

વિભાગ- B

★ નીચેના 14 પ્રશ્નોમાંથી કોઈપણ 10 (દસ) પ્રશ્નોના માગ્યો પ્રમાણે ગણતરી કરી જવાબ લખો: (પ્રશ્ન 25 થી 38)
[પ્રત્યેકના 2 ગુણ]

25) સમાંતર શ્રેણી 14, 18, 22, ... માં કોઈ પણ 142 હોઈ શકે? જો હા, તો કિટલામાં પડે?

⇒ અહીં, $a = 14$, $d = 18 - 14 = 4$ અને દ્વારા કે $a_n = 142$

$$\text{હવે, } a_n = a + (n-1)d$$

$$\therefore 142 = 14 + (n-1)(4)$$

$$\therefore 142 - 14 = 4n - 4$$

$$\therefore 128 = 4n - 4$$

$$\therefore 128 + 4 = 4n$$

$$\therefore 132 = 4n$$

$$\therefore \frac{132}{4} = n$$

$$\therefore n = 33$$

આમ, આપેલ સમાંતર શ્રેણીમાં 33 માં પડે 142 હોઈ શકે.

26) બે અંકની કિટલી સંખ્યાઓ 3 વડે વિભાજ્ય હશે?

⇒ અહીં, બે અંકની 3 વડે વિભાજ્ય સંખ્યાઓ,

12, 15, 18, ..., 99 થશે.

$$\therefore a = 12, d = 15 - 12 = 3 \text{ અને } a_n = 99$$

$$\text{હવે, } a_n = a + (n-1)d$$

$$\therefore 99 = 12 + (n-1)3$$

$$\therefore 99 - 12 = (n-1)3$$

$$\therefore \frac{87}{3} = n - 1$$

$$\therefore 29 = n - 1$$

$$\therefore 29 + 1 = n$$

$$\therefore n = 30$$

આમ, બે અંકની 30 સંખ્યાઓ 3 વડે વિભાજ્ય રહેશે.

27) 6 સીમી, 8 સીમી અને 10 સીમી ટિજ્યાવાળા દાટ્ટના ગોળાઓને અગિયારાને એક મીટરે નક્કર ગોળી બનાવવામાં આવે છે. ત્રીજા રીતે બનતા ગોળાની ટિજ્યા શોધો.

\Rightarrow અહીં, ટિજ્યા $r_1 = 6$ સીમી, $r_2 = 8$ સીમી, $r_3 = 10$ સીમી છે. તથા ત્રણ ગોળાને અગિયારાને એક મીટરે નક્કર ગોળી બને છે.

\therefore મીટર નક્કર ગોળાનું દળફળ = ત્રણથી નાના ગોળાના દળફળની સરવાળો.

$$\therefore \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{4}{3} \pi r_1^3 + \frac{4}{3} \pi r_2^3 + \frac{4}{3} \pi r_3^3$$

$$\therefore \cancel{\frac{4}{3} \pi} R^3 = \cancel{\frac{4}{3} \pi} (r_1^3 + r_2^3 + r_3^3)$$

$$\therefore R^3 = [(6)^3 + (8)^3 + (10)^3]$$

$$\therefore R^3 = [216 + 512 + 1000]$$

$$\therefore R^3 = 1728$$

$$\therefore R^3 = (12)^3$$

$$\therefore R = 12 \text{ સીમી}$$

આમ, મીટર નક્કર ગોળાની ટિજ્યા 12 સીમી થશે.

28) બે ગોલકની સપાટીના ક્ષેત્રફળની ગુણોત્તર 16:9 છે. તેમના દળફળની ગુણોત્તર શોધો.

$$\Rightarrow \text{અહીં, } \frac{\text{ગોલક 1 નું ક્ષેત્રફળ}}{\text{ગોલક 2 નું ક્ષેત્રફળ}} = \frac{r_1^2}{r_2^2} = \frac{16}{9}$$

$$\therefore \frac{x_1^2}{x_2^2} = \frac{(4)^2}{(3)^2}$$

$$\therefore \frac{x_1}{x_2} = \frac{4}{3}$$

$$\begin{aligned} \text{5પી. } \frac{\text{ગીલક 1 નું દળકુળ}}{\text{ગીલક 2 નું દળકુળ}} &= \frac{\cancel{4/3} \cancel{76} x_1^3}{\cancel{4/3} \cancel{76} x_2^3} = \left(\frac{x_1}{x_2} \right)^3 \\ &= \left(\frac{4}{3} \right)^3 \\ &= \frac{64}{27} \end{aligned}$$

આમ, બે ગીલક ના દળકુળની ગુણોત્તર 64 : 27 થશે.

29) સરખી રોતે આપેલાં 52 પત્તાની થોકડામાંથી એક પત્તું કાઢવામાં આવે છે. ની (1) લાલ રંગની રામ (2) કાળોનું પત્તું મળવાની સંભાવના જોઈએ.

\Rightarrow અર્થ, કુલ પત્તાની સંખ્યા = 52

(1) ઘટના A : લાલ રંગની રામ હોય.

52 પત્તામાં લાલ રંગના 2 રામ હોય છે. (લાલી, ચોકર)

\therefore ઘટના A ને સાનુકૂળ પરિણામ ની સંખ્યા 2 થશે.

$$\therefore P(A) = \frac{2}{52} = \frac{1}{26}$$

(2) ઘટના B : કાળોનું પત્તું હોય.

52 પત્તામાં કુલ 13 પત્તા કાળોનાં હોય છે.

\therefore ઘટના B ને સાનુકૂળ પરિણામ ની સંખ્યા 13 થશે.

$$\therefore P(B) = \frac{13}{52} = \frac{1}{4}$$

આમ, માંગેલ સંભાવનાઓ $\frac{1}{26}$ અને $\frac{1}{4}$ થશે.

30) જેનાં શૂન્યોની સરવાળી અને ગુણાકાર અનુક્રમે 0 અને $\sqrt{5}$ હોય તેવા દ્વિઘાત બહુપદી મેળવી.

\Rightarrow અહીં, શૂન્યોની સરવાળી $(\alpha + \beta) = 0$ અને

$$\text{શૂન્યોની ગુણાકાર } (\alpha\beta) = \sqrt{5}$$

હવે, જેના બીજ α અને β હોય તેવા બહુપદી,

$$x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta = 0 \text{ થશે.}$$

$$\therefore x^2 - 0x + \sqrt{5} = 0$$

$$\therefore x^2 + \sqrt{5} = 0.$$

આમ, માંગેલ દ્વિઘાત બહુપદી $x^2 + \sqrt{5}$ થશે.

31) દ્વિઘાત બહુપદી $5t^2 + 12t + 7$ નાં શૂન્યો શોધી તથા તેમનાં શૂન્યો અને આડગુણકો વચ્ચેની સંબંધ ચકાસી.

\Rightarrow અહીં, $5t^2 + 12t + 7$ માં $a = 5$, $b = 12$, $c = 7$ થશે.

$$\text{હવે, } 5t^2 + 12t + 7 = 0$$

$$\therefore 5t^2 + 5t + 7t + 7 = 0$$

$$\therefore 5t(t + 1) + 7(t + 1) = 0$$

$$\therefore (t + 1)(5t + 7) = 0$$

$$\therefore (t + 1) = 0 \text{ અથવા } 5t + 7 = 0$$

$$\therefore t = -1 \quad \text{અથવા} \quad t = -7/5$$

અહીં, બહુપદીના બે બીજ $\alpha = -1$ અને $\beta = -\frac{7}{5}$ છે.

$$\text{હવે, } \alpha + \beta = -1 - \frac{7}{5}$$

$$= -\frac{5-7}{5} = -\frac{12}{5} = -\frac{b}{a} = \frac{x \text{ ની સરખામણી}}{x^2 \text{ ની સરખામણી}}$$

$$\text{તથા } \alpha\beta = (-1)\left(-\frac{7}{5}\right) = \frac{7}{5} = \frac{c}{a} = \frac{\text{અચળ પદ}}{x^2 \text{ ની સરખામણી}}$$

32) બહુપદી $P(x) = x^2 - 8x - 20$ નાં શૂન્યો α અને β ના કિંમત શોધવા વગર $\alpha + \beta$ અને $\alpha\beta$ શોધો.

\Rightarrow અહીં, $P(x) = x^2 - 8x - 20$ પરથી $a=1$, $b=-8$, $c=-20$

$$\text{હવે, } \alpha + \beta = -\frac{b}{a} = -\frac{(-8)}{1} = 8 \quad \text{અને}$$

$$\alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{-20}{1} = -20$$

આમ, $\alpha + \beta = 8$ અને $\alpha\beta = -20$ થશે.

33) $4 \cot^2 45^\circ - \sec^2 60^\circ + \sin^2 60^\circ + \cos^2 90^\circ$ ના કિંમત શોધો.

\Rightarrow આપણી યાદગણી દ્વારા કી, $\cot 45^\circ = 1$, $\sec 60^\circ = 2$
 $\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\cos 90^\circ = 0$

$$\text{હવે, } 4 \cot^2 45^\circ - \sec^2 60^\circ + \sin^2 60^\circ + \cos^2 90^\circ$$

$$= 4(1)^2 - (2)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + 0$$

$$= 4(1) - 4 + \frac{3}{4}$$

$$= \frac{3}{4}$$

આમ, $4 \cot^2 45^\circ - \sec^2 60^\circ + \sin^2 60^\circ + \cos^2 90^\circ = \frac{3}{4}$ થશે.

34) જો A, B અને C એ $\triangle ABC$ ના ખૂણા હોય, તો સાબિત કરો કે

$$\sin^2 \frac{A}{2} + \sin^2 \left(\frac{B+C}{2} \right) = 1.$$

\Rightarrow અહીં, A, B અને C એ $\triangle ABC$ ના ખૂણા છે.

$$\therefore A + B + C = 180^\circ$$

$$\therefore \frac{A + B + C}{2} = \frac{180^\circ}{2} = 90^\circ$$

$$\therefore \frac{A}{2} + \frac{B+C}{2} = 90^\circ$$

$$\therefore \frac{B+C}{2} = 90^\circ - \frac{A}{2} \quad \text{--- (1)}$$

$$\text{હવે, ડા.બા.} = \sin^2 \frac{A}{2} + \sin^2 \left(\frac{B+C}{2} \right)$$

$$= \sin^2 \frac{A}{2} + \sin^2 \left(90^\circ - \frac{A}{2} \right) \quad (\because \text{સમ (1) પરથી})$$

$$= \sin^2 \frac{A}{2} + \cos^2 \frac{A}{2} \quad (\because 90^\circ \text{ એ વિધેય બદલાઈ})$$

$$= 1$$

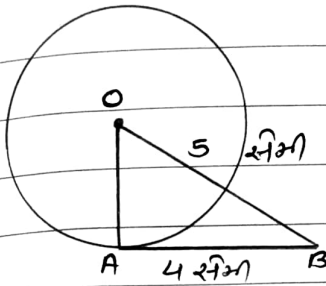
$$= \text{જ.બા.}$$

$$\text{આમ, } \sin^2 \frac{A}{2} + \sin^2 \left(\frac{B+C}{2} \right) = 1 \text{ થશે.}$$

35) વર્તુળના કોર્ડ, થી 5 સીમ અંતરે આવેલા બિંદુ A થી દોરેલા સ્પર્શક ના લંબાઈ 4 સીમ છે. વર્તુળના ત્રિજ્યા શોધો.

\Rightarrow

⇒



$\triangle OAB$ માં પાયથાગોરસ પુમેય મુજબ,

$$OA^2 + AB^2 = OB^2$$

$$\therefore OA^2 + (4)^2 = (5)^2$$

$$\therefore OA^2 + 16 = 25$$

$$\therefore OA^2 = 25 - 16$$

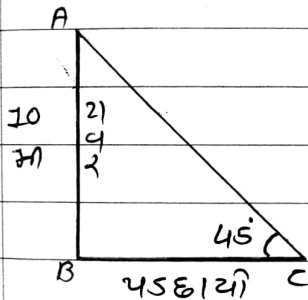
$$\therefore OA^2 = 9 = (3)^2$$

$$\therefore OA = 3 \text{ સેમી.}$$

આમ, વર્તુળની ત્રિજ્યા 3 સેમી થશે.

- 36) એક ટાપર ના ઊંચાઈ 10 મી છે. જ્યારે સૂર્યની ઉત્તીર્ણકોણ 45° હોય ત્યારે ટાપર ના પડદાયાન લંબાઈ કેટલી હોય?

⇒



અહીં, $AB = 10 \text{ મી}$, $\angle C = 45^\circ$ તથા $BC = ?$

$$\text{હવે, } \tan C = \frac{\text{આ. બા.}}{\text{પા. બા.}} = \frac{AB}{BC}$$

$$\therefore \tan 45^\circ = \frac{10 \text{ મીટર}}{BC}$$

$$\therefore 1 = \frac{10 \text{ મીટર}}{BC}$$

$$\therefore BC = 10 \text{ મીટર}$$

આમ, ટાપર ના પડદાયાન લંબાઈ 10 મીટર થશે.

- 37) AB વર્તુળની વ્યાસ છે. તેનું કોષ્ટક $P(2, -3)$ અને $B(1, 4)$ છે. તો જિંદુ A ના ચામ શોધો.

⇒ અહીં, $P(x_1, y_1) = P(2, -3)$ એ વ્યાસ AB કે જ્યાં $A(x_1, y_1)$ તથા $B(x_2, y_2) = B(1, 4)$ નું મધ્યજિંદુ થશે.

∴ મધ્યબિંદુ P ના યામ,

$$(x, y) = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$

$$\therefore (2, -3) = \left(\frac{x_1 + 1}{2}, \frac{y_1 + 4}{2} \right)$$

$$\therefore \frac{x_1 + 1}{2} = 2$$

$$\text{તથા } \frac{y_1 + 4}{2} = -3$$

$$\therefore x_1 + 1 = 4$$

$$\therefore y_1 + 4 = -6$$

$$\therefore x_1 = 4 - 1 = 3$$

$$\therefore y_1 = -6 - 4 = -10$$

$$\therefore x_1 = 3$$

$$\therefore y_1 = -10$$

આમ, બિંદુ A ના યામ $(x_1, y_1) = (3, -10)$ થશે.

38) એક આજ્ઞ સમાંતર શ્રેણીનું પ્રથમ અને અંતિમ પદ અનુક્રમે 7 અને 49 છે. જો તે શ્રેણીનાં બધાં જ પદોની સરવાળો 420 હોય, તો શ્રેણીની સામાન્ય તક્રાવત શોધો.

⇒ અહીં, $a = 7$, $a_n = l = 49$ તથા $S_n = 420$

$$\text{હવે, } S_n = \frac{n}{2} [a + l]$$

$$\therefore 420 = \frac{n}{2} [7 + 49]$$

$$\therefore 840 = 56n$$

$$\therefore \frac{840}{56} = n$$

$$\therefore n = 15$$

$$\text{હવે, } a_n = a + (n-1)d$$

$$\therefore 49 = 7 + (15-1)d$$

$$\therefore 49 - 7 = 14d$$

$$\therefore 42 = 14d$$

$$\therefore \frac{42}{14} = d$$

$$\therefore d = 3$$

આમ, આપેલ આજ્ઞ સમાંતર શ્રેણીની સામાન્ય તક્રાવત 3 થશે.