરી હતી.

નોંધો કે શિરોબિંદુનાં નામ ચક્કીય રીતે આપવામાં આવે છે?

આકૃતિ 4.23માં દર્શાવેલ ચતુર્ભુજ ABCD ને ચાર બાજુઓ \overline{AB} , \overline{BC} , \overline{CD} અને \overline{DA} છે. તેને ચાર ખૂણાઓ $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$ અને $\angle D$ છે.



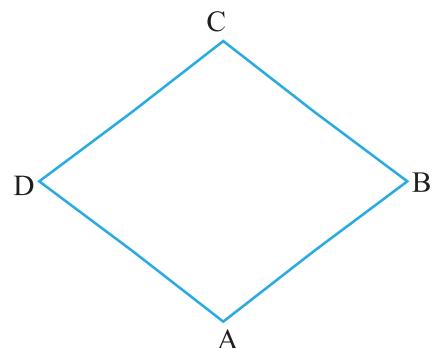


આ ચતુર્ભોગ PQRS છે.

શું આ ચતુર્ભોગ PQRS છે?

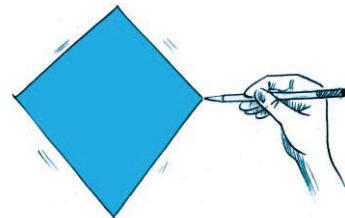
ચતુર્ભોગ ABCD માં \overline{AB} અને \overline{BC} એ પાસપાસેની બાજુઓ છે. પાસપાસેની બાજુઓની બીજી જોડ તમે લખી શકશો?

\overline{AB} અને \overline{CD} એ સામસામેની બાજુઓ છે. સામસામેની બાજુઓની બીજી જોડ લખો. $\angle A$ અને $\angle C$ ને સામસામેના ખૂણા કહે છે. તે જ રીતે $\angle D$ અને $\angle B$ સામસામેના ખૂણા છે. સ્વાભાવિક રીતે $\angle A$ અને $\angle B$ પાસપાસેના ખૂણા થાય. તમે પાસપાસેના ખૂણાની બીજી જોડ લખો, તે કહો.



સ્વાધ્યાય 4.5

- ચતુર્ભોગની કાચી આકૃતિ દોરો. તેના વિકણો દોરી તેનાં નામ આપો. વિકણો એકબીજાને ચતુર્ભોગના અંદરના ભાગમાં મળશે કે બહારના ભાગમાં?
- ચતુર્ભોગ KLMNની કાચી આકૃતિ દોરી હવે કહો.
 - સામસામેની બાજુઓની બે જોડ
 - સામસામેના ખૂણાઓની બે જોડ
 - પાસપાસેની બાજુઓની બે જોડ
 - પાસપાસેના ખૂણાઓની બે જોડ
- શોધો :



પુંઠાની પહીઓને જોડી ત્રિકોણ અને ચતુર્ભોગ બનાવો. ત્રિકોણના કોઈ એક શિરોબિંદુ આગળ દબાણપૂર્વક વાળો. આ જ કામ ચતુર્ભોગ માટે કરો.

શું ત્રિકોણમાં કોઈ ફેરફાર થાય છે? શું ચતુર્ભોગમાં કોઈ ફેરફાર થાય છે? શું ત્રિકોણનો મૂળ આકાર જળવાઈ રહે છે? વીજળીના ટાવરનો આકાર ચતુર્ભોગ નહિ પણ ત્રિકોણ થા માટે રાખવામાં આવે છે?

4.13 વર્તુળ (Circle)

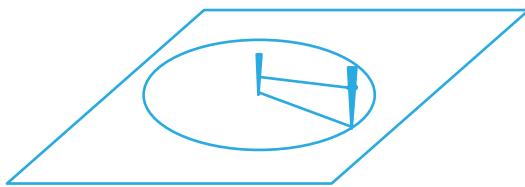


આપણે આપણી આજુબાજુમાંથી એવી ઘડી વસ્તુ શોધી શકીએ કે જે ગોળાકાર હોય. જેમ કે, પૈંડું, બંગાડી, સિક્કો વગેરે. આપણે ગોળ આકારોનો ઘડી જગ્યાએ ઉપયોગ કરીએ છીએ. સ્ટીલની ભારે પાઈપને ખેંચવા કરતાં આપણે સરળતાથી ગબડાવી શકીએ છીએ. વર્તુળ એ બંધ વક છે પણ તે બહુકોણ નથી. તેને પોતાને પોતાના કેટલાક ખાસ ગુણધર્મો છે.

આ કરો :

એક કંકણ અથવા ગોળાકાર વસ્તુ કાગળ પર મૂકી તેના વર્તુળાકાર ભાગને પેન્સિલથી અંકિત કરો. જો તમારે વર્તુળાકાર બગીયો બનાવવો હોય તો તમે કેવી રીતે બનાવશો?

બે લાકડી અને એક દોરડાનો ટુકડો લો. એક લાકડીને મેદાનમાં ઊભી ખોંસો. તે માંગેલા વર્તુળનું કેન્દ્ર છે. દોરડાના બંને છેડે એક-એક ગાળિયો બનાવો. કેન્દ્રમાંની લાકડી



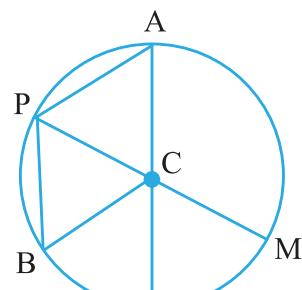
ફરતે એક ગાળિયો પરોવો અને બીજો ગાળિયો બીજી લાકડીમાં પરોવો. બંને લાકડીને જમીનને શિરોલંબ રાખો. દોરડાને ખેંચેલું રાખીને બીજી લાકડીથી રસ્તો તૈયાર કરો. તમને વર્તુળ મળે છે.

વર્તુળના ભાગ

આકૃતિ 4.24માં C કેન્દ્રવાળું વર્તુળ દોર્યું છે.

A, P, B અને M એ વર્તુળનાં બિંદુઓ છે. અહીં તમે જોઈ શકશો કે $CA = CP = CB = CM$.

દરેક ખંડ \overline{CA} , \overline{CP} , \overline{CB} , \overline{CM} એ વર્તુળની ત્રિજ્યાઓ છે. ત્રિજ્યાઓ એ એક એવા રેખાખંડ છે જેનું એક બિંદુ કેન્દ્ર અને બિજું વર્તુળ પરનું છે. \overline{CP} અને \overline{CM} એ ત્રિજ્યાઓ છે કે જ્યાં C, P અને M એક જ રેખા પર છે. \overline{PM} ને વર્તુળનો વ્યાસ કહે છે.



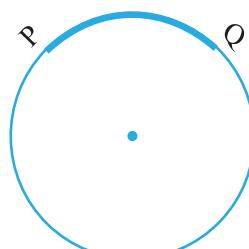
આકૃતિ 4.24

શું વર્તુળનો વ્યાસ ત્રિજ્યા કરતા બે ગણો છે? હા. \overline{PB} એ જીવા છે. જે વર્તુળ પરનાં બે બિંદુઓને જોડે છે. \overline{PM} પણ જીવા છે?

ચાપ એ વર્તુળનો ભાગ છે.

P અને Q બિંદુઓ વડે તમે વર્તુળની ચાપ PQ મેળવી શકો જો આકૃતિ 4.25માં દર્શાવેલ છે. આપણે તેને \overline{PQ} વડે દર્શાવીએ છીએ.

કોઈ પણ સામાન્ય બંધ વક પરથી તમે વર્તુળના અંદરના અને બહારના ભાગ વિશે વિચારી શકો. વર્તુળનો અંદરના ભાગનો પ્રદેશ કે જેની એક બાજુ ચાપ હોય અને બીજી બે બાજુઓ ત્રિજ્યાઓની જોડ હોય તેને વૃત્તાંશ કહે છે. (આકૃતિ 4.26)



આકૃતિ 4.25



વર્તુળના અંદરનો એવો પ્રદેશ કે જે ચાપ અને જીવા વડે ધેરાયેલો હોય તેને વર્તુળનો વૃત્તખંડ કહે છે.

કોઈ ગોળાકાર વસ્તુ લઈને કોઈ દોરો તેને ગોળ ફરતે એક વખત વીટાળો. આપેલી વસ્તુને ગોળ ફરતે એક વખત વીટાળતાં જે અંતર દોરો આવરી લે તે અંતર આપેલ વર્તુળની લંબાઈ જેટલું હશે.

વર્તુળના ફરતા આ અંતરને વર્તુળનો પરિધ કહે છે.

આ કરો :

એક ગોળાકાર શીટ લો. તેને છિદ્રમાંથી બે ભાગમાં વાળો. હવે વાળેલ ભાગને કેટલો તમે જોઈ શકશો? છિદ્ર સાથેની ગડી એ વર્તુળનો વ્યાસ છે.

વર્તુળનો વ્યાસ એ વર્તુળને બે સરખા ભાગમાં વહેંચે છે. દરેક ભાગ એક અર્ધવર્તુળ છે. અર્ધવર્તુળ એ વર્તુળનો એવો ભાગ છે કે જેની હદ વ્યાસાંત બિંદુઓ છે.



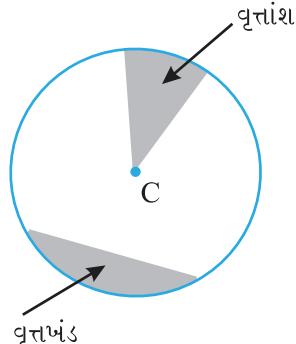
સ્વાધ્યાય 4.6

1. બાજુમાં આપેલી આકૃતિના આધારે કહો :

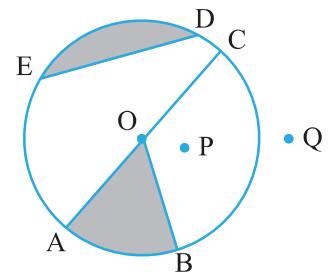
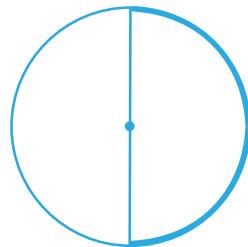
(a) વર્તુળનું કેન્દ્ર	(b) ગ્રાણ ત્રિજ્યાઓ
(c) વ્યાસ	(d) જીવા
(e) અંદરના ભાગનાં બે બિંદુઓ	(f) બહારના ભાગનું બિંદુ
(g) વૃત્તાંશ	(h) વૃત્તખંડ
2. (a) શું દરેક વ્યાસ એ વર્તુળની જીવા છે?
3. (a) શું દરેક જીવા એ વર્તુળનો વ્યાસ છે?
3. વર્તુળ દોરીને દર્શાવો.

(a) તેનું કેન્દ્ર	(b) ત્રિજ્યા
(c) વ્યાસ	(d) વૃત્તાંશ
(e) વૃત્તખંડ	(f) અંદરના ભાગનું બિંદુ
(g) બહારના ભાગનું બિંદુ	(h) ચાપ
4. ખરાં છે કે ખોટાં તે કહો.

(a) વર્તુળના બે વ્યાસ હંમેશાં છેદે છે.
(b) વર્તુળનું કેન્દ્ર હંમેશાં વર્તુળના અંદરના ભાગમાં હોય છે.



આકૃતિ 4.26



આપણે શી ચર્ચા કરી ?

1. બિંદુ એક સ્થાન નક્કી કરે છે. તેને સામાન્ય રીતે અંગ્રેજીના મૂળાક્ષર વડે દર્શાવાય છે.
2. રેખાખંડ એ બે બિંદુઓ વચ્ચેનું સૌથી ટૂંકું અંતર દર્શાવે છે. A અને B બિંદુઓને જોડીને રચેલ રેખાખંડને \overline{AB} વડે દર્શાવાય છે.

3. જ્યારે એક રેખાખંડ જેમ કે \overline{AB} ને બંને તરફ અનંત અંતર સુધી વિસ્તારતાં આપણને એક રેખા પ્રામ થાય છે. તેને $\overset{\leftrightarrow}{AB}$ વડે દર્શાવવામાં આવે છે. તેને કેટલીક વખતે એક નાના અક્ષર વડે દર્શાવવામાં આવે છે. જેમ કે /
4. બે બિન્ન રેખાઓ કોઈ એક બિંદુએ મળે તો તેમને છેદતી રેખાઓ કહે છે.
5. સમતલમાં આવેલી બે રેખાઓ એકબીજાને મળે નહિ, તો તેમને સમાંતર રેખાઓ કહેવાય.
6. ડિરણ એ રેખાનો એવો ભાગ છે કે જે એક બિંદુથી શરૂ થઈ એક \angle દિશામાં અનંત સુધી જાય છે.
7. પેન્સિલ ઉપાડ્યા સિવાય કોઈ ચિત્ર (સીધી અથવા સીધી ન હોય) તેવું ચિત્ર દોરવામાં આવે તો તેને વક્ત કહેવાય. આ અર્થમાં રેખા એ પણ એક વક્ત છે.
8. જો કોઈ વક્ત પોતાને ન છેદે તો તેને સાઢો વક્ત કહેવાય.
9. જો વક્ના છેડા જોડયેલા હોય તો તેને બંધ વક્ત કહેવાય. અન્યथા તેને ખુલ્લો કહેવાય.
10. બહુકોણ એ સામાન્ય બંધ વક્ત છે. જે રેખાખંડોથી બનેલો છે. અહીં,
- (i) રેખાખંડો એ બહુકોણની બાજુઓ છે.
 - (ii) કોઈ પણ બે બાજુઓને સામાન્ય અંત્યબિંદુ હોય તો તે પાસપાસેની બાજુઓ છે.
 - (iii) બાજુઓની જોડના મળતાં સામાન્ય બિંદુઓને શિરોબિંદુ કહે છે.
 - (iv) સરખી બાજુઓનાં અંત્યબિંદુઓને પાસપાસેના શિરોબિંદુ કહેવાય.
 - (v) પાસપાસે ન હોય તેવાં બે શિરોબિંદુને જોડવામાં આવે તો તેને વિકર્ષ કહેવાય.
11. સામાન્ય અંત્યબિંદુમાંથી ઉદ્ભબતાં બે ડિરણો ખૂણો રચે છે.
- બે ડિરણો \overrightarrow{OA} અને \overrightarrow{OB} $\angle AOB$ રચે છે. (અથવા તેને $\angle BOA$ પણ કહેવાય.)
ખૂણો એ વિસ્તારને ત્રણ ભાગમાં વહેંચે છે.
ખૂણો, ખૂણાનો અંદરનો ભાગ અને ખૂણાનો બહારનો ભાગ
12. ત્રિકોણ એ ત્રણ બાજુવાળો બહુકોણ છે.
13. ચતુર્ભોગ એ ચાર બાજુવાળો બહુકોણ છે. (જેને ચકીય રીતે નામ આપવામાં આવે છે.)
ચતુર્ભોગ ABCDમાં \overline{AB} અને \overline{DC} તથા \overline{AD} અને \overline{BC} એ વિરુદ્ધ બાજુઓની જોડ છે.
 $\angle A$ અને $\angle C$ તથા $\angle B$ અને $\angle D$ એ સામસામેના ખૂણા છે. $\angle A$ એ $\angle B$ અને $\angle D$ ની પાસેનો ખૂણો છે. આ પ્રકારના બાકીના ત્રણ ખૂણાઓ સંબંધ ધરાવે છે.
14. વર્તુળ એ કોઈ ચોક્કસ બિંદુથી સરખા અંતરે ફરતાં બિંદુઓનો માર્ગ છે. ચોક્કસ બિંદુ એ વર્તુળનું કેન્દ્ર છે. ચોક્કસ અંતર એ ત્રિજ્યા છે અને વર્તુળની લંબાઈ એ તેનો પરિધ છે.
વર્તુળની જીવા એ વર્તુળ પરનાં કોઈ પણ બે બિંદુઓને જોડતો રેખાખંડ છે.
વ્યાસ એ વર્તુળના કેન્દ્રમાંથી પસાર થતી જીવા છે.
વૃત્તાંશ એ વર્તુળના અંદરના ભાગનો એવો પ્રદેશ છે, જે એક બાજુ ચાપ અને બીજી બે બાજુઓ ત્રિજ્યાની જોડથી બંધ છે.
વર્તુળના વ્યાસ એ વર્તુળને બે અર્ધવર્તુળમાં વહેંચે છે.