

પ્રકરણ-11

માપન

અધ્યયન નિષ્પત્તિ :

M 817 બહુકોણના ક્ષેત્રફળની ગણતરી કરે છે.

M 818 લંબઘન અને નળાકાર વસ્તુઓનું પૃષ્ઠફળ અને ઘનફળ શોધે છે.

વિષયવસ્તુના મુદ્દા :

11.1 ચતુષ્કોણ અને બહુકોણના ક્ષેત્રફળ

11.2 ઘન, લંબઘન અને નળાકારના પૃષ્ઠફળ અને ઘનફળ

11.3 ક્ષેત્રફળ, પૃષ્ઠફળ અને ઘનફળના પારસ્પરિક સંબંધો.

પૂર્વજ્ઞાન :

(1) વિવિધ આકારોની ઓળખ અને તેને લગતી બાબતો જેવી કે શિરોબિંદુ, ધાર, પૃષ્ઠ વગેરે.

(2) ચોરસ અને લંબચોરસ પદાર્થોની પરિમિતિ અને ક્ષેત્રફળ

પ્રશ્ન-1 યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરો.

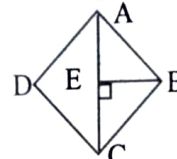
(1) જે સમઘનની બાજુની લંબાઈ $3x$ હોય, તેનું કદ કેટલું થાય ?(A) $27x^3$ (B) $9x^3$ (C) $6x^3$ (D) $3x^3$ (2) જો સમઘનનું કદ 64 સેમી³ હોય તો તેનું પૃષ્ઠફળ કેટલું હશે ?(A) 16 સેમી² (B) 64 સેમી² (C) 96 સેમી² (D) 128 સેમી²(3) 4 સેમી બાજુની લંબાઈ ધરાવતા સમઘનના 1 સેમી લંબાઈ ધરાવતા સમઘન ટુકડા કરવામાં આવે તો મૂળ સમઘન અને નવા બનેલા બધા સમઘનના પૃષ્ઠફળનો ગુણોત્તર કેટલો થાય ?(A) $1:2$ (B) $1:3$ (C) $1:4$ (D) $1:16$

(4) જો કોઈ નળાકારની ઊંચાઈ ચોથા ભાગની કરવામાં આવે અને તેની ત્રિજ્યા બમણી કરવામાં આવે તો નીચેનામાંથી શું સાચું છે ?

(A) નળાકારનું કદ બમણું થશે (B) નળાકારના કદમાં કોઈ પણ ફેરફાર થશે નહીં

(C) નળાકારનું કદ અડધું થશે (D) નળાકારનું કદ મૂળ નળાકાર કરતા ચોથા ભાગનું થશે

(5) એક ગોડાઉનનું પરિમાણ 40 મી, 25 મી અને 10 મી છે. જો તેમાં 2 મી \times 1.25 મી \times 1 મી પરિમાણ ધરાવતા ખોખા મુકવામાં આવે તો, કેટલા ખોખા મૂકી શકાય ?(A) 1800 (B) 2000 (C) 4000 (D) 8000

- (6) જો નળાકારની ત્રિજ્યા ત્રણ ગણી કરવામાં આવે તો પણ તેની વક્રસપાટીનું ક્ષેત્રફળ બદલાતું નથી તો તેની ઊંચાઈ કેટલી હશે ?
 (A) ત્રણ ગણી (B) અચળ (C) છઠ્ઠા ભાગની ☒ (D) ત્રીજા ભાગની
- (7) 20 સેમી બાજુની લંબાઈ ધરાવતા સમઘનને 2મી. લંબાઈ ધરાવતા મોટા બોક્સમાં મૂકવામાં આવે તો કેટલા સમઘન મૂકી શકાય ?
 (A) 10 (B) 100 ☒ (C) 1000 (D) 10,000
- (8) જો નળાકારની ત્રિજ્યા અને ઊંચાઈ સમાન હોય તો તે નળાકારનું કદ કેટલું થશે ?
 (A) $\frac{1}{4}\pi r^3$ (B) $\frac{\pi r^3}{32}$ ☒ (C) πr^3 (D) $\frac{\pi r^3}{8}$
- (9) જો $AC = 6$ સેમી અને $BE = 4$ સેમી હોય તો સમબાજુ ચતુષ્કોણ ABCD નું ક્ષેત્રફળ કેટલું થાય ?
 (A) 36 સેમી² (B) 16 સેમી²
☒ (C) 24 સેમી² (D) 13 સેમી²
- 
- (10) જો કોઈ બે સમઘનના કદનો ગુણોત્તર 1 : 64 હોય તો તેમના પૃષ્ઠફળનો ગુણોત્તર કેટલો થાય ?
 (A) 1 : 4 (B) 1 : 8 ☒ (C) 1 : 16 (D) 1 : 32

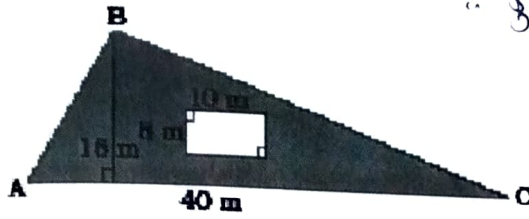
પ્રશ્ન-2 ખાલી જગ્યા પૂરો.

- (11) જો સમબાજુ ચતુષ્કોણના વિકર્ણોનું માપ બમણું કરવામાં આવે તો તેના ક્ષેત્રફળનું માપ મૂળ ક્ષેત્રફળ કરતાં ચાર ગણું થાય.
- (12) જો કોઈ સમઘન h ઊંચાઈ ધરાવતા નળાકારમાં બંધ બેસતો આવી જાય તો, તે સમઘનનું કદ h^3 અને તેનું પૃષ્ઠફળ $6h^2$ થાય.
- (13) જો કોઈ નળાકારની ત્રિજ્યા અડધી કરવામાં આવે તો તેનું કદ તેના મૂળ કદ કરતાં ઊંઘા ભાગનું થાય.
- (14) a લંબાઈ ધરાવતા સમઘનમાં બંધબેસતો હોય તેવા નળાકારનું કદ $\frac{\pi a^3}{6}$ થાય.
- (15) સમઘનના દરેક પૃષ્ઠના આકાર ચતુષ્કોણ અને ક્ષેત્રફળ સમઘન હોય છે.
- (16) h ત્રિજ્યા અને ઊંચાઈ ધરાવતા નળાકારનું કદ $\pi h^2 h$ હશે.
- (17) સમબાજુ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ $= \frac{1}{2} (\text{વિકર્ણ} \times \text{વિકર્ણ})$
- (18) ઓરડાનું પાંચ પૃષ્ઠફળ = તેની ચારેય દીવાલોનું ક્ષેત્રફળ
- (19) બે નળાકારનું કદ સમાન છે અને તેમની ઊંચાઈનો ગુણોત્તર 1 : 9 છે તો તેમની ત્રિજ્યાનો ગુણોત્તર 3 : 1 થશે.
- (20) બે નળાકારનું કદ સમાન છે અને તેમની ત્રિજ્યાનો ગુણોત્તર 1 : 6 છે તો તેમની ઊંચાઈનો ગુણોત્તર 36 : 1 થશે.

પ્રશ્ન-3 સુચના મુજબ કરો.

(21) આપેલ આકૃતિઓના છાયાંકિત ભાગનું ક્ષેત્રફળ શોધો.

(i)

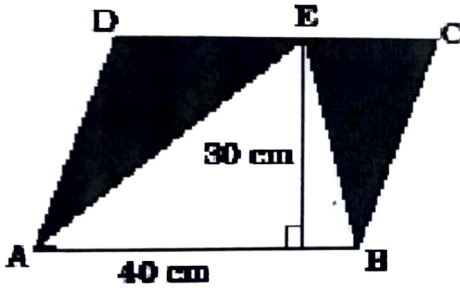


$$\begin{aligned}\therefore \text{કુલ ક્ષેત્રફળ} &= \frac{1}{2} \times \text{પાયા} \times \text{વેધ} \\ &= \frac{1}{2} \times 40 \times 16 \\ &= 320 \text{ મી}^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{લંબચોરસનું ક્ષેત્રફળ} &= l \times b \\ &= 10 \times 8 \\ &= 80\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{છાયાંકિત ભાગનું ક્ષેત્રફળ} &= 320 - 80 \\ &= 240 \text{ મી}^2\end{aligned}$$

(ii)



$$\begin{aligned}\square ABCD \text{ નું ક્ષેત્રફળ} &= \text{પાયા} \times \text{વેધ} \\ &= 40 \times 30 \\ &= 1200 \text{ સેમી}^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Delta ABE \text{ નું ક્ષેત્રફળ} &= \frac{1}{2} \times \text{પાયા} \times \text{વેધ} \\ &= \frac{1}{2} \times 40 \times 30 \\ &= 20 \times 30 \\ &= 600 \text{ સેમી}^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{છાયાંકિત ભાગનું ક્ષેત્રફળ} &= 1200 - 600 \\ &= 600 \text{ સેમી}^2\end{aligned}$$

(22) 5 સેમી બાજુની લંબાઈ ધરાવતા સમઘનના 1 સેમી લંબાઈના સમઘન ટુકડા કરવામાં આવે તો મૂળ સમઘન અને નવા બનેલાં બધા સમઘનના પૃષ્ઠફળોના સરવાળાનો ગુણોત્તર કેટલો થશે ?

$$\begin{aligned}5 \text{ સેમી લંબાઈ માટે} &= 6x^2 \\ &= 6 \times (5)^2 \\ &= 6 \times 25 \\ &= 150 \text{ સેમી}^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}1 \text{ સેમી લંબાઈ માટે} &= 6x^2 \\ &= 6 \times (1)^2 \\ &= 6 \times 1 \\ &= 6 \text{ સેમી}^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\rightarrow \text{કુલ 125 ટુકડા બને} \\ \text{કુલ પૃષ્ઠફળ} &= 125 \times 6 \\ &= 750 \text{ સેમી}^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{ગુણોત્તર} &= \frac{15}{15} \\
 &= \frac{1}{1} \\
 &= 1:1
 \end{aligned}$$

- (23) ચોરસ કાગળના ટુકડાને તેની બાજુએથી વાળીને નળાકાર બનાવવામાં આવે તો નળાકારના પાયાની ત્રિજ્યા અને ચોરસની બાજુના માપનો ગુણોત્તર કેટલો થાય ?

દારો કે ચોરસની લંબાઈ x છે.
 \rightarrow વર્તુળનો ચરીઘ ચોરસની લંબાઈ જેટલો થશે.
 $\therefore x = 2\pi r$
 $\therefore r = \frac{x}{2\pi}$

$$\begin{aligned}
 \text{ગુણોત્તર} &= \frac{\text{નળાકારની પાયાની ત્રિજ્યા}}{\text{ચોરસની બાજુનું માપ}} \\
 &= \frac{\frac{x}{2\pi}}{x} \\
 &= \frac{x}{2\pi \cdot x} \\
 &= \frac{1}{2\pi} \\
 \therefore 1 : 2\pi
 \end{aligned}$$

- (24) સુથાર 13400 સેમી³ કદનું બોક્સ બનાવે છે. તેના પાયાનું ક્ષેત્રફળ 670 સેમી² હોય તો, બોક્સની ઊંચાઈ શોધો.

સમઘનનું ક્ષેત્રફળ = પાયાનું ક્ષેત્રફળ \times ઊંચાઈ

$$13400 = 670 \times h$$

$$\therefore \frac{13400}{670} = h$$

$$\therefore 20 = h$$

$$\therefore \text{ઊંચાઈ } h = 20 \text{ સેમી}$$

- (25) એક લંબઘન બોક્સના પરિમાણ (લંબાઈ, પહોળાઈ, ઊંચાઈ) 5 : 4 : 3 ના પ્રમાણમાં છે. તેને બહારથી રંગવાનો ખર્ચ ₹ 5 પ્રતિ સેમી² પ્રમાણે ₹ 11,750 થાય છે. તો લંબઘનનાં પરિમાણના માપ શોધો.

$$\rightarrow 1 \text{ સેમી}^2 \text{ રંગવાનો ખર્ચ} = ₹ 5$$

$$\therefore \frac{11750}{5} = 2350 \text{ સેમી}^2$$

ધારો કે લંબઘનની લંબાઈ = $5x$,
પહોળાઈ = $4x$, ઊંચાઈ = $3x$ છે.

$$\rightarrow \text{લંબઘનનું પૃષ્ઠફળ} = 2(lb + bh + hl)$$

$$\therefore 2350 = 2(5x \times 4x + 4x \times 3x + 3x \times 5x)$$

$$\therefore 2350 = 2(20x^2 + 12x^2 + 15x^2)$$

$$\therefore 2350 = 2(47x^2)$$

$$\therefore 2350 = 94x^2$$

$$\therefore x^2 = \frac{2350}{94}$$

$$\therefore x^2 = 25$$

$$\therefore x = \sqrt{25}$$

$$\therefore x = 5$$

$$\text{લંબાઈ} = 5x = 5(5) = 25 \text{ સેમી}$$

$$\text{પહોળાઈ} = 4x = 4(5) = 20 \text{ સેમી}$$

$$\text{ઊંચાઈ} = 3x = 3(5) = 15 \text{ સેમી}$$

- (26) એક પાણીથી ભરેલા લંબઘન ડોજની લંબાઈ, પહોળાઈ અને ઊંચાઈ અનુક્રમે 7 મીટર, 6 મીટર, 15 મીટર છે. તેમાંથી 8400 લિટર પાણી કાઢી નાખવામાં આવે તો પાણીની સપાટીમાં કેટલો ઘટાડો થાય ?

$$\text{લંબઘન ડોજમાં રહેલું પાણી} =$$

$$l \times b \times h$$

$$= 7 \times 6 \times 15$$

$$= 630 \text{ મી}^3$$

$$= 630 \times 1000 \text{ લી.}$$

$$= 630000 \text{ લીટર}$$

$$\rightarrow 8400 \text{ લીટર પાણી કાઢી લેતા}$$

$$\therefore 630000 - 8400 = 621600 \text{ લિટર}$$

$$= 621.600 \text{ મી}^3$$

$$\text{ડોજમાં રહેલું પાણી} = l \times b \times h$$

$$\therefore 621.600 = 7 \times 6 \times h$$

$$\therefore \frac{621.600}{42} = h$$

$$\therefore 14.8 \text{ મી} = h$$

$$\rightarrow \text{સપાટીમાં ઘટાડો} = 15 - 14.8 = 0.2 \text{ મી}$$

- (27) લંબચોરસ કાગળને બે અલગ અલગ બાજુએથી વાળીને બે અલગ અલગ નળાકાર બનાવવામાં આવે છે. જો લંબચોરસ કાગળનું માપ 44 સેમી \times 33 સેમી હોય તો બંને રીતે બનતા નળાકારના કદ શોધો.

→ પ્રથમ બાજુ = 33 (પરિધિ)

$$\therefore 33 = 2\pi r$$

$$\therefore r = \frac{33}{2\pi} = \frac{33 \times 7}{2 \times 22}$$

→ નળાકારનું કદ = $\pi r^2 h$

$$= \frac{22}{7} \times \frac{33 \times 7}{2 \times 22} \times \frac{33 \times 7}{2 \times 22} \times 44$$

$$= \frac{33 \times 33 \times 7}{2}$$

$$= 3811.5 \text{ સેમી}^3$$

બીજી બાજુ = 44 (પરિધિ)

$$\therefore 44 = 2\pi r$$

$$\therefore r = \frac{44}{2\pi} = \frac{44 \times 7}{2 \times 22}$$

→ નળાકારનું કદ = $\pi r^2 h$

$$= \frac{22}{7} \times \frac{44 \times 7}{2 \times 22} \times \frac{44 \times 7}{2 \times 22} \times 33$$

$$= 22 \times 7 \times 33$$

$$= 5082 \text{ સેમી}^2$$

- (28) ચોરસ અને લંબચોરસ પૈકી ચોરસની લંબાઈ 30 સેમી છે જ્યારે લંબચોરસની લંબાઈ 50 સેમી છે. જો બંનેની પરિમિતિ સમાન હોય તો કઈ આકૃતિનું ક્ષેત્રફળ વધારે હશે? કેટલું?

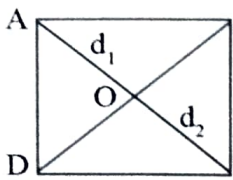
(A) ચોરસ, 300 ઘનસેમી

(B) લંબચોરસ, 400 ઘનસેમી

✓ (C) લંબચોરસ, 600 ઘનસેમી

(D) ચોરસ, 400 ઘનસેમી

- (29) આપેલ સમબાજુ ચતુષ્કોણના ક્ષેત્રફળનું સૂત્ર નીચે આપેલ પૈકી કયું નથી?



(A) $\frac{1}{2} \overline{AC} \times \overline{BD}$

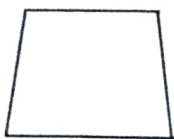
(B) $\frac{1}{2} d_1 \times d_2$

(C) બંને વિકર્ણના ગુણકારનું અડધું

✓ (D) વિકર્ણોના ગુણાકાર જેટલું

- (30) નીચેનામાંથી કઈ આકૃતિ સમલંબની નથી?

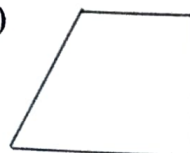
(A)



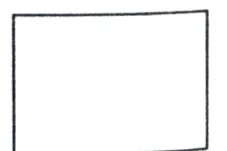
(B)



(C)



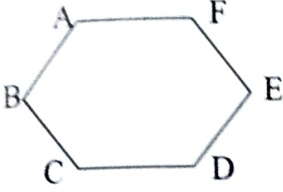
✓ (D)



(31) જો કોઈ વર્તુળ અને ચોરસની પરિમિતિ સમાન હોય તો વર્તુળની ત્રિજ્યા અને ચોરસની બાજુનાં માપ માટે શું સાચું હશે ?

- (A) $r = 2h$ ☒ (B) $2r = h$ (C) $4r = h$ (D) $r = 4h$

(32) મુક્ત જવાબી પ્રશ્ન : આપેલ બહુકોણનું ક્ષેત્રફળ મેળવવા માટે બહુકોણને ત્રિકોણ અને ચતુષ્કોણમાં શક્ય તેટલી વધુ રીતે વિભાજિત કરો. મુક્ત જવાબી

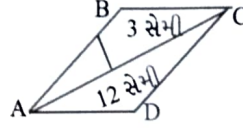


અધ્યયન નિષ્પત્તિનું સર્વગ્રાહી મૂલ્યાંકન

પ્રશ્ન-1 યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરો.

(1) આકૃતિમાં દર્શાવ્યા પ્રમાણે $\square ABCD$ માં $AB = CD$ અને $BC = AD$ છે તો તેનું ક્ષેત્રફળ _____ છે.

- (A) 72 સેમી^2 ☒ (B) 36 સેમી^2
(C) 24 સેમી^2 (D) 18 સેમી^2



(2) એક સમલંબ ચતુષ્કોણની પરિમિતિ 52 સેમી છે. તેની સમાંતર ન હોય તેવી બાજુઓ સમાન છે અને તેની લંબાઈ 10 સેમી તથા ચતુષ્કોણની ઊંચાઈ 8 સેમી છે. તો આ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ _____ હશે.

- (A) 124 સેમી^2 (B) 118 સેમી^2 ☒ (C) 128 સેમી^2 (D) 112 સેમી^2

(3) બે નળાકારની ત્રિજ્યાઓ 1 : 2 ના પ્રમાણમાં અને ઊંચાઈ 2 : 3 ના પ્રમાણમાં હોય તો, તેનું કદ _____ પ્રમાણમાં હશે.

- ☒ (A) 1 : 6 (B) 1 : 9
(C) 1 : 3 (D) 2 : 9

પ્રશ્ન-2 ખાલી જગ્યા પૂરો

(4) સમઘનના સામસામેના પૃષ્ઠનું ક્ષેત્રફળ સામાન્ય હોય છે.

(5) r ત્રિજ્યા અને h ઊંચાઈ ધરાવતા નળાકારની વક્રસપાટીનું ક્ષેત્રફળ = $2\pi rh$

(6) r ત્રિજ્યા અને h ઊંચાઈ ધરાવતા નળાકારની કુલ સપાટીનું ક્ષેત્રફળ = $2\pi r(h + r)$

(7) કોઈપણ પદાર્થો રોકેલી જગ્યાને તે પદાર્થનું કદ કહેવાય.

પ્રશ્ન-3 સૂચના મુજબ કરો.

- (8) એક ઓરડાની લંબાઈ, પહોળાઈ અને ઊંચાઈ અનુક્રમે 4.5 મીટર, 3 મીટર, અને 3.5 મીટર છે. જો તેને પ્લાસ્ટર કરવાનો ખર્ચ ₹ 8 પ્રતિ મીટર² હોય તો તેની દીવાલ અને છતને પ્લાસ્ટર કરવાનો કુલ ખર્ચ શોધો.

$$\text{વિંબધન ઓરડાનું પૃષ્ઠફળ} = 2(lb + bh + lh) - lb$$

$$= 2(4.5 \times 3 + 3 \times 3.5 + 3.5 \times 4.5) - 4.5 \times 3$$

$$= 2(13.5 + 10.5 + 15.75) - 13.5$$

$$= 2(39.75) - 13.5$$

$$= 79.5 - 13.5$$

$$= 66 \text{ મી}^2$$

$$\rightarrow 1 \text{ મી પ્લાસ્ટરનો ખર્ચ} = 8 \text{ રૂ}$$

$$\therefore 66 \times 8 = \boxed{528 \text{ રૂ}}$$

- (9) એક નળાકારની ત્રિજ્યા અને ઊંચાઈનો ગુણોત્તર 3 : 2 છે અને તેનું કદ 19,404 સેમી³ છે તો તેની ત્રિજ્યા અને ઊંચાઈ શોધો.

$$\therefore \frac{r}{h} = \frac{3}{2}$$

$$\text{ધારો કે નળાકારની ત્રિજ્યા} = 3x$$

$$\text{ધારો કે નળાકારની ઊંચાઈ} = 2x$$

$$\therefore \text{નળાકારનું ઘનફળ} = \pi r^2 h$$

$$\therefore 19404 = \frac{22}{7} \times 3x \times 3x \times 2x$$

$$\therefore \frac{19404 \times 7}{22} = 18x^3$$

$$\therefore \frac{19404 \times 7}{22 \times 18} = x^3$$

$$\therefore 343 = x^3$$

$$\therefore x = \sqrt[3]{343}$$

$$\therefore x = 7$$

$$\rightarrow \text{નળાકારની ત્રિજ્યા} = 3x = 3 \times 7 = 21 \text{ સેમી}$$

$$\rightarrow \text{નળાકારની ઊંચાઈ} = 2x = 2 \times 7 = 14 \text{ સેમી}$$

$$\text{નળાકારની વક્રસપાટીનું ક્ષેત્ર} = 2\pi rh$$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 21 \times 14$$

$$= 2 \times 22 \times 21 \times 2$$

$$= 44 \times 42$$

$$= 1848 \text{ સેમી}^2$$

(10) જો કોઈ સમઘનની દરેક બાજુની લંબાઈ ત્રણ ગણી કરવામાં આવે તો તેના કદમાં કેટલો ફેરફાર થશે ?

∴ સમઘનનું ઘનફળ = l^3 (જ્યારે દરેક બાજુની લંબાઈ l છે.)

∴ જ્યારે $l = 3l$ હોય ત્યારે સમઘનનું ઘનફળ ;

$$\therefore \text{નવું ઘનફળ} = (3l)^3 = 27l^3$$

∴ નવું ઘનફળ એ મૂળ ઘનફળ કરતાં 27 ગણું વધારે હશે.

વિદ્યાર્થીની શૈક્ષણિક સ્થિતિ											નિશાનીઓની કુલ સંખ્યા		
પ્રશ્ન નં અ.નિ.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	x	?	✓
11.1													
11.2													
11.3													
એકંદરે પરિણામ													

શિક્ષકની સહી :

વાલીની સહી :