

માહિતીનું નિયમન



3.1 પ્રસ્તાવના

આગળના ધોરણમાં તમે વિવિધ પ્રકારની માહિતી સાથે કામ કર્યું. તમે માહિતીને એકઠી કરવાનું, તેને કોષ્ટકમાં ગોઠવવાનું અને લંબઆલેખ દર્શાવવાનું શીખ્યાં. માહિતીનો સંગ્રહ, આલેખન અને રજૂઆત આપણા અનુભવને સંગાઠિત કરી અને પરિણામ તારવવામાં આપણી મદદ કરે છે. આ પ્રકારણમાં તે કેવી રીતે કરી શકાય તે શીખવા તરફ આપણે એક પગલું આગળ વધીશું. તમારી સામે અમુક જુદા પ્રકારની માહિતી અને આલેખ આવશે. તમે સમાચારપત્રો, સામયિકો, ટેલિવિજન અને બીજાં સ્લોટ દ્વારા જુદા-જુદા પ્રકારની માહિતી જોઈ હશે. તમે એ પણ જાણો છો કે બધી માહિતી આપણને કોઈક પ્રકારની સૂચના અવશ્ય આપે છે. ચાલો આપણો માહિતીનાં કેટલાંક એવાં ઉદાહરણો જોઈએ જે આપણી સામે આવે છે.

કોષ્ટક 3.2

કોષ્ટક 3.1

શહેરોનું તાપમાન 20-06-2006નું

શહેર	મહત્તમ	લઘુત્તમ
અમદાવાદ	38°C	29°C
અમૃતસર	37°C	26°C
બંગલુરુ	28°C	21°C
ચેનાઈ	36°C	27°C
દિલ્હી	38°C	28°C
જયપુર	39°C	29°C
જમ્મુ	41°C	26°C
મુંબઈ	32°C	27°C

કોષ્ટક 3.2

કૂટબોલ વર્લ્ડકપ

2006

યુક્રેન સાઉદી અરબને હરાવ્યું	4 - 0
સ્પેન ટ્યુનિશિયાને હરાવ્યું	3 - 1
સ્વિટ્ઝર્લેન્ડ ટોગોને હરાવ્યું	2 - 0

કોષ્ટક 3.3

એક વર્ગમાં અઠવાડિયા દરમિયાન ગેરહાજર રહેનારની માહિતી

સોમવાર	● ● ●
મંગળવાર	●
બુધવાર	-
ગુરુવાર	● ● ● ● ●
શુક્રવાર	● ●
શનિવાર	● ● ● ●

એક વિદ્યાર્થી દર્શાવે છે.

માહિતીનો સંગ્રહ આપણને શું દર્શાવે છે ?

ઉદાહરણ પરથી તમે એ કહી શકો કે 20-6-2006 ના દિવસે જમ્મુનું તાપમાન બીજા શહેરો કરતાં મહત્તમ હતું. (કોષ્ટક 3.1) અને આપણે કહી શકીએ કે બુધવારે કોઈ પણ વિદ્યાર્થી ગેરહાજર ન હતો. (કોષ્ટક 3.3)

શું આપણે આ માહિતીને બીજી કોઈ રીતે પણ સંગઠિત કે રજૂ કરી શકીએ કે જેથી તેનાં વિશ્લેષણ અને અર્થઘટન વધુ સારી રીતે કરી શકાય ? આ પ્રકરણમાં આપણે આ પ્રકારના પ્રશ્નોની ચર્ચા કરીશું.

3.2 માહિતીનો સંગ્રહ (Collecting Data)

શહેરોનું તાપમાન દર્શાવતી માહિતી (કોષ્ટક 3.1) આપણને ઘણી બાબતો બતાવી શકે છે, પરંતુ આ માહિતી આપણને એ નથી બતાવી શકતી કે આખા વર્ષ દરમિયાન કયા શહેરનું તાપમાન સૌથી વધારે હતું ? આ જાણવા માટે આપણે આ શહેરોમાંથી દરેક શહેરનું સમગ્ર વર્ષ દરમિયાન નોંધવામાં આવેલ મહત્તમ તાપમાન સંબંધિત માહિતી એકઠી કરવી પડે. આ સ્થિતિમાં કોષ્ટક 3.1માં આપેલ વર્ષના કોઈ એક ચોક્કસ દિવસના તાપમાનનો ચાર્ટ પૂરતો નથી.



તેનાથી એ દેખાઈ આવે છે કે કદાચ એકઠી કરેલી માહિતીનો સંગ્રહ આપણને તેના સંબંધિત કોઈ વિશિષ્ટ સૂચના આપી શકે નહિ. તેના માટે આપણે તે વિશિષ્ટ સૂચનાને ધ્યાનમાં રાખીને માહિતીનું એકત્રીકરણ કરવાની જરૂર છે. ઉપરની સ્થિતિમાં આપણને જે વિશિષ્ટ માહિતી જોઈએ તે એ હતી કે સમગ્ર વર્ષ દરમિયાન આ શહેરોનું મહત્તમ તાપમાન શું રહ્યું ? જે આપણને કોષ્ટક 3.1માંથી મળતી નથી.

આ રીતે, માહિતીનું એકત્રીકરણ કરતાં પહેલાં આપણે એ જાણવું જરૂરી છે કે આપણે તેનો ઉપયોગ શાના માટે કરીશું ?

નીચે કેટલીક સ્થિતિઓ આપવામાં આવી છે. તેનો અભ્યાસ કરો.

- ગણિતમાં તમારા વર્ગનો દેખાવ
- ફૂટબોલ અથવા કિકેટમાં ભારતનો દેખાવ
- આપેલ પ્રદેશમાં મહિલા સાક્ષરતાનો દર
- આપની આસપાસનાં કુટુંબોમાં 5 વર્ષથી ઓછી ઉમરનાં બાળકોની સંખ્યા

ઉપરની સ્થિતિમાં તમારે કયા પ્રકારની માહિતીની જરૂર છે ? જ્યાં સુધી તમે યોગ્ય માહિતી એકઠી નહીં કરો ત્યાં સુધી તમારે જે જોઈએ છે એ પ્રમાણેની જાણકારી પ્રાપ્ત નહીં કરી શકો. દરેક અંગે યોગ્ય માહિતી શી છે ?



3.3 માહિતીની ગોઠવણી (Organisation of Data)

જ્યારે આપણે માહિતીને એકઠી કરીએ છીએ ત્યારે આપણે તેને નોંધીએ છીએ અને ગોઠવીએ છીએ. આપણાને એવું કરવાની શી જરૂર છે ? નીચેનું ઉદાહરણ ચકાસો. વર્ગ શિક્ષકા, કુ.નીલમ એ જાણવા માગતાં હતાં કે અંગેજ વિષયમાં વિદ્યાર્થીઓનો દેખાવ કેવો રહ્યો ? વિદ્યાર્થીઓએ મેળવેલા ગુણ તેમણે નીચે પ્રમાણે લખ્યા :

23, 35, 48, 30, 25, 46, 13, 27, 32, 38

આ રીતે આપેલા ગુણ સમજવા માટે સરળ નથી. તેમને એ પણ સમજ ન પડી કે વિદ્યાર્થીઓ અંગેની તેમની છાપ અને વિદ્યાર્થીઓનો દેખાવ સુસંગત હતા કે નહીં.

કુ. નીલમબહેનને તેમના એક સહ કર્મચારીએ માહિતીને નીચેના સ્વરૂપમાં ગોઠવવામાં તેને મદદ કરી.
(કોષ્ટક 3.4)

કોષ્ટક 3.4

રોલ નંબર	નામ	50 માંથી મેળવેલ ગુણ	રોલ નંબર	નામ	50માંથી મેળવેલ ગુણ
1	અજય	23	6	ગોવિંદ	46
2	અરમાન	35	7	જય	13
3	આશિષ	48	8	કવિતા	27
4	દીપિંદિ	30	9	મનિષા	32
5	ફેઝાન	25	10	નીરજ	38

આ ઉપરથી ક્યા વિદ્યાર્થીએ કેટલા ગુણ પ્રાપ્ત કર્યા છે તે કુ. નીલમબહેન સમજી શક્યાં. પરંતુ તેમને કંઈક વધુ માહિતી જાગ્રત્તવી હતી. દીપિકાએ આ માહિતીને બીજી રીતે ગોઠવવાની અલગ રીત દર્શાવી. (કોષ્ટક 3.5)

કોષ્ટક 3.5

રોલ નંબર	નામ	50માંથી મેળવેલ ગુણ	રોલ નંબર	નામ	50માંથી મેળવેલ ગુણ
3	આશિષ	48	4	દીપિંદિ	30
6	ગોવિંદ	46	8	કવિતા	27
10	નીરજ	38	5	ફેઝાન	25
2	અરમાન	35	1	અજય	23
9	મનિષા	32	7	જય	13

હવે નીલમ માટે એ જાગ્રત્તવું સરળ બની ગયું કે કોષે સૌથી સારો દેખાવ કર્યો છે અને કોને મદદની જરૂર છે.

આપણી સામે આવતી અનેક માહિતી કોષ્ટકસ્વરૂપમાં હોય છે. આપણી શાળાનું રજિસ્ટર, પ્રગતિ અહેવાલ, પાઠ્યપુસ્તકમાં અનુકૂળભિંબ, તાપમાનના આંકડા અને બીજી ઘણી માહિતી આ કોષ્ટકસ્વરૂપમાં હોય છે. શું તમે એવી વધારે માહિતી વિચારી શકશો કે જે કોષ્ટકસ્વરૂપમાં હોય ?

જ્યારે આપણે માહિતીને યોગ્ય કોષ્ટકમાં ગોઠવીએ છીએ ત્યારે તેને સમજવી અને તેનું અર્થઘટન કરવું સરળ બને છે.

પ્રયત્ન કરો



તમારી શાળાના ઓછામાં ઓછા 20 વિદ્યાર્થીઓ(છોકરાઓ અને છોકરીઓ)નું વજન (કિલોગ્રામમાં) કરો. મળેલી માહિતીને ગોઠવો અને નીચે આપેલા પ્રશ્નના જવાબ માહિતીને આધારે આપો.

- (i) બધાંમાં સૌથી વધુ વજન કોનું છે ? (ii) સૌથી વધુ વખત આવતું હોય તેવું વજન ક્યું ?
- (iii) તમારા અને તમારા ખાસ મિત્રના વજનમાં શું તફાવત છે ?

3.4 પ્રતિનિધિ મૂલ્યો (Representative Values)

તમે સરેરાશ શાખથી પરિચિત હશો જ તથા તમારા રોજિંદા છુવનમાં સરેરાશ શાખ સાથે સંકળાયેલ નીચે લખેલા વિધાનો ચોક્કસ સાંભળ્યાં કે વાંચ્યાં હશે :

- ઈશા દરરોજ સરેરાશ 5 કલાકનો સમય પોતાના અભ્યાસ માટે ફાળવે છે.

- વર્ષના આ સમય દરમ્યાન સરેરાશ તાપમાન 40 ડિગ્રી સેલ્સિયસ છે.
- મારા વર્ગના વિદ્યાર્થીઓની સરેરાશ ઉંમર 12 વર્ષ છે.
- એક શાળામાં વાર્ષિક પરીક્ષા સમયે વિદ્યાર્થીઓની સરેરાશ હાજરી 98 ટકા હતી.
આ પ્રકારનાં ઘડાં વિધાનો થઈ શકે છે. ઉપર આપેલાં વિધાનો વિશે વિચારો.
શું આપ વિચારો છો કે પહેલા વિધાનમાં દર્શાવેલ વિદ્યાર્થી દરરોજ બારાબર 5 કલાક ભણે છે ?
અથવા શું કોઈ ચોક્કસ સમયે આપવામાં આવેલ સ્થળનું તાપમાન કાયમ 40 ડિગ્રી રહે છે ? અથવા શું વર્ગના દરેક વિદ્યાર્થીની ઉંમર 12 વર્ષ છે ? સ્પષ્ટ છે કે ‘ના’.
તો આ વિધાનો તમને શું દર્શાવે છે ? સરેરાશથી આપણે સમજીએ છીએ કે ઈશા દરરોજ સામાન્ય રીતે 5 કલાક ભણે છે. કોઈ દિવસ તે 5 કલાકથી ઓછા કલાક ભણે છે અને કેટલાક દિવસ 5થી વધુ કલાક ભણે છે.
આ રીતે, 40 ડિગ્રી સરેરાશ તાપમાનનો અર્થ એ છે કે વર્ષના તે સમયે તાપમાન 40° ડિગ્રી સેલ્સિયસની આસપાસ રહે છે, ક્યારેક તે 40°C થી ઓછું રહે છે અને ક્યારેક તે 40°C થી વધુ રહે છે.
આ રીતે, આપણે એ અનુભવ કરી શકીએ કે સરેરાશ એક એવી સંખ્યા છે કે જે અવલોકનો અથવા માહિતીના સમૂહની મધ્યવર્તી સ્થિતિ દર્શાવે છે. કારણ કે સરેરાશ એ સૌથી વધારે તથા સૌથી ઓછું મૂલ્ય દર્શાવતી માહિતીની વચ્ચે હોય છે. એટલા માટે આપણે કહી શકીએ કે સરેરાશ એ માહિતીના સમૂહની મધ્યવર્તી સ્થિતિ છે. જુદા જુદા પ્રકારની માહિતીને સમજવા માટે જુદા જુદા પ્રકારના પ્રતિનિધિ મૂલ્ય કે કેન્દ્રવર્તી માપની જરૂર પડે છે. તેમાંનું એક પ્રતિનિધિ માપ અંકગણિતીય સરાસરી છે. પ્રકરણના પાછળના ભાગમાં આપણે બીજા પ્રતિનિધિ માપનો અભ્યાસ કરીશું.

3.5 અંકગણિતીય સરાસરી (Arithmetic Mean)

માહિતીના એક સમૂહ માટે મહત્તમ ઉપયોગમાં લેવાતું એક પ્રતિનિધિ માપ અંકગણિતીય સરાસરી છે. તેને સારી રીતે સમજવા માટે આવો નીચેનું એક ઉદાહરણ સમજીએ.



બે વાસણામાં કમશા: 20 લિટર અને 60 લિટર દૂધ છે. હવે જો બંને વાસણોમાં એક સરખું દૂધ રાખવામાં આવે તો પ્રત્યેક વાસણમાં કેટલું દૂધ હશે ?
જ્યારે આપણે આ પ્રકારનો પ્રશ્ન પૂછીએ છીએ ત્યારે આપણને અંકગણિતીય સરાસરી શોધવાથી જવાબ મળી શકે.

ઉપરની સ્થિતિમાં સરાસરી અથવા અંકગણિતીય સરાસરી.

$$\text{દૂધનો કુલ જથ્થો} = \frac{20+60}{2} \text{ લિટર} = 40 \text{ લિટર}$$

આ રીતે દરેક વાસણામાં 40 લિટર દૂધ હશે.

સરાસરી અથવા અંકગણિતીય સરાસરી (A.M.) અથવા સામાન્ય સરાસરીને નીચે લખ્યા પ્રમાણે વ્યાખ્યાયિત કરવામાં આવે છે.

$$\text{સરાસરી} = \frac{\text{બધાં અવલોકનોનો સરવાળો}}{\text{અવલોકનોની સંખ્યા}}$$

નીચે આપેલાં ઉદાહરણો જુઓ.

ઉદાહરણ 1 આંશિક સતત ગ્રાન્ડ દિવસ કમશા: 4 કલાક, 5 કલાક અને 3 કલાક અભ્યાસ કરે છે. તો
તેનો દરરોજ અભ્યાસનો સરાસરી સમય કેટલો હશે ?

ઉક્તાલ : આશિષનો સરેરાશ અભ્યાસનો સમય

$$= \frac{\text{અભ્યાસ માટે ફળવેલો કુલ સમય}}{\text{અભ્યાસ કરેલ દિવસોની સંખ્યા}} = \frac{4+5+3}{3} \text{ કલાક} = 4 \text{ કલાક પ્રતિ દિવસ}$$

આમ, આપણે કહી શકીએ કે આશિષ 4 કલાકની સરેરાશથી અભ્યાસ કરે છે.

ઉદાહરણ 2 એક બેટ્સમેને 6 દાવમાં નીચે પ્રમાણે રન બનાવ્યા, તો એક દાવમાં તેના દ્વારા બનાવવામાં આવેલા રનની સરાસરી શોધો.

36, 35, 50, 46, 60, 55

ઉક્તાલ : કુલ રન = $36 + 35 + 50 + 46 + 60 + 55 = 282$

સરાસરી શોધવા માટે આપણે બધાં અવલોકનોનો સરવાળો શોધી તેને અવલોકનોની કુલ સંખ્યા વડે ભાગીએ છીએ.

આમ, આ સ્થિતિમાં સરાસરી = $\frac{282}{6} = 47$. આમ, એક દાવમાં તેના દ્વારા બનાવવામાં આવેલા રનની સરાસરી 47 છે.



પ્રયત્ન કરો

આખા અઠવાડિયા દરમિયાન તમારા ભણવાના કલાકની સરાસરી તમે કેવી રીતે શોધી શકશો ?

વિચારો, ચર્ચા કરો અને લખો.

ઉપરોક્ત ઉદાહરણોમાં આપેલ માહિતીને ગણતરીમાં લો તથા નીચેના વિશે વિચારો.

- શું સરાસરી દરેક અવલોકનથી મોટી છે ?
- શું સરાસરી દરેક અવલોકનથી નાની છે ?

તમારા મિત્ર સાથે ચર્ચા કરો. આ પ્રકારનું બીજું એક ઉદાહરણ બનાવો અને આ જ પ્રશ્નોના ઉત્તર આપો. તમે શોધી શકશો કે સરાસરી એ મહત્તમ અને લઘુત્તમ અવલોકનોની વચ્ચે આવેલી છે. વિશેષ રીતે બે સંખ્યાઓની સરાસરી, તે બે સંખ્યાઓની વચ્ચે આવેલી હોય છે.



ઉદાહરણ તરીકે 5 અને 11 ની સરાસરી $\frac{5+11}{2} = 8$ છે. જે 5 અને 11 ની વચ્ચે આવેલી છે.

આ વિચારનો ઉપયોગ કરી તમે બતાવી શકશો કે બે બિન્ન અપૂર્ણાંક સંખ્યાઓની વચ્ચે ઘણી બધી અપૂર્ણાંક સંખ્યાઓ (જેટલી ઈઞ્ચો તેટલી) આવેલી છે.

ઉદાહરણ તરીકે $\frac{1}{2}$ તથા $\frac{1}{4}$ ની વચ્ચે તમને તેની સરાસરી $\frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{4}}{2} = \frac{3}{8}$ મળશે. વળી, તમને $\frac{1}{2}$

અને $\frac{3}{8}$ ની વચ્ચે તેમની સરાસરી $\frac{7}{16}$ મળશે વગેરે.

પ્રયત્ન કરો

1. એક અઠવાડિયા દરમિયાનના તમારા ઊંઘવાના કલાકની સરાસરી શોધો.



2. $\frac{1}{2}$ અને $\frac{1}{3}$ વચ્ચેની ઓછામાં ઓછી 5 સંખ્યા શોધો.

3.5.1 વિસ્તાર (Range)

મહત્તમ અને લઘુત્તમ અવલોકનોના તફાવતથી આપણાને અવલોકનોના વિસ્તારનો ખ્યાલ આવે છે. તેને મહત્તમ અવલોકનમાંથી લઘુત્તમ અવલોકનની બાદબાકી કરી શોધી શકાય. આપણે આ પરિણામને અવલોકનોનો વિસ્તાર કહીશું. નીચેનું ઉદાહરણ જુઓ :

ઉદાહરણ 3 એક શાળાના 10 શિક્ષકોની વર્ષમાં ઉંમર નીચે મુજબ છે :

32, 41, 28, 54, 35, 26, 23, 33, 38, 40

- સૌથી વધુ ઉંમરવાળા તથા સૌથી ઓછી ઉંમરવાળા શિક્ષકની ઉંમર કેટલી છે ?
- શિક્ષકોની ઉંમરનો વિસ્તાર ક્યો છે ?
- આ શિક્ષકોની સરાસરી ઉંમર કેટલી છે ?

ઉકેલ

- ઉંમરને ચઢતા કમમાં ગોઠવતાં આપણાને મળે છે

23, 26, 28, 32, 33, 35, 38, 40, 41, 54

આપણે જાણી શકીએ છીએ કે મહત્તમ ઉંમરવાળા શિક્ષકની ઉંમર 54 વર્ષ છે તથા લઘુત્તમ ઉંમરવાળા શિક્ષકની ઉંમર 23 વર્ષ છે.

- શિક્ષકોની ઉંમરનો વિસ્તાર = $(54 - 23)$ વર્ષ = 31 વર્ષ
- શિક્ષકોની ઉંમરની સરાસરી

$$= \frac{23 + 26 + 28 + 32 + 33 + 35 + 38 + 40 + 41 + 54}{10} \text{ વર્ષ}$$

$$= \frac{350}{10} = 35 \text{ વર્ષ}$$

સ્વાધ્યાય 3.1



1. તમારા વર્ગના કોઈ પણ દશ વિદ્યાર્થીઓની ઊંચાઈનો વિસ્તાર શોધો.

2. કોઈ વર્ગના એક મૂલ્યાંકનમાં મેળવેલ નીચે દર્શાવેલ ગુણને કોણકમાં દર્શાવો.

4, 6, 7, 5, 3, 5, 4, 5, 2, 6, 2, 5, 1, 9, 6, 5, 8, 4, 6, 7

- સૌથી વધારે ગુણ કેટલા છે ?

- સૌથી ઓછા ગુણ કેટલા છે ?

- માહિતીનો વિસ્તાર શો છે ?

- અંકગણિતીય સરાસરી શોધો.

3. પ્રથમ 5 પૂર્ણ સંખ્યાઓની સરાસરી શોધો.

4. એક કિકેટરે 8 દાવમાં નીચે મુજબ રન બનાવ્યા :

58, 76, 40, 35, 46, 45, 0, 100.

તો તેનો સરાસરી સ્કોર (રન) શોધો.

5. નીચે દર્શાવેલ કોષ્ટક દરેક બેલાડીએ ચાર રમતમાં મેળવેલા અંક દર્શાવે છે :

બેલાડી	રમત		રમત	
	1	2	3	4
A	14	16	10	10
B	0	8	6	4
C	8	11	રમ્યા નહિ	13

નીચે આપેલા પ્રશ્નોના જવાબ આપો.

- (i) દરેક રમતમાં A વડે મેળવેલ અંકની સરાસરી શોધો.
- (ii) દરેક રમતમાં C વડે કરાયેલ રનનો સરાસરી અંક જાણવા માટે તમે કુલ સંખ્યાને 3 વડે ભાગશો કે 4 વડે ? શા માટે ?
- (iii) B ચારેય રમતમાં રમ્યો છે. તમે તેની સરાસરી કેવી રીતે શોધશો ?
- (iv) કોણો દેખાવ સૌથી સારો છે ?

6. વિજ્ઞાનની એક કસોટીમાં વિદ્યાર્થીઓના એક સમૂહે (100 માંથી) પ્રાપ્ત કરેલ ગુણ 85, 76, 90, 85, 39, 48, 56, 95, 81 અને 75 છે.

- (i) વિદ્યાર્થીઓએ મેળવેલ સૌથી વધુ અને સૌથી ઓછા ગુણ
- (ii) મેળવેલા ગુણનો વિસ્તાર
- (iii) સમૂહ દ્વારા મેળવાયેલા ગુણની સરાસરી શોધો.

7. સણંગ છ વર્ષોમાં એક શાળામાં વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા નીચે પ્રમાણે હતી :

1555, 1670, 1750, 2013, 2540 અને 2820.

આ સમયગાળા દરમિયાન શાળાના વિદ્યાર્થીઓની સરાસરી સંખ્યા શોધો.

8. એક શહેરમાં કોઈ ચોક્કસ અઠવાડિયામાં પડેલ વરસાદ (મિમીમાં) નીચે દર્શાવ્યા પ્રમાણે નોંધવામાં આવ્યો છે :

દિવસ	સોમવાર	મંગળવાર	બુધવાર	ગુરુવાર	શુક્રવાર	શનિવાર	રવિવાર
વરસાદ (મિમી)	0.0	12.2	2.1	0.0	20.5	5.5	1.0

- (i) ઉપરની માહિતીને આધારે વરસાદનો વિસ્તાર શોધો.
- (ii) આ અઠવાડિયામાં પડેલ વરસાદની સરાસરી શોધો.
- (iii) કેટલા દિવસોમાં વરસાદ સરાસરી વરસાદ કરતાં ઓછો પડ્યો છે ?

9. 10 છોકરીઓની ઊંચાઈ સેમીમાં માપવામાં આવી અને નીચે દર્શાવ્યા પ્રમાણે પરિણામ મળેલ છે :

135, 150, 139, 128, 151, 132, 146, 149, 143, 141

- (i) સૌથી વધુ ઊંચાઈ ધરાવતી છોકરીની ઊંચાઈ કેટલી છે ?
- (ii) સૌથી ઓછી ઊંચાઈ ધરાવતી છોકરીની ઊંચાઈ કેટલી છે ?
- (iii) આ માહિતીનો વિસ્તાર કેટલો છે ?
- (iv) છોકરીઓની સરાસરી ઊંચાઈ કેટલી છે ?
- (v) કેટલી છોકરીઓની ઊંચાઈ સરાસરી ઊંચાઈ કરતાં વધુ છે ?

3.6 બહુલક (Mode)

અગાઉ આપણે જે જાણ્યું એમ કેવળ સરાસરી જ મધ્યવર્તી સ્થિતિનું માપ કે પ્રતિનિધિ માપ નથી. જુદા જુદા પ્રકારની જરૂરિયાત અનુસાર બીજા મધ્યવર્તી સ્થિતિના માપનો ઉપયોગ કરવામાં આવે છે.

નીચે આપેલ ઉદાહરણ જુઓ :

જુદાં જુદાં માપના શર્ટની અઠવાડિક માંગ જાણવા માટે એક દુકાનદાર 90 સેમી, 95 સેમી, 100 સેમી, 105 સેમી અને 110 સેમી માપનાં શર્ટ વેચવાનો રેકોર્ડ રાખે છે. એક સપ્તાહનો રેકોર્ડ આ પ્રકારે છે :

માપ (સેમીમાં)	90 સેમી	95 સેમી	100 સેમી	105 સેમી	110 સેમી	કુલ
વેચવામાં આવેલ શર્ટની સંખ્યા	8	22	32	37	6	105

જો વેચવામાં આવેલાં શર્ટની સંખ્યાની સરાસરી શોધીએ, તો શું તમને લાગે છે કે તે નિર્જય લઈ શકશે કે કયા માપનાં શર્ટ સ્ટોકમાં રાખવામાં આવે ?

$$\text{વેચવામાં આવેલાં શર્ટની સરાસરી} = \frac{\text{વેચવામાં આવેલાં કુલ શર્ટ}}{\text{જુદાં જુદાં શર્ટના માપની સંખ્યા}} = \frac{105}{5} = 21$$

શું તે દરેક માપનાં 21 શર્ટ રાખશે ? જો તે આમ કરે તો તે શું તેના ગ્રાહકોની જરૂરિયાત પૂરી કરી શકશે ?

ઉપરનો રેકોર્ડ જોઈને દુકાનદાર 95 સેમી, 100 સેમી અને 105 સેમી માપના શર્ટ મંગવવાનો નિર્જય લે છે. તૈયાર કપડાં વેચનાર અન્ય માપનાં શર્ટ ખરીદવાનો નિર્જય તેના ઓછા ખરીદદારો જોઈને મોકૂફ રાખે છે.

બીજું એક ઉદાહરણ જુઓ :

તૈયાર કપડાં વેચનાર એક દુકાનદાર કહે છે કે મારા વડે વેચવામાં આવેલ શર્ટનું પ્રચલિત માપ 90 સેમી હતું.



જુઓ કે અહીં પણ દુકાનદારની રૂચિ જુદા જુદા માપના વેચવામાં આવેલ શર્ટની સંખ્યામાં છે. તેમ છતાં તે શર્ટના તે માપને જુએ છે કે જે સૌથી વધુ વેચાય છે. તે માહિતીનું બીજું એક પ્રતિનિધિ માપ છે. સૌથી વધારે વેચાણ 90 સેમી માપના શર્ટનું છે. આ પ્રતિનિધિ માપને આપેલ માહિતીનો બહુલક કહે છે.

આપેલાં અવલોકનોના સમૂહમાંથી સૌથી વધારે વખત આવનાર અવલોકનને તે સમૂહનો બહુલક કહેવાય.

ઉદાહરણ 4 નીચે આપેલી સંખ્યાઓનો બહુલક શોધો.

1, 1, 2, 4, 3, 2, 1, 2, 2, 4

ઉકેલ આપેલી સંખ્યાઓમાંથી સમાન મૂલ્યવાળી સંખ્યાઓ સાથે ગોઠવતાં,

1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 3, 4, 4

આપેલી માહિતીનો બહુલક 2 છે, કારણ કે બીજા અવલોકનોની સરખામણીમાં તે વધુ વખત આવે છે.

3.6.1 વિસ્તૃત માહિતીનો બહુલક (Mode of Large Data)

જ્યારે અવલોકનોની સંખ્યા વિસ્તૃત હોય તો તેમને સમાન મૂલ્યવાળા અવલોકનના રૂપમાં વ્યવસ્થિત ગોઠવવું અને પછી તેને ગણવું એટલું સરળ નથી હોતું. આવી સ્થિતિમાં આપણે માહિતીને કોષ્ટકમાં ગોઠવીએ છીએ જે આપણે આગળના ધોરણામાં ભણી ગયાં છીએ. માહિતીનું કોષ્ટક બનાવવાનું કાર્ય આવૃત્તિ ચિહ્નની શરૂ કરી અવલોકનોની આવૃત્તિ શોધી પૂરું કરવામાં આવે છે.

નીચેનું ઉદાહરણ જુઓ :

ઉદાહરણ 5 નીચે ફૂટબોલની એક લીગમાં બે ટીમના ગોલના તફાવતની માહિતી દર્શાવવામાં આવેલ છે.

1, 3, 2, 5, 1, 4, 6, 2, 5, 2, 2, 2, 4, 1, 2, 3, 1, 1, 2, 3, 2,
6, 4, 3, 2, 1, 1, 4, 2, 1, 5, 3, 3, 2, 3, 2, 4, 2, 1, 2

આ માહિતીનો બહુલક શોધો :

ઉકેલ ચાલો આપણો, આ આંકડાઓને કોષ્ટકના સ્વરૂપમાં ગોઠવીએ.

પ્રયત્ન કરો

નીચેનાનો બહુલક શોધો

(i) 2, 6, 5, 3, 0, 3, 4, 3, 2, 4, 5,
2, 4

(ii) 2, 14, 16, 12, 14, 14,
16, 14, 10, 14, 18, 14

ગોલનો તફાવત	આવૃત્તિ ચિહ્ન	મેચની સંખ્યા
1		9
2		14
3		7
4		5
5		3
6		2
	કુલ	40

આ કોષ્ટક જોઈને આપણે જરૂરી કહી શકીએ છીએ કે બહુલક 2 છે. કારણ કે 2 સૌથી વધુ વખત આવે છે. આમ, મોટા ભાગની રમત 2 ગોલના અંતરથી જતી શકાઈ છે.

વિચારો, ચર્ચા કરો અને લખો



શું આપેલી માહિતીસમૂહને એક કરતાં વધુ બહુલક હોઈ શકે ?

ઉદાહરણ 6 નીચેની સંખ્યાઓનો બહુલક શોધો. 2, 2, 2, 3, 3, 4, 5, 5, 5, 6, 6, 8

ઉકેલ અહીં, 2 અને 5 બંને ત્રણ વખત આવે છે. તેથી તે બંને માહિતીના બહુલક છે.

આ કરો

- તમારા વર્ગના વિદ્યાર્થીઓની ઉંમર વર્ષમાં લખો. તેને કોષ્ટકમાં ગોઠવી બહુલક શોધો.
- તમારા સહાય્યાર્થીઓની ઊંચાઈ સેન્ટિમીટરમાં માપો અને તેનો બહુલક શોધો.

પ્રયત્ન કરો

- નીચેની માહિતીનો બહુલક શોધો :

12, 14, 12, 16, 15, 13, 14, 18, 19, 12, 14, 15, 16, 15, 16, 16, 15,
17, 13, 16, 16, 15, 15, 13, 15, 17, 15, 14, 15, 13, 15, 14



2. નીચે 25 બાળકોની ઊંચાઈ (સેમીમાં) આપેલ છે :

168, 165, 163, 160, 163, 161, 162, 164, 163, 162, 164, 163, 160, 163, 160,

165, 163, 162, 163, 164, 163, 160, 165, 163, 162

તેમની ઊંચાઈનો બહુલક કેટલો હશે ? અહીંયા બહુલકથી આપણે શું સમજાએ છીએ ?

સરાસરી આપણાને બધાં જ અવલોકનોની સરેરાશ આપે છે, જ્યારે બહુલક એ માહિતીમાં સહૃથી વધુ વખત આવતાં અવલોકનને દર્શાવે છે.

આવો, નીચે આપેલાં ઉદાહરણો અંગે વિચારીએ.

(a) તમારે એક જમણવારમાં આમંત્રિત 25 વક્તિઓ માટે જરૂરી રોટલીની સંખ્યા અંગે નિર્ણય લેવાનો છે.

(b) શર્ટ વેચવાવાળા દુકાનદારે ફરીથી સ્ટોક ભરવાનો નિર્ણય કરવાનો છે.

(c) આપણે આપણા ઘર માટે જરૂરી દરવાજાની ઊંચાઈ જાણવી છે.

(d) એક પિઝ્નિક પર જતી વખતે, જો દરેક માત્ર એક જ ફળ ખરીદવાનું હોય, તો આપણાને કયું ફળ મળશે ?

આમાંથી કઈ પચિસ્થિતિમાં આપણે બહુલકનો બહુ જ સારી રીતે ઉપયોગ કરી શકીશું ?

પહેલા વિધાન પર વિચાર કરીએ. ધારો કે દરેક વક્તિ માટે જરૂરી રોટલીની સંખ્યા

2, 3, 2, 3, 2, 1, 2, 3, 2, 2, 4, 2, 2, 3, 2, 4, 4, 2, 3, 2, 4, 2, 4, 3, 5 છે.

આ અવલોકનોનો બહુલક 2 રોટલી છે. જો આપણે બહુલકનો પ્રતિનિધિ મૂલ્યના સ્વરૂપમાં ઉપયોગ કરીએ તો આપણાને પ્રત્યેક વ્યક્તિની 2 રોટલી પ્રમાણે 25 વ્યક્તિ માટે 50 રોટલીની જરૂર પડે, પરંતુ કુલ રોટલી બધા વ્યક્તિઓ માટે પૂરતી નથી. શું અહીં સરાસરી યોગ્ય પ્રતિનિધિમાપ છે ?

ત્રીજા વિધાન માટે દરવાજાની ઊંચાઈ એ વ્યક્તિઓ સાથે સંબંધ ધરાવે છે કે જે તેનો ઉપયોગ કરે છે. ધારો કે 5 બાળકો અને 4 પુખ્ત વધના લોકો તેનો ઉપયોગ કરે છે. 5 બાળકોમાંથી દરેકની ઊંચાઈ 135 સેમીની આસપાસ છે. ઊંચાઈનો બહુલક 135 સેમી છે. શું આપણે એક એવો દરવાજો લેવો જોઈએ કે જેની ઊંચાઈ 144 સેમી હોય ? શું પુખ્તવધના બધા લોકો આ દરવાજામાંથી પસાર થઈ શકશે ? એ સ્પષ્ટ છે કે આ માહિતી માટે બહુલક એ યોગ્ય પ્રતિનિધિ માપ નથી. શું અહીં સરાસરી એ એક યોગ્ય પ્રતિનિધિ માપ છે ?

શા માટે નહીં ? દરવાજાની ઊંચાઈ વિશે નિર્ણય લેવા માટે ક્યા પ્રતિનિધિ માપનો ઉપયોગ કરવો જોઈએ ?

આ પ્રકારે બાકીનાં વિધાનોનું વિશ્લેષણ કરો અને આ સ્થિતિ માટે ઉપયોગી પ્રતિનિધિ માપ શોધી કાઢો.

પ્રયત્ન કરો



તમારા મિત્રો સાથે ચર્ચા કરો અને જવાબ આપો

(a) એવી બે સ્થિતિ આપો કે જ્યાં સરાસરીનો યોગ્ય પ્રતિનિધિ મૂલ્યના સ્વરૂપે ઉપયોગ થતો હોય.

(b) એવી બે સ્થિતિ આપો કે જેમાં બહુલકના મૂલ્યનો યોગ્ય પ્રતિનિધિ મૂલ્યના સ્વરૂપે ઉપયોગ થતો હોય.

3.7 મધ્યસ્થ (Median)

આપણે જોઈ ગયાં કે કેટલીક પરિસ્થિતિમાં અંકગણિતીય સરાસરી એ મધ્યવર્તી સ્થિતિનું એક ચોગ્ય માપ છે. તથા કેટલીક પરિસ્થિતિમાં મધ્યવર્તી સ્થિતિનું યોગ્ય માપ બહુલક છે.

ચાલો, હવે એક ઉદાહરણ જોઈએ. 17 વિદ્યાર્થીઓના એક સમૂહના દરેક વિદ્યાર્થીની ઊંચાઈ (સેમીમાં) નીચે આપેલ છે : 106, 110, 123, 125, 117, 120, 112, 115, 110, 120, 115, 102, 115, 115, 109, 115, 101.

રમતના શિક્ષક વર્ગને એવા બે સમૂહમાં વિભાજિત કરવા માગે છે કે દરેક સમૂહમાં વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા સરખી હોય તથા એક સમૂહના વિદ્યાર્થીઓની ઊંચાઈ એક ચોક્કસ ઊંચાઈથી ઓછી હોય અને બીજા સમૂહના વિદ્યાર્થીઓની ઊંચાઈ આ ચોક્કસ ઊંચાઈ કરતાં વધુ હોય. તે આવું કેવી રીતે કરશે ? આવો, તેની પાસે જુદા જુદા વિકલ્પો છે તે જોઈએ.

(i) તે સરાસરી શોધશે :

$$\text{સરાસરી} = \frac{106+110+123+125+117+120+112+115+110+120+115+102+115+109+115+101}{17}$$

$$= \frac{1930}{17} = 113.5$$

તેથી, જો શિક્ષક વર્ગના વિદ્યાર્થીઓને એવા બે સમૂહમાં વિભાજિત કરે કે જેમાંથી એક સમૂહમાં સરાસરી ઊંચાઈથી ઓછી ઊંચાઈવાળા અને બીજા સમૂહમાં સરાસરી ઊંચાઈથી વધુ ઊંચાઈવાળા વિદ્યાર્થીઓ હોય, તો એ સમૂહ અસમાન સંખ્યાના થશે. કારણ કે એકમાં 7 સત્ય અને બીજામાં 10 સત્ય થશે.

(ii) તેની પાસે બીજો વિકલ્પ છે કે તે બહુલક શોધે. સૌથી વધારેવાર આવતું અવલોકન 115 સેમી છે જેને બહુલક તરીકે લેવામાં આવશે.

અહીં 7 વિદ્યાર્થીઓ બહુલકથી ઓછી અને 10 વિદ્યાર્થીઓ બહુલક જેટલી કે તેથી વધુ ઊંચાઈ ધરાવનાર છે અને તેથી આપણે સમૂહને બે સરખા ભાગમાં વિભાજિત કરી શકીએ નાહિએ.

એટલા માટે ચાલો, વધુ એક પ્રતિનિધિ માપ અથવા મધ્યવર્તી સ્થિતિના માપ વિષે વિચારીએ. આ કરવા માટે આપણે વિદ્યાર્થીઓની આપેલી ઊંચાઈ (સેમીમાં) જોઈએ અને તેને ચઢતા ક્રમમાં ગોઠવતાં નીચે પ્રમાણેના અવલોકન થશે :

101, 102, 106, 109, 110, 110, 112, 115, 115, 115, 115, 115, 117, 120, 120, 123, 125

અહીં આ માહિતીની મધ્યમાં આવતી કિંમત 115 છે, કારણ કે આ કિંમત વિદ્યાર્થીઓને બે સમાન સમૂહમાં વિભાજિત કરે છે કે જેમાંથી દરેકમાં 8 વિદ્યાર્થીઓ હોય. આ કિંમતને મધ્યસ્થ કહે છે. મધ્યસ્થ એવું માપ દર્શાવે છે કે જે માહિતીમાં મધ્યમાં આવેલું હોય (જ્યારે ગોઠવણી ચઢતા કે ઉત્તરતા ક્રમમાં હોય) તથા અડધાં અવલોકનો તેનાથી વધારે હોય અને બીજા અડધાં તેનાથી નીચે હોય. રમતના શિક્ષક વચ્ચેના વિદ્યાર્થીનિ આ રમતના નિર્ણાયક બનાવી શકે છે.

અહીં આપણે ફક્ત એવી સ્થિતિઓ લઈશું કે જ્યાં અવલોકનો એકી સંખ્યામાં હોય.

આ પ્રકારે આપેલ માહિતીને ચઢતા કે ઉત્તરતા ક્રમમાં ગોઠવ્યા પછી તેનું મધ્યમાં આવેલું અવલોકન આપણાને મધ્યસ્થ આપે છે.

નોંધો કે સામાન્ય રીતે આપણાને મધ્યસ્થ અને બહુલકનું મૂલ્ય સમાન ન પણ મળે.

પ્રયત્ન કરો

તમારા ભિત્ર આપેલ માહિતીનો મધ્યસ્થ અને બહુલક શોધે છે. તમારા ભિત્રની કોઈ ભૂલ થઈ હોય તો દર્શાવો અને સુધારો :

35, 32, 35, 42, 38, 32, 34

મધ્યસ્થ = 42, બહુલક = 32

આમ, આપણે કહી શકીશું કે સરાસરી, બહુલક અને મધ્યસ્થ એ એવી સંખ્યાઓ છે કે જે આપેલાં અવલોકનો અથવા સમૂહનું પ્રતિનિધિ મૂલ્ય છે. તે માહિતીના સૌથી વધારે અને સૌથી ઓછાં મૂલ્યોની વચ્ચે છે. તેને મધ્યવર્તી સ્થિતિનું માપ કહેવામાં આવે છે.

ઉદાહરણ 7 આપેલી માહિતીનો મધ્યસ્થ શોધો : 24, 36, 46, 17, 18, 25, 35

ઉકેલ : આપણે અવલોકનોને ચઢતા કર્મમાં ગોઠવીશું તો આપણને. 17, 18, 24, 25, 35, 36, 46 મળશે. મધ્યસ્થ એ વચ્ચેનું અવલોકન છે. તેથી 25 એ મધ્યસ્થ છે.

સ્વાધ્યાય 3.2



1. ગણિતની એક પરીક્ષામાં (25 ગુણમાંથી) 15 વિદ્યાર્થીઓના ગુણ નીચે દર્શાવેલ છે :
19, 25, 23, 20, 9, 20, 15, 10, 5, 16, 25, 20, 24, 12, 20
આ માહિતીના બહુલક અને મધ્યસ્થ શોધો. આ બંને સમાન છે ?
2. એક કિકેટ મેચમાં 11 ખેલાડીઓએ બનાવેલ રન નીચે પ્રમાણે છે :
6, 15, 120, 50, 100, 80, 10, 15, 8, 10, 15
આ માહિતીના સરાસરી, બહુલક અને મધ્યસ્થ શોધો.
આ ગ્રાફોય સમાન છે ?
3. એક વર્ગના 15 વિદ્યાર્થીઓનું વજન (કિગ્રામાં) નીચે મુજબ છે :
38, 42, 35, 37, 45, 50, 32, 43, 43, 40, 36, 38, 43, 38, 47
(i) આ માહિતીનો બહુલક અને મધ્યસ્થ શોધો.
(ii) શું એકથી વધુ બહુલક છે ?
4. નીચેની માહિતીનો બહુલક અને મધ્યસ્થ શોધો :
13, 16, 12, 14, 19, 12, 14, 13, 14
5. નીચેનાં વિધાનો સાચાં છે કે ખોટાં તે કહો.
(i) બહુલક એ હમેશાં માહિતીમાંની સંખ્યા હોય છે.
(ii) સરાસરી એ માહિતીમાંની એક સંખ્યા હોય છે.
(iii) મધ્યસ્થ એ હમેશાં માહિતીમાંની એક સંખ્યા હોય છે.
(iv) માહિતી 6, 4, 3, 8, 9, 12, 13, 9ની સરાસરી 9 છે.



3.8 જુદા જુદા હેતુઓ માટે લંબ આલેખનો ઉપયોગ

આપણે ગયા વર્ષ શીખી ગયાં છીએ કે એકઠી કરેલ માહિતીને કેવી રીતે આવૃત્તિ વિતરણ કોષ્ટકમાં પહેલાં ગોઠવી અને પછી તે સૂચનાઓની દર્શય રજૂઆત ચિત્રાલેખ અને લંબ આલેખમાં કરવામાં આવે છે. તમે આ લંબ આલેખને જોઈ શકો છો અને તેના વિષેના પરિણામ તારવી શકો છો. આ લંબ આલેખ પરથી તમે માહિતી પણ મેળવી શકો છો. દા.ત. તમે કહી શકશો કે બહુલક એ સૌથી લાંબો લંબ છે, જો તે લંબ, આવૃત્તિનું પ્રતિનિધિત્વ કરતો હોય તો.

3.8.1 પ્રમાણમાપ અથવા સ્કેલની પસંદગી કરવી

આપણે જાણીએ છીએ કે લંબ આલેખ સમાન પહોળાઈના લંબ દ્વારા અંકો દર્શાવે છે અને લંબની લંબાઈ, આવૃત્તિ અને પસંદ કરેલા પ્રમાણમાપ પર આધાર રાખે છે. લંબ આલેખમાં જો અવલોકનો એકમમાં દર્શાવેલ હોય તો એક અવલોકન માટે એક એકમ લંબાઈનું નિરૂપણ કરવું પડે છે. પણ જો 10 કે 100 અવલોકનો દર્શાવવાં હોય તો એક એકમ લંબાઈ 10 કે 100 અવલોકનોનું નિરૂપણ કરી શકે છે. આપેલા ઉદાહરણને સમજજાએ.



ઉદાહરણ 8 શાળાના મકાનને રંગ કરવાનો નિર્ણય લેવા માટે ધોરણ 6 અને ધોરણ 7 ના 200 વિદ્યાર્થીઓને તેમના મનપસંદ રંગની પસંદગી કરવાનું કહેવામાં આવ્યું જેનું પરિણામ નીચેના કોષ્ટકમાં દર્શાવેલ છે. આપેલી માહિતીને લંબ આલેખ વડે દર્શાવો.

મનગમતો રંગ	લાલ	લીલો	વાદળી	પીળો	નારંગી
વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા	43	19	55	49	34

લંબ આલેખનો ઉપયોગ કરી નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ આપો :

- (i) સૌથી વધુ પસંદગીનો રંગ ક્યો છે ? (ii) અને ક્યો રંગ સૌથી ઓછી પસંદગીનો છે ?
- (iii) કુલ કેટલા રંગ છે ? તે ક્યા ક્યા છે ?

ઉકેલ નીચે પ્રમાણે યોગ્ય પ્રમાણમાપ પસંદ કરો :

0 માપથી શરૂ કરો. સૌથી મોટું અવલોકન 55 છે. તેથી માપને 55 થી થોડું વધારે એટલે કે 60 પર સમાપ્ત કરો. અથી પર 10 ના વધારા પ્રમાણે સરખું વિભાજન કરો. તમે જોશો કે બધા જ લંબ 0 અને 60 વચ્ચે આવશે. આપણે પ્રમાણમાપ એ રીતે પસંદ કરીશું કે જેથી લંબાઈ 0 અને 60 વચ્ચે રહે. તે વધુ લાંબો પણ ન હોય કે ટૂંકો પણ નહિ. અહીં આપણે 10 વિદ્યાર્થીઓ માટે એક એકમ લઈશું. પછી આપણે આકૃતિમાં દર્શાવ્યા પ્રમાણે લંબ આલેખ દોરીશું અને નામ આપીશું. લંબ આલેખ પરથી તારવી શકાય કે,

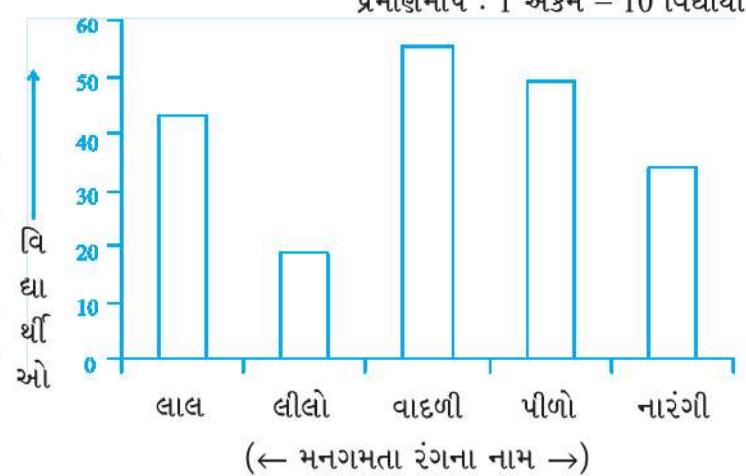
- (i) વાદળી એ સૌથી વધુ પસંદગીનો રંગ છે. (કારણ કે વાદળી રંગનું નિરૂપણ કરતો લંબ સૌથી તીંચો છે.)
- (ii) લીલો રંગ સૌથી ઓછી પસંદગીનો રંગ છે. (કારણ કે લીલા રંગનું નિરૂપણ કરતો લંબ સૌથી ટૂંકો છે.)
- (iii) અહીં 5 રંગ છે, તે લાલ, લીલો, વાદળી, પીળો અને નારંગી છે. (જે આડી રેખા પર દર્શાવેલ છે)

ઉદાહરણ 9 નીચેની માહિતી કોઈ એક ચોક્કસ વર્ગના 6 વિદ્યાર્થીઓએ (600 માંથી) મેળવેલ કુલ ગુણ દર્શાવે છે. આ માહિતીને લંબ આલેખ વડે દર્શાવો.

વિદ્યાર્થીઓ	અજ્ય	બાલી	દિનિ	ફેયાઝ	ગીતિકા	હરિ
મેળવેલ ગુણ	450	500	300	360	400	540

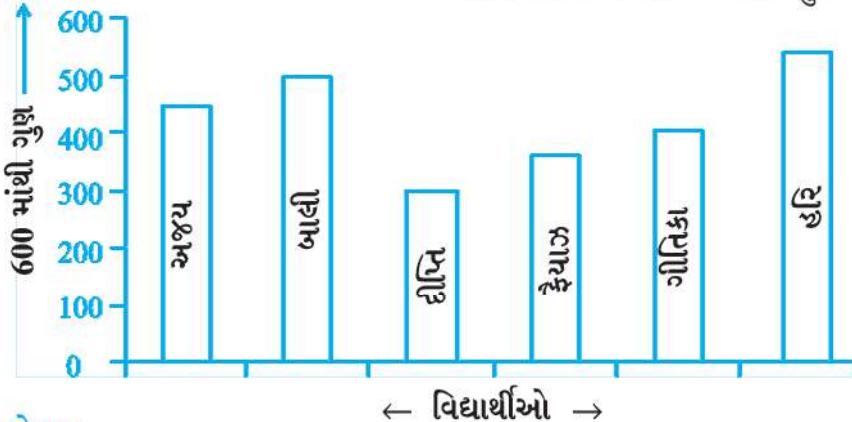
ઉકેલ :

- (i) યોગ્ય માપની પસંદગી માટે આપણે સરખા ભાગ પાડી 100નો વધારો લઈએ છીએ. આમ, એક એકમ 100 ગુણ દર્શાવે છે. (જો 10 ગુણ દર્શાવવા માટે 1 એકમની પસંદગી કરવામાં આવે તો શું મુશ્કેલી થશે ?)



(ii) હવે માહિતીને લંબ આલેખ વડે દર્શાવો.

પ્રમાણમાપ : 1 એકમ = 100 ગુજરાતી



દ્વિ-લંબ આલેખ દોરવા

નીચે બે શહેરો આબેરદીન અને મારગેટ માટે વર્ષના બારે મહિનાઓ દરમિયાન તડકો હોવાના સરેરાશ કલાક દર્શાવતી માહિતી એકઠી કરી છે. આ શહેરો દક્ષિણ ધૂવની નજીક છે અને અહીં દરરોજ થોડા કલાક માટે જ તડકો રહે છે.

મારગેટમાં												
	જાન્યુ.	ફેબ્રૂ.	માર્ચ	એપ્રિલ	મે	જૂન	જુલાઈ	ઓગસ્ટ	સપ્ટે.	ઓક્ટો.	નવે.	ડિસે.
તડકો હોય એવા સરેરાશ કલાક	2	$3\frac{1}{4}$	4	4	$7\frac{3}{4}$	8	$7\frac{1}{2}$	7	$6\frac{1}{4}$	6	4	2
આબેરદીનમાં												
	જાન્યુ.	ફેબ્રૂ.	માર્ચ	એપ્રિલ	મે	જૂન	જુલાઈ	ઓગસ્ટ	સપ્ટે.	ઓક્ટો.	નવે.	ડિસે.
તડકો હોય એવા સરેરાશ કલાક	$1\frac{1}{2}$	3	$3\frac{1}{2}$	6	$5\frac{1}{2}$	$6\frac{1}{2}$	$5\frac{1}{2}$	5	$4\frac{1}{2}$	4	3	$1\frac{3}{4}$

તમે અલગ લંબ આલેખ દોરી નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ આપો.

(i) ક્યા મહિનામાં બંને શહેરમાં મહત્તમ તડકો છે ? અથવા

(ii) ક્યા મહિનામાં બંને શહેરમાં સૌથી ઓછો તડકો છે ?

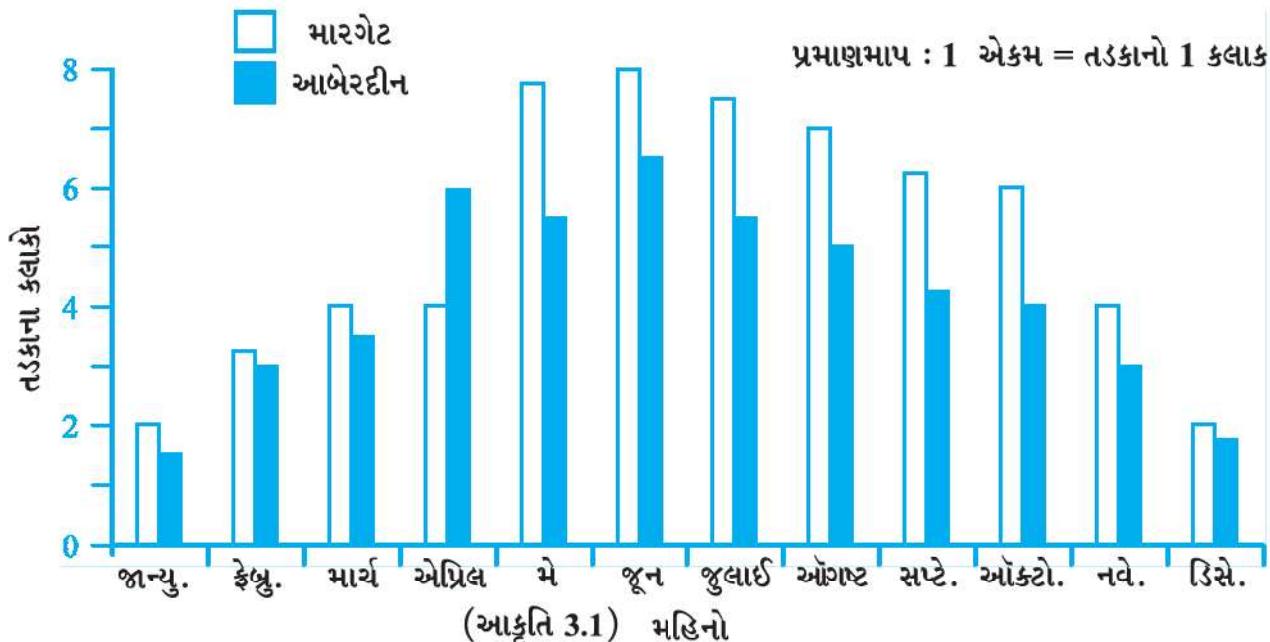
તેમ છીતાં ચોક્કસ મહિનામાં ક્યા શહેરમાં તડકાના વધુ કલાક છે તે જાણવા માટે બંને શહેરના સરેરાશ કલાકોની સરખામણી કરવી જોઈશે. આ માટે આપણે તેના માટે એવા આલેખો દોરતાં શીખીશું જેને દ્વિ-લંબ આલેખ કહીશું, જેમાં બે શહેરોની માહિતી લંબ આલેખો વડે પાસ પાસે આપવામાં આવેલ છે.

પાન નં 71 પરનો લંબ આલેખ (આકૃતિ 3.1) બંને શહેરોનો સરાસરી તડકો દર્શાવે છે.

દરેક મહિના માટે આપણી પાસે બે લંબ આલેખ છે. જેની ઉંચાઈઓ દરેક શહેર માટે સરાસરી તડકો દર્શાવે છે. આ પરથી આપણે કહી શકીએ કે એપ્રિલ સિવાયના દરેક મહિનામાં મારગેટમાં આબેરદીનની અપેક્ષાએ વધુ તડકો રહે છે.

આ પ્રકારના બેગા લંબ આલેખ તમે તમારા વિસ્તાર કે શહેર માટે પણ બનાવી શકો.

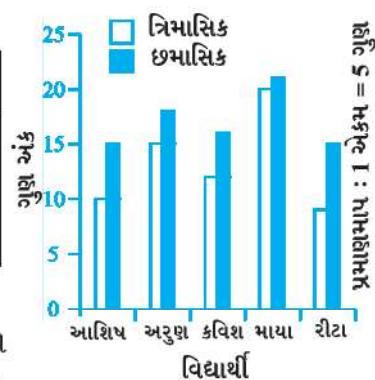




ચાલો, આપણાને સંબંધિત બીજું એક ઉદાહરણ આપણે જોઈએ.

ઉદાહરણ 10 ગણિતના શિક્ષિકા એ જાણવા માગે છે કે નિમાસિક પરીક્ષા પછી અપનાવવામાં આવેલી શિક્ષણની નવી પદ્ધતિ અસરકારક હતી કે નહિ. તેમણે નબળા વિદ્યાર્થીઓના નિમાસિક કસોટીના (25માંથી) અને છ નિમાસિક કસોટીના (25માંથી) ગુણ લીધા.

વિદ્યાર્થી	આશિષ	અરુણ	કવિશ	માયા	રીતા
નિમાસિક	10	15	12	20	9
છન્માસિક	15	18	16	21	15



ઉકેલ : તેણે પાસપાસે બે લંબવાળો આલેખ દોર્યો અને શોધી કાઢ્યું કે મોટા ભાગના વિદ્યાર્થીઓના ગુણમાં સુધારો થયેલ છે. શિક્ષિકાએ નક્કી કર્યું કે આ પદ્ધતિનો ઉપયોગ તે હંમેશાં ચાલુ રાખશે.

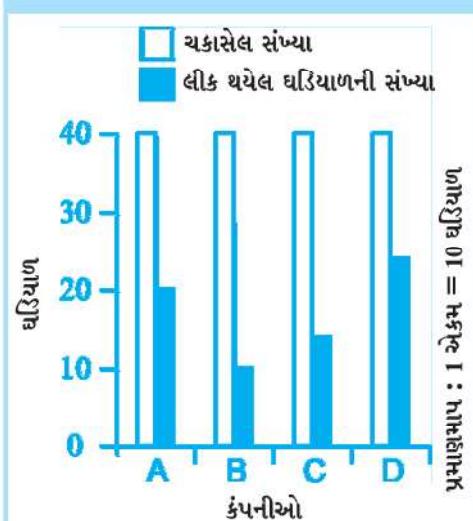
તમે એવી કેટલીક પરિસ્થિતિ વિચારી શક્શો કે જેમાં દ્વિ-લંબ આલેખનો ઉપયોગ થતો હોય ?

પ્રયત્ન કરો

- (1) આપવામાં આવેલ લંબ આલેખ (આંકૃતિક 3.2) જુદી જુદી કંપનીઓ દ્વારા બનાવવામાં આવેલ પાણી અવરોધક ઘડિયાળની તપાસ માટે કરવામાં આવેલા એક સર્વેક્ષણનો છે.

તેમાંની દરેક કંપનીનો દાવો હતો કે તેમની ઘડિયાળ પાણી અવરોધક છે.





આકૃતિ 3.2

તપાસ કર્યા પછી મેળવેલ આ પરિણામ છે.

- (a) શું તમે દરેક કંપની માટે લીક થતી હોય તેવી ઘડિયાળ અને કુલ ઘડિયાળની સંખ્યા ને અપૂર્ણાક સ્વરૂપમાં દર્શાવી શકશો ?
 (b) આ પરથી તમે કહી શકશો કે કઈ કંપનીની ઘડિયાળ વધુ સારી છે ?

2. નીચે 1995, 1996, 1997 અને 1998 માં વેચાયેલ અંગ્રેજ અને હિન્દી વિષયની ચોપડીઓની સંખ્યા દર્શાવેલ છે :

વર્ષ	1995	1996	1997	1998
અંગ્રેજ	350	400	450	620
હિન્દી	500	525	600	650

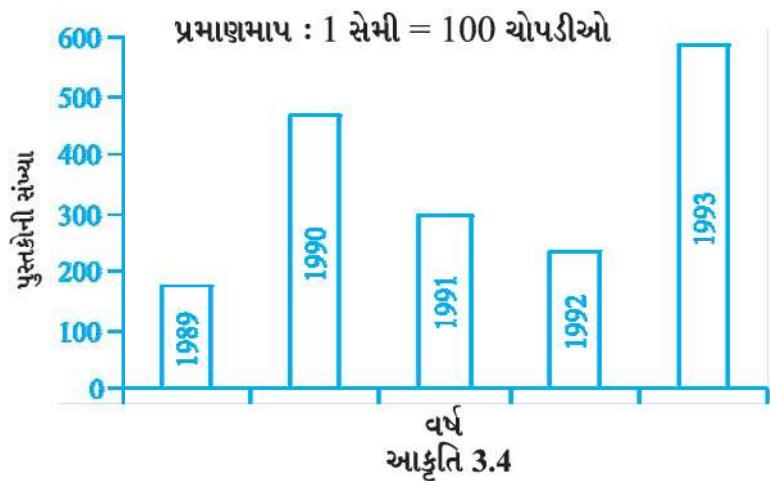
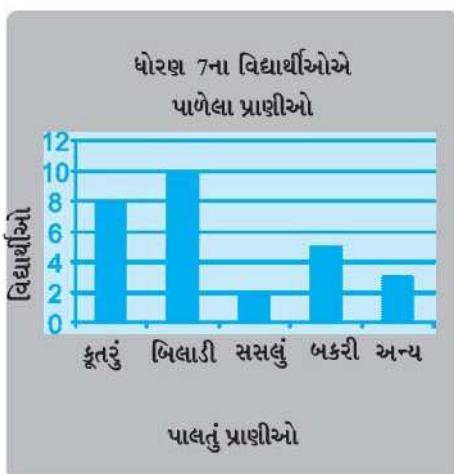
દ્વિનંબ આલેખ દોરી નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ આપો.

- (a) કયા વર્ષમાં બંને ભાષાનાં પુસ્તકોના વેચાણ વચ્ચેનો તફાવત સૌથી ઓછો હતો ?
 (b) શું તમે કહી શકશો કે અંગ્રેજ વિષયના પુસ્તકની માંગ ઝડપથી વધી છે ? કારણ આપો.

સ્વાધ્યાય 3.3

1. લંબ આલેખ (આકૃતિ 3.3) નો ઉપયોગ કરી નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ આપો.

- (a) કયું પાલતું પ્રાણી સૌથી વધુ લોકપ્રિય છે ? (b) કેટલા વિદ્યાર્થીઓનું પાલતું પ્રાણી કૂતરો છે ?



- આકૃતિ 3.3 2. આપેલ લંબ આલેખ (આકૃતિ 3.4) નો અભ્યાસ કરો કે જે પુસ્તક ભંડારમાં સતત પાંચ વર્ષ દરમિયાન વેચાયેલ પુસ્તકની સંખ્યા દર્શાવે છે. નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ આપો.
 (i) 1989, 1990 અને 1992 ના દરેક વર્ષમાં કેટલાં પુસ્તકોનું વેચાણ થયું હશે ?
 (ii) કયા વર્ષમાં 475 પુસ્તકો વેચવામાં આવ્યાં ? કયા વર્ષમાં 225 પુસ્તકો વેચવામાં આવ્યાં ?

- (iii) કયા વર્ષમાં 250 કરતાં ઓછાં પુસ્તકો વેચવામાં આવ્યાં ?
 (iv) 1989માં વેચાયેલ પુસ્તકની સંખ્યાનો અંદાજ કેવી રીતે કાઢી શકાય તે સમજાવી શકશો ?
3. જુદા જુદા 6 ધોરણના વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા નીચે દર્શાવેલ છે. આ માહિતીને લંબ આલેખ સ્વરૂપે દર્શાવો.

ધોરણ	પાંચમું	છઠું	સાતમું	આઠમું	નવમું	દસમું
વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા	135	120	95	100	90	80

- (a) તમે પ્રમાણમાપ કેવી રીતે પસંદ કરશો ?
 (b) નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ આપો.
 (i) કયા ધોરણમાં સૌથી વધુ વિદ્યાર્થીઓ છે ? અને સૌથી ઓછા ?
 (ii) ધોરણ ઇ અને ધોરણ આઠના વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યાનો ગુણોત્તર શોધો.
4. વિદ્યાર્થીના પ્રથમ સત્ર અને બીજા સત્રના પરિણામ આપેલ છે. યોગ્ય પ્રમાણમાપ લઈ દ્વિ-લંબ આલેખ દોરો અને નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ આપો.

વિષય	અંગ્રેજી	હિન્દી	ગણિત	વિજ્ઞાન	સામાજિક વિજ્ઞાન
પ્રથમ સત્ર (100માંથી)	67	72	88	81	73
બીજું સત્ર (100માંથી)	70	65	95	85	75

- (i) વિદ્યાર્થીએ કયા વિષયના દેખાવમાં સૌથી વધુ સુધારો કર્યો ?
 (ii) કયા વિષયમાં સુધારો સૌથી ઓછો છે ?
 (iii) શું કોઈ વિષયમાં દેખાવ નીચે ગયો છે ?

5. એક વસાહતનો સર્વે કરતાં નીચે પ્રમાણેની માહિતી એકઠી થઈ :

મનગમતી રમત	કિકેટ	બાસ્કેટ બોલ	સ્વીમીંગ	હોકી	એથ્લેટિક્સ
જોનાર	1240	470	510	430	250
ભાગ લેનાર	620	320	320	250	105

- (i) યોગ્ય પ્રમાણમાપ લઈ દ્વિ-લંબ આલેખ દોરો.
 લંબ આલેખ પરથી તમે શું અનુમાન કરશો ?
 (ii) કઈ રમત સૌથી વધુ પ્રિય છે ?
 (iii) રમત જોવી અને ભાગ લેવો બે માંથી શું વધુ પસંદ છે ?
6. આ પ્રકરણની શરૂઆતમાં (કોષ્ટક 3.1) જુદાં જુદાં શહેરોમા આપવામાં આવેલ મહત્તમ અને લઘુત્તમ તાપમાનની માહિતી લો. આ માહિતીનો ઉપયોગ કરી દ્વિ-લંબ આલેખ દોરો અને નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ આપો.
- (i) આપેલી તારીખે કયા શહેરના તાપમાનમાં સૌથી વધુ તફાવત છે ?
 (ii) કયું શહેર સૌથી વધુ ગરમ અને કયું શહેર સૌથી વધુ હંડુ છે ?
 (iii) એવાં બે શહેરોનાં નામ આપો કે જેમાં એકનું મહત્તમ તાપમાન એ બીજાનાં લઘુત્તમ તાપમાનથી ઓછું હોય.
 (iv) એવા શહેરનું નામ આપો કે જેના તાપમાનનો તફાવત સૌથી ઓછો હોય.



પ્રયત્ન કરો

એવી સ્થિતિ
વિચારીને દરેકના
ઓછામાં ઓછાં
ત્રાણ ઉદાહરણ
આપો કે જે
ચોક્કસ થશે, ને
થવાની શક્યતા
નથી અને જે થાય
પણ ખરી અને ન
પણ થાય. એટલે
કે પરિસ્થિતિ
થવાનીકેટલીક
તક હોય છે.

3.9 તક અને સંભાવના (Chance And Probability) :

આ શર્ષ્ટો આપણાં રોજિંદા જીવનમાં વારંવાર આવે છે. આપણે વારંવાર કહીએ છીએ કે આજે વરસાદ થવાના કોઈ યોગ નથી અને એવું પણ કહીએ છીએ કે ભારતને વર્લ્ડકપ જીતવાની સંભાવના વધુ છે. ચાલો, પદોને વધુ સારી રીતે સમજાએ. નીચેનાં વિધાન વિચારો.

- પશ્ચિમ દિશામાં સૂર્ય ઊગે છે
- કીર્તિની ઊંચાઈ 3 મીટર સુધી વધે છે.
- મોટા કદનો ઘન લેવામાં આવશે તો તેની બાજુ પણ મોટી હશે.
- વધારે ક્ષેત્રફળ ધરાવતું વર્તુળ લેવામાં આવે તો તેની ત્રિજ્યા પણ વધુ હશે.
- ભારત આગામી ટેસ્ટ શ્રેણી જતશે.

ઉપર આપેલાં વાક્યો જોઈને તમે કહી શકશો કે સૂર્ય પશ્ચિમમાં ઊગે તે અશક્ય છે. કીર્તિનું કદ 3 મીટર સુધી વધે તે પણ અશક્ય છે. બીજી બાજુ જો વર્તુળનું ક્ષેત્રફળ વધુ હશે તો તે ચોક્કસ છે કે તેની ત્રિજ્યા પણ વધુ હશે. તમે આ જ વાત ઘનના વધુ કદ અને તેની લાંબી બાજુ માટે કહી શકો. બીજી બાજુ ભારત આગામી ટેસ્ટ શ્રેણી જતશે કે હારશે. તે બંને શક્યતા છે.

3.9.1 તક (Chance)

જ્યારે તમે સિક્કો ઉછાળો તો શું તમે ખાતરીપૂર્વક કહી શકશો કે તમને શું મળશે ? સિક્કો ઉછાળતાં પહેલાં દરેક વખતે પરિણામ ધારવાનો પ્રયત્ન કરો. તમારું અવલોકન નીચેના ખાનામાં લખો.

સિક્કો ઉછાળવાનો કમ	ધારણા	પરિણામ

10 વખત આ પ્રયત્ન કરો. મળતાં પરિણામોનું અવલોકન કરો. તેના માટેની કોઈ પેટર્ન જોઈ ? દરેક હેડ પછી તમને શું મળે છે ? તે શક્ય છે કે દરેક વખતે હેડ જ મળે ? બીજા 10 ટોસ ઉછાળવાના અવલોકન કરો અને અવલોકનો કોઠામાં લખો.

તમે જોઈ શકશો કે અવલોકનો કોઈ સ્પષ્ટ પેટર્ન બતાવતાં નથી. નીચે આપેલા કોઈકમાં સુશીલા અને સલમા વડે 25 વખત ઉછાળવામાં આવેલા સિક્કાથી મળેલાં અવલોકનો આયાં છે. અહીં H હેડ દર્શાવે છે જ્યારે T ટેલ દર્શાવે છે.

સંખ્યા	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
પરિણામ	H	T	T	H	T	T	T	H	T	T	H	H	H	H	H
સંખ્યા	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25					
પરિણામ	T	T	H	T	T	T	T	T	T	T					

માહિતી આપણને શું કહે છે ? તમે હેડ અને ટેલ માટે કોઈ પેટર્ન દર્શાવી શકશો ? સ્પષ્ટ છે કે મળેવેલા હેડ અને ટેલ માટે કોઈ ચોક્કસ પેટર્ન નથી. તમે જ્યારે સિક્કાને દરેક વખતે ઉછાળો છો ત્યારે દરેક પ્રયત્નનું પરિણામ હેડ અથવા ટેલ હશે. એ એક માત્ર તક છે કે તમને આ બેમાંથી કોઈ એક મળે.

ઉપરની માહિતી પરથી હેડ અને ટેલની સંખ્યા ગણો. સિક્કાને વધુ વખત ઉછાળો અને તમે નોંધતા જાઓ કે તમને શું મળી રહ્યું છે. તમને કેટલી વખત હેડ મળ્યું તેની કુલ સંખ્યા ને કેટલી વખત ટેલ મળી તેની કુલ સંખ્યા શોધો.

તમે પાસાથી પણ રમ્યા હશો. પાસાને 6 ફલક હોય છે. જ્યારે તમે પાસાને ફંકો છો ત્યારે તમે ક્યો અંક મળશે તે ધારી શકશો ખરા ? લુંડો અથવા સાપ સીડીની રમતી રમતી વખતે તમે કોઈ ચોક્કસ અંક મળે એવી ઈચ્છા રાખતા હો છો. શું તમારી ઈચ્છા પ્રમાણે હંમેશા અંક મળે છે ?



3NKVP6



શું પાસો દરેક વખતે તમારી ઈચ્છા પ્રમાણે પડે છે ? એક પાસો લઈ તેને 150 વખત ફેંકો અને નીચેના કોષ્ટકમાં માહિતી લખો.



પાસા પરનો અંક	આવૃત્તિ ચિહ્ન	સંખ્યા કેટલી વખત મળી
1		
2		

દરેક વખતે પરિણામ પ્રાપ્ત થતાં આપેલી સંખ્યાની સામે એક આવૃત્તિ ચિહ્ન કરો. ઉદાહરણ તરીકે પહેલી વખત પાસો ફેંકતાં 5 મળે તો 5ની સામે આવૃત્તિ ચિહ્ન મૂકો. બીજી વાર ફેંકતાં તમને 1 મળે તો 1 સામે ચિહ્ન કરો. દરેક વખતે મળતા નંબર માટે આવૃત્તિ ચિહ્ન કરતાં રહો. આ કામ 150 વાર ફેંકેલા પાસા માટે કરો અને 150 વખત ફેંકેલા પાસાનું પરિણામ જાણો.

ઉપરોક્ત માહિતીનો એક લંબ આલેખ બનાવો કે જેમાં પરિણામ 1, 2, 3, 4, 5 અને 6 કેટલી વખત આવે છે. તે બાતાવવામાં આવેલું હોય.

પ્રયત્ન કરો

(સમૂહમાં કરો)

- (1) 100 વખત સિક્કાને ઉછાળો કેટલી વખતે ડેડ અને ટેલ તેમાં મળે છે તે શોધો કાઢો.
- (2) અફિતાબ 250 વખત પાસો ફેંક છે અને નીચેનું કોષ્ટક મળે છે. આ માહિતી માટે લંબ આલેખ દોરો.

પાસા પરનો નંબર	આવૃત્તિ ચિહ્ન
1	● ● ● ● ●
2	● ● ● ● ●
3	● ● ● ● ●
4	● ● ● ● ●
5	● ● ● ● ●
6	● ● ● ● ●



- (3) પાસાને 100 વખત ફેંકો અને માહિતીની નોંધ કરો. 1, 2, 3, 4, 5 અને 6 કેટલી વખત છે તે શોધો.

સંભાવના એટલે શું ?

આપણે જાણીએ છીએ કે જ્યારે સિક્કાને ઉછાળવામાં આવે ત્યારે પરિણામની બે શક્યતાઓ હોય છે : ડેડ અથવા ટેલ અને પાસાને ઉછાળતાં આપણી પાસે પરિણામની 6 શક્યતાઓ હોય છે. અનુભવથી આપણે જાણીએ છીએ કે સિક્કો ઉછાળતાં ડેડ અથવા ટેલ મળવાની શક્યતા સમાન હોય છે. આપણે કહી શકીશું કે ડેડ અથવા ટેલ મળવાની સંભાવના સરખી હોય છે. અને તે દરેક માટે $\frac{1}{2}$ છે.

પાસો ઉછાળવાથી 1, 2, 3, 4, 5 અને 6 મળવાની સંભાવના એકસરખી હોય છે એટલે કે પાસા માટે 6 એકસરખી શક્યતાવાળા પરિણામ છે. તેથી આપણે કહીશું કે 1, 2, 3, 4, 5 અને 6માંથી કોઈ પણ એક આવવાની સંભાવના ($\frac{1}{6}$) છે. આ આપણે હવે પછીના ધોરણમાં ભણીશું. પરંતુ આપણે અત્યાર સુધી જે કર્યું તેથી સ્પષ્ટ છે કે ઘણી શક્યતાવાળી ઘટનાઓની સંભાવના 0 થી 1ની વચ્ચે હોય છે. જે ઘટના બનવાની કોઈ

જ શક્યતા ન હોય તો તેની સંભાવના 0 હોય અને જો તે નિશ્ચિતપણે બનતી હોય તો તેની સંભાવના 1 હોય છે.

એવી પરિસ્થિતિ આપી હોય કે જ્યાં આપણાને જુદાં જુદાં સંભવિત પરિણામો મળવાની શક્યતા હોય, ત્યારે દરેક પરિણામ માટે શક્ય તકોનો અભ્યાસ કરવો જોઈએ.

એવું શક્ય છે કે સિક્કા અને પાસાની જેમ દરેક પ્રયોગમાં શક્ય પરિણામોની સંભાવના સમાન ન હોય. ઉદાહરણ તરીકે જો એક વાસ્તુમાં 15 લાલ દડા અને 9 સફેદ દડા છે અને તેમાંથી એક દડો જોયા વગર કાઢવામાં આવે તો લાલ દડો નીકળવાની સંભાવના ઘણી જ વધુ હોય છે. શા માટે? સફેદ દડા કરતાં લાલ દડો નીકળવાની તક કેટલા ગણી છે? યાદ રાખો કે તે બંનેની સંભાવના 0 અને 1 વચ્ચે હોય છે.

સ્વાધ્યાય 3.4



- કહો કે નીચે આપેલી ઘટના ચોક્કસ બનશે, અશક્ય છે કે બની શકે પણ ચોક્કસ નહીં.
 - ગઈકાલ કરતાં આજે તમારી ઊમર વધુ છે.
 - એક સિક્કાને ઉછાળતાં હેડ આવશે.
 - પાસાને જ્યારે ફેંકવામાં આવે ત્યારે 8 મળશે.
 - હવે પછીની ટ્રાફિક લાઈટ લીલા રંગની દેખાશે.
 - આવતી કાલનો દિવસ વાદળણાયો હશે.
- એક પેટીમાં 6 લખોટી છે, જેના પર 1 થી 6 અંક લખવામાં આવેલ છે.
 - 2 અંક લખેલી લખોટી નીકળવાની સંભાવના કેટલી છે?
 - 5 અંક લખેલી લખોટી નીકળવાની સંભાવના કેટલી છે?
- કઈ ટીમ રમત પહેલાં શરૂ કરે તે માટે સિક્કો ઉછાળવામાં આવે છે. તમારી ટીમ શરૂઆત કરે તે માટેની સંભાવના કેટલી છે?

આપણે શી ચર્ચા કરી ?

- માહિતીનો સંગ્રહ, આલેખન અને રજૂઆત એ આપણા અનુભવને ગોઠવવામાં અને તેમાંથી અનુમાન લગાવવામાં મદદ કરે છે.
- માહિતીનો સંગ્રહ કરતાં પહેલાં આપણે જાગ્રત્તાનું જરૂરી છે કે આપણે તેનો ઉપયોગ શાના માટે કરવાના છીએ.
- જરૂરી માહિતી એકઠી કરી યોગ્ય કોષ્ટકમાં ગોઠવવામાં આવે છે તેથી તે સમજવા અને અનુમાન લગાવવામાં સરળ રહે છે.
- સરાસરી એક એવી સંખ્યા છે કે જે એકઠાં કરેલાં અવલોકનોના સમૂહ અથવા માહિતીની મધ્યવર્તી સ્થિતિ રજૂ કરે છે.
- અંકગણિતીય સરાસરી એ માહિતીની કિંમતોનું એક પ્રતિનિધિ મૂલ્ય છે.
- બહુલક એ મધ્યવર્તી સ્થિતિનું બીજું સ્વરૂપ અથવા પ્રતિનિધિ કિંમત છે. બહુલક એ અવલોકનોના એક સમૂહમાંનું એક એવું અવલોકન છે જે સૌથી વધુ આવે છે.
- મધ્યરથ એ પણ એક પ્રતિનિધિ માપ છે. તે એવું માપ દર્શાવે છે કે જે મધ્યમાં આવેલું છે. અડધા અવલોકનો તેની ઉપર અને અડધા અવલોકનો તેની નીચે આવેલાં છે.
- લંબ આલેખ એ માહિતીની એક રજૂઆત છે જેનું નિરૂપણ સરખી પહોળાઈના લંબોનો ઉપયોગ કરવામાં આવે છે.
- દ્વિ-લંબ આલેખ આપણાને એક જ આલેખમાં બે માહિતીની સરખામણી કરવામાં ઉપયોગી છે.
- આપણા જીવનમાં ઘણી એવી પરિસ્થિતિ હોય છે કે જે ચોક્કસ બને છે, એવી કેટલીક હોય છે જે અશક્ય હોય છે અને કેટલીક બને કે ન બને તેવી હોય છે. આવી પરિસ્થિતિ બનવાની એક શક્યતા (તક) હોય છે.