પૂર્ણ સંખ્યાઓ

EAM6A3

પ્રકરણ 2

2.1 પ્રાસ્તાવિક

વિદ્યાર્થીમિત્રો, આપણે જાણીએ છીએ તે અનુસાર, જ્યારે આપણે કોઈ ગણતરી ચાલુ કરીએ છીએ, ત્યારે આપણે 1, 2, 3, 4.... સંખ્યાઓનો જ ઉપયોગ કરીએ છીએ. એટલે કે, પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓનો જ ઉપયોગ કરીએ છીએ. આ સંખ્યાઓને ગણિતની ભાષામાં પ્રાકૃતિક સંખ્યા કહેવાય છે.

પહેલાંની સંખ્યા (Predecessor) અને પછીની સંખ્યા (Successor) : (પૂર્વવર્તી અને પ્રતિવર્તી)

આપેલી કોઈ પણ પ્રાકૃતિક સંખ્યામાં જો એક ઉમેરવામાં આવે, તો આપણને બીજી પ્રાકૃતિક સંખ્યા મળે છે. એટલે કે, આપણે તે સંખ્યા પછીની તરતની બીજી સંખ્યા મેળવી શકીએ છીએ.

ઉદાહરણ તરીકે, કોઈ એક સંખ્યા 16 લઈએ, તો તેના પછીની સંખ્યા મેળવવા માટે, 16 + 1 = 17, તે જ રીતે, 19 + 1 = 20 છે.

આ જ રીતે આપણે આગળ પણ ઘણી સંખ્યાઓ મેળવી શકીએ છીએ. સંખ્યા 16 એ સંખ્યા 17ના તરત પહેલાં આવે છે. એટલે કહી શકાય કે 17 ના પહેલાંની તરતની સંખ્યા 17 – 1 = 16 થશે. 20ના પહેલાંની તરતની સંખ્યા 20 – 1 = 19 થશે, વગેરે સંખ્યા મેળવી શકાય.

પ્રયત્ન કરો.

1. નીચેની સંખ્યાની પહેલાંની અને પછીની સંખ્યા લખો.
   1; 19; 1997; 12000; 49; 100000; .
2. કઈ પ્રાકૃતિક સંખ્યા પાસે તેના પહેલાં આવતી સંખ્યા નથી?
3. કઈ પ્રાકૃતિક સંખ્યા પાસે તેના પછીની સંખ્યા નથી? શું તે સૌથી છેલ્લી આવતી પ્રાકૃતિક સંખ્યા છે?

સંખ્યા 3 પાસે તેની પહેલાં તરત આવતી અને તેની પછી તરત આવતી સંખ્યા એમ બંને સંખ્યા છે. તમે સંખ્યા 2 વિશે જણાવો. જુઓ 2 પછી આવતી સંખ્યા 3 અને પહેલાં આવતી સંખ્યા 1 છે. તો શું સંખ્યા 1 પાસે પહેલાં આવતી સંખ્યા અને પછી તરત આવતી સંખ્યા એમ બંને સંખ્યા છે?

આપણે આપણી શાળાનાં બાળકોની ગણતરી કરી શકીએ છીએ. આપણે કોઈ ગામમાં રહેતી વ્યક્તિઓની સંખ્યા પણ ગણી શકીએ

છીએ. આપણે ભારતમાં રહેતાં તમામ લોકોની સંખ્યા ગણી શકીએ છીએ, પરંતુ આપણે આકાશમાં આવેલા તારાઓની સંખ્યા ન ગણી શકીએ. તે જ રીતે, આપણે આપણા માથાના વાળ પણ ન ગણી શકીએ. પણ જો તે ગણી શકાય તેમ હોત તો તે ચોક્કસ કોઈ સંખ્યા જ હોત. પછી આપણે તે સંખ્યામાં 1 ઉમેરીને તેનાથી મોટી સંખ્યા મેળવી શક્યા હોત. તો આવી પરિસ્થિતિમાં આપણે બે વ્યક્તિના માથાના વાળ પણ ગણીને સરખામણી કરી શક્યા હોત !

હવે સ્પષ્ટ છે કે સૌથી મોટી પ્રાકૃતિક સંખ્યા કોઈ નથી. ઉપર મેળવેલી માહિતી અનુસાર, જ્યારે આપણે પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓનો ઉપયોગ કરીએ ત્યારે આપણને ઘણા પ્રશ્નો ઉદ્‌ભવે છે. તમારે તમને ઉદ્‌ભવતા આવા કેટલાક પ્રશ્નો વિચારવા જ જોઈએ અને તે તમારા મિત્ર સાથે તેની ચર્ચા કરવી જોઈએ. બની શકે કે તમને તેમાંના ઘણા સવાલોના જવાબ સંતોષકારક ન પણ મળે.

2.2 પૂર્ણ સંખ્યાઓ (Whole Numbers)

2D8NF9

આપણે જોઈ ગયાં છીએ કે પ્રાકૃતિક સંખ્યા 1 ના પહેલાં કોઈ પ્રાકૃતિક સંખ્યા આવતી નથી. આથી, 0 (શૂન્ય)ને આપણે પ્રાકૃતિક સંખ્યા 1 ના પહેલાં આવતી સંખ્યા લઈએ છીએ.

(પ્રાકૃતિક સંખ્યામાં શૂન્યને સમાવીને પૂર્ણ સંખ્યાઓનો સમૂહ મળે છે.)

પ્રયત્ન કરો.

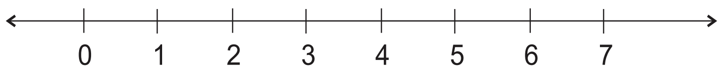
1. શું દરેક પ્રાકૃતિક સંખ્યા પૂર્ણ સંખ્યા હોય છે?
2. શું દરેક પૂર્ણ સંખ્યા પ્રાકૃતિક સંખ્યા હોય છે?
3. સૌથી નાની પૂર્ણ સંખ્યા કઈ છે?
4. સૌથી મોટી પૂર્ણ સંખ્યા કઈ છે?

આપણે પાછલા વર્ગોમાં સંખ્યાની પાયાની ગણતરીઓ જેવી કે સરવાળા, બાદબાકી, ગુણાકાર અને ભાગાકાર શીખી ગયા છીએ. આપણે જાણીએ છીએ કે, કયા પ્રશ્નમાં કઈ પદ્ધતિનો ઉપયોગ કરી શકાય. તો ચાલો આપણે આ સંખ્યાઓને એક સંખ્યારેખા પર મૂકીએ. પણ તે પહેલાં આપણે સંખ્યારેખા વિશે જાણી લઈએ.

2.3. સંખ્યારેખા (Number line)

એક સીધી રેખા દોરો. તેના પર કોઈ એક બિંદુ લઈએ. તે બિંદુને આપણે 0 નામ આપીએ. શૂન્ય (0)ની જમણી બાજુ આપણે બીજું એક બિંદુ લઈએ તેને 1 નામ આપીએ. 0 અને 1 વચ્ચેના આ અંતરને એકમ અંતર કહીશું. હવે, આ જ રેખા પર 1 ની જમણી બાજુ એકમ અંતર જેટલા અંતરે બીજું એક બિંદુ લઈ તેને 2 નામ આપીએ. આ જ રીતે 2ની જમણી બાજુ એકમ અંતરે 3, 4, 5,.... બિંદુઓ લઈ નામ આપો. તમે આ જ રીતે જમણી બાજુ કોઈ પણ પૂર્ણ સંખ્યા સુધી જઈ શકો છો.

અહીં નીચે આપેલી રેખા પૂર્ણ સંખ્યાઓ માટે સંખ્યારેખા છે :



અહીં બિંદુ 2 અને 4 વચ્ચે કેટલું અંતર છે? તેનું અંતર ચોક્કસપણે બે એકમ જ છે. શું તમે બિંદુ 2 અને 6 તથા 2 એ 7 વચ્ચેનું અંતર જણાવી શકો?

તમે જોઈ શકો છો કે સંખ્યારેખા પર સંખ્યા 7 સંખ્યા 4ની જમણી બાજુ આવેલી છે. સંખ્યા 7 એ 4 કરતાં મોટી સંખ્યા છે. એટલે 7 > 4. હવે સંખ્યા 8 એ સંખ્યારેખા પર 6ની

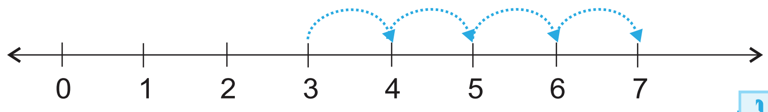
જમણી બાજુએ આવેલી સંખ્યા છે. આથી $8 > 6$. આ અવલોકન પરથી આપણે કહી શકીએ છીએ કે, આ બંને પૂર્ણ સંખ્યાઓમાંથી કઈ સંખ્યા મોટી છે અને જો સંખ્યારેખા પર કોઈ એક સંખ્યા કોઈ બીજી સંખ્યાની ડાબી બાજુ આવેલી હોય, તો તે સંખ્યા નાની સંખ્યા છે તેમ કહી શકાય.

ઉદાહરણ તરીકે $4 < 9$ છે. 4 એ સંખ્યા 9ની ડાબી બાજુ આવેલી સંખ્યા છે. તે જ પ્રમાણે $12 > 5$, 12 એ 5ની જમણી બાજુએ આવેલી સંખ્યા છે. તમે 10 અને 20માંથી કઈ સંખ્યા મોટી છે અને કઈ સંખ્યા નાની છે તે જણાવી શકો છો?

હવે, સંખ્યારેખા પર 30, 12, 18નું સ્થાન તમે બતાવો. આમાંથી કઈ સંખ્યા સૌપ્રથમ ડાબી બાજુ આવેલી છે? શું તમે જણાવી શકો કે 1005 અને 9756 બંનેમાંથી કઈ સંખ્યા જમણી બાજુએ આવેલી છે? સંખ્યારેખા પર 12 પછીની અને 7 પહેલાં આવતી સંખ્યા દર્શાવો.

સંખ્યારેખા પર સંખ્યાઓનો સરવાળો

સંખ્યારેખા પર પૂર્ણ સંખ્યાઓનો સરવાળો પણ દર્શાવી શકાય છે, તો ચાલો આપણે સંખ્યાઓ 3 અને 4નો સરવાળો જોઈએ :



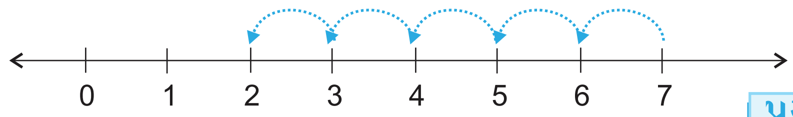
આપણે સંખ્યા 3 થી ચાલુ કરીએ. આપણે સંખ્યા 3માં સંખ્યા 4નો ઉમેરો કરવો છે. આથી આપણે 3 થી જમણી બાજુ 4 પગલાં, 3 થી 4, 4 થી 5, 5 થી 6 અને 6 થી 7 જઈશું. આ રીતે આપણે સંખ્યા 3 અને સંખ્યા 4નો સરવાળો કરી સંખ્યા 7 મેળવી શકીએ.

એટલે કે, $3 + 4 = 7$

> **પ્રયત્ન કરો.**
> સંખ્યારેખાનો ઉપયોગ કરીને
> $4 + 5$; $2 + 6$;
> $3 + 5$ અને
> $1 + 6$નો સરવાળો મેળવો.

સંખ્યારેખા પર બાદબાકી

બે પૂર્ણ સંખ્યાઓની બાદબાકી પણ સંખ્યારેખા પર દર્શાવી શકાય છે, તો ચાલો આપણે $7 - 5$ની બાદબાકી જોઈએ.



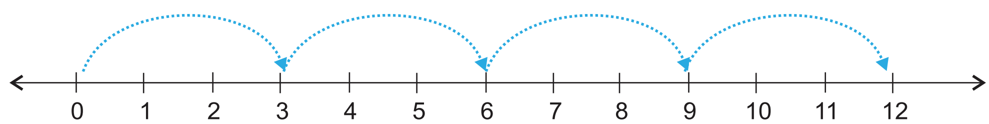
અહીં આપણે સંખ્યા 7થી ચાલુ કરીશું. આપણે અહીં સંખ્યા 7 માંથી સંખ્યા 5 ની બાદબાકી કરવાની છે. આથી આપણે સંખ્યા 7 થી ડાબી બાજુ પાંચ પગલાં જઈશું અને તેથી આપણે સંખ્યા 2 પર પહોંચીશું. આમ, આપણે $7 - 5 = 2$ મેળવીશું.

> **પ્રયત્ન કરો.**
> સંખ્યારેખાના ઉપયોગથી
> $8 - 3$; $6 - 2$;
> $9 - 6$ની બાદબાકી મેળવો.

સંખ્યારેખા પર ગુણાકાર

હવે આપણે સંખ્યારેખા પર સંખ્યાના ગુણાકાર વિશે શીખીશું.

ચાલો આપણે 3×4 મેળવીએ.



અહીં શૂન્યથી ચાલુ કરીશું અને 3 સુધી જમણી બાજુ આગળ વધીશું. એવી રીતે 3 બીજીવાર, એવી જ રીતે 3 ત્રીજીવાર અને એવી જ રીતે 3 ચોથીવાર એમ આપણે ચારવાર ત્રણ-ત્રણ બિંદુ જમણી બાજુ આગળ વધીશું. એટલે આપણે 12 પર પહોંચીશું.

આથી, $3 \times 4 = 12$ મળશે.

પ્રયત્ન કરો.

સંખ્યારેખાના ઉપયોગથી 2×6, 3×3, 4×2 મેળવો.

સ્વાધ્યાય 2.1

1. 10,999 ના પછી તરત આવતી ત્રણ પ્રાકૃતિક સંખ્યા લખો.
2. 10001ના પહેલાં તરત આવતી ત્રણ પૂર્ણ સંખ્યાઓ લખો.
3. સૌથી નાની પૂર્ણ સંખ્યા કઈ છે?
4. સંખ્યાઓ 32 અને 53ના વચ્ચે આવતી પૂર્ણ સંખ્યાઓ કેટલી છે તે જણાવો.
5. નીચે આપેલી સંખ્યાઓના પછી તરત આવતી સંખ્યા જણાવો :

   (a) 2440701 (b) 100199 (c) 1099999 (d) 2345670
6. નીચે આપેલી સંખ્યાની તરત પહેલાંની સંખ્યા જણાવો :

   (a) 94 (b) 10000 (c) 208090 (d) 7654321
7. નીચે આપેલી સંખ્યાઓની જોડીમાંથી સંખ્યારેખા પર કઈ સંખ્યા ડાબી બાજુ આવશે અને કઈ સંખ્યા જમણી બાજુ આવશે તે જણાવો તથા તેમની વચ્ચે કયા ચિહ્નનો (< , >) ઉપયોગ થશે તે પણ જણાવો.

   (a) 530, 503 (b) 370, 307 (c) 98765, 56789 (d) 9830415, 10023001
8. નીચે આપેલાં વાક્યોમાંથી કયું વાક્ય ખરું (✓) અને કયું વાક્ય ખોટું (✗) છે, તે જણાવો :

   (a) શૂન્ય એ સૌથી નાની પ્રાકૃતિક સંખ્યા છે.

   (b) 400 એ સંખ્યા 399ના પહેલાં આવતી સંખ્યા છે.

   (c) શૂન્ય સૌથી નાની પૂર્ણ સંખ્યા છે.

   (d) 600 એ સંખ્યા 599ના પછી આવતી સંખ્યા છે.

   (e) દરેક પ્રાકૃતિક સંખ્યા પૂર્ણ સંખ્યા છે.

   (f) દરેક પૂર્ણ સંખ્યા પ્રાકૃતિક સંખ્યા છે.

   (g) બે અંકોની પૂર્ણ સંખ્યાની પહેલાં આવતી સંખ્યા એક અંકની ન હોઈ શકે.

   (h) 1 એ સૌથી નાની પૂર્ણ સંખ્યા છે.

   (i) પ્રાકૃતિક સંખ્યા 1ની પહેલાં આવતી કોઈ સંખ્યા નથી.

   (j) પૂર્ણ સંખ્યા 1ની પાસે તેની પહેલાં આવતી કોઈ સંખ્યા નથી.

   (k) પૂર્ણ સંખ્યા 13, એ સંખ્યાઓ 11 અને 12ના વચ્ચે આવે છે.

   (l) પૂર્ણ સંખ્યા 0 પાસે તેના પહેલાં આવતી કોઈ સંખ્યા નથી.

   (m) બે અંકોની સંખ્યા પછી આવતી સંખ્યા હંમેશાં બે અંકની જ હોય છે.

2.4 પૂર્ણ સંખ્યાના ગુણધર્મો

જ્યારે આપણે પૂર્ણ સંખ્યાઓ પર થતી વિવિધ ગણતરીઓને ધ્યાનથી જોઈએ, ત્યારે આપણને તેમાં અનેક ગુણધર્મો જોવા મળે છે. આ ગુણધર્મોને કારણે આપણે સંખ્યાઓને સારી રીતે સમજી શકીએ છીએ અને સાથે જ આ ગુણધર્મોને કારણે ગણતરીમાં પણ સરળતા પડે છે.

આ કરો :

તમે તમારા વર્ગમાં દરેક વિદ્યાર્થીને કોઈ પણ બે પૂર્ણ સંખ્યા આપો અને તેનો સરવાળો કરવા કહો. શું તમને દરેક પાસેથી સરખી જ પૂર્ણ સંખ્યા મળશે? તમારા જવાબો આ પ્રમાણે હશે :

7	+	8	=	15, એક પૂર્ણ સંખ્યા
5	+	5	=	10, એક પૂર્ણ સંખ્યા
0	+	15	=	15, એક પૂર્ણ સંખ્યા
.	+	.	=	....
.	+	.	=	....

હજુ બીજી પાંચ જોડ લઈને પ્રયત્ન કરો શું સરવાળો હંમેશાં પૂર્ણ સંખ્યા મળે છે ? શું તમે પૂર્ણ સંખ્યાની એવી જોડ મેળવી શક્યા કે જેનો સરવાળો પૂર્ણ સંખ્યા ન હોય. તેથી આપણે કહી શકીએ કે, બે પૂર્ણ સંખ્યાનો સરવાળો પૂર્ણ સંખ્યા જ મળે. અર્થાત્ પૂર્ણ સંખ્યાઓ સરવાળા માટે સંવૃત્ત છે. આ ગુણધર્મને પૂર્ણ સંખ્યાઓના સરવાળા માટેનો સંવૃત્તતાનો ગુણધર્મ કહે છે.

શું પૂર્ણ સંખ્યાઓ ગુણાકાર માટે સંવૃત્ત છે? તમે તેની પરખ કેવી રીતે કરશો? તમારો ગુણાકાર આ પ્રમાણે છે :

7	×	8	=	56, એ એક પૂર્ણ સંખ્યા છે.
5	×	5	=	25, એ એક પૂર્ણ સંખ્યા છે.
0	×	15	=	0, એ એક પૂર્ણ સંખ્યા છે.
.	×	.	=	....
.	×	.	=	....

બે પૂર્ણ સંખ્યાઓનો ગુણાકાર હંમેશાં આપણને પૂર્ણ સંખ્યા જ મળે છે. આથી આપણે કહી શકીએ કે, પૂર્ણ સંખ્યાઓ ગુણાકાર માટે સંવૃત્ત છે.

સંવૃત્તતાનો ગુણધર્મ : પૂર્ણ સંખ્યાઓ સરવાળા અને ગુણાકાર માટે સંવૃત્ત છે.

વિચારો, ચર્ચા કરો અને લખો :

1. પૂર્ણ સંખ્યાઓ બાદબાકી માટે સંવૃત્ત નથી. શા માટે?

   તમારી બાદબાકી આ પ્રમાણે હોઈ શકે છે?

6	–	2	=	4, એ એક પૂર્ણ સંખ્યા છે.
7	–	8	=	?, આ પૂર્ણ સંખ્યા નથી.
5	–	4	=	1, એ એક પૂર્ણ સંખ્યા છે.
3	–	9	=	?, આ પૂર્ણ સંખ્યા નથી.

તમે કોઈ પણ પાંચ ઉદાહરણ લઈ જાતે પ્રયત્ન કરો.

2. શું પૂર્ણ સંખ્યાઓ ભાગાકાર માટે સંવૃત્ત છે? ના, નીચે આપેલું કોષ્ટક જુઓ :

8	÷	4	=	2, એ એક પૂર્ણ સંખ્યા છે.
5	÷	7	=	$\frac{5}{7}$, આ પૂર્ણ સંખ્યા નથી.
12	÷	3	=	4, એ એક પૂર્ણ સંખ્યા છે.
6	÷	5	=	$\frac{6}{5}$, આ પૂર્ણ સંખ્યા નથી.

હવે, તમે કોઈ થોડાં વધુ ઉદાહરણો લઈ જાતે પ્રયત્ન કરો.

શૂન્ય દ્વારા ભાગાકાર

એક સંખ્યા વડે ભાગાકારનો અર્થ છે કે તે સંખ્યાની વારંવાર બાદબાકી કરવી.

ચાલો, $8 \div 2$ શોધીશું :

8
− 2 .... 1 — 8 માંથી 2ની વારંવાર બાદબાકી કરીએ.
6
− 2 2
4
− 2 .... 3 — આપણે કેટલી વખત બાદબાકી કરીશું તો શૂન્ય (0) આવશે.
2 — ચાર પ્રયત્ને. તેથી આપણે $8 \div 2 = 4$ લખીશું.
−2 4
0

આ જ પ્રમાણે તમે $24 \div 8$, $16 \div 4$ મેળવો. ચાલો, હવે આપણે $2 \div 0$ માટે પ્રયત્ન કરીએ.

2
−0 1
2 — દરેક વખતે બાદબાકી કરતાં આપણે 2 જ મેળવીએ.
− 0 .... 2 — આ પ્રક્રિયાનો શું કોઈ અંત છે? ના.
2 — આથી આપણે $2 \div 0$ ને વ્યાખ્યાયિત કરી શકતા નથી.
−0 3
2
−0 4
2

ચાલો 7 ÷ 0 માટે પ્રયાસ કરીએ :

7
− 0 1
7
− 0 2
7
− 0 3
7

ફરીથી આપણને ઘટાડવાના કોઈ પણ સ્તરે 0 મળતો નથી.

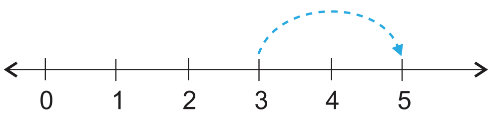
આપણે કહીએ છીએ કે 7 ÷ 0 વ્યાખ્યાયિત નથી.

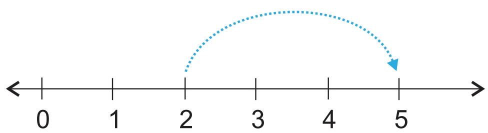
5 ÷ 0 અને 16 ÷ 0 માટે પણ તપાસો.

પૂર્ણ સંખ્યાઓનો 0થી ભાગાકાર શક્ય નથી.

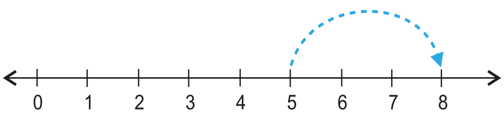
સરવાળા અને ગુણાકાર માટે ક્રમનો ગુણધર્મ

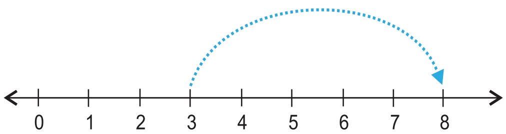
નીચેની સંખ્યારેખાની આકૃતિઓ શું દર્શાવે છે ?





બંને કિસ્સામાં આપણે 5 સુધી પહોંચીએ છીએ. તેથી 3 + 2 અને 2 + 3 સમાન છે.
તેવી જ રીતે, 5 + 3 અને 3 + 5 પણ સમાન છે.





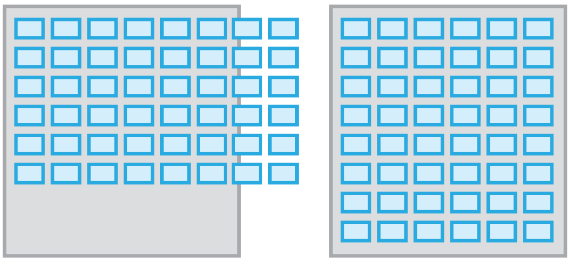
તેવી જ રીતે, 4 + 6 અને 6 + 4 માટે પણ અજમાવી જુઓ.

શું આ સાચું છે, જ્યારે કોઈ બે પૂર્ણ સંખ્યાઓ ઉમેરાય છે? આ તપાસો. તમને પૂર્ણ સંખ્યાની કોઈ પણ એવી જોડ નહિ મળે, જેમાં સંખ્યાઓના સરવાળાના ક્રમ બદલવા પર અલગ-અલગ સરવાળો મળે.

તમે બે પૂર્ણ સંખ્યાઓને કોઈ પણ ક્રમમાં ઉમેરી શકો છો.

અમે કહીએ છીએ કે પૂર્ણ સંખ્યાઓ માટે સરવાળો સમક્રમી છે. આને સરવાળાના ક્રમનો ગુણધર્મ કહેવાય છે.

તમારા મિત્ર સાથે ચર્ચા કરો :



તમારા ઘરે એક નાનો ઉત્સવ છે. તમે મહેમાનો માટે ખુરશીઓની 6 હરોળ બનાવો છો. જેમાંથી દરેક હરોળમાં 8 ખુરશી છે. જગ્યા એટલી પહોળી નથી કે તેમાં 8 ખુરશી એક હરોળમાં સમાઈ શકે. તમે એવું નક્કી કરો છો કે, ખુરશીઓની 8 હરોળો બનાવીએ. જેમાંથી દરેક હરોળમાં 6 ખુરશી હોય. શું તમને વધારે સંખ્યામાં ખુરશીની જરૂર પડશે?

અહીં ગુણાકારનો ક્રમનો ગુણધર્મ દેખાય છે?

4 અને 5ને અલગ-અલગ ક્રમમાં ગુણાકાર કરો.

તમે જોશો કે $4 \times 5 = 5 \times 4$ છે.

શું આ સંખ્યાઓ 3 અને 6 તથા 5 અને 7ના માટે પણ સાચું છે?

તમે બે પૂર્ણ સંખ્યાઓનો કોઈ પણ ક્રમમાં ગુણાકાર કરી શકો છો.

આપણે કહી શકીએ છીએ કે ગુણાકાર એ પૂર્ણ સંખ્યાઓના માટે સમક્રમી છે.

આ પ્રમાણે, પૂર્ણ સંખ્યાઓ માટે સરવાળા અને ગુણાકાર બંને સમક્રમી છે.

ચકાસો

1. પૂર્ણ સંખ્યા માટે બાદબાકી સમક્રમી નથી. તેની ચકાસણી સંખ્યાઓની ત્રણ અલગ-અલગ જોડ લઈને કરો.
2. શું $(6 \div 3)$ના જેવું સરખું $(3 \div 6)$ છે ?

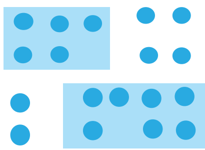
   પૂર્ણ સંખ્યાઓની કેટલીક બીજી જોડ લઈને તમારા ઉત્તરની ચકાસણી કરો.

સરવાળા અને ગુણાકારના જૂથનો ગુણધર્મ

નીચેની આકૃતિનું વર્ણન કરો :

(a) $(2 + 3) + 4 = 5 + 4 = 9$

(b) $2 + (3 + 4) = 2 + 7 = 9$



ઉપરનામાં (a) અનુસાર તમે પહેલાં 2 અને 3ને જોડીને મળતા સરવાળામાં 4 જોડી શકો છો. સાથે જ (b) અનુસાર તમે પહેલાં 3 અને 4ને જોડીને મળતા સરવાળામાં 2 જોડી શકો છો.

શું બંને પરિણામો સરખાં નથી?

આપણે આ પણ મેળવી શકીએ છીએ કે, $(5 + 7) + 3 = 12 + 3 = 15$ અને $5 + (7 + 3) = 5 + 10 = 15$

તેથી, $(5 + 7) + 3 = 5 + (7 + 3)$

જેને પૂર્ણ સંખ્યાઓના સરવાળાનો જૂથનો ગુણધર્મ કહેવાય છે. 2, 8 અને 6 સંખ્યાઓ માટે આ ગુણધર્મની ચકાસણી કરો.

જુઓ કે સરવાળાની સરળતા માટે આપણે સંખ્યાઓનાં જૂથ કેવી રીતે બનાવ્યાં.

ઉદાહરણ 1 : 234, 197 અને 103 સંખ્યાનો સરવાળો કરો.

ઉકેલ : $234 + 197 + 103 = 234 + (197 + 103)$

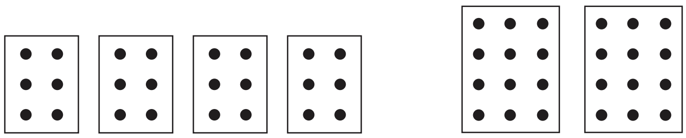
$= 234 + 300 = 534$

આ રમત રમો

તમે અને તમારા મિત્ર આ રમી શકો છો.

તમે 1 થી 10 સુધીમાં કોઈ પણ સંખ્યા બોલો. હવે તમારો મિત્ર આ સંખ્યામાં 1 થી 10 સુધીની કોઈ પણ સંખ્યા ઉમેરે છે. તેના પછી તમારો વારો. તમે એક પછી એક બંને રમો. જે સૌપ્રથમ 100 સુધી પહોંચે છે તે વિજેતા છે. જો તમે હંમેશાં રમત જીતવા માંગો છો, તો તમારી યુક્તિ અને યોજના શું હશે ?

બાજુની આકૃતિઓ દ્વારા સમજાવેલ ગુણાકારની હકીકતોનું નિરીક્ષણ કરો. (આકૃતિ 2.1)



(a) (b)

આકૃતિ 2.1

આકૃતિ (a) અને (b)માં બિંદુઓની સંખ્યા ગણો. તમને શું મળશે? બંનેમાં બિંદુઓની સંખ્યા સરખી છે. આકૃતિ 2.1 (a)માં આપણી પાસે પ્રત્યેક ખાનામાં 2×3 બિંદુ છે. એટલા માટે બિંદુઓની કુલ સંખ્યા $(2 \times 3) \times 4 = 24$ છે.

આકૃતિ 2.1 (b)માં દરેક ખાનામાં 3×4 બિંદુ છે. તેથી બિંદુઓની કુલ સંખ્યા $2 \times (3 \times 4) = 24$ છે. તેવી રીતે તમે જોઈ શકો છો કે $(3 \times 5) \times 4 = 3 \times (5 \times 4)$ છે.

$(5 \times 6) \times 2$ અને $5 \times (6 \times 2)$ તથા $(3 \times 6) \times 4$ અને $3 \times (6 \times 4)$ના માટે પ્રયાસ કરો.

આ પૂર્ણ સંખ્યાઓના ગુણાકાર માટેનો જૂથનો ગુણધર્મ કહેવાય છે.

વિચારો અને શોધો

કયો ગુણાકાર સરળ છે અને કેમ?

(a) $(6 \times 5) \times 3$ અથવા $6 \times (5 \times 3)$

(b) $(9 \times 4) \times 25$ અથવા $9 \times (4 \times 25)$

ઉદાહરણ : $14 + 17 + 6$ ને બે રીતથી શોધો.

ઉકેલ : $(14 + 17) + 6 = 31 + 6 = 37$

$$14 + 17 + 6 = 14 + 6 + 17 = (14 + 6) + 17 = 20 + 17 = 37$$

અહીં, તમે સરવાળાના જૂથનો અને ક્રમના ગુણધર્મનો પ્રયોગ કર્યો છે. શું તમે સાચા છો કે ક્રમના અને જૂથના ગુણધર્મના ઉપયોગથી ગણતરી થોડી સરળ થઈ જાય છે?

ગુણાકારના જૂથના ગુણધર્મ નીચે પ્રકારના પ્રશ્નોના ઉકેલ કરવામાં ઉપયોગી બને છે.

પ્રયત્ન કરો.

શોધો : $7 + 18 + 13$; $16 + 12 + 4$

ઉદાહરણ 3 : 12×35 શોધો.

ઉકેલ : $12 \times 35 = (6 \times 2) \times 35 = 6 \times (2 \times 35) = 6 \times 70 = 420$

આ ઉદાહરણમાં જૂથના ગુણધર્મનો ઉપયોગ, સૌથી નાની બેકી સંખ્યાને 5ના ગુણકથી ગુણાકાર કરી સરળતાથી ઉત્તર પ્રાપ્ત કરવા માટે કર્યો છે.

ઉદાહરણ 4 : $8 \times 1769 \times 125$ શોધો.

ઉકેલ : $8 \times 1769 \times 125 = 8 \times 125 \times 1769$

(અહીં તમે કયા ગુણધર્મનો ઉપયોગ કરો છો?)

$= (8 \times 125) \times 1769$

$= 1000 \times 1769 = 17,69,000$

પ્રયત્ન કરો.

શોધો :

$25 \times 8358 \times 4$;

$625 \times 3759 \times 8$

વિચારો, ચર્ચા કરો અને લખો :

શું $(16 \div 4) \div 2 = 16 \div (4 \div 2)$ છે?

શું ભાગાકાર માટે જૂથનો ગુણધર્મ લાગુ પડે છે? ના.

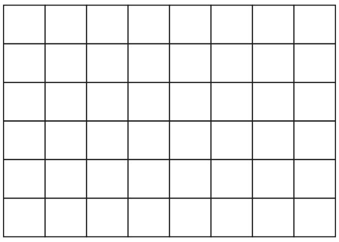
તમારા મિત્ર સાથે ચર્ચા કરો. શું $(28 \div 14) \div 2$ અને $28 \div (14 \div 2)$ સરખા છે?

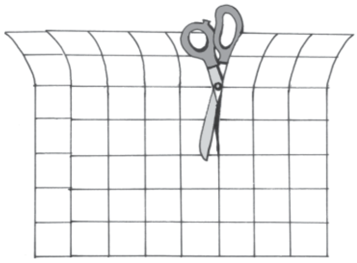
આ કરો :

ગુણાકારનું સરવાળા પર વિભાજન

6 સેમી × 8 સેમી માપનો એક આલેખ કાગળ લો. જેમાં 1 સેમી × 1 સેમી માપવાળાં ચોરસ ખાનાં બનેલાં હોય.

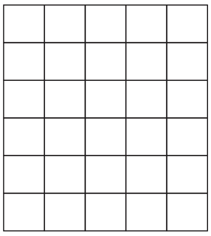
તમારી પાસે કુલ કેટલા ચોરસ છે?

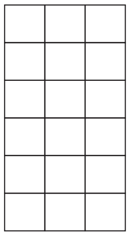




શું આ સંખ્યા 6×8 છે?

હવે આ કાગળને 6 સેમી $\times$ 5 સેમી અને 6 સેમી $\times$ 3 સેમી માપવાળા બે ભાગોમાં કાપી લો. આકૃતિમાં બતાવ્યા પ્રમાણે-





ચોરસની સંખ્યા : શું આ 6×5 છે? ચોરસની સંખ્યા : શું આ 6×3 છે?

બંને ભાગોમાં કુલ કેટલા ચોરસ છે?

શું આ $(6 \times 5) + (6 \times 3)$ છે? શું એનો અર્થ એ છે કે $6 \times 8 = (6 \times 5) + (6 \times 3)$ છે? પરંતુ, $6 \times (5 + 3) = (6 \times 5) + (6 \times 3)$?

આ જ પ્રમાણે તમને મળશે કે $2 \times (3 + 5) = (2 \times 3) + (2 \times 5)$ છે.

આ ગુણધર્મને ગુણાકારનું સરવાળા પર વિભાજન કહે છે.

વિભાજનના ગુણધર્મનો ઉપયોગ કરી $4 \times (5 + 8)$; $6 \times (7 + 9)$ અને $7 \times (11 + 9)$ શોધો.

વિચારો, ચર્ચા કરો અને લખો

હવે નીચે પ્રમાણે ગુણાકાર-પ્રક્રિયાને જુઓ અને ચર્ચા કરો. સંખ્યાઓનો ગુણાકાર કરતી વખતે ગુણાકારનું સરવાળા પર વિભાજનના ગુણધર્મનો ઉપયોગ કરીએ છીએ.

425			
$\times$ 136			
2550	$\leftarrow$	425×6	(6 એકમથી ગુણ્યા)
12750	$\leftarrow$	425×30	(3 દશકથી ગુણ્યા)
42500	$\leftarrow$	425×100	(1 સો થી ગુણ્યા)
57800	$\leftarrow$	$425 \times (6 + 30 + 100)$	

ઉદાહરણ 5 : એક સ્કૂલની કેન્ટીન દરરોજ ભોજન માટે ₹ 20 અને દૂધ માટે ₹ 4 લે છે. આ બાબતોમાં તમે 5 દિવસમાં કેટલાં નાણાં ખર્ચો છો ?

ઉકેલ : આ બે પદ્ધતિ દ્વારા શોધી શકાય છે :

રીત 1 : ભોજન માટે 5 દિવસની રકમ શોધો.

દૂધ માટે 5 દિવસની રકમ શોધો.

પછી એને જોડો.

ભોજનની કિંમત $= 5 \times 20 =$ ₹ 100

દૂધની કિંમત $= 5 \times 4 =$ ₹ 20

કુલ કિંમત $=$ ₹ $(100 + 20) =$ ₹ 120

રીત 2 : એક દિવસ માટે કુલ રકમ શોધો.

એક દિવસની (ભોજન + દૂધ)ની કિંમત $= (20 + 4)$ રૂપિયા

પછી તેને 5 વડે ગુણાકાર કરો.

દિવસની કુલ કિંમત $= 5 \times (20 + 4) = (5 \times 24)$ રૂપિયા

$= 120$ રૂપિયા

આ ઉદાહરણ દર્શાવે છે કે,

$5 \times (20 + 4) = (5 \times 20) + (5 \times 4)$ છે.

આ સરવાળા પર ગુણાકારના વિભાજનનો ગુણધર્મ છે.

ઉદાહરણ 6 : વિભાજનના ગુણધર્મનો ઉપયોગ કરીને 12×35 શોધો.

ઉકેલ : $12 \times 35 = 12 \times (30 + 5)$

$= 12 \times 30 + 12 \times 5$

$= 360 + 60 = 420$

પ્રયત્ન કરો.

વિભાજનના ગુણધર્મનો ઉપયોગ કરી 15×68; 17×23; $69 \times 78 + 22 \times 69$ શોધો.

ઉદાહરણ 7 : સરળ બનાવો :

$126 \times 55 + 126 \times 45$

ઉકેલ : $126 \times 55 + 126 \times 45 = 126 \times (55 + 45)$

$= 126 \times 100$

$= 12600$

સરવાળા અને ગુણાકાર માટે એકમ ઘટક (તટસ્થ ઘટક)

પૂર્ણ સંખ્યાઓનો સમૂહ પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓના સમૂહથી કઈ રીતે જુદો પડે છે ? તે પૂર્ણ સંખ્યાના સમૂહમાં માત્ર શૂન્યની હાજરી છે. શૂન્યની સરવાળામાં વિશેષ ભૂમિકા છે. બાજુનું કોષ્ટક તમને શૂન્યની ભૂમિકાને સમજવામાં મદદ કરશે.

7	+	0	=	7
5	+	0	=	5
0	+	15	=	15
0	+	26	=	26
0	+	.....	=	.....

જ્યારે તમે શૂન્યને કોઈ પણ પૂર્ણ સંખ્યામાં ઉમેરો તો તે પરિણામ શું છે?

પરિણામ ફરી તે જ પૂર્ણ સંખ્યા મળે છે. આ જ કારણથી શૂન્યને પૂર્ણ સંખ્યાઓના સરવાળા માટે તટસ્થ સંખ્યા કહે છે. શૂન્યને પૂર્ણ સંખ્યાઓના માટે સરવાળાનો તટસ્થ ઘટક પણ કહે છે.

ગુણાકારની પ્રક્રિયામાં શૂન્યની એક વિશેષ ભૂમિકા છે. કોઈ પણ પૂર્ણ સંખ્યાનો શૂન્ય સાથે ગુણાકાર કરતાં શૂન્ય જ મળે છે.

ઉદાહરણ તરીકે નીચેની સંખ્યાઓ જુઓ :

$5 \times 6 = 30$
$5 \times 5 = 25$
$5 \times 4 = 20$
$5 \times 3 = 15$
$5 \times 2 = ...$
$5 \times 1 = ...$
$5 \times 0 = ?$

જુઓ કે કેવી રીતે ગુણાકારની સંખ્યામાં ઘટાડો થાય છે.
શું તમને કોઈ સરખી સંખ્યા દેખાય છે?
શું તમે અંતિમ પગથિયાનું અનુમાન લગાવી શકો છો?
શું આ જ રીત બીજી પૂર્ણ સંખ્યાઓ માટે પણ સાચી છે?
બે અલગ-અલગ પૂર્ણ સંખ્યાઓ સાથે લઈ શોધવાનો પ્રયત્ન કરો.

તમને પૂર્ણ સંખ્યાઓ માટે સરવાળાનો તટસ્થ ઘટક 0 મળે છે. કોઈ પૂર્ણ સંખ્યા સાથે શૂન્ય જોડતાં તે જ પૂર્ણ સંખ્યા મળે છે. આવી જ સ્થિતિ પૂર્ણ સંખ્યાઓના માટે ગુણાકારની છે.

આપેલ કોષ્ટક જુઓ :

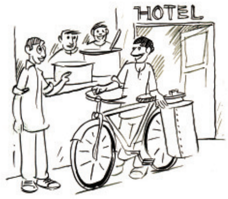
7	×	1	=	7
5	×	1	=	5
1	×	12	=	12
1	×	100	=	100
1	×	.....	=	.....

તમે સાચું વિચારી રહ્યા છો. પૂર્ણ સંખ્યાઓના ગુણાકાર માટે 1 તટસ્થ સંખ્યા કે ગુણાકારનો તટસ્થ ઘટક છે.

સ્વાધ્યાય 2.2

1. સંખ્યાઓને યોગ્ય રીતે ગોઠવી સરવાળો કરો :
   (a) $837 + 208 + 363$ (b) $1962 + 453 + 1538 + 647$
2. સંખ્યાઓને યોગ્ય રીતે ગોઠવી ગુણાકાર શોધો.
   (a) $2 \times 1768 \times 50$ (b) $4 \times 166 \times 25$ (c) $8 \times 291 \times 125$
   (d) $625 \times 279 \times 16$ (e) $285 \times 5 \times 60$ (f) $125 \times 40 \times 8 \times 25$
3. કિંમત શોધો.
   (a) $297 \times 17 + 297 \times 3$ (b) $54279 \times 92 + 8 \times 54279$
   (c) $81265 \times 169 – 81265 \times 69$ (d) $3845 \times 5 \times 782 + 769 \times 25 \times 218$
4. યોગ્ય ગુણધર્મનો ઉપયોગ કરી ગુણાકાર શોધો.
   (a) 738×103 (b) 854×102 (c) 258×1008 (d) 1005×168
5. કોઈ ટેક્સી ડ્રાઈવરે પોતાની ગાડીની પેટ્રોલની ટાંકીમાં સોમવારે 40 લિટર પેટ્રોલ પુરાવ્યું. બીજા દિવસે તેણે ટાંકીમાં 50 લિટર પેટ્રોલ પુરાવ્યું. જો પેટ્રોલની કિંમત 65 રૂપિયા પ્રતિ લિટર હોય, તો તેણે પેટ્રોલ ઉપર કેટલા રૂપિયા ખર્ચ કર્યો?

6. કોઈ દૂધવાળો એક હોટલમાં સવારે 32 લિટર દૂધ આપે છે અને સાંજે 68 લિટર દૂધ આપે છે. જો દૂધની કિંમત ₹ 45 પ્રતિ લિટર હોય, તો દૂધવાળાને રોજ કેટલી આવક થતી હશે?



7. નીચેની સંખ્યાઓને યોગ્ય જોડકાંમાં જોડો :

(i) $425 \times 136 = 425 \times (6 + 30 + 100)$	(a) ગુણાકારના ક્રમનો ગુણધર્મ
(ii) $2 \times 49 \times 50 = 2 \times 50 \times 49$	(b) સરવાળાના ક્રમનો ગુણધર્મ
(iii) $80 + 2005 + 20 = 80 + 20 + 2005$	(c) ગુણાકારનું સરવાળા પર વિભાજન

2.5 પૂર્ણ સંખ્યાઓનું સ્વરૂપ

2DHJGH

આપણે સંખ્યાઓને બિંદુઓ દ્વારા પ્રારંભિક આકારના રૂપમાં વ્યવસ્થિત કરીશું. જે આકાર આપણે લઈએ તે છે : (1) એક રેખા (2) એક લંબચોરસ (3) એક ચોરસ અને (4) એક ત્રિકોણ. પ્રત્યેક સંખ્યાને આ આકારોમાંથી એક આકારમાં ગોઠવી શકાય. બીજો કોઈ આકાર ન હોવો જોઈએ.

→ પ્રત્યેક સંખ્યાને એક રેખાના રૂપમાં ગોઠવી શકાય.

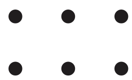
સંખ્યા 2ને આ પ્રમાણે વર્ણવી શકાય. 

સંખ્યા 3ને આ પ્રમાણે વર્ણવી શકાય. 

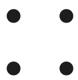
અને

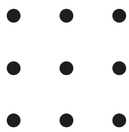
→ કેટલીક સંખ્યાઓને લંબચોરસના રૂપમાં દર્શાવી શકાય.

ઉદાહરણ તરીકે, 6ને લંબચોરસના રૂપમાં દર્શાવી શકાય. જુઓ, અહીં 2 હાર અને 3 સ્તંભ છે.



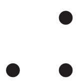
કેટલીક, સંખ્યાઓ જેમ કે, 4 અને 9 ને પણ ચોરસના રૂપમાં ગોઠવી શકાય છે :

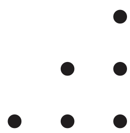
4 → 

9 → 

કેટલીક સંખ્યાઓ ત્રિકોણના રૂપમાં ગોઠવી શકાય છે.

ઉદાહરણ તરીકે,

3 → 

6 → 

ધ્યાન આપો કે, ત્રિકોણની બે બાજુઓ સમાન હોવી જોઈએ. નીચેથી શરૂ કરતા પંક્તિઓમાં બિંદુઓની સંખ્યા 4, 3, 2, 1 જેવી હોવી જોઈએ. સૌથી ઉપરની પંક્તિમાં કેવળ એક બિંદુ હોવું જોઈએ.

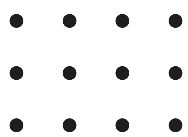
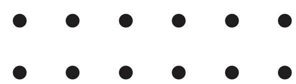
હવે, કોષ્ટકને પૂર્ણ કરો.

1 વિશિષ્ટ સંખ્યા છે.

સંખ્યા	રેખા	લંબચોરસ	ચોરસ	ત્રિકોણ
2	હા	ના	ના	ના
3	હા	ના	ના	હા
4	હા	હા	હા	ના
5	હા	ના	ના	ના
6				
7				
8				
9				
10				
11				
12				
13				

પ્રયત્ન કરો.

1. કઈ સંખ્યાઓ કેવળ રેખાના રૂપમાં દર્શાવી શકાય છે?
2. કઈ સંખ્યાઓ ચોરસના રૂપમાં દર્શાવી શકાય છે?
3. કઈ સંખ્યાઓ લંબચોરસના રૂપમાં દર્શાવી શકાય છે?
4. પ્રથમ સાત ત્રિકોણાકાર સંખ્યાઓ લખો. (એટલે, તે સંખ્યાઓ જેને ત્રિકોણના રૂપમાં ગોઠવી શકાય છે.) દા.ત., 3, 6, ...
5. કેટલીક સંખ્યાઓને બે લંબચોરસના રૂપમાં દર્શાવી શકાય છે. ઉદાહરણ તરીકે,

12 $\rightarrow$  અથવા 

3×4 $\qquad$ 2×6

આ પ્રકારનાં ઓછાંમાં ઓછાં પાંચ ઉદાહરણો આપો.

સ્વરૂપ જુઓ

સ્વરૂપને જોવાથી તમને પ્રક્રિયાઓની સરળતા માટે માર્ગદર્શન મળી રહે છે. નિમ્નલિખિત સંખ્યાઓનું અધ્યયન કરો.

(a) $117 + 9 = 117 + 10 - 1 = 127 - 1 = 126$

(b) $117 - 9 = 117 - 10 + 1 = 107 + 1 = 108$

(c) $117 + 99 = 117 + 100 - 1 = 217 - 1 = 216$

(d) $117 - 99 = 117 - 100 + 1 = 17 + 1 = 18$

શું આ સ્વરૂપ 9, 99, 999,..... પ્રકારની સંખ્યાઓને ઉમેરવામાં કે બાદ કરવામાં તમારી મદદ કરે છે?

અહીં એક બીજું સ્વરૂપ આપવામાં આવ્યું છે :

(a) $84 \times 9 = 84 \times (10 - 1)$ (b) $84 \times 99 = 84 \times (100 - 1)$

(c) $84 \times 999 = 84 \times (1000 - 1)$

આવી ટૂંકી રીત તમને અનેક પ્રશ્નો સરળતાથી શોધવામાં મદદરૂપ થાય છે.

નિમ્નલિખિત સ્વરૂપ તમને કોઈ સંખ્યાને 5 કે 25 કે 125 વડે ગુણાકારની એક વિશિષ્ટ રીત વર્ણવે છે. (તમે આ સંખ્યાઓને આગળ વધારવા માટે પણ વિચારી શકો છો.)

(i) $96 \times 5 = 96 \times \frac{10}{2} = \frac{960}{2} = 480$ (ii) $96 \times 25 = 96 \times \frac{100}{4} = \frac{9600}{4} = 2400$

(iii) $96 \times 125 = 96 \times \frac{1000}{8} = \frac{96000}{8} = 12000$...

નીચેનું સ્વરૂપ શું સૂચવે છે ?

(i) $64 \times 5 = 64 \times \frac{10}{2} = 32 \times 10 = 320 \times 1$

(ii) $64 \times 15 = 64 \times \frac{30}{2} = 32 \times 30 = 320 \times 3$

(iii) $64 \times 25 = 64 \times \frac{50}{2} = 32 \times 50 = 320 \times 5$

(iv) $64 \times 035 = 64 \times \frac{70}{2} = 32 \times 70 = 320 \times 7$ ....

સ્વાધ્યાય 2.3

1. નીચેનામાંથી કોનો જવાબ શૂન્ય નથી?

   (a) $1 + 0$ (b) 0×0 (c) $\frac{0}{2}$ (d) $\frac{10-10}{2}$

2. જો બે પૂર્ણ સંખ્યાઓનો ગુણાકાર શૂન્ય છે તો શું આપણે કહી શકીએ છીએ કે, આ સંખ્યાઓમાંથી એક કે બંને સંખ્યાઓ શૂન્ય હોવી જોઈએ? ઉદાહરણ આપી ઉત્તર જણાવો.

3. જો બે પૂર્ણ સંખ્યાઓનું ગુણનફળ 1 છે, તો શું આપણે કહી શકીએ છીએ કે, આ સંખ્યાઓમાંથી એક કે બંને 1 ના બરાબર હોવી જોઈએ? ઉદાહરણ આપી ઉત્તર જણાવો.

4. વિભાજનના ગુણધર્મનો ઉપયોગ કરી શોધો.

   (a) 728×101 (b) 5437×1001
   (c) 824×25 (d) 4275×125 (e) 504×35

5. નિમ્નલિખિત સ્વરૂપનું અધ્યયન કરો :

   $1 \times 8 + 1 = 9$
   $12 \times 8 + 2 = 98$
   $123 \times 8 + 3 = 987$
   $1234 \times 8 + 4 = 9876$
   $12345 \times 8 + 5 = 98765$

   આગળનાં બે પગથિયાં લખો. શું તમે કહી શકો છો કે સ્વરૂપ કઈ રીતે કાર્ય કરે છે?

   (ઇશારો (Hint) : $12345 = 11111 + 1111 + 111 + 11 + 1$)

આપણે શી ચર્ચા કરી ?

1. સંખ્યાઓ 1, 2, 3, ... જેમનો ઉપયોગ આપણે ગણવા માટે કરીએ છીએ તે પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓ કહેવાય છે.

2. જો તમે કોઈ પ્રાકૃતિક સંખ્યામાં 1નો ઉમેરો કરો તો તમને એનો પ્રતિવર્તી મળે છે. જો તમે પ્રાકૃતિક સંખ્યામાંથી 1નો ઘટાડો કરો તો તમને એનો પૂર્વવર્તી મળે છે.

3. પ્રત્યેક પ્રાકૃતિક સંખ્યાનો એક પ્રતિવર્તી હોય છે. 1ને છોડીને પ્રત્યેક પ્રાકૃતિક સંખ્યાનો એક પૂર્વવર્તી હોય છે.

4. જો પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓના સમૂહમાં 0 ઉમેરીએ, તો આપણને પૂર્ણ સંખ્યાનો સમૂહ પ્રાપ્ત થાય છે. આ રીતે સંખ્યાઓ 0, 1, 2, 3, ... પૂર્ણ સંખ્યાઓનો સમૂહ બનાવે છે.

5. દરેક પૂર્ણ સંખ્યાનો એક પ્રતિવર્તી હોય છે. 0 સિવાયની પ્રત્યેક પૂર્ણ સંખ્યાનો એક પૂર્વવર્તી હોય છે.

6. દરેક પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓ, પૂર્ણ સંખ્યાઓ પણ છે, પરંતુ બધી જ પૂર્ણ સંખ્યાઓ પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓ નથી.

7. આપણે એક રેખા લઈએ. તેના ઉપર એક બિંદુ અંકિત કરીએ. જેને 0 થી નામાંકિત કરીએ છીએ. ત્યાર બાદ આપણે 0ની જમણી અને સમાન જગ્યા ઉપર બિંદુ અંકિત કરતા જઈએ છીએ. જેને ક્રમશઃ 1, 2, 3, ...થી નામાંકિત કરીએ છીએ. આ રીતે આપણને એક સંખ્યારેખા મળે છે. જેના ઉપર પૂર્ણ સંખ્યાઓને દર્શાવવામાં આવે છે. આપણે આ સંખ્યારેખા પર સરળતાથી સંખ્યાઓનાં સરવાળા, બાદબાકી અને ગુણાકાર જેવી પ્રક્રિયાઓ કરી શકીએ છીએ.

8. સંખ્યારેખા પર જમણી બાજુ અનુરૂપ સરવાળો મળે છે. જ્યારે ડાબી બાજુ જતા અનુરૂપ બાદબાકી મળે છે. શૂન્ય (0)થી શરૂઆત કરીને સમાન સ્થળે ગુણાકાર પ્રાપ્ત થાય છે.

9. બે પૂર્ણ સંખ્યાઓનો સરવાળો હંમેશાં એક પૂર્ણ સંખ્યા જ મળે છે. આ જ રીતે બે પૂર્ણ સંખ્યાઓનો ગુણાકાર હંમેશાં એક પૂર્ણ સંખ્યા મળે છે. આપણે કહીએ છીએ કે પૂર્ણ સંખ્યાઓ સરવાળા અને ગુણાકાર માટે સંવૃત્ત છે. જ્યારે પૂર્ણ સંખ્યાઓ બાદબાકી અને ભાગાકાર માટે સંવૃત્ત નથી.

10. શૂન્યથી ભાગાકાર વ્યાખ્યાયિત નથી.

11. શૂન્યને પૂર્ણ સંખ્યાઓના સરવાળા માટે તટસ્થ ઘટક કહે છે. 1 ને પૂર્ણ સંખ્યાઓના ગુણાકારના માટે તટસ્થ કહે છે.

12. તમે બે પૂર્ણ સંખ્યાઓનો કોઈ પણ ક્રમમાં સરવાળો કરી શકો છો. તમે બે પૂર્ણ સંખ્યાઓના કોઈ પણ ક્રમમાં ગુણાકાર કરી શકો છો. આથી કહી શકાય કે, પૂર્ણ સંખ્યાઓ માટે સરવાળા અને ગુણાકારનો ક્રમનો ગુણધર્મ જળવાય છે (સમક્રમી છે).

13. પૂર્ણ સંખ્યાઓ માટે સરવાળા અને ગુણાકારનો જૂથનો ગુણધર્મ જળવાય છે.

14. પૂર્ણ સંખ્યાઓ માટે ગુણાકારનું સરવાળા પર વિભાજન થાય છે.

15. પૂર્ણ સંખ્યાઓના માટે ક્રમના, જૂથનો અને વિભાજનનો ગુણધર્મ ગણતરીને સરળ બનાવવામાં ઉપયોગી છે અને આપણે અજાણતામાં એનો ઉપયોગ કરીએ છીએ.

16. સંખ્યાઓના સ્વરૂપ ફક્ત રસિક નથી, પરંતુ મૌખિક ગણતરીમાં મુખ્યત્વે ઉપયોગી હોય છે અને સંખ્યાઓના ગુણધર્મો સમજવામાં મદદ કરે છે.