

★ નીચેના 14 પ્રશ્નોમાંથી કોઈપણ 10 (દસ) પ્રશ્નોના માગથી પ્રમાણી ગણતરી કરી જવાબ લખી: (પ્રશ્ન 25 થી 38) [પ્રત્યેકના 2 ગુણ]

25) સમાંતર શ્રેણી 21, 18, 15, ... નું કેટલામું પદ 0 હોય?

⇒

અહીં, $a = 21$, $d = 18 - 21 = -3$ અને દારી કે $a_n = 0$

$$\text{હવે, } a_n = a + (n-1)d$$

$$\therefore 0 = 21 + (n-1)(-3)$$

$$\therefore -21 = (n-1)(-3)$$

$$\therefore \frac{-21}{-3} = n-1$$

$$\therefore 7 = n-1$$

$$\therefore 7+1 = n$$

$$\therefore n = 8$$

આથી, આપેલ સમાંતર શ્રેણીમાં 8મું પદ 0 થશે.

26) સાળ સમાંતર શ્રેણી 3, 6, 9, ... 111 નાં પદોની સંખ્યા શીધી.

⇒ અહીં, $a = 3$, $d = 6 - 3 = 3$ અને $a_n = 111$

$$\text{હવે, } a_n = a + (n-1)d$$

$$\therefore 111 = 3 + (n-1)3$$

$$\therefore 111 - 3 = (n-1)3$$

$$\therefore 108 = (n-1)3$$

$$\therefore \frac{108}{3} = n-1$$

$$\therefore 36 + 1 = n$$

$$\therefore n = 37$$

આથી, આપેલ સાળ સમાંતર શ્રેણીમાં પદોની સંખ્યા 37 થશે.

27) એક તકકર તળાકારની ટિજ્યા અને ઊંચાઈની સરવાળી 37 સીમી છે. એ વી તળાકારની કુલ સપાટીનું ક્ષેત્રફળ 1628 સીમી² હીય. તી વીનું દળફળ કીદી.

⇒ અહીં, $h + r = 37$ સીમી છે.

$$\begin{aligned} \text{તકકર તળાકાર ની કુલ સપાટીનું ક્ષેત્રફળ} &= 2\pi r(h+r) \\ \therefore 1628 &= 2 \times \frac{22}{7} \times r(37) \end{aligned}$$

$$\therefore \frac{1628 \times 7}{2 \times 22 \times 37} = r$$

$$\therefore r = 7 \text{ સીમી}$$

$$\begin{aligned} \therefore h &= 37 - r \\ &= 37 - 7 \end{aligned}$$

$$\therefore h = 30$$

$$\begin{aligned} \text{હી, તળાકાર નું દળફળ} &= \pi r^2 h \\ &= \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times 30 \\ &= 4620 \text{ સીમી}^3 \end{aligned}$$

અમ, તળાકાર નું દળફળ 4620 સીમી³ થશી.

28) 4.2 સીમી ટિજ્યાવાળા દાટ્ટના ગીલકની અગિાળની 6 સીમી ટિજ્યાવાળા તળાકાર સ્વરૂપમાં રૂપાંતરિત કરવામાં આવી છે, તી તળાકારની ઊંચાઈ કીદી.

⇒ અહીં, ગીલકની અગિાળની તળાકાર બનાવવામાં આવી છે. ગીલકની ટિજ્યા $r_1 = 4.2$ સીમી અને તળાકારની ટિજ્યા $r_2 = 6$ સીમી

$$\therefore \text{ગીલક નું દળફળ} = \text{તળાકાર નું દળફળ}$$

$$\therefore \frac{4}{3} \pi r_1^3 = \pi r_2^2 h$$

$$\therefore \frac{4}{3} r_1^3 = r_2^2 h$$

$$\therefore \frac{4}{3} (4.2)^3 = (6)^2 h$$

$$\therefore h = \frac{4 \times 4.2 \times 4.2 \times 4.2}{3 \times 6 \times 6}$$

$$\therefore h = 2.74 \text{ સીમી}$$

આમ, ગોળક માંથી જળાકાર બનાવતા જળાકારની ઊંચાઈ 2.74 સીમી થશે.

29) એક પીટીમાં 12 દડા છે. તિમાંના ૦૮ દડા કાળા છે. એ પીટી માંથી એક દડો ચાલરિહક થતે કાઢવામાં આવે, તો તે કાળી દડો હોય તેની સંભાવના કીરલી?

⇒

અહીં, કુલ દડા = 12 અને કાળા દડાની સંખ્યા = ૦૮

દારના A = પસંદ કરેલ દડો કાળા રંગની હોય.

$$\therefore P(A) = \frac{\text{કાળા દડાની સંખ્યા}}{\text{કુલ દડા}} = \frac{08}{12}$$

આમ, કાળી દડો હોય તે દારના ની સંભાવના $\frac{08}{12}$ થશે.

30) જોનાં શૂન્યોની સરવાળી અને ગુણાકાર અનુક્રમે 1 અને 1 હોય તેવી કિદાન જાદૂપદી ઓળવી.

⇒ અહીં,

$$\text{શૂન્યોની સરવાળી } (\alpha + \beta) = 1 \quad \text{અને}$$

$$\text{શૂન્યોની ગુણાકાર } (\alpha\beta) = 1$$

જેના શૂન્યો α અને β હોય, તેલુ દિધાન સમીકરણ

$$x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta = 0 \text{ થાય.}$$

$$\therefore x^2 - (1)x + (1) = 0$$

$$\therefore x^2 - x + 1 = 0$$

આમ, માંગેલ દિધાન બહુપદી $x^2 - x + 1$ થશે.

31) દિધાન બહુપદી $x^2 - 2x - 8$ નાં શૂન્યો શોધો તથા તેનાં શૂન્યો અને સરગુણકો વચ્ચેની સંબંધ ચકાસો.

\Rightarrow

અહીં, દિધાન બહુપદી $x^2 - 2x - 8$ આપેલ છે. $a = 1$, $b = -2$,
 $c = -8$ થશે.

$$\therefore x^2 - 2x - 8 = 0$$

$$\therefore x^2 - (4-2)x - 8 = 0$$

$$\therefore x^2 - 4x + 2x - 8 = 0$$

$$\therefore x(x-4) + 2(x-4) = 0$$

$$\therefore (x-4)(x+2) = 0$$

$$\therefore x-4 = 0 \text{ અથવા } x+2 = 0$$

$$\therefore x = 4 \text{ અથવા } x = -2$$

આથી, આપેલ દિધાન બહુપદીના બે શૂન્ય 4 અને -2 થશે.

$$\text{હવે, } \alpha + \beta = 4 + (-2) = 4 - 2 = 2 = \frac{-(-2)}{1} = \frac{-b}{a}$$

$$\therefore \alpha + \beta = \frac{-b}{a} = \frac{x \text{ ની સરગુણક}}{x^2 \text{ ની સરગુણક}}$$

$$\text{હવે, } \alpha\beta = 4(-2) = \frac{-8}{1} = \frac{c}{a} = \frac{\text{અચળ પદ}}{x^2 \text{ ની સરગુણક}}$$

32) બહુપદ $P(x) = 3x^2 - 10x + 7$ નાં શૂન્યો α અને β ના કિંમત શોધવા વગર $\left(\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}\right)$ અને $(\alpha^2 + \beta^2)$ ના કિંમત શોધો.

\Rightarrow અહીં, આપેલ બહુપદ પરથી $a=3$, $b=-10$, $c=7$ થશે.

$$\begin{aligned} \text{હવે, } \left(\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}\right) &= \left(\frac{\beta + \alpha}{\alpha\beta}\right) \quad (\because \text{મ.સા.અ. લેતાં}) \\ &= \left[\frac{-b/a}{c/a}\right] \\ &= \left(\frac{-b}{c}\right) \\ &= \frac{-(-10)}{7} \end{aligned}$$

$$\therefore \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{10}{7}$$

$$\begin{aligned} \text{હવે, } (\alpha^2 + \beta^2) &= \alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2 - 2\alpha\beta \\ &= (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta \\ &= \left(\frac{-b}{a}\right)^2 - 2\left(\frac{c}{a}\right) \\ &= \left[\frac{-(-10)}{3}\right]^2 - 2\left(\frac{7}{3}\right) \\ &= \frac{100}{9} - \frac{14}{3} \\ &= \frac{100 - (14 \times 3)}{9} \quad (\because \text{લ.સા.અ. લેતાં}) \\ &= \frac{100 - 42}{9} = \frac{58}{9} \end{aligned}$$

$$\therefore \alpha^2 + \beta^2 = \frac{58}{9}$$

33) $\tan 60^\circ \operatorname{cosec}^2 45^\circ + \sec^2 60^\circ + \tan 45^\circ$ ની કિંમત શોધો.

\Rightarrow

$$\begin{aligned} \text{અહીં, } \tan 60^\circ \operatorname{cosec}^2 45^\circ + \sec^2 60^\circ + \tan 45^\circ \\ = (\sqrt{3})(\sqrt{2})^2 + (2)^2 + 1 \\ = (\sqrt{3})^2 + 4 + 1 \\ = 2\sqrt{3} + 5 \end{aligned}$$

આમ, માંગીલ કિંમત $2\sqrt{3} + 5$ થશે.

34) $\tan 5^\circ \tan 25^\circ \tan 45^\circ \tan 65^\circ \tan 85^\circ = 1$ સાબિત કરો.

\Rightarrow અહીં,

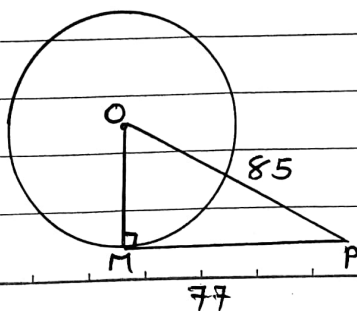
$$\begin{aligned} \text{S.L.} &= \tan 5^\circ \tan 25^\circ \tan 45^\circ \tan 65^\circ \tan 85^\circ \\ &= \tan 5^\circ \tan 25^\circ \tan 45^\circ \tan(90^\circ - 25^\circ) \cdot \\ &\quad \tan(90^\circ - 5^\circ) \\ &= \tan 5^\circ \cdot \tan 25^\circ (1) \cot 25^\circ \cdot \cot 5^\circ \\ &\quad (\because \tan 45^\circ = 1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= (\tan 5^\circ \cdot \cot 5^\circ) (1) (\tan 25^\circ \cdot \cot 25^\circ) \\ &= (1) (1) (1) \\ &= 1 \\ &= \text{જ.બ.} \end{aligned}$$

$\therefore \tan 5^\circ \tan 25^\circ \tan 45^\circ \tan 65^\circ \tan 85^\circ = 1$ સાબિત થાય છે.

35) O કેન્દ્રવાળા વર્તુળની સ્પર્શક PM વર્તુળની M બિંદુએ સ્પર્શે છે. જો $OP = 85$ સેમ અને $PM = 77$ સેમ હોય, તો વર્તુળની ત્રિજ્યા શોધો.

\Rightarrow



પાયથાગોરસ પ્રમેય મુજબ,

$$\begin{aligned} OM^2 + PM^2 &= OP^2 \\ \therefore OM^2 &= OP^2 - PM^2 \\ &= (85)^2 - (77)^2 \end{aligned}$$

$$\therefore OM^2 = 7225 - 5929$$

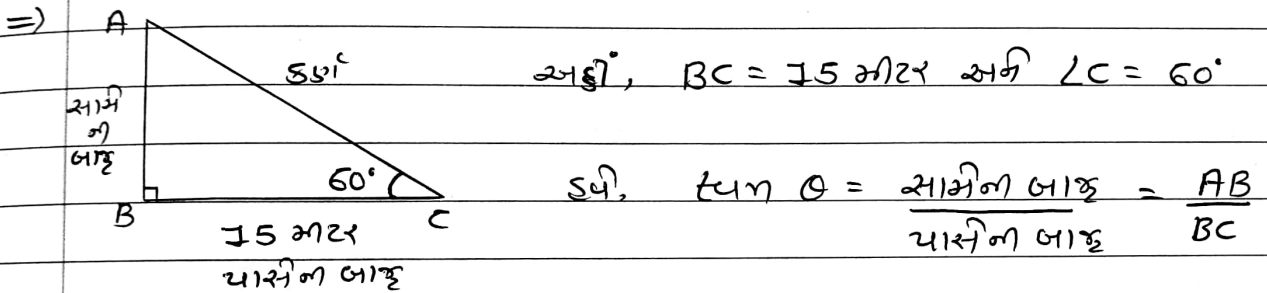
$$\therefore OM^2 = 1296$$

$$\therefore OM = \sqrt{1296}$$

$$\therefore OM = 36 \text{ સીમી.}$$

આથી, માંગીલ વર્તુળ ની ત્રિજ્યા 36 સીમી થશે.

- 36) જમીન પર એક ટાવર શિરીલંબ સ્થિતિમાં છે. તેના પાયાથી 15 મીટર દૂર રહેલા જમીન પરના એક બિંદુથી ટાવરની ટોચના ઉત્સીદ્યકોણનું માપ 60° છે. તો ટાવરની ઊંચાઈ શીધી.



$$\therefore \text{ત્ર્યંજ } C = \frac{AB}{15}$$

$$\therefore \text{ત્ર્યંજ } 60^\circ \times 15 = AB$$

$$\therefore \sqrt{3} \times 15 = AB$$

$$\therefore AB = 15\sqrt{3} \text{ મીટર}$$

આમ, ટાવર ની ઊંચાઈ $15\sqrt{3}$ મીટર થશે.

- 37) બિંદુઓ $(4, -3)$ અને $(8, 5)$ ની મીડલા રેખાખંડનું 3:1 ગુણોત્તરમાં અંતઃ વિભાજન કરતા બિંદુના યામ શીધી.

\Rightarrow અહીં, $x_1 = 4$, $y_1 = -3$ તથા $x_2 = 8$, $y_2 = 5$ તથા

$$m : n = 3 : 1$$

$$\therefore m = 3 \text{ અને } n = 1$$

રેખાખંડના અંતઃ વિભાજન કરતા બિંદુના યામ (x, y) લેતાં,

$$x = \frac{mx_2 + nx_1}{m+n} \quad \text{અને} \quad y = \frac{my_2 + ny_1}{m+n}$$

$$\begin{aligned} \therefore x &= \frac{(3)(8) + (1)(4)}{3+1} \quad \text{અને} \quad y = \frac{(3)(5) + (1)(-3)}{3+1} \\ &= \frac{24 + 4}{4} \quad \text{અને} \quad = \frac{15 - 3}{4} \\ &= \frac{28}{4} \quad \quad \quad = \frac{12}{4} \end{aligned}$$

$$\therefore x = 7$$

$$\therefore y = 3$$

આમ, રેખાખંડનું અંતઃવિભાજન કરતા બિંદુના (7, 3) થશે.

38) સમાંતર શ્રેણી 2, 7, 12, ..., 10 પદ સુધીની સરવાળી શોધો.

⇒

અહીં, $a = 2$, $d = 7 - 2 = 5$ અને $n = 10$

$$\text{હવે, } S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d]$$

$$\therefore S_{10} = \frac{10}{2} [2(2) + (10-1)(5)]$$

$$= 5 [4 + 9(5)]$$

$$= 5 [4 + 45]$$

$$= 5 [49]$$

$$\therefore S_{10} = 245$$

આથી, આપેલ સમાંતર શ્રેણીના 10 પદોની સરવાળી 245 થશે.