

★ નીચેના 14 પ્રશ્નોમાંથી કોઈપણ 10 (દસ) પ્રશ્નોના માગ્યા પ્રમાણે ગણતરી કરી જવાબ લખો: (પ્રશ્ન 25 થી 38)
[પ્રત્યેકના 2 ગુણ]

25) બે અંકની કોટલી દળ સંખ્યાઓ 7 વડે વિભાજ્ય હોય ?

⇒ 7 વડે વિભાજ્ય બે અંકની સંખ્યાઓ : 14, 21, ... 98 છે.
આ સંખ્યાઓ સમાંતર શ્રેણી વચ્ચે છે.

અહીં, $a = 14$, $d = 21 - 14 = 7$, અને $a_n = 98$

હવે, $a_n = a + (n-1)d$

$$\therefore 98 = 14 + (n-1)7$$

$$\therefore 98 - 14 = 7n - 7$$

$$\therefore 84 = 7n - 7$$

$$\therefore 84 + 7 = 7n$$

$$\therefore \frac{91}{7} = n$$

$$\therefore n = 13$$

આમ, બે અંકની 13 દળ સંખ્યાઓ 7 વડે વિભાજ્ય હશે.

26) એક સમાંતર શ્રેણીનું 12મું પદ 4 અને 20મું પદ -20 છે. તો તે શ્રેણીનું n મું પદ શીદી.

⇒ અહીં, $a_{12} = 4$ અને $a_{20} = -20$

$$\therefore a_{12} = a + 11d$$

$$a_{20} = a + 19d$$

$$\therefore a + 11d = 4 \text{ --- ① અને } a + 19d = -20 \text{ --- ②}$$

સમી-② માંથી સમી-① બાદ કરતાં,

$$a + 19d = -20$$

$$-a - 11d = -4$$

$$8d = -24$$

$$\therefore d = -24/8 = -3$$

$$\therefore d = -3$$

સમી-① પરથી, $c + 11d = 4$

$$\therefore c + 11(-3) = 4$$

$$\therefore c = 4 + 33 = 37$$

અહીં, $c = 37$ અને $d = -3$

$$\therefore c_n = c + (n-1)d$$

$$= 37 + (n-1)(-3)$$

$$= -3n + 37 + 3$$

$$\therefore c_n = -3n + 40$$

આમ, આપેલ સમાંતર શ્રેણીનું n મું પદ $-3n + 40$ હશે.

27) દાણના એક લંબઘનનું માપ 55 સીમી \times 42 સીમી \times 21 સીમી છે. તે લંબઘનને અગાળીને 4.2 સીમી વ્યાસવાળી ગોળીઓ બનાવવામાં આવી. તે કેટલી ગોળીઓ બને?

$$\Rightarrow \text{અહીં, લંબઘનનું ઘનફળ} = 55 \times 42 \times 21$$

$$= 58,212 \text{ સીમી}^3$$

$$\text{હવે, ત્રિજ્યા (r)} = \frac{\text{વ્યાસ}}{2} = \frac{4.2}{2} = 2.1 \text{ સીમી}$$

$$\text{ગોળાનું ઘનફળ} = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 2.1 \times 2.1 \times 2.1$$

$$= \frac{814.97}{21}$$

$$= 38.808 \text{ સીમી}^3$$

$$\text{હવે, } 38.808 \text{ સીમી}^3 = 1 \text{ ગોળી}$$

$$\therefore 58,212 \text{ સીમી}^3 = \frac{58,212}{38.808} = 1500 \text{ ગોળી}$$

આમ, લંબઘન ને અગાળીને 4.2 સીમી વ્યાસવાળી 1500 ગોળીઓ બને.

28) બે શંકુના ઘનફળની ગુણોત્તર 4:5 છે તથા તેમની ટિપ્પાઓની ગુણોત્તર 2:3 છે. તેમની ઊંચાઈની ગુણોત્તર શીયો.

\Rightarrow બે શંકુની ટિપ્પાઓની ગુણોત્તર $\frac{r_1}{r_2} = \frac{2}{3}$ છે. તથા

બે શંકુના ઘનફળની ગુણોત્તર =

$$\frac{\frac{1}{3}\pi r_1^2 h_1}{\frac{1}{3}\pi r_2^2 h_2} = \frac{4}{5}$$

$$\therefore \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \times \frac{h_1}{h_2} = \frac{4}{5}$$

$$\therefore \left(\frac{2}{3}\right)^2 \times \frac{h_1}{h_2} = \frac{4}{5}$$

$$\therefore \frac{4}{9} \times \frac{h_1}{h_2} = \frac{4}{5}$$

$$\therefore \frac{h_1}{h_2} = \frac{4 \times 9}{5 \times 4} = \frac{9}{5}$$

આમ, બે શંકુની ઊંચાઈની ગુણોત્તર 9:5 થશે.

29) પાસાને બે વખત ઉઠાવીવામાં આવે છે. એક વખત વખત ઉપરના પૃષ્ઠ પર 5 મળે ત્યાં તેની સંભાવના શીયો.

\Rightarrow પાસાને બે વખત ઉઠાવીતા શક્ય પરિણામોની સંખ્યા = 6×6
= 36

ઘટના A : એક વખત વખત ઉપરના પૃષ્ઠ પર 5 મળે,

તેનાં સાનુકૂળ પરિણામો (1, 5), (2, 5), (3, 5), (4, 5), (5, 5),
(6, 5), (5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 6)

આથી, સાનુકૂળ પરિણામોની સંખ્યા 11 છે.

$$\therefore P(A) = \frac{11}{36}$$

દાતન. $A' =$ એકપણ વખત ઉચરના પૃષ્ઠ પર 5 ન મળી.

$$\therefore P(A') = 1 - P(A)$$

$$= 1 - \frac{11}{36}$$

$$= \frac{36 - 11}{36}$$

$$\therefore P(A') = \frac{25}{36}$$

આમ, માંગેલ દાતન ની સંભાવના $\frac{25}{36}$ થશે.

30) જેનાં શૂન્યોનો સરવાળો અને ગુણાકાર અનુક્રમે 4 અને 1 હોય તેવા દ્વિઘાત બહુપદો મેળવી.

\Rightarrow અહીં, શૂન્યોનો સરવાળો $(\alpha + \beta) = 4$ અને
શૂન્યોનો ગુણાકાર $(\alpha\beta) = 1$ આપેલ છે.

જેનાં શૂન્ય α અને β હોય તેવું દ્વિઘાત સમીકરણ

$$x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta = 0 \text{ થાય.}$$

$$\therefore x^2 - (4)x + 1 = 0$$

$$\therefore x^2 - 4x + 1 = 0$$

આમ, માંગેલ દ્વિઘાત સમીકરણ $x^2 - 4x + 1$ થશે.

31) દ્વિઘાત બહુપદો $3x^2 - x - 4$ નાં શૂન્યો શોધી તથા તેનાં શૂન્યો અને સરગુણાકી વચ્ચેની સંબંધ ચકાસી.

$$\Rightarrow \text{અહીં, } 3x^2 - x - 4 = 0$$

$$\therefore 3x^2 - 4x + 3x - 4 = 0$$

$$\therefore x(3x - 4) + 1(3x - 4) = 0$$

$$\therefore (3x - 4)(x + 1) = 0$$

$$\therefore 3x - 4 = 0 \text{ અથવા } x + 1 = 0$$

12
/ \
-4 +3

$$\text{અહીં, } a = 3, b = -1,$$

$$c = -4$$

$$\therefore 3x = 4 \quad \text{અથવા} \quad \therefore x = -1$$

$$\therefore x = \frac{4}{3}$$

હવે, શૂન્યોની સરવાળી,

$$\alpha + \beta = \frac{4}{3} - 1 = \frac{4-3}{3} = \frac{1}{3} = \frac{-b}{a} = \frac{x \text{ ની સહગુણક}}{x^2 \text{ ની સહગુણક}}$$

તથા શૂન્યોની ગુણાકાર,

$$\alpha\beta = \frac{4}{3}(-1) = \frac{-4}{3} = \frac{c}{a} = \frac{\text{અચળ પદ}}{x^2 \text{ ની સહગુણક}}$$

આમ, આપેલ બહુપદીના બે શૂન્યો $\frac{4}{3}$ અને -1 થશે.

32) બહુપદી $P(x) = 3x^2 - 10x + 7$ નાં શૂન્યો α અને β ની કિંમત શોધવા વગર $\alpha + \beta$ અને $\alpha \cdot \beta$ શોધો.

\Rightarrow આપેલ બહુપદી પરથી $a = 3$, $b = -10$, $c = 7$

$$\text{હવે, } \alpha + \beta = \frac{-b}{a} = \frac{-(-10)}{3} = \frac{10}{3} \quad \text{તથા}$$

$$\alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{7}{3}$$

આમ, આપેલ બહુપદી પરથી $\alpha + \beta = \frac{10}{3}$ તથા $\alpha\beta = \frac{7}{3}$ થશે.

33) $\sin 60^\circ \cos 30^\circ + \sin 30^\circ \cos 60^\circ$ ના કિંમત શોધો.

\Rightarrow

અહીં, $\sin 60^\circ \cos 30^\circ + \sin 30^\circ \cos 60^\circ$

$$= \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$= \frac{3}{4} + \frac{1}{4}$$

$$= \frac{4}{4}$$

$$= 1$$

આમ, $\sin 60^\circ \cos 30^\circ + \sin 30^\circ \cos 60^\circ = 1$ થાય.

34) $\tan 48^\circ \tan 23^\circ \tan 42^\circ \tan 67^\circ = 1$ સાબિત કરો.

\Rightarrow અહીં,

$$\text{ડા.બા.} = \tan 48^\circ \tan 23^\circ \tan 42^\circ \tan 67^\circ$$

$$= \tan 48^\circ \tan 23^\circ \tan (90^\circ - 48^\circ) \tan (90^\circ - 23^\circ)$$

$$= \tan 48^\circ \tan 23^\circ \cot 48^\circ \cot 23^\circ$$

($\because 90^\circ$ એ વિધેય બદલાય)

$$= (\tan 48^\circ \cdot \cot 48^\circ) (\tan 23^\circ \cdot \cot 23^\circ)$$

$$= (1) (1)$$

($\because \tan$ અને \cot એક-બીજાના)

$$= 1$$

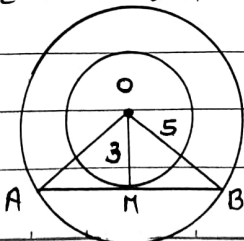
(અસર વિધેય હોવાથી)

$$\therefore \text{ડા.બા.} = \text{જ.બા.}$$

$\therefore \tan 48^\circ \tan 23^\circ \tan 42^\circ \tan 67^\circ = 1$ સાબિત થાય છે.

35) બે સમકેન્દ્રી વર્તુળોના ટોચવાળાં 5 સેમી અને 3 સેમી છે. મોટા વર્તુળ ની જુવા નાના વર્તુળને સ્પર્શે છે, તો નોંધ લંબાઈ શોધો.

\Rightarrow



આકૃતિ પરથી, જુવા $AB = 2MB$

ΔOMB માટે પાયથાગોરસ પ્રમેય મુજબ,

$$OM^2 + MB^2 = OB^2$$

$$\therefore (3)^2 + MB^2 = (5)^2$$

$$\therefore 9 + MB^2 = 25$$

$$\therefore MB^2 = 25 - 9 = 16$$

$$\therefore MB^2 = 4^2$$

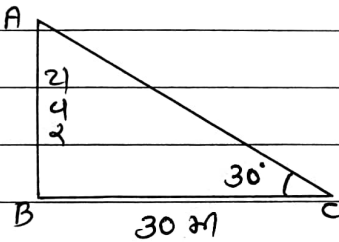
$$\therefore MB = 4 \text{ સીમી}$$

હવે, જુવા $AB = 2MB = 2(4) = 8 \text{ સીમી}$

આમ, માંગેલ જુવા AB ની લંબાઈ ૮ સીમી થશે.

- ૩૬) ટાવરના પાયાથી ૩૦ મી દૂર રહેલા જમીન પરના એક બિંદુથી ટાવરની ટોચના ઉત્સેદકકોણનું માપ 30° છે, તો ટાવરની ઊંચાઈ શીધો.

\Rightarrow અહીં, $BC = 30 \text{ મી}$, $\theta = 30^\circ$, $AB = ?$



$$\therefore \tan \theta = \frac{\text{સા.બા.}}{\text{પા.બા.}} = \frac{AB}{BC}$$

$$\therefore \tan 30^\circ = \frac{AB}{30}$$

$$\therefore \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{AB}{30}$$

$$\therefore \frac{30}{\sqrt{3}} = AB$$

$$\therefore \frac{10 \times \sqrt{3} \times \sqrt{3}}{\sqrt{3}} = AB$$

$$\therefore AB = 10\sqrt{3} \text{ મીટર}$$

આમ, ટાવર ની ઊંચાઈ $10\sqrt{3}$ મીટર થશે.

- ૩૭) ૪-અક્ષ એ બિંદુઓ $(5, -6)$ અને $(-1, -4)$ ને એડવા રીખાખંડનું કયા ગુણોત્તરમાં વિભાજન કરે છે તે શીધો.

\Rightarrow ધારો કે ૪-અક્ષ પરનું કોઈ બિંદુ $(0, 7)$ એ બિંદુઓ $(5, -6) = (x_1, y_1)$ અને $(-1, -4) = (x_2, y_2)$ ને એડવા રીખાખંડનું $m:n$ ગુણોત્તરમાં વિભાજન કરે છે.

અહીં, Y-અક્ષ પરનું બિંદુની X-યામ શૂન્ય હોવાથી,

$$0 = \frac{m \cdot 0 + n \cdot 5}{m+n} \quad \text{હોતાં,}$$

$$\therefore 0 = \frac{-1(m) + 5n}{m+n}$$

$$\therefore 0(m+n) = -m + 5n$$

$$\therefore 0 = -m + 5n$$

$$\therefore m = 5n$$

$$\therefore \frac{m}{n} = \frac{5}{1}$$

આમ, Y-અક્ષ બિંદુઓ (5, -5) અને (-1, -4) ને યોડતા રેખાખંડનું 5:1 ગુણોત્તરમાં વિભાજન કરે છે.

38) એક સમાંતર શ્રીઘ્રીમાં $a=2$, $d=8$, $Sn=90$ આપેલ હોય, તો n અને a_n શોધો.

\Rightarrow અહીં, $a=2$, $d=8$, $Sn=90$ છે.

$$\text{હવે, } Sn = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d]$$

$$\therefore 90 = \frac{n}{2} [2(2) + (n-1)8]$$

$$\therefore 180 = n[4 + 8n - 8]$$

$$\therefore 180 = n(8n - 4)$$

$$\therefore 180 = 8n^2 - 4n$$

$$\therefore 8n^2 - 4n - 180 = 0$$

$$\therefore 2n^2 - n - 45 = 0 \quad (\because 4 \text{ સામાન્ય કાર્કાં})$$

$$\therefore 2n^2 - 10n + 9n - 45 = 0$$

$$\therefore 2n(n-5) + 9(n-5) = 0$$

$$\therefore (n-5)(2n+9) = 0$$

$$\therefore n-5 = 0 \quad \text{અથવા} \quad 2n+9 = 0$$

$$\therefore n = 5$$

$$\therefore n = -\frac{9}{2} \text{ શક્ય નથી.}$$

હવે, $n=5$ હોવાથી,

$$a_5 = a + (5-1)d$$

$$= 2 + (4)(8)$$

$$= 2 + 32$$

$$\therefore a_5 = 34$$

આમ, આપેલ શ્રીઘ્રી પરથી

$$n=5 \text{ અને } a_5=34 \text{ મળી}$$

છે.