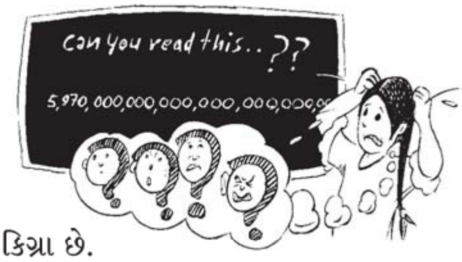
પ્રકરણ 13

ઘાત અને ઘાતાંક

FLI5MA

13.1 પ્રસ્તાવના :



શું તમે જાણો છો કે પૃથ્વીનું દળ કેટલું છે ? હા, તે
5, 970, 000, 000, 000, 000, 000, 000, 000 કિગ્રા છે.
તમે આ સંખ્યા વાંચી શકશો ?
યુરેનસનું દળ 86, 800, 000, 000, 000, 000, 000, 000, 000 કિગ્રા છે.
કોનું દળ વધુ છે પૃથ્વીનું કે યુરેનસનું ?
સૂર્ય અને શનિ વચ્ચેનું અંતર 1, 433, 500, 000, 000 મીટર તેમજ સૂર્ય અને યુરેનસ વચ્ચેનું અંતર 1, 439, 000, 000, 000 મીટર છે. શું તમે આ સંખ્યા વાંચી શકશો ? ક્યું અંતર ઓછું છે ?
આ એટલી મોટી સંખ્યા છે કે જે વાંચવા, સમજવા અને સરખામણી કરવામાં મુશ્કેલ છે. આ સંખ્યાને સરળતાથી વાંચવા, સમજવા અને તેમની સરખામણી કરવા માટે આપણે ઘાતાંકનો ઉપયોગ કરીશું. આ પ્રકરણમાં આપણે ઘાતાંક અને તેનો ઉપયોગ કેવી રીતે કરવામાં આવે છે એ શીખીશું.

13.2 ઘાતાંક (Exponents) :

આપણે મોટી સંખ્યાને ઘાતાંકનો ઉપયોગ કરી ટૂંકમાં નીચે પ્રમાણે લખી શકીએ.

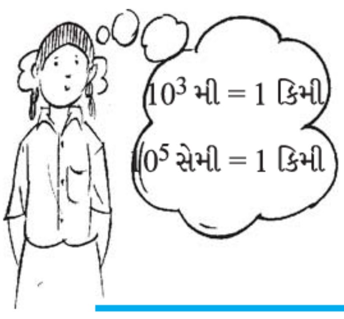
જુઓ $10{,}000 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10^4$

ગુણાકાર $10 \times 10 \times 10 \times 10$ માટેનો ટૂંકો સંકેત 10^4 છે. અહીં '10'ને **આધાર** અને '4'ને **ઘાતાંક** કહે છે. સંખ્યા 10^4 ને 10 ની 4 ઘાત એટલે કે દસની ચાર ઘાત એમ વાંચવામાં આવે છે. 10^4 ને 10000 નું ઘાતાંકીય સ્વરૂપ કહે છે.

તે જ રીતે આપણે 1000 ને 10ના ઘાતાંક સ્વરૂપે લઈ શકીએ.

નોંધો કે,

$1000 = 10 \times 10 \times 10 = 10^3$



ફરીથી અહીં 10^3 એ, 1000 નું ઘાતાંકીય સ્વરૂપ છે.

તે જ રીતે, $1{,}00{,}000 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10^5$

10^5 એ 1,00,000 નું ઘાતાંકીય સ્વરૂપ છે. 10^3 ના કિસ્સામાં ઘાતાંક 3 અને 10^5 ના કિસ્સામાં ઘાતાંક 5 છે.

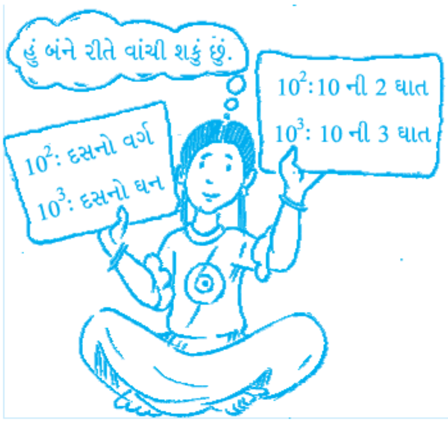
આપણે સંખ્યાઓ જેવી કે 10, 100 અને 1000 વગેરેનો ઉપયોગ કર્યો. આપણે સંખ્યાઓને દર્શાવ્યા મુજબ વિસ્તૃત સ્વરૂપે લખી શકીએ છીએ,

ઉદાહરણ તરીકે, $47561 = 4 \times 10000 + 7 \times 1000 + 5 \times 100 + 6 \times 10 + 1$.

આને આમ પણ લખી શકાય

$$4 \times 10^4 + 7 \times 10^3 + 5 \times 10^2 + 6 \times 10 + 1$$

આ જ રીતે, સંખ્યાઓ 172, 5642 અને 6374ને લખવા પ્રયત્ન કરો. ઉપરનાં બધાં જ ઉદાહરણમાં આપણે જોયું કે સંખ્યાઓનો આધાર 10 છે. જો કે આધાર બીજી કોઈ સંખ્યા પણ હોઈ શકે.



જેમ કે, $81 = 3 \times 3 \times 3 \times 3$ ને $81 = 3^4$ એમ લખી શકાય.

અહીં 3 એ આધાર છે અને 4 એ ઘાતાંક છે.

કેટલાક ઘાતાંકને ચોક્કસ નામ હોય છે. જેમ કે, 10^2, જેને 10ની બે ઘાત કહે છે. પણ તેને '10નો વર્ગ' એમ પણ કહેવાય. 10^3, જેને 10નો ત્રણ ઘાત કહે છે. પણ તેને 10નો ઘન પણ કહેવાય. 5^3(5નો ઘન)નો અર્થ શું થાય તે કહી શકશો ?

$5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$

તેથી, આપણે કહી શકીશું કે 125 એ 5નો 3 ઘાત છે.

5^3નો આધાર અને ઘાતાંક કયો છે ?

તે જ રીતે $2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$ જે 2નો પંચ ઘાત છે.

2^5 માં 2 એ આધાર અને 5 એ ઘાતાંક છે.

તેવી જ રીતે, $243 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^5$

$64 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^6$

$625 = 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 5^4$

પ્રયત્ન કરો

આ પ્રકારનાં વધુ પાંચ ઉદાહરણ શોધો જેમાં સંખ્યાને ઘાતાંકીય સ્વરૂપે રજૂ કરી શકાય. દરેક કિસ્સામાં આધાર અને ઘાતાંક પણ ઓળખી કાઢો.

જ્યારે આધાર ઋણ પૂર્ણાંક હોય ત્યારે પણ આ રીતે વિસ્તૃત કરી લખી શકો.

$(-2)^3$ નો અર્થ શું છે ?

તે છે $(-2)^3 = (-2) \times (-2) \times (-2) = (-8)$

$(-2)^4 = 16$ છે ? તે ચકાસો.

કોઈ ચોક્કસ સંખ્યા લેવાને બદલે આધાર તરીકે કોઈ પૂર્ણાંક a લઈએ અને સંખ્યાની જેમ લખતાં,

$a \times a = a^2$ (જે aનો વર્ગ અથવા aનો બે ઘાત કહેવાય)

$a \times a \times a = a^3$ (જેને aનો ઘન અથવા aનો ત્રણ ઘાત કહેવાય)

$a \times a \times a \times a = a^4$ (જેને aનો ચાર ઘાત અથવા aનો ચતુર્થ ઘાત વંચાય)

....

$a \times a \times a \times a \times a \times a \times a = a^7$ (જેને aનો સાત ઘાત અથવા aનો સપ્ત ઘાત એમ વંચાય)

અને તે પરથી,

$a \times a \times a \times b \times b$ ને $a^3 b^2$ વડે દર્શાવી શકાય. (જેને a ઘન b વર્ગ વંચાય)

$a \times a \times b \times b \times b \times b$ ને $a^2 b^4$ વડે દર્શાવી શકાય. (જેને aની બે ઘાત bની ચાર ઘાત એમ વંચાય)

ઉદાહરણ 1 256ને 2ના ઘાત સ્વરૂપે દર્શાવો.

ઉકેલ આપણી પાસે

$256 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$

તેથી આપણે કહી શકીએ કે $256 = 2^8$

ઉદાહરણ 2 2^3 અને 3^2 માં કઈ મોટી છે ?

ઉકેલ $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ અને $3^2 = 3 \times 3 = 9$

$9 > 8$ તેથી 3^2 એ 2^3 થી મોટી છે.

ઉદાહરણ 3 8^2 અને 2^8 માંથી કઈ મોટી છે ?

ઉકેલ $8^2 = 8 \times 8 = 64$

$2^8 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 256$

સ્પષ્ટ છે કે, $2^8 > 8^2$

પ્રયત્ન કરો

અભિવ્યક્તિ કરો :

(i) 729ને 3ની ઘાતમાં

(ii) 128ને 2ની ઘાતમાં

(iii) 343ને 7ની ઘાતમાં

ઉદાહરણ 4 વિસ્તરણ કરો $a^3 b^2$, $a^2 b^3$, $b^2 a^3$, $b^3 a^2$ શું તે બધા સરખા છે ?

ઉકેલ $a^3 b^2 = a^3 \times b^2$

$= (a \times a \times a) \times (b \times b)$

$= a \times a \times a \times b \times b$

$a^2 b^3 = a^2 \times b^3$

$= a \times a \times b \times b \times b$

$b^2 a^3 = b^2 \times a^3$

$= b \times b \times a \times a \times a$

$b^3 a^2 = b^3 \times a^2$

$= b \times b \times b \times a \times a$

નોંધો કે $a^3 b^2$ અને $a^2 b^3$ પદોના કિસ્સામાં a અને bના ઘાતાંક જુદા-જુદા છે. આમ $a^3 b^2$ અને $a^2 b^3$ જુદા જુદા છે.

બીજી બાજુ, $a^3 b^2$ અને $b^2 a^3$ એ સરખા છે. અહીં બંને પદોમાં a અને bના ઘાતાંક સરખા છે. તેમના અવયવના ક્રમનો કોઈ વાંધો નથી.

આ રીતે, $a^3 b^2 = a^3 \times b^2 = b^2 \times a^3 = b^2 a^3$ તે જ રીતે, $a^2 b^3$ અને $b^3 a^2$ સરખા છે.

ઉદાહરણ 5 નીચેની સંખ્યાઓના અવિભાજ્ય અવયવ પાડીને તેના ગુણાકાર સ્વરૂપને ઘાતમાં દર્શાવો.

(i) 72 (ii) 432 (iii) 1000 (iv) 16000

ઉકેલ

(i) $72 = 2 \times 36 = 2 \times 2 \times 18$

$= 2 \times 2 \times 2 \times 9$

$= 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 2^3 \times 3^2$

2	72
2	36
2	18
3	9
	3

આમ, $72 = 2^3 \times 3^2$ (માંગેલા અવિભાજ્ય અવયવના ગુણાકાર સ્વરૂપ)

(ii) $432 = 2 \times 216 = 2 \times 2 \times 108 = 2 \times 2 \times 2 \times 54$
$= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 27 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 9$
$= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3$
અથવા $432 = 2^4 \times 3^3$ (માગેલું સ્વરૂપ)

(iii) $1000 = 2 \times 500 = 2 \times 2 \times 250 = 2 \times 2 \times 2 \times 125$
$= 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 25 = 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5$
અથવા $1000 = 2^3 \times 5^3$

> અતુલ આ ઉદાહરણને જુદી રીતે ઉકેલવા માંગે છે.
> $1000 = 10 \times 100 = 10 \times 10 \times 10$
> $= (2 \times 5) \times (2 \times 5) \times (2 \times 5)$ (જ્યાં $10 = 2 \times 5$)
> $= 2 \times 5 \times 2 \times 5 \times 2 \times 5 = 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5$
> અથવા $1000 = 2^3 \times 5^3$
> શું અતુલની રીત સાચી છે ?

(iv) $16{,}000 = 16 \times 1000 = (2 \times 2 \times 2 \times 2) \times 1000 = 2^4 \times 10^3$ (જ્યાં $16 = 2 \times 2 \times 2 \times 2$)
$= (2 \times 2 \times 2 \times 2) \times (2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5) = 2^4 \times 2^3 \times 5^3$
(જ્યાં $1000 = 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5$)
$= (2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2) \times (5 \times 5 \times 5)$
અથવા $16{,}000 = 2^7 \times 5^3$

ઉદાહરણ 6 કિંમત શોધો : $(1)^5, (-1)^3, (-1)^4, (-10)^3, (-5)^4$.

ઉકેલ

(i) $(1)^5 = 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 = 1$
હકીકતમાં, તમને ખ્યાલ આવશે કે 1ના કોઈ પણ ઘાતની કિંમત 1 જ થાય.

> $(-1)^{\text{એકી સંખ્યા}} = -1$
> $(-1)^{\text{બેકી સંખ્યા}} = +1$

(ii) $(-1)^3 = (-1) \times (-1) \times (-1) = 1 \times (-1) = (-1)$

(iii) $(-1)^4 = (-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) = 1 \times 1 = 1$
તમે જોશો કે (–1) ના **એકી** ઘાતની કિંમત (–1) થાય અને (–1) ના **બેકી** ઘાતની કિંમત (+1) થાય.

(iv) $(-10)^3 = (-10) \times (-10) \times (-10) = 100 \times (-10) = -1000$

(v) $(-5)^4 = (-5) \times (-5) \times (-5) \times (-5) = 25 \times 25 = 625$

સ્વાધ્યાય 13.1

1. કિંમત શોધો :
   (i) 2^6 (ii) 9^3 (iii) 11^2 (iv) 5^4
2. નીચે દર્શાવેલ સ્વરૂપને ઘાત સ્વરૂપે લખો.
   (i) $6 \times 6 \times 6 \times 6$ (ii) $t \times t$ (iii) $b \times b \times b \times b$
   (iv) $5 \times 5 \times 7 \times 7 \times 7$ (ii) $2 \times 2 \times a \times a$ (iii) $a \times a \times a \times c \times c \times c \times c \times d$

3. નીચે દર્શાવેલ દરેક સંખ્યાને ઘાતસ્વરૂપે ઘાતાંક સંકેતનો ઉપયોગ કરીને લખો :

(i) 512 (ii) 343 (iii) 729 (iv) 3125

4. નીચેના દરેકમાંથી શક્ય હોય ત્યાં મોટી સંખ્યા શોધી કાઢો.

(i) 4^3 અને 3^4 (ii) 5^3 અને 3^5 (iii) 2^8 અને 8^2

(iv) 100^2 અને 2^{100} (v) 2^{10} અને 10^2

5. નીચેના દરેકના અવિભાજ્ય અવયવ પાડીને તેના ગુણાકારને ઘાત સ્વરૂપે દર્શાવો.

(i) 648 (ii) 405 (iii) 540 (iv) 3,600

6. સાદુંરૂપ આપો :

(i) 2×10^3 (ii) $7^2 \times 2^2$ (iii) $2^3 \times 5$ (iv) 3×4^4

(v) 0×10^2 (vi) $5^2 \times 3^3$ (vii) $2^4 \times 3^2$ (viii) $3^2 \times 10^4$

7. સાદુંરૂપ આપો :

(i) $(-4)^3$ (ii) $(-3) \times (-2)^3$ (iii) $(-3)^2 \times (-5)^2$

(iv) $(-2)^3 \times (-10)^3$

8. નીચેની સંખ્યાઓની સરખામણી કરો :

(i) 2.7×10^{12} ; 1.5×10^8 (ii) 4×10^{14} ; 3×10^{17}

13.3 ઘાતાંકના નિયમો (Laws of Exponents)

CM42EN

13.3.1 સમાન આધારની ઘાતનો ગુણાકાર (Multiplying Powers with the Same Base)

(i) ચાલો ગણીએ : $2^2 \times 2^3$

$$2^2 \times 2^3 = (2 \times 2) \times (2 \times 2 \times 2)$$
$$= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^5 = 2^{2+3}$$

નોંધ કરો કે 2^2 અને 2^3 નો આધાર સરખો છે અને તેમના ઘાતાંકો એટલે કે 2 અને 3 નો સરવાળો 5 છે.

(ii) $$(-3)^4 \times (-3)^3 = [(-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3)] \times [(-3) \times (-3) \times (-3)]$$
$$= (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3)$$
$$= (-3)^7$$
$$= (-3)^{4+3}$$

ફરીથી નોંધો કે, જો આધાર સરખો હોય તો ઘાતાંકોનો સરવાળો થાય, એટલે કે 4 અને 3નો સરવાળો 7 થાય.

(iii) $$a^2 \times a^4 = (a \times a) \times (a \times a \times a \times a)$$
$$= a \times a \times a \times a \times a \times a = a^6$$

(નોંધ : આધાર સરખો છે અને ઘાતાંકોનો સરવાળો $2 + 4 = 6$)

તે જ રીતે ચકાસો,

$$4^2 \times 4^2 = 4^{2+2}$$
$$3^2 \times 3^3 = 3^{2+3}$$

પ્રયત્ન કરો

સાદુંરૂપ આપો અને ઘાત સ્વરૂપે લખો :

(i) $2^5 \times 2^3$

(ii) $p^3 \times p^2$

(iii) $4^3 \times 4^2$

(iv) $a^3 \times a^2 \times a^7$

(v) $5^3 \times 5^7 \times 5^{12}$

(vi) $(-4)^{100} \times (-4)^{20}$

હવે, તમે યોગ્ય સંખ્યા આપેલા બૉક્સમાં લખી શકશો.

$$(-11)^2 \times (-11)^6 = (-11)^{\square}$$

$b^2 \times b^3 = b^{\square}$ (યાદ રાખો કે આધાર સરખો છે અને b પૂર્ણાંક છે.)

$c^3 \times c^4 = c^{\square}$ (c એ કોઈ પૂર્ણાંક છે.)

$d^{10} \times d^{20} = d^{\square}$

આ પરથી આપણે સામાન્ય રીતે તારવી શકીશું કે કોઈ પણ શૂન્ય સિવાયનો પૂર્ણાંક a હોય અને m અને n પૂર્ણ સંખ્યાઓ હોય તો.

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

વિચારો !

ગણો $2^3 \times 3^2$

શું તમે ઘાતાંકોનો સરવાળો કરી શકશો ? ના, તમે જોયું, શા માટે ? 2^3 નો આધાર 2 છે જ્યારે 3^2 નો આધાર 3 છે. આધાર સરખા નથી.

13.3.2 સરખા આધાર પર ઘાતાંકોનો ભાગાકાર (Dividing Powers with the Same Base)

ચાલો સાદુંરૂપ આપીએ $3^7 \div 3^4$?

$$3^7 \div 3^4 = \frac{3^7}{3^4} = \frac{3\times3\times3\times3\times3\times3\times3}{3\times3\times3\times3}$$
$$= 3 \times 3 \times 3 = 3^3 = 3^{7-4}$$

આમ, $3^7 \div 3^4 = 3^{7-4}$

(નોંધ 3^7 અને 3^4 નો આધાર સરખો છે અને $3^7 \div 3^4$ એ 3^{7-4} બને છે.)

તે જ રીતે,

$$5^6 \div 5^2 = \frac{5^6}{5^2} = \frac{5\times5\times5\times5\times5\times5}{5\times5}$$
$$= 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 5^4 = 5^{6-2}$$

અથવા, $5^6 \div 5^2 = 5^{6-2}$

શૂન્ય સિવાયના પૂર્ણાંક હોય ત્યારે,

$$a^4 \div a^2 = \frac{a^4}{a^2} = \frac{a\times a\times a\times a}{a\times a} = a \times a = a^2 = a^{4-2}$$

અથવા, $a^4 \div a^2 = a^{4-2}$

હવે, તમે ઝડપથી જવાબ આપી શકશો ?

$$10^8 \div 10^3 = 10^{8-3} = 10^5$$

$$7^9 \div 7^6 = 7^{\square}$$

$$a^8 \div a^5 = a^{\square}$$

શૂન્ય સિવાયના પૂર્ણાંકો b અને c માટે,

$$b^{10} \div b^5 = b^{\square}$$

$$c^{100} \div c^{90} = c^{\square}$$

વ્યાપક રીતે, શૂન્ય સિવાયના પૂર્ણાંક a માટે,

$$a^m \div a^n = a^{m-n}$$

જ્યાં m અને n પૂર્ણાંક સંખ્યા છે અને $m > n$.

પ્રયત્ન કરો

સાદુંરૂપ આપી તેને ઘાત સ્વરૂપે લખો :

(દા.ત. $11^6 \div 11^2 = 11^4$)

(i) $2^9 \div 2^3$ (ii) $10^8 \div 10^4$

(iii) $9^{11} \div 9^7$ (iv) $20^{15} \div 20^{13}$

(v) $7^{13} \div 7^{10}$

13.3.3 ઘાતનો ઘાત (Taking Power of a Power)

સાદું રૂપ આપો : $(2^3)^2\ (3^2)^4$

હવે, $(2^3)^2$, નો અર્થ (2^3) નો તેની સાથેનો બે વખત ગુણાકાર

$$(2^3)^2 = 2^3 \times 2^3$$

$$= 2^{3+3} \quad (a^m \times a^n = a^{m+n})$$

$$= 2^6 = 2^{3\times 2}$$

આમ, $(2^3)^2 = 2^{3\times 2}$

તે જ રીતે, $(3^2)^4 = 3^2 \times 3^2 \times 3^2 \times 3^2$

$$= 3^{2+2+2+2}$$

$$= 3^8 \quad \text{(8 એ 2 અને 4નો ગુણાકાર છે)}$$

$$= 3^{2\times 4}$$

તમે કહી શકશો કે, $(7^2)^{10}$ ને સમાન શું થશે ?

અહીં, $(2^3)^2 = 2^{3\times 2} = 2^6$

$$(3^2)^4 = 3^{2\times 4} = 3^8$$

તે જ રીતે, $(7^2)^{10} = 7^{2\times 10} = 7^{20}$

$$(a^2)^3 = a^{2\times 3} = a^6$$
$$(a^m)^3 = a^{m\times 3} = a^{3m}$$

આ ઉપરથી આપણે તારવી શકીએ કે કોઈ શૂન્ય સિવાયનો પૂર્ણાંક 'a' હોય અને જ્યાં m અને n પૂર્ણ સંખ્યાઓ હોય, તો

$$(a^m)^n = a^{mn}$$

આ પ્રયત્ન કરો

સાદું રૂપ આપી ઘાતાંક સ્વરૂપે જવાબ લખો :

(i) $(6^2)^4$ (ii) $(2^2)^{100}$

(iii) $(7^{50})^2$ (iv) $(5^3)^7$

ઉદાહરણ 7 $(5^2) \times 3$ અને $(5^2)^3$ માંથી કયું પદ મોટું છે તે તમે કહી શકશો ?

ઉકેલ $(5^2) \times 3$નો અર્થ 5^2નો 3 સાથેનો ગુણાકાર છે એટલે કે $5 \times 5 \times 3 = 75$

પરંતુ $(5^2)^3$ નો અર્થ 5^2નો પોતાની સાથેનો ત્રણ વખત ગુણાકાર છે. એટલે કે,

$$5^2 \times 5^2 \times 5^2 = 5^6 = 15{,}625$$

તેથી, $(5^2)^3 > (5)^2 \times 3$

13.3.4 સરખા ઘાતાંકના ઘાતનો ગુણાકાર (Multiplying Powers with the Same Exponents)

તમે $2^3 \times 3^3$ નું સાદું રૂપ આપી શકશો ? નોંધો કે અહીં બે પદો 2^3 અને 3^3 ના આધાર જુદા છે પણ ઘાતાંક સરખા છે.

હવે, $2^3 \times 3^3 = (2 \times 2 \times 2) \times (3 \times 3 \times 3)$
$= (2 \times 3) \times (2 \times 3) \times (2 \times 3)$
$= 6 \times 6 \times 6$
$= 6^3$ (6 એ 2 વડે 3નો ગુણાકાર છે)

ગણો $4^4 \times 3^4 = (4 \times 4 \times 4 \times 4) \times (3 \times 3 \times 3 \times 3)$
$= (4 \times 3) \times (4 \times 3) \times (4 \times 3) \times (4 \times 3)$
$= 12 \times 12 \times 12 \times 12$
$= 12^4$

ગણો $3^2 \times a^2 = (3 \times 3) \times (a \times a)$
$= (3 \times a) \times (3 \times a)$
$= (3 \times a)^2$
$= (3a)^2$ (નોંધ $3 \times a = 3a$)

આમ કરો

$a^m \times b^m = (ab)^m$; નો ઉપયોગ કરીને તે સ્વરૂપમાં દર્શાવો.

(i) $4^3 \times 2^3$ (ii) $2^5 \times b^5$
(iii) $a^2 \times t^2$ (iv) $5^6 \times (-2)^6$
(v) $(-2)^4 \times (-3)^4$

તે જ રીતે, $a^4 \times b^4 = (a \times a \times a \times a) \times (b \times b \times b \times b)$
$= (a \times b) \times (a \times b) \times (a \times b) \times (a \times b)$
$= (a \times b)^4$
$= (ab)^4$ (નોંધ $a \times b = ab$)

તારવી શકાય કે, કોઈ શૂન્ય સિવાયના પૂર્ણાંક a અને b માટે.

$$a^m \times b^m = (ab)^m$$ (જ્યાં m એ એક પૂર્ણ સંખ્યા છે.)

ઉદાહરણ 8 નીચેનાં પદોને ઘાત સ્વરૂપે દર્શાવો.

(i) $(2 \times 3)^5$ (ii) $(2a)^4$ (iii) $(-4m)^3$

ઉકેલ

(i) $(2 \times 3)^5 = (2 \times 3) \times (2 \times 3) \times (2 \times 3) \times (2 \times 3) \times (2 \times 3)$
$= (2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2) \times (3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3)$
$= 2^5 \times 3^5$

(ii) $(2a)^4 = 2a \times 2a \times 2a \times 2a$

$= (2 \times 2 \times 2 \times 2) \times (a \times a \times a \times a)$

$= 2^4 \times a^4$

(iii) $(-4m)^3 = (-4 \times m)^3$

$= (-4 \times m) \times (-4 \times m) \times (-4 \times m)$

$= (-4) \times (-4) \times (-4) \times (m \times m \times m)$

$= (-4)^3 \times m^3$

13.3.5 સરખા ઘાતાંકવાળી સંખ્યાઓનો ભાગાકાર (Dividing Powers with the Same Exponents)

નીચે આપેલું સાદુંરૂપ જુઓ :

(i) $\frac{2^4}{3^4} = \frac{2\times2\times2\times2}{3\times3\times3\times3} = \frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3} = \left(\frac{2}{3}\right)^4$

(ii) $\frac{a^3}{b^3} = \frac{a\times a\times a}{b\times b\times b} = \frac{a}{b}\times\frac{a}{b}\times\frac{a}{b} = \left(\frac{a}{b}\right)^3$

ઉદાહરણો પરથી આપણે તારવી શકીએ કે,

$a^m \div b^m = \frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m$ જ્યા a અને b શૂન્ય સિવાયના પૂર્ણાંક છે અને m એ પૂર્ણ સંખ્યા છે.

પ્રયત્ન કરો

$a^m \div b^m = \left(\frac{a}{b}\right)^m$ નો ઉપયોગ કરી બીજી રીતે લખો.

(i) $4^5 \div 3^5$

(ii) $2^5 \div b^5$

(iii) $(-2)^3 \div b^3$

(iv) $p^4 \div q^4$

(v) $5^6 \div (-2)^6$

ઉદાહરણ 9 વિસ્તાર કરો : (i) $\left(\frac{3}{5}\right)^4$ (ii) $\left(\frac{-4}{7}\right)^5$

ઉકેલ

(i) $\left(\frac{3}{5}\right)^4 = \frac{3^4}{5^4} = \frac{3\times3\times3\times3}{5\times5\times5\times5}$

(ii) $\left(\frac{-4}{7}\right)^5 = \frac{(-4)^5}{7^5} = \frac{(-4)\times(-4)\times(-4)\times(-4)\times(-4)}{7\times7\times7\times7\times7}$

- **ઘાતાંક 0 સાથેની સંખ્યા (Numbers with Exponent Zero)**

$\frac{3^5}{3^5}$ ને સમાન શું હશે ? તે તમે કહી શકશો ?

$\frac{3^5}{3^5} = \frac{3\times3\times3\times3\times3}{3\times3\times3\times3\times3} = 1$

ઘાતાંકના નિયમનો ઉપયોગ કરતાં

a^0 શું છે ?

નીચેની પેટર્નનું અવલોકન કરો

$2^6 = 64$

$2^5 = 32$

$2^4 = 16$

$2^3 = 8$

$2^2 = ?$

$2^1 = ?$

$2^0 = ?$

આ પેટર્નના અભ્યાસ પરથી તમે 2^0ની કિંમતનું અનુમાન કરી શકશો. તમે શોધી શકશો કે $2^0 = 1$ જો તમે $3^6 = 729$ થી શરૂ કરો અને ઉપર દર્શાવેલ પદ્ધતિને અનુસરો તો લખી શકશો કે 3^5, 3^4, 3^3, ... વગેરે, હવે 3^0 શું હશે ?

$$3^5 \div 3^5 = 3^{5-5} = 3^0$$

તેથી, $3^0 = 1$

7^0 ને સમાન સંખ્યા કઈ તે હવે તમે કહી શકશો ?

$$7^3 \div 7^3 = 7^{3-3} = 7^0$$

અને, $\dfrac{7^3}{7^3} = \dfrac{7\times7\times7}{7\times7\times7} = 1$

તેથી, $7^0 = 1$

તેવી જ રીતે, $a^3 \div a^3 = a^{3-3} = a^0$

અને, $a^3 \div a^3 = \dfrac{a^3}{a^3} = \dfrac{a\times a\times a}{a\times a\times a} = 1$

આમ, $a^0 = 1$ (શૂન્ય સિવાયના પૂર્ણાંક a માટે)

તેથી, આપણે કહી શકીએ કે કોઈ પણ સંખ્યા(0 સિવાયની)ના 0 ઘાતની કિંમત 1 છે.

13.4 ઘાતાંકના નિયમોનો ઉપયોગ થતો હોય તેવાં ઉદાહરણો

ઘાતાંકના નિયમોનો ઉપયોગ થતો હોય તેવા કેટલાંક ઉદાહરણો આપણે જોઈએ,

ઉદાહરણ 10 2ને આધાર તરીકે લઈ $8 \times 8 \times 8 \times 8$ને ઘાતાંક સ્વરૂપે દર્શાવો.

ઉકેલ હવે, $8 \times 8 \times 8 \times 8 = 8^4$

પરંતુ આપણે જાણીએ છીએ કે, $8 = 2 \times 2 \times 2 = 2^3$

તેથી, $8^4 = (2^3)^4 = 2^3 \times 2^3 \times 2^3 \times 2^3$

$= 2^{3\times4}$ [અહીં તમે $(a^m)^n = a^{mn}$ નો ઉપયોગ કર્યો છે]

$= 2^{12}$

ઉદાહરણ 11 સાદુંરૂપ આપો અને જવાબને ઘાતાંક સ્વરૂપે લખો.

(i) $\left(\dfrac{3^7}{3^2}\right) \times 3^5$ (ii) $2^3 \times 2^2 \times 5^5$ (iii) $(6^2 \times 6^4) \div 6^3$

(iv) $[(2^2)^3 \times 3^6] \times 5^6$ (v) $8^2 \div 2^3$

ઉકેલ

(i) $\left(\dfrac{3^7}{3^2}\right) \times 3^5 = \left(3^{7-2}\right) \times 3^5$

$= 3^5 \times 3^5 = 3^{5+5} = 3^{10}$

(ii) $2^3 \times 2^2 \times 5^5 = 2^{3+2} \times 5^5$

$= 2^5 \times 5^5 = (2 \times 5)^5 = 10^5$

(iii) $(6^2 \times 6^4) \div 6^3 = 6^{2+4} \div 6^3$

$= \frac{6^6}{6^3} = 6^{6-3} = 6^3$

(iv) $\left[\left(2^2\right)^3 \times 3^6\right] \times 5^6 = \left[2^6 \times 3^6\right] \times 5^6$

$= (2 \times 3)^6 \times 5^6$

$= (2 \times 3 \times 5)^6 = 30^6$

(v) $8 = 2 \times 2 \times 2 = 2^3$

તેથી, $8^2 \div 2^3 = (2^3)^2 \div 2^3$

$= 2^6 \div 2^3 = 2^{6-3} = 2^3$

ઉદાહરણ 12 સાદુંરૂપ આપો :

(i) $\frac{12^4 \times 9^3 \times 4}{6^3 \times 8^2 \times 27}$ (ii) $2^3 \times a^3 \times 5a^4$ (iii) $\frac{2 \times 3^4 \times 2^5}{9 \times 4^2}$

ઉકેલ

(i) અહીં, $\frac{12^4 \times 9^3 \times 4}{6^3 \times 8^2 \times 27} = \frac{(2^2 \times 3)^4 \times (3^2)^3 \times 2^2}{(2 \times 3)^3 \times (2^3)^2 \times 3^3}$

$= \frac{(2^2)^4 \times (3)^4 \times 3^{2\times3} \times 2^2}{2^3 \times 3^3 \times 2^{2\times3} \times 3^3} = \frac{2^8 \times 2^2 \times 3^4 \times 3^6}{2^3 \times 2^6 \times 3^3 \times 3^3}$

$= \frac{2^{8+2} \times 3^{4+6}}{2^{3+6} \times 3^{3+3}} = \frac{2^{10} \times 3^{10}}{2^9 \times 3^6}$

$= 2^{10-9} \times 3^{10-6} = 2^1 \times 3^4$

$= 2 \times 81 = 162$

(ii) $2^3 \times a^3 \times 5a^4 = 2^3 \times a^3 \times 5 \times a^4$

$= 2^3 \times 5 \times a^3 \times a^4 = 8 \times 5 \times a^{3+4}$

$= 40\, a^7$

(iii) $\dfrac{2\times 3^4\times 2^5}{9\times 4^2}=\dfrac{2\times 3^4\times 2^5}{3^2\times (2^2)^2}=\dfrac{2\times 2^5\times 3^4}{3^2\times 2^{2\times 2}}$

$=\dfrac{2^{1+5}\times 3^4}{2^4\times 3^2}=\dfrac{2^6\times 3^4}{2^4\times 3^2}=2^{6-4}\times 3^{4-2}$

$=2^2\times 3^2=4\times 9=36$

નોંધ : આ પ્રકરણનાં મોટાં ભાગનાં ઉદાહરણમાં ઘાતાંકનો આધાર પૂર્ણાંક સંખ્યા લેવામાં આવેલ છે. પરંતુ પ્રકરણનાં બધાં જ નિયમોમાં આધાર તરીકે સંમેય સંખ્યા હોય તો પણ સમાન રીતે લાગુ પડે છે.

સ્વાધ્યાય 13.2

1. ઘાતાંકના નિયમોનો ઉપયોગ કરી સાદુંરૂપ આપો અને જવાબને ઘાત સ્વરૂપે લખો.

(i) $3^2\times 3^4\times 3^8$ (ii) $6^{15}\div 6^{10}$ (iii) $a^3\times a^2$

(iv) $7^x\times 7^2$ (v) $(5^2)^3\div 5^3$ (vi) $2^5\times 5^5$

(vii) $a^4\times b^4$ (viii) $(3^4)^3$ (ix) $(2^{20}\div 2^{15})\times 2^3$

(x) $8^t\div 8^2$

2. સાદુંરૂપ આપી નીચેના દરેકને ઘાત સ્વરૂપે દર્શાવો.

(i) $\dfrac{2^3\times 3^4\times 4}{3\times 32}$ (ii) $\left[\left(5^2\right)^3\times 5^4\right]\div 5^7$ (iii) $25^4\div 5^3$

(iv) $\dfrac{3\times 7^2\times 11^8}{21\times 11^3}$ (v) $\dfrac{3^7}{3^4\times 3^3}$ (vi) $2^0+3^0+4^0$

(vii) $2^0\times 3^0\times 4^0$ (viii) $(3^0+2^0)\times 5^0$ (ix) $\dfrac{2^8\times a^5}{4^3\times a^3}$

(x) $\left(\dfrac{a^5}{a^3}\right)\times a^8$ (xi) $\dfrac{4^5\times a^8b^3}{4^5\times a^5b^2}$ (xii) $(2^3\times 2)^2$

3. ખરાં છે કે ખોટાં તે કહો અને તમારા જવાબને ચકાસો.

(i) $10\times 10^{11}=100^{11}$ (ii) $2^3>5^2$ (iii) $2^3\times 3^2=6^5$

(iv) $3^0=(1000)^0$

4. નીચેના ગુણાકારના અવિભાજ્ય અવયવ પાડી તેને ઘાત સ્વરૂપે દર્શાવો.

(i) 108×192 (ii) 270 (iii) 729×64

(iv) 768

5. સાદું રૂપ આપો :

(i) $\dfrac{\left(2^5\right)^2 \times 7^3}{8^3 \times 7}$ (ii) $\dfrac{25 \times 5^2 \times t^8}{10^3 \times t^4}$ (iii) $\dfrac{3^5 \times 10^5 \times 25}{5^7 \times 6^5}$

13.5 દશાંશ પદ્ધતિ (Decimal Number System)

CMCXGB

47561નું વિસ્તૃત સ્વરૂપ જુઓ, કે જે આપણે જાણીએ છીએ :

$$47561 = 4 \times 10000 + 7 \times 1000 + 5 \times 100 + 6 \times 10 + 1$$

આપણે તેને 10ના ઘાતનો ઉપયોગ કરી ઘાત સ્વરૂપે દર્શાવીએ.

તેથી, $47561 = 4 \times 10^4 + 7 \times 10^3 + 5 \times 10^2 + 6 \times 10^1 + 1 \times 10^0$

(નોંધો કે, $10000 = 10^4$, $1000 = 10^3$, $100 = 10^2$, $10 = 10^1$ અને $1 = 10^0$)

ચાલો, બીજી સંખ્યાનું વિસ્તરણ જોઈએ :

$$\begin{aligned}104278 &= 1 \times 100000 + 0 \times 10000 + 4 \times 1000 + 2 \times 100 + 7 \times 10 + 8 \times 1\\ &= 1 \times 10^5 + 0 \times 10^4 + 4 \times 10^3 + 2 \times 10^2 + 7 \times 10^1 + 8 \times 10^0\\ &= 1 \times 10^5 + 4 \times 10^3 + 2 \times 10^2 + 7 \times 10^1 + 8 \times 10^0\end{aligned}$$

નોંધો કે, xનો ઘાત મહત્તમ કિંમત 5 થી શરૂ થાય છે અને દરેક પગથિયે 1નો ઘટાડો થઈ ડાબેથી જમણાં જતાં 0 થાય છે.

13.6 વિશાળ સંખ્યાઓને પ્રમાણભૂત સ્વરૂપમાં દર્શાવવી

ચાલો, આપણે પ્રકરણની શરૂઆત થઈ ત્યાં પાછા જઈએ. આપણે કહ્યું હતું કે મોટી સંખ્યાઓને ઘાતાંકનો ઉપયોગ કરીને સરળતાથી દર્શાવી શકીએ છીએ. આપણે હજુ સુધી તે સંખ્યાઓ જોઈ નથી, હવે આપણે તે જોઈએ.

1. સૂર્ય એ આપણી આકાશગંગા ગેલેક્સીના કેન્દ્રથી 300, 000, 000, 000, 000, 000, 000 મીટર દૂર આવેલો છે.
2. આપણી ગેલેક્સીમાં 100, 000, 000, 000 તારાઓ આવેલા છે.
3. પૃથ્વીનું દળ 5, 976, 000, 000, 000, 000, 000, 000, 000 કિગ્રા છે.

આ સંખ્યાઓ વાંચવા અને લખવા માટે સરળ નથી. તેને સરળ બનાવવા ઘાતનો ઉપયોગ કરીશું.

નીચેનાનું અવલોકન કરો :

$$59 = 5.9 \times 10 = 5.9 \times 10^1$$

$$590 = 5.9 \times 100 = 5.9 \times 10^2$$

$$5900 = 5.9 \times 1000 = 5.9 \times 10^3$$

$$59000 = 5.9 \times 10000 = 5.9 \times 10^4$$

પ્રયત્ન કરો

10 ના ઘાતમાં વિસ્તૃત રીતે દર્શાવી ઘાત સ્વરૂપ લખો.

(i) 172

(ii) 5,643

(iii) 56,439

(iv) 1,76,428

કોઈ પણ સંખ્યાને (1 તથા 1.0 અને 10.0 વચ્ચેની દશાંશ સંખ્યા $\times$ 10 નો ઘાત) સ્વરૂપમાં દર્શાવી શકાય છે. સંખ્યાના આવા સ્વરૂપને પ્રમાણભૂત સ્વરૂપ કહે છે.

$5{,}985 = 5.985 \times 1000 = 5.985 \times 10^3$ એ 5985નું પ્રમાણભૂત સ્વરૂપ છે.

નોંધો કે 5985ને 59.85×100 અથવા 59.85×10^2 સ્વરૂપે લખી શકાય, પણ તે 5985નું પ્રમાણભૂત સ્વરૂપ નથી. તે જ રીતે $5985 = 0.5985 \times 10{,}000 = 0.5985 \times 10^4$ લખી શકાય, તે પણ 5985નું પ્રમાણભૂત સ્વરૂપ નથી. હવે આપણે પ્રકરણની શરૂઆતમાં આવતી વિશાળ સંખ્યાઓને આ સ્વરૂપમાં દર્શાવી શકીશું. આપણી ગેલેક્સી (આકાશગંગા)ના કેન્દ્રથી સૂર્યનું અંતર

300, 000, 000, 000, 000, 000, 000 મીટરને

$3.0 \times 100, 000, 000, 000, 000, 000, 000 = 3.0 \times 10^{20}$ મીટર લખી શકીશું.

હવે, તમે 40, 000, 000, 000 ને આ સ્વરૂપે દર્શાવી શકશો ?

આમાં, કેટલા '0' છે તે ગણો તે 10 છે.

તેથી, $40, 000, 000, 000 = 4.0 \times 10^{10}$

પૃથ્વીનું દળ = 5,976, 000, 000, 000, 000, 000, 000, 000 કિગ્રા

$= 5.976 \times 10^{24}$ કિગ્રા

તમે એ હકીકત સાથે સહમત છો કે પ્રમાણભૂત સ્વરૂપમાં દર્શાવવામાં આવતી સંખ્યા એ 25 અંકમાં લખવામાં આવતી સંખ્યા કરતાં વાંચવા, સમજવા કે સરખામણી કરવામાં સરળ છે ?

યુરેનસનું દળ = 86, 800, 000, 000, 000, 000, 000, 000, 000 કિગ્રા

$= 8.68 \times 10^{25}$ કિગ્રા

ઉપરના બંનેની 10 ની ઘાત સરળતાથી સરખાવી શકાય. તમે કહી શકશો કે યરેનસનું દળ એ પૃથ્વીનાં દળ કરતાં વધુ હશે.

સૂર્ય અને શનિ વચ્ચેનું અંતર 1,433, 500, 000, 000 મીટર અથવા 1.4335×10^{12} મીટર છે. યુરેનસ અને શનિ વચ્ચેનું અંતર 1, 439, 000, 000, 000 મીટર અથવા 1.439×10^{12} મીટર થશે. સૂર્ય અને પૃથ્વી વચ્ચેનું અંતર 1, 49, 600, 000, 000 મીટર અથવા 1.496×10^{11} મીટર છે.

ત્રણમાંથી સૌથી ઓછું અંતર કયું છે તે તમે કહી શકશો ?

ઉદાહરણ 13 નીચેની સંખ્યાઓને પ્રમાણભૂત સ્વરૂપમાં દર્શાવો :

(i) 5985.3 (ii) 65,950

(iii) 3, 430,000 (iv) 70,040,000,000

ઉકેલ

(i) $5985.3 = 5.9853 \times 1000 = 5.9853 \times 10^3$

(ii) $65{,}950 = 6.595 \times 10{,}000 = 6.595 \times 10^4$

(iii) $3{,}430{,}000 = 3.43 \times 1{,}000{,}000 = 3.43 \times 10^6$

(iv) $70{,}040{,}000, 000 = 7.004 \times 10{,}000{,}000, 000 = 7.004 \times 10^{10}$

એ મુદ્દો યાદ રાખો કે જો સંખ્યામાં દશાંશચિહ્ન આપેલ હોય અને તેને 10 ની ઘાતના પ્રમાણભૂત સ્વરૂપમાં ફેરવવાની હોય તો દશાંશચિહ્નની ડાબી બાજુ જેટલા અંકો હોય તેના કરતાં એક અંક ઓછો આવશે. આમ 70,040,000,000 માં દશાંશચિહ્ન દેખાતું નથી. આપણે અનુમાન કરીએ કે તે જમણી બાજુના છેડે હશે, ત્યાંથી ડાબી બાજુના અંકોની સંખ્યા 11 છે. તેથી તેના પ્રમાણિત સ્વરૂપમાં 10નો ઘાત 11 – 1 = 10 થશે. 5983.3 માં દશાંશ ચિહ્નની ડાબી બાજુ 4 અંક છે. તેથી તેના પ્રમાણિત સ્વરૂપમાં 10નો ઘાત (4–1) = 3 થશે.

સ્વાધ્યાય 13.3

1. નીચેની સંખ્યાઓને વિસ્તૃત સ્વરૂપે લખો :

   279404, 3006194, 2806196, 120719, 20068

2. આપેલા દરેક વિસ્તૃત સ્વરૂપને સંખ્યામાં દર્શાવો.

   (a) $8 \times 10^4 + 6 \times 10^3 + 0 \times 10^2 + 4 \times 10^1 + 5 \times 10^0$

   (b) $4 \times 10^5 + 5 \times 10^3 + 3 \times 10^2 + 2 \times 10^0$

   (c) $3 \times 10^4 + 7 \times 10^2 + 5 \times 10^0$

   (d) $9 \times 10^5 + 2 \times 10^2 + 3 \times 10^1$

3. નીચેની સંખ્યાઓને પ્રમાણિત સ્વરૂપમાં લખો :

   (i) 5, 00, 00, 000 (ii) 70,00,000 (iii) 3,18,65,00,000

   (iv) 3,90,878 (v) 39087.8 (vi) 3908.78

4. નીચેનાં વિધાનોમાં દેખાતી સંખ્યાઓને પ્રમાણિત સ્વરૂપમાં ફેરવો.

   (a) પૃથ્વી અને ચંદ્ર વચ્ચેનું અંતર 384, 000, 000 મીટર છે.

   (b) શૂન્યાવકાશમાં પ્રકાશનો વેગ 300, 000, 000 મી/સે છે.

   (c) પૃથ્વીનો વ્યાસ 1, 27, 56, 000 મીટર છે.

   (d) સૂર્યનો વ્યાસ 1, 400, 000, 000 મીટર છે.

   (e) આકાશ ગંગામાં સરેરાશ 100, 000, 000, 000 તારાઓ છે.

   (f) વિશ્વ 12,000, 000, 000, વર્ષ પહેલાં અસ્તિત્વમાં આવ્યું છે.

   (g) આકાશગંગા ગેલેક્સીના કેન્દ્રથી સૂર્યનું અંતર 300, 000, 000, 000, 000, 000, 000 મીટર છે.

   (h) 1.8 ગ્રામ વજન ધરાવતાં પાણીનાં ટીપાંમાં 60, 230, 000, 000, 000, 000, 000, 000 પરમાણુંઓ સમાયેલાં હોય છે.

   (i) પૃથ્વી પર 1, 353, 000, 000, ઘન કિલોમીટર દરિયાનું પાણી છે.

   (j) માર્ચ 2001માં ભારતની વસ્તી આશરે 1, 027, 000, 000 હતી.

આપણે શી ચર્ચા કરી ?

1. ઘણી મોટી સંખ્યાઓ વાંચવી, સમજવી, તેમની સરખામણી કરવી તથા તેમના પર કામ કરવાનું અઘરું છે, પરંતુ આપણે ઘાતાંકનો ઉપયોગ કરી આ મોટી સંખ્યાને નાના સ્વરૂપમાં ફેરવી તેને સરળ બનાવી શકીએ છીએ.

2. નીચે કેટલીક સંખ્યાઓનું ઘાત સ્વરૂપ આપેલ છે.

   $10{,}000 = 10^4$ (વંચાય 10નો 4 ઘાત)

   $243 = 3^5$, $128 = 2^7$

   અહીં, 10, 3 અને 2 આધાર છે, જ્યારે 4, 5 અને 7 તેને અનુરૂપ ઘાતાંક છે. આપણે તેમ પણ કહીશું કે 10,000 એ 10 નો 4 ઘાત છે, 243 એ 3નો 5 ઘાત છે. વગેરે...

3. ઘાતાંકીય સ્વરૂપમાં રહેલી સંખ્યાઓ ચોક્કસ નિયમોને અનુસરે છે, જે નીચે પ્રમાણે છે.

   શૂન્ય સિવાયના પૂર્ણાંક a અને b હોય અને m અને n પૂર્ણ સંખ્યાઓ હોય, તો

   (a) $a^m \times a^n = a^{m+n}$

   (b) $a^m \div a^n = a^{m-n}$, $m > n$

   (c) $(a^m)^n = a^{mn}$

   (d) $a^m \times b^m = (ab)^m$

   (e) $a^m \div b^m = \left(\frac{a}{b}\right)^m$

   (f) $a^0 = 1$

   (g) (–1) નો બેકી ઘાત હોય તો કિંમત 1 મળે.

   (–1) નો એકી ઘાત હોય તો કિંમત (–1) મળે.