પ્રકરણ 7

ત્રિકોણની એકરૂપતા

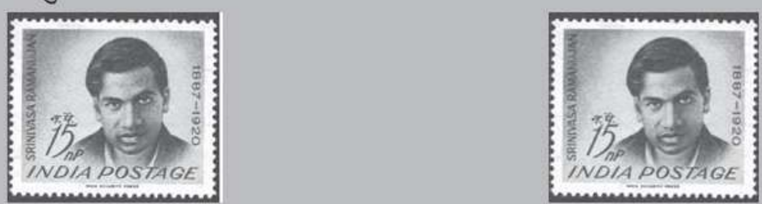
FJXUCE

7.1 પ્રસ્તાવના

હવે તમે ખૂબ અગત્યનો ભૌમિતિક ખ્યાલ શીખવા માટે તૈયાર છો જેને **'એકરૂપતા'** (Congruence) કહેવાય છે. તમારે ત્રિકોણની એકરૂપતા વિશે ઘણું શીખવાનું છે. એકરૂપતા શું છે એ સમજવા માટે આપણે કેટલીક પ્રવૃત્તિઓ કરીએ.

આ કરો

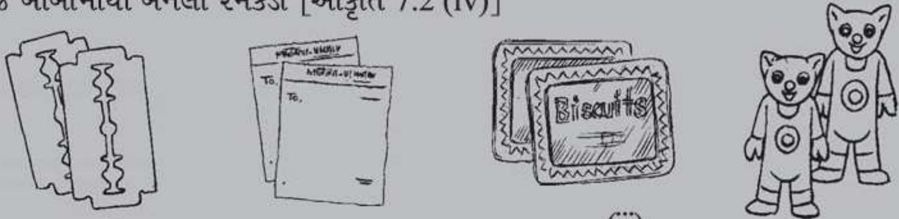
એકસરખા મૂલ્યની બે ટપાલ ટિકિટો લો. (આકૃતિ 7.1) એક ટિકિટ પર બીજી મૂકો. તમે શું અવલોકન કર્યું ?



આકૃતિ 7.1

એક ટિકિટ, બીજીને પૂરેપૂરી ચોકસાઈથી ઢાંકી દે છે. આનો અર્થ એ થયો કે બંને ટિકિટ એક જ આકાર અને માપની છે. આવી વસ્તુઓ એકરૂપ કહેવાય છે. તમે લીધેલી બે ટિકિટ એકબીજાને એકરૂપ છે. એકરૂપ વસ્તુઓ એકબીજાની નકલ હોય છે. શું હવે તમે કહી શકો કે નીચેની વસ્તુઓ એકરૂપ છે કે નહિ ?

1. એક જ ઉત્પાદકની બ્લેડ [આકૃતિ 7.2 (i)]
2. એક જ **લેટરપેડ**ના કાગળ [આકૃતિ 7.2 (ii)]
3. એક જ પૅકેટમાંના બિસ્કિટ [આકૃતિ 7.2 (iii)]
4. એક જ બીબાંમાંથી બનેલાં રમકડાં [આકૃતિ 7.2 (iv)]



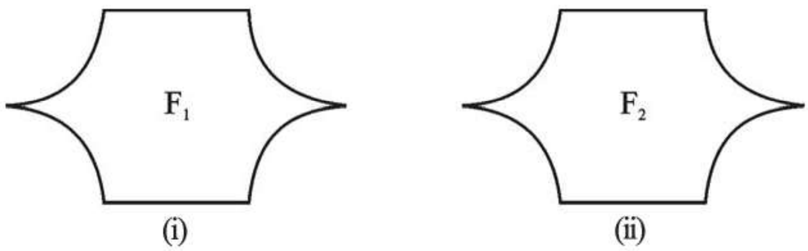
(i) (ii) (iii) (iv)

આકૃતિ 7.2

બે વસ્તુઓ એકરૂપ હોવાના સંબંધને **એકરૂપતા** કહે છે. અત્યારે આપણે માત્ર સમતલીય આકૃતિઓની જ વાત કરીશું, જો કે એકરૂપતા એ ત્રિપરિમાણીય આકારોને પણ લાગુ પડતો સામાન્ય ખ્યાલ છે. આપણે જે સમતલીય આકૃતિઓ જાણીએ છીએ તેની એકરૂપતાના ખ્યાલને ચોકસાઈભરી રીતે શીખીશું.

7.2 સમતલીય આકૃતિઓની એકરૂપતા (Congruence of Plane Figures)

અહીં આપેલી બે આકૃતિઓ જુઓ (આકૃતિ 7.3). શું તે એકરૂપ છે ?

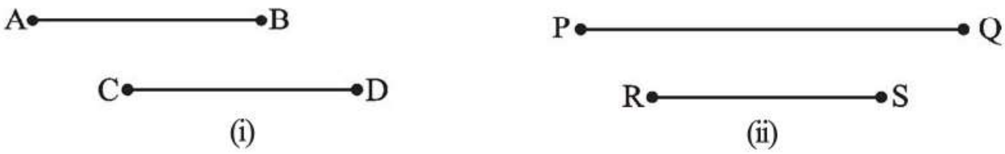


આકૃતિ 7.3

તમે એક પર બીજી આકૃતિ ગોઠવવાની રીતનો ઉપયોગ કરી શકો. એકની નકલ પારદર્શક કાગળ પર લો અને તેને બીજા ઉપર ગોઠવો. જો આકૃતિઓ એકબીજાને સંપૂર્ણપણે આવરી લે તો તેઓ એકરૂપ છે અથવા તમે એકને કાપીને બીજા પર ગોઠવી શકો. ધ્યાન રાખજો, કાપેલી કે દોરેલી આકૃતિને વાળવાની, ફેરવવાની કે ખેંચવાની નથી. આકૃતિ 7.3માં જો F_1 એ F_2 ને એકરૂપ હોય તો $F_1 \cong F_2$ લખાય.

7.3 રેખાખંડોમાં એકરૂપતા (Congruence among Line Segments)

બે રેખાખંડ એકરૂપ ક્યારે હોય ? નીચે આપેલ રેખાખંડની બે જોડનું અવલોકન કરો (આકૃતિ 7.4).



આકૃતિ 7.4

આકૃતિ7.4(i) માં આપેલ જોડી માટે નકલ કરીને એકને બીજા પર ગોઠવવાની રીતનો ઉપયોગ કરો. $\overline{CD}$ની નકલ કરો અને તેને $\overline{AB}$ પર મૂકો. તમે જોશો $\overline{CD}$, $\overline{AB}$ને આવરી લે છે અને C એ A પર અને D એ B પર આવે છે. આથી આ રેખાખંડો એકરૂપ છે. આપણે $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ લખીશું.

આ જ પ્રવૃત્તિ આકૃતિ7.4(ii)માં આપેલ જોડી માટે કરો. શું જોવા મળે છે ? તેઓ એકરૂપ નથી. તમને કેવી રીતે ખબર પડી ? જ્યારે એકને બીજા પર મૂકવામાં આવે ત્યારે પૂરેપૂરા આવરિત થતાં નથી.

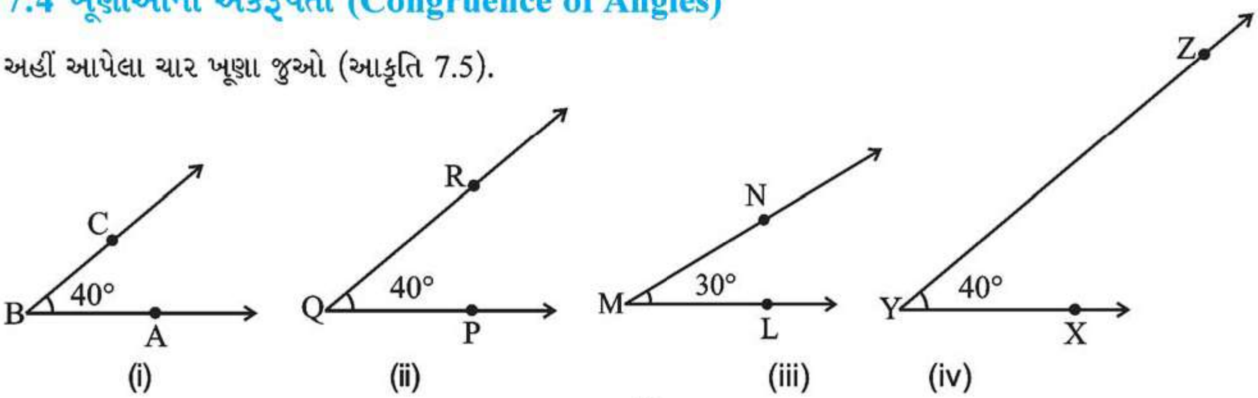
અત્યાર સુધીમાં તમે નોંધ્યું હશે કે આકૃતિ7.4(i)માંના રેખાખંડો બરાબર બંધબેસતા આવે છે કારણ તેમની લંબાઈ સમાન છે. જ્યારે આકૃતિ 7.4(ii) માટે આવું નથી.

> જો બે રેખાખંડને સમાન (એટલે કે સરખી) લંબાઈ હોય તો તેઓ એકરૂપ છે. વળી, જો બે રેખાખંડ એકરૂપ હોય તો તેમની લંબાઈ સમાન છે.

ઉપરની હકીકતના સંદર્ભમાં, જ્યારે બે રેખાખંડ એકરૂપ હોય તો ક્યારેક એટલું જ કહીએ છીએ કે રેખાખંડો સમાન છે અને AB = CD એવું જ લખીએ છીએ. (જોકે આપણો કહેવાનો ભાવાર્થ $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ છે.)

7.4 ખૂણાઓની એકરૂપતા (Congruence of Angles)

અહીં આપેલા ચાર ખૂણા જુઓ (આકૃતિ 7.5).



આકૃતિ 7.5

$\angle$PQRની નકલ પારદર્શક કાગળ પર કરો. તેને $\angle$ABC ઉપર મૂકો. એ માટે પહેલાં Qને B પર મૂકો અને $\overrightarrow{QP}$ને $\overrightarrow{BA}$ પર મૂકો. $\overrightarrow{QR}$ ક્યાં આવે છે ? જુઓ કે એ $\overrightarrow{BC}$ પર આવે છે.

આમ, $\angle$PQR, $\angle$ABC સાથે બરાબર બંધબેસતો આવે છે. એટલે કે $\angle$ABC અને $\angle$PQR એકરૂપ છે.

(નોંધો કે આ બંને એકરૂપ ખૂણાનાં માપ સરખાં છે.)

આપણે $\angle$**ABC** $\cong$ $\angle$**PQR** લખીશું. (i)

અથવા $m\angle$ABC = $m\angle$PQR (અહીં માપ 40° છે.)

હવે તમે $\angle$LMNની પારદર્શક કાગળ પર નકલ કરો. તેને $\angle$ABCની ઉપર મૂકવાનો પ્રયત્ન કરો. Mને B પર અને $\overrightarrow{ML}$ ને $\overrightarrow{BA}$ પર ગોઠવો. $\overrightarrow{MN}$, $\overrightarrow{BC}$ પર આવે છે ? ના, અહીં એવું થતું નથી. તમને જોવા મળશે કે $\angle$ABC અને $\angle$LMN એકબીજાને પૂરેપૂરા આવરી લેતાં નથી. આથી તેઓ એકરૂપ નથી.

(નોંધો કે અહીં $\angle$ABC અને $\angle$LMN નાં માપ સરખાં નથી.)

$\angle$XYZ અને $\angle$ABC વિશે શું થશે ? આકૃતિ 7.5(iv)માંના કિરણ $\overrightarrow{YX}$ અને $\overrightarrow{YZ}$ અનુક્રમે $\overrightarrow{BA}$ અને $\overrightarrow{BC}$ કરતાં વધુ લાંબાં જણાય છે. આથી તમે કદાચ એવું વિચારો કે $\angle$ABC, $\angle$XYZ કરતાં નાનો છે. પરંતુ યાદ રાખો કે આકૃતિમાંનાં કિરણ માત્ર દિશા દર્શાવે છે, લંબાઈ નથી દર્શાવતાં. એકને બીજા પર ગોઠવતાં જણાશે કે આ બંને ખૂણા પણ એકરૂપ છે.

આપણે $\angle$**ABC** $\cong$ $\angle$**XYZ** લખીશું. (ii)

અથવા $m\angle$ABC = $m\angle$XYZ

(i) અને (ii) પરથી આપણે

$\angle$**ABC** $\cong$ $\angle$**PQR** $\cong$ $\angle$**XYZ** પણ લખી શકીએ.

જો બે ખૂણાનાં માપ સમાન હોય તો તેઓ એકરૂપ છે. વળી, જો બે ખૂણા એકરૂપ હોય તો તેમનાં માપ સમાન હોય.

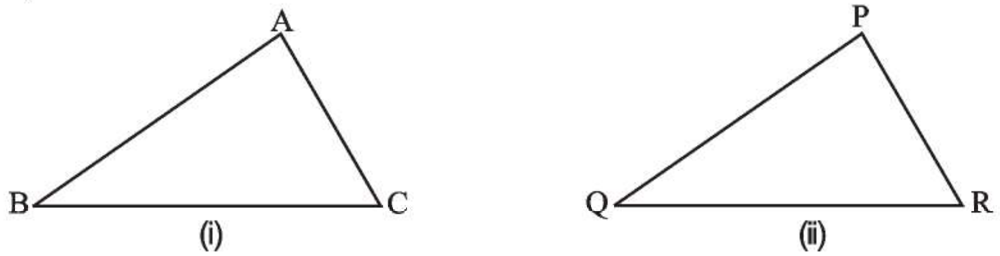
રેખાખંડની જેમ જ, ખૂણાની એકરૂપતા સંપૂર્ણપણે તેમનાં માપની સમાનતા પર જ આધારિત છે. આથી બે ખૂણા એકરૂપ છે એવું કહેવા માટે આપણે ક્યારેક એટલું જ કહીએ કે ખૂણાઓ સરખા છે અને $\angle ABC = \angle PQR$ એમ લખીએ (જેનો અર્થ $\angle ABC \cong \angle PQR$ છે).

7.5 ત્રિકોણની એકરૂપતા (Congruence of Triangles)

આપણે જોયું કે બે રેખાખંડ એકરૂપ હોય તો તેમાંનો એક એ બીજાની નકલ જ હોય. તે જ રીતે એક ખૂણો બીજા ખૂણાની નકલ જ હોય તો તેઓ એકરૂપ છે. હવે આ જ ખ્યાલને ત્રિકોણ સુધી લઈ જઈએ.

BSTZGY

જો બે ત્રિકોણ એકબીજાની નકલ હોય અને જ્યારે એક પર બીજો મૂકવામાં આવે ત્યારે પરસ્પર પૂરેપૂરા આવરી લે તો તેઓ એકરૂપ છે.



આકૃતિ 7.6

ΔABC અને ΔPQRનાં માપ અને આકાર સમાન છે. તે એકરૂપ છે.

આને આપણે આ રીતે લખીશું. $\mathbf{\Delta ABC \cong \Delta PQR}$

આનો અર્થ એ થયો કે જ્યારે તમે ΔPQRને ΔABC પર મૂકશો ત્યારે P એ A પર Q એ B પર અને R એ C પર આવશે. એટલું જ નહિ પણ $\overline{PQ}$ એ $\overline{AB}$ પર $\overline{QR}$ એ $\overline{BC}$ પર અને $\overline{PR}$ એ $\overline{AC}$ પર આવશે. જો આપેલી સંગતતા માટે, બે ત્રિકોણ એકરૂપ હોય તો તેના સંગત ભાગો (એટલે કે ખૂણા અને બાજુઓ) જે એકબીજા સાથે મળતા આવે છે તે સમાન છે. આમ, આ બે એકરૂપ ત્રિકોણમાં,

સંગત શિરોબિંદુઓ : A અને P, B અને Q, C અને R

સંગત બાજુઓ : $\overline{AB}$ અને $\overline{PQ}$, $\overline{BC}$ અને $\overline{QR}$, $\overline{AC}$ અને $\overline{PR}$

સંગત ખૂણાઓ : $\angle A$ અને $\angle P$, $\angle B$ અને $\angle Q$, $\angle C$ અને $\angle R$ છે.

જો તમે ΔPQRને ΔABC પર એવી રીતે ગોઠવો કે જેથી P એ B પર આવે તો બીજાં શિરોબિંદુઓ યોગ્ય રીતે સંગત થશે ? એમ થવું જરૂરી નથી ! ત્રિકોણની નકલ કરો અને પ્રયત્ન કરીને શોધો.

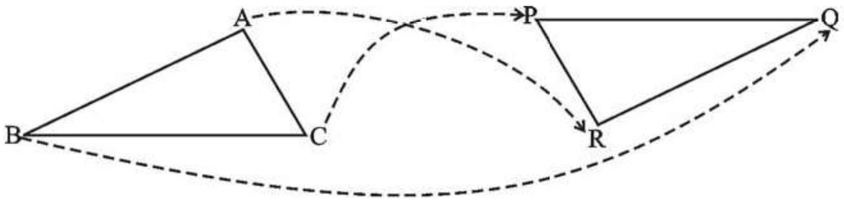
આના પરથી ફલિત થાય છે કે ત્રિકોણની એકરૂપતાની વાત કરતી વખતે માત્ર ખૂણાનાં માપ અને બાજુની લંબાઈ જ (ધ્યાનમાં લેવાની) અગત્યની નથી પરંતુ શિરોબિંદુની સંગતતા પણ જોવાની છે.

ઉપરના ઉદાહરણમાં $A \leftrightarrow P$ વંચાયઃ A સંગત P, $B \leftrightarrow Q$, $C \leftrightarrow R$ સંગતતા છે જેને આપણે $ABC \leftrightarrow PQR$ પણ લખી શકીએ.

ઉદાહરણ 1 ΔABC અને ΔPQR ની સંગતતા $ABC \leftrightarrow RQP$ માટે એકરૂપ છે.

(i) $\overline{PQ}$ (ii) $\angle Q$ (iii) $\overline{RP}$ ને સંગત ΔABC ના ભાગ લખો.

ઉકેલ સંગતતાની સારી સમજ માટે આપણે આકૃતિ (આકૃતિ 7.7)નો ઉપયોગ કરીએ.



આકૃતિ 7.7

સંગતતા $ABC \leftrightarrow RQP$ છે. એનો અર્થ એ કે,

$A \leftrightarrow R$; $B \leftrightarrow Q$ અને $C \leftrightarrow P$ છે.

આથી, (i) $\overline{PQ} \leftrightarrow \overline{CB}$ (ii) $\angle Q \leftrightarrow \angle B$ (iii) $\overline{RP} \leftrightarrow \overline{AC}$

વિચારો, ચર્ચા કરો અને લખો

1. જો બે ત્રિકોણ ABC અને PQR આપેલા હોય તો છ સંગતતાઓની શક્યતાઓ છે. તેમાંની બે (i) $ABC \leftrightarrow PQR$ અને (ii) $ABC \leftrightarrow QRP$ છે.

   કાપેલા ત્રિકોણનો ઉપયોગ કરીને બાકીની ચાર સંગતતા મેળવો. શું આ બધી સંગતતા માટે એકરૂપતા મળશે ? વિચારો.

સ્વાધ્યાય 7.1

1. નીચેનાં વિધાનો પૂરાં કરો :

   (a) બે રેખાખંડ એકરૂપ ત્યારે થાય જો ______ .

   (b) બે એકરૂપ ખૂણાઓ પૈકી એક ખૂણાનું માપ 70° છે તો બીજા ખૂણાનું માપ ______ થાય

   (c) જ્યારે આપણે $\angle A = \angle B$ એમ લખીએ ત્યારે સાચો અર્થ ______ થાય.

2. એકરૂપ આકારનાં બે ઉદાહરણ રોજિંદા જીવનમાંથી આપો.

3. જો સંગતતા $ABC \leftrightarrow FED$ માટે $\Delta ABC \cong \Delta FED$ છે તો બંને ત્રિકોણના બધા અનુરૂપ એકરૂપ ભાગ લખો.

4. જો $\Delta DEF \cong \Delta BCA$ હોય તો ΔDEF નાં નીચેનાં અંગોને અનુરૂપ ΔBCAના ભાગ લખો :

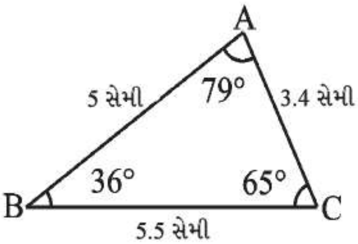
   (i) $\angle E$ (ii) $\overline{EF}$ (iii) $\angle F$ (iv) $\overline{DF}$

7.6 ત્રિકોણની એકરૂપતા માટેની શરતો

C588XI

આપણે રોજિંદા જીવનમાં વારંવાર ત્રિકોણાકાર વસ્તુઓ અને પેટર્નનો ઉપયોગ કરીએ છીએ. આથી બે ત્રિકોણાકાર ક્યારે એકરૂપ થાય એ શોધવું લાભદાયી થશે. જો તમારી નોટમાં બે ત્રિકોણ દોરેલા હોય અને તે એકરૂપ છે કે નથી તે ચકાસવું હોય તો દરેક વખતે એક ત્રિકોણને કાપીને બીજા ઉપર ગોઠવવાની રીત ન કરી શકાય. તેને બદલે જો આપણે યોગ્ય માપના ઉપયોગથી એકરૂપતાનો નિર્ણય કરી શકીએ તો તે વધુ ઉપયોગી થશે. આપણે એવું કરવાનો પ્રયત્ન કરીએ.

એક રમત



આકૃતિ 7.8

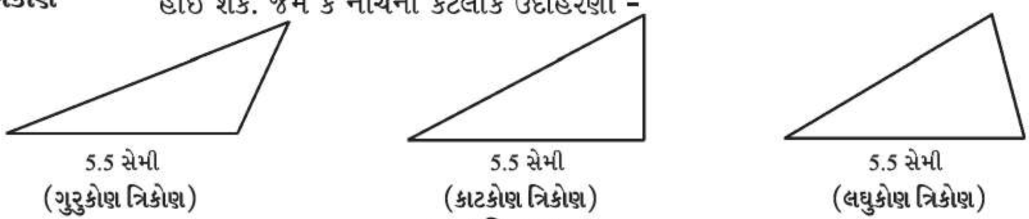
અપ્પુએ દોરેલ ત્રિકોણ

અપ્પુ અને ટપુ એક રમત રમે છે. અપ્પુએ એક ΔABC દોર્યો છે (આકૃતિ 7.8) અને તેની દરેક બાજુની લંબાઈ અને દરેક ખૂણાનાં માપ નોંધ્યાં છે. ટપુએ આ લખાણ જોયું નથી. અપ્પુ ટપુને પડકાર આપે છે કે એ ટપુને કેટલીક માહિતી આપે તેના પરથી તેણે ΔABCની નકલ બનાવવી. અપ્પુએ આપેલ માહિતીનો ઉપયોગ કરીને ટપુ ΔABCને એકરૂપ ત્રિકોણ બનાવવાનો પ્રયત્ન કરે છે. રમત શરૂ થાય છે. તેમના વચ્ચે થતી વાતચીત અને રમતને ધ્યાનપૂર્વક સમજવાનો પ્રયત્ન કરો.

બાબાબા (SSS) રમત

અપ્પુ : ΔABCની એક બાજુ 5.5 સેમીની છે.

ટપુ : આ માહિતી પરથી હું ઘણા બધા ત્રિકોણ દોરી શકું (આકૃતિ 7.9). પરંતુ તે બધા ΔABCની નકલ થવા જરૂરી નથી. મેં દોરેલો ત્રિકોણ ગુરૂકોણ, કાટકોણ કે લઘુકોણ હોઈ શકે. જેમ કે નીચેનાં કેટલાંક ઉદાહરણો –



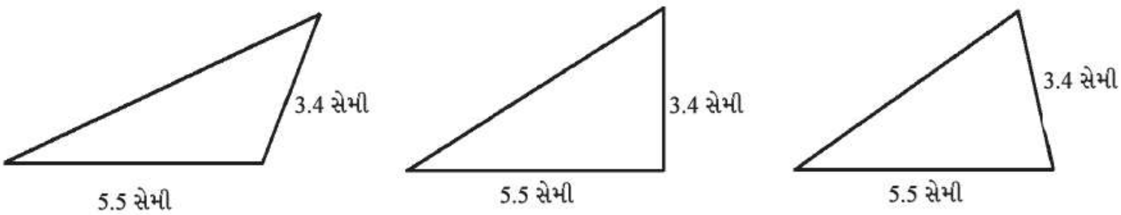
આકૃતિ 7.9

મેં બીજી બાજુનાં માપ યાદચ્છિક (ગમે તે) રાખ્યાં છે. આથી મને જેના પાયાનું માપ 5.5 સેમી હોય તેવા ઘણા ત્રિકોણ મળે છે.

આથી, ΔABCની નકલ કરવા માટે (અથવા એકરૂપ ત્રિકોણ રચવા માટે) એક બાજુનું માપ પૂરતું નથી.

અપ્પુ : ભલે હું તને વધુ એક બાજુની લંબાઈ આપું છું. ΔABCની બે બાજુની લંબાઈ 5.5 સેમી અને 3.4 સેમી લો.

ટપુ : આટલું પણ પૂરતું થશે નહિ. આપેલી માહિતી પરથી હું ઘણા ત્રિકોણ દોરી શકું જે ΔABCની નકલ નહિ થાય જેમ કે - (આકૃતિ 7.10) અહીં મારી દલીલના સમર્થન માટે કેટલીક વિગત છે.

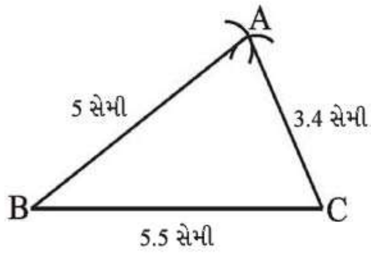


આકૃતિ 7.10

જો માત્ર બે બાજુની લંબાઈ આપી હોય તો કોઈ તારા ત્રિકોણ જેવો જ ત્રિકોણ ન દોરી શકે.

અપ્પુ : ભલે. હું ત્રણે બાજુની લંબાઈ આપું છું. ΔABCમાં $AB = 5$ સેમી, $BC = 5.5$ સેમી અને $AC = 3.4$ સેમી છે.

ટપુ : મને લાગે છે કે હવે શક્ય બનશે. હું પ્રયત્ન કરું પ્રથમ તો હું કાચી આકૃતિ દોરું જેથી મને લંબાઈ સહેલાઈથી યાદ રહે.



આકૃતિ 7.11

હું 5.5 સેમી લંબાઈની $\overline{BC}$ દોરું. Bને કેન્દ્ર લઈને હું 5 સેમી ત્રિજ્યાની ચાપ દોરું. બિંદુ A આ ચાપ પર ક્યાંક હશે. હવે Cને કેન્દ્ર લઈને 3.4 સેમી ત્રિજ્યા લઈ ચાપ દોરું. બિંદુ A આ ચાપ પર પણ ક્યાંક હશે.

આથી, બિંદુ A અહીં દોરેલી બંને ચાપ પર આવેલું છે. એનો અર્થ એ થયો કે A બિંદુ બંને ચાપનું છેદબિંદુ છે.

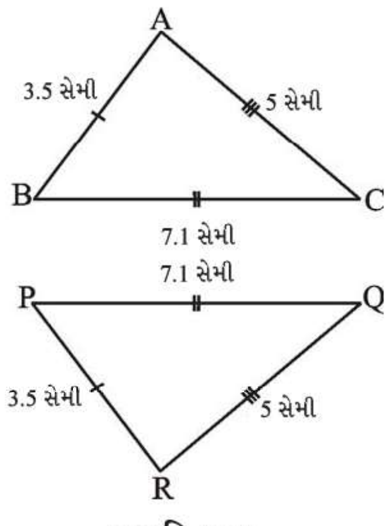
હવે મને બિંદુઓ A, B અને C નાં સ્થાન ખબર છે. ઓહો ! તેમને જોડીને હું ત્રિકોણ ABC મેળવી શકું છું (આકૃતિ 7.11).

અપ્પુ : અદ્ભુત ! આમ, આપેલા ΔABC ની નકલ દોરવા માટે (એટલે કે ΔABCને એકરૂપ ત્રિકોણ દોરવા માટે) આપણને ત્રણ બાજુની લંબાઈની જરૂર પડે છે. આપણે આ શરતને બાજુ-બાજુ-બાજુ શરત કહી શકીએ ?

ટપુ : શા માટે એને ટૂંકમાં **બાબાબા** શરત ન કહીએ ?

> **એકરૂપતાની બાબાબા શરત :**
> જો આપેલી સંગતતા માટે, એક ત્રિકોણની ત્રણ બાજુ બીજા ત્રિકોણની અનુરૂપ બાજુ સાથે સરખી હોય તો તે ત્રિકોણો એકરૂપ છે.

ઉદાહરણ 2 ΔABC અને ΔPQR માટે $AB = 3.5$ સેમી, $BC = 7.1$ સેમી, $AC = 5$ સેમી, $PQ = 7.1$ સેમી, $QR = 5$ સેમી અને $PR = 3.5$ સેમી છે. આ બંને ત્રિકોણ એકરૂપ છે કે કેમ તે નક્કી કરો. જો હોય તો એકરૂપતાનો સંબંધ સંકેતમાં લખો.



આકૃતિ 7.12

ઉકેલ અહીં, $AB = PR$ (= 3.5 સેમી),

$BC = PQ$ (= 7.1 સેમી),

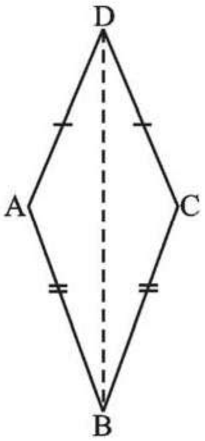
અને $AC = QR$ (= 5 સેમી) છે.

આ બતાવે છે કે એક ત્રિકોણની ત્રણ બાજુ બીજા ત્રિકોણની ત્રણ બાજુ સાથે સમાન છે. આથી એકરૂપતાની **બાબાબા** શરત પ્રમાણે બંને ત્રિકોણ એકરૂપ છે.

ઉપરના ત્રણ સમાનતાના સંબંધો પરથી, એ સહેલાઈથી જોઈ શકાય છે કે $A \leftrightarrow R$, $B \leftrightarrow P$અને $C \leftrightarrow Q$.

આથી, $\Delta ABC \cong \Delta RPQ$

અગત્યની નોંધ : એકરૂપ ત્રિકોણના નામમાં અક્ષરનો ક્રમ સંગતતાનો સંબંધ દર્શાવે છે. આથી જ્યારે તમે $\Delta ABC \cong \Delta RPQ$ લખો ત્યારે તમે જાણી શકો કે A એ R ને સંગત છે. B એ P ને અને C એ Q ને તથા $\overline{AB}$ એ $\overline{RP}$ ને; $\overline{BC}$ એ $\overline{PQ}$ ને અને $\overline{AC}$ એ $\overline{RQ}$ ને સંગત છે.



આકૃતિ 7.13

ઉદાહરણ 3 આકૃતિ 7.13માં, AD = CD અને AB = CB છે.

(i) ΔABD અને ΔCBDમાં સમાન અંગની ત્રણ જોડ લખો.

(ii) $\Delta ABD \cong \Delta CBD$ છે ? શા માટે અથવા શા માટે નહીં ?

(ii) $\angle$ABCને $\overline{BD}$ દુભાગે છે ? કારણ આપો.

ઉકેલ

(i) ΔABD અને ΔCBDમાં સમાન અંગોની ત્રણ જોડ નીચે પ્રમાણે છે :

AB = CB (પક્ષ)

AD = CD (પક્ષ)

અને BD = BD (બંનેમાં સામાન્ય)

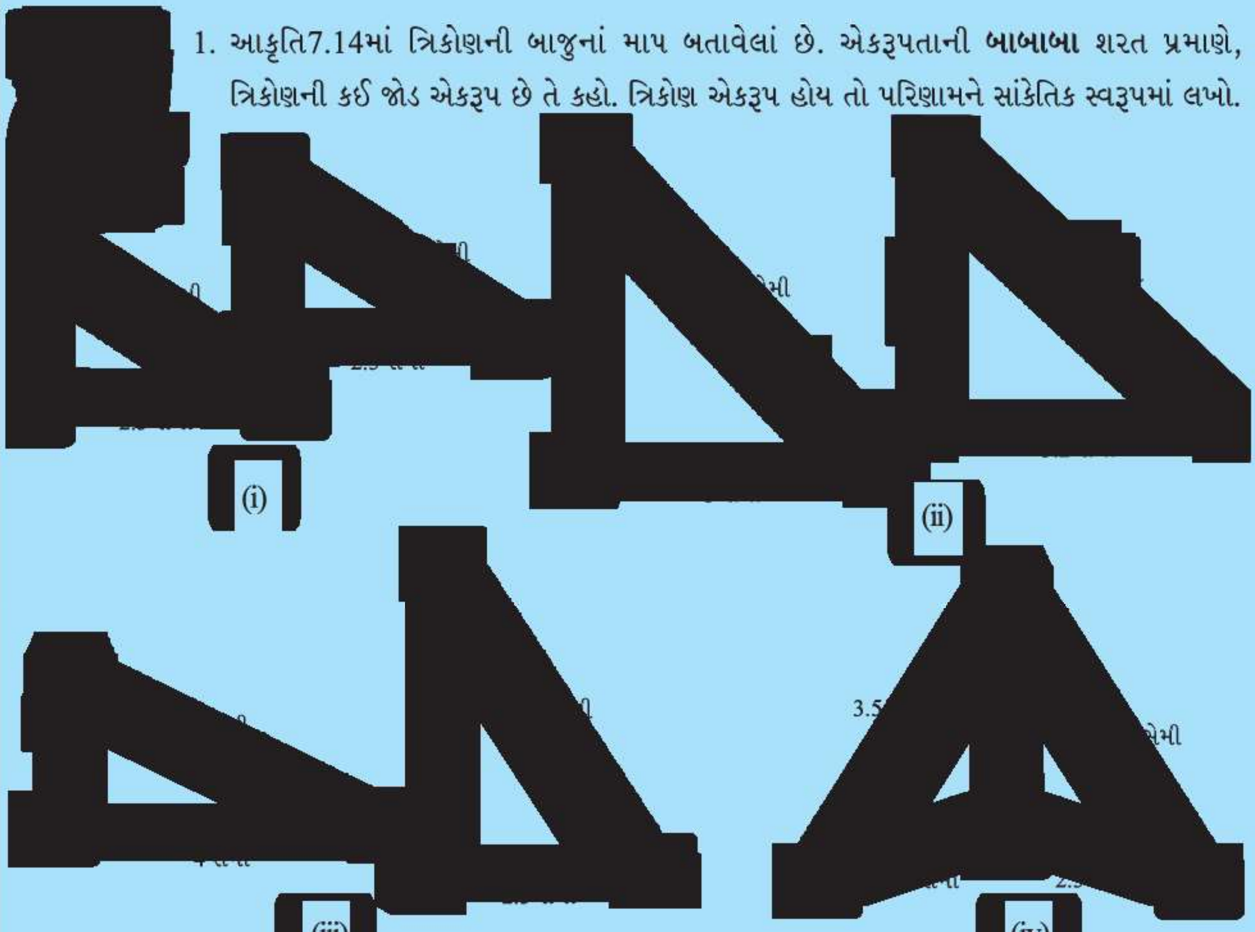
(ii) ઉપરના (i) પરથી $\Delta ABD \cong \Delta CBD$ (બાબાબા શરત પ્રમાણે)

(iii) $\angle ABD = \angle CBD$ (એકરૂપ ત્રિકોણનાં સંગત અંગ)

આથી, BD $\angle$ABCને દુભાગે છે.

જાતે કરો

1. આકૃતિ7.14માં ત્રિકોણની બાજુનાં માપ બતાવેલાં છે. એકરૂપતાની **બાબાબા** શરત પ્રમાણે, ત્રિકોણની કઈ જોડ એકરૂપ છે તે કહો. ત્રિકોણ એકરૂપ હોય તો પરિણામને સાંકેતિક સ્વરૂપમાં લખો.



આકૃતિ 7.14

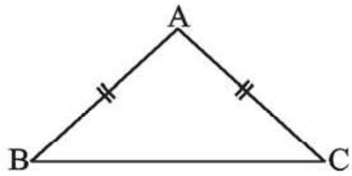
2. આકૃતિ 7.15માં AB=AC અને D એ $\overline{BC}$ નું મધ્યબિં[redacted]
   (i) ΔADB અને ΔADCમાં સમાન અંગની[redacted] જોડી જણાવો.
   (ii) $\Delta ADB \cong \Delta ADC$ છે ? કારણ આપો.
   (iii) $\angle B = \angle C$ છે ? શા માટે ?
3. આકૃતિ 7.16માં AC=BD અને AD=BC છે. નીચેનામાંથી કયું વિધાન અર્થપૂર્ણ છે ?
   (i) $\Delta ABC \cong \Delta ABD$ (ii) $\Delta ABC \cong \Delta BAD$

આકૃતિ 7.15

આકૃતિ 7.16

વિચારો, ચર્ચા કરો અને લખો

1. ABC એક સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ છે જેમાં AB=AC (આકૃતિ 7.17).
   ΔABCની પારદર્શક કાગળ પર નકલ કરો અને તેને પણ ΔABC નામ આપો.
   (i) ΔABC અને ΔACBનાં સમાન ભાગની ત્રણ જોડીનાં નામ આપો.
   (ii) $\Delta ABC \cong \Delta ACB$ છે ? શા માટે અથવા શા માટે નહિ ?
   (iii) $\angle B = \angle C$ છે ? શા માટે અથવા શા માટે નહિ ?



આકૃતિ 7.17

અપ્પુ અને ટપુ હવે ફરીથી થોડા ફેરફાર સાથે રમત રમવાનું શરૂ કરે છે.

બાખૂબા (SAS) રમત

અપ્પુ : હવે હું ત્રિકોણની નકલ કરવાની રમતના નિયમો બદલું છું.

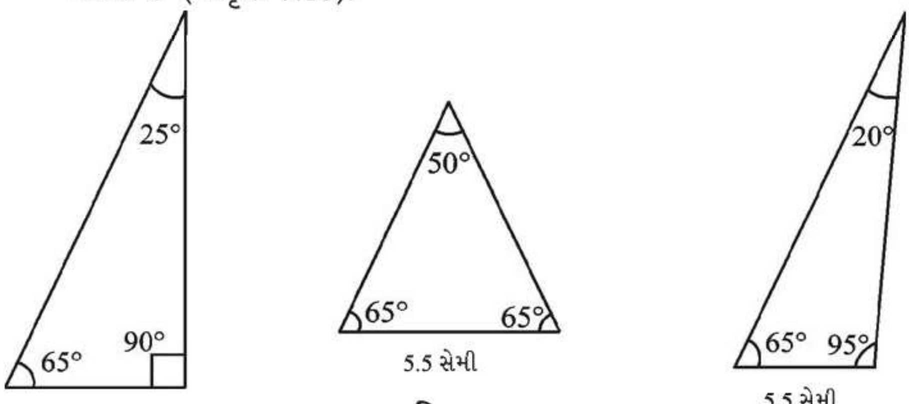
ટપુ : સારું, આગળ વધ

અપ્પુ : તને એ તો ખબર જ છે કે માત્ર એક જ બાજુની લંબાઈ આપવી ઉપયોગી નથી.

ટપુ : ચોક્કસ, હા.

અપ્પુ : તો હવે હું એમ કહીશ કે ΔABCમાં એક બાજુ 5.5 સેમી લંબાઈની અને એક ખૂણો 65° માપનો છે.

ટપુ : ફરીથી મારે કરવાનાં કામ માટે આ પણ પૂરતું નથી. તારી આપેલી માહિતી પ્રમાણે હું ઘણા ત્રિકોણ મેળવી શકું પરંતુ તે ΔABCની નકલ નથી. દાખલા તરીકે તેમાંના કેટલાક મેં નીચે આપ્યા છે (આકૃતિ 7.18).



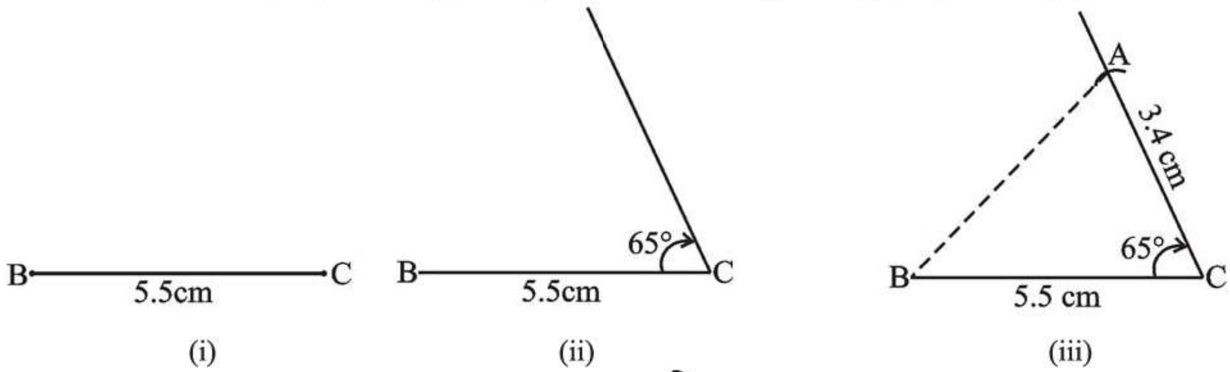
આકૃતિ 7.18

અપ્પુ : તો આપણે શું કરીશું ?

ટપુ : વધુ માહિતીની જરૂર છે.

અપ્પુ : તો હવે મને મારું આગળનું વિધાન સુધારવા દે. ΔABCમાં બે બાજુની લંબાઈ 5.5 સેમી અને 3.4 સેમી છે અને આ બે બાજુ વચ્ચેનો ખૂણો 65° નો છે.

ટપુ : આનાથી મને મદદ મળશે. પ્રયત્ન કરી જોઉં. હું પહેલાં $\overline{BC}$ દોરું છું જેની લંબાઈ 5.5 સેમી છે [આકૃતિ 7.19 (i)]. હવે હું C આગળ 65°નો ખૂણો બનાવું [આકૃતિ 7.19 (ii)].



આકૃતિ 7.19

હા, રસ્તો મળ્યો. Aનું સ્થાન C આગળ ખૂણો બનાવતી રેખા પર C થી 3.4 સેમી દૂર છે. હું C ને કેન્દ્ર લઈ 3.4 સેમી ત્રિજ્યાવાળો ચાપ દોરીશ. તે 65° ખૂણો બનાવતી રેખાને Aમાં કાપશે.

હવે, AB જોડીને ΔABC મેળવીશ. (આકૃતિ 7.19 (iii)).

અપ્પુ : તેં બાજુ-ખૂણો-બાજુનો ઉપયોગ કર્યો; જ્યાં ખૂણો બે બાજુની વચ્ચે સમાયેલો છે.

ટપુ : હા, આપણે આ શરતને શું નામ આપીશું ?

અપ્પુ : એ **બાખૂબા** શરત છે. તને સમજાય છે ને ?

ટપુ : હા, ચોક્કસ.

એકરૂપતાની બાખૂબા શરત

જો આપેલ સંગતતા માટે, એક ત્રિકોણની બે બાજુ અને તેમની વચ્ચેનો ખૂણો બીજા ત્રિકોણની બે અનુરૂપ બાજુ અને વચ્ચેના ખૂણા સાથે સમાન હોય તો તે બે ત્રિકોણો એકરૂપ છે.

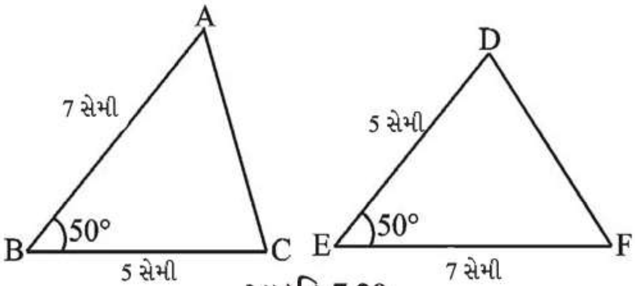
ઉદાહરણ 4 નીચે બે ત્રિકોણના કેટલાક ભાગનાં માપ આપેલાં છે. **બાખૂબા** એકરૂપતાનો ઉપયોગ કરીને બે ત્રિકોણ એકરૂપ છે કે નથી તે નક્કી કરો. જો ત્રિકોણ એકરૂપ હોય તો તેને સાંકેતિક રીતે લખો.

	ΔABC	ΔDEF
(a)	AB = 7 સેમી, BC = 5 સેમી, $\angle B = 50°$	DE = 5 સેમી, EF = 7 સેમી, $\angle E = 50°$
(b)	AB = 4.5 સેમી, AC = 4 સેમી, $\angle A = 60°$	DE = 4 સેમી, FD = 4.5 સેમી, $\angle D = 55°$
(c)	BC = 6 સેમી, AC = 4 સેમી, $\angle B = 35°$	DF = 4 સેમી, EF = 6 સેમી, $\angle E = 35°$

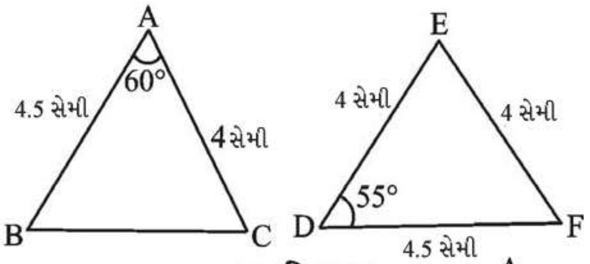
(કાચી આકૃતિ દોરી તેમાં માપ લખીને પ્રશ્નનો વિચાર કરવાથી પ્રશ્ન ઉકેલવામાં મદદ મળશે.)

ઉકેલ

(a) અહીં, AB = EF (= 7 સેમી), BC = DE (= 5 સેમી) અને
વચ્ચેનો ખૂણો $\angle B$ = વચ્ચેનો ખૂણો $\angle E$ (= 50°) છે. વળી $A \leftrightarrow F, B \leftrightarrow E$ અને $C \leftrightarrow D$ છે.
આથી, $\Delta ABC \cong \Delta FED$ (**બાખૂબા** શરત મુજબ) (આકૃતિ 7.20).



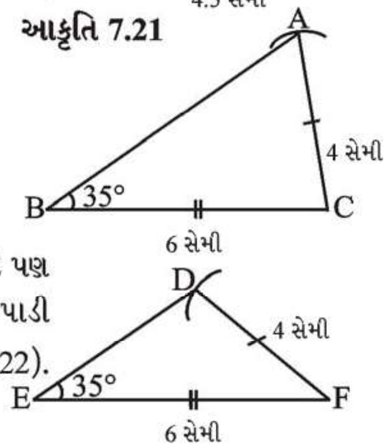
આકૃતિ 7.20



આકૃતિ 7.21

(b) અહીં, AB = FD અને AC = DE (આકૃતિ 7.21).
પરંતુ બાજુઓ વચ્ચેનો ખૂણો $\angle A \neq$ બાજુઓ વચ્ચેનો ખૂણો $\angle D$. આથી,
ત્રિકોણો એકરૂપ છે એમ ન કહી શકાય.

(c) અહીં, BC = EF, AC = DF અને $\angle B = \angle E$
પરંતુ $\angle B$ એ બાજુ $\overline{AC}$ અને $\overline{BC}$ ની વચ્ચેનો ખૂણો નથી. તે જ રીતે, $\angle E$ પણ બાજુ $\overline{EF}$ અને $\overline{DF}$ વચ્ચેનો ખૂણો નથી. આથી **બાખૂબા** શરત લાગુ પાડી શકાય નહીં અને આપણે કહી ન શકીએ કે બંને ત્રિકોણ એકરૂપ છે (આકૃતિ 7.22).



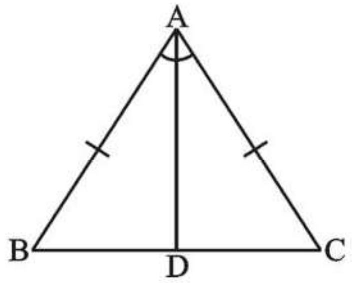
આકૃતિ 7.22

ઉદાહરણ 5 આકૃતિ 7.23માં AB = AC અને $\angle BAC$નો દ્વિભાજક $\overline{AD}$ છે.

(i) ΔADB અને ΔADCમાં સમાન ભાગની ત્રણ જોડી લખો.

(ii) $\Delta ADB \cong \Delta ADC$ છે ? કારણ આપો.

(iii) $\angle B = \angle C$ છે ? કારણ આપો.



આકૃતિ 7.23

ઉકેલ

(i) સમાન ભાગની ત્રણ જોડી નીચે પ્રમાણે છે :

AB = AC (આપેલ છે.)

$\angle BAD = \angle CAD$ ($\overline{AD}$ એ $\angle BAC$ને દુભાગે છે.)

અને AD = AD (સામાન્ય)

(ii) હા, $\Delta ADB \cong \Delta ADC$ (એકરૂપતાની બાખૂબા શરત પ્રમાણે)

(iii) $\angle B = \angle C$ (એકરૂપ ત્રિકોણનાં અનુરૂપ અંગ)

પ્રયત્ન કરો

1. ΔDEF માં બાજુઓ $\overline{DE}$ અને $\overline{EF}$ વચ્ચે કયો ખૂણો આવેલો છે ?

2. એકરૂપતાની **બાખૂબા** શરત લગાવીને તમારે સાબિત કરવું છે કે $\Delta PQR \cong \Delta FED$. તમને PQ = FE અને RP = DF આપેલ છે. એકરૂપતા સાબિત કરવા માટે વધુ કઈ માહિતીની જરૂર છે ?

3. આકૃતિ 7.24 માં ત્રિકોણના કેટલાક ભાગોનાં માપ દર્શાવેલાં છે. દરેકમાં ત્રિકોણની જોડી, એકરૂપતાની **બાખૂબા** શરત પ્રમાણે એકરૂપ છે કે નહિ તે નક્કી કરો. જો ત્રિકોણ એકરૂપ હોય તો તેને સાંકેતિક સ્વરૂપમાં લખો.

[redacted]

આકૃતિ 7.24

4. આકૃતિ 7.25માં $\overline{AB}$ અને $\overline{CD}$ પરસ્પર Oમાં દુભાગે છે.

   (i) ΔAOC અને ΔBODમાંનાં સમાન અંગોની ત્રણ જોડી લખો.

   (ii) નીચેનામાંથી કયું વિધાન સાચું છે ?

   (a) $\Delta AOC \cong \Delta DOB$

   (b) $\Delta AOC \cong \Delta BOD$

[redacted]

આકૃતિ 7.25

ખૂબાખૂ (ASA) રમત

જો તમે નીચેનામાંથી કોઈ પણ એક જ વિગત જાણતા હોય તો અપ્પુનો ત્રિકોણ દોરી શકો ?

(i) માત્ર એક જ ખૂણો (ii) માત્ર બે જ ખૂણા

(iii) બે ખૂણા અને કોઈ પણ એક બાજુ

(iv) બે ખૂણા અને તેમની વચ્ચે આવેલી બાજુ

ઉપરના પ્રશ્નોના જવાબ આપવાના પ્રયત્નો આપણને નીચેની શરત તરફ દોરી જાય છે :

એકરૂપતાની ખૂબાખૂ શરત

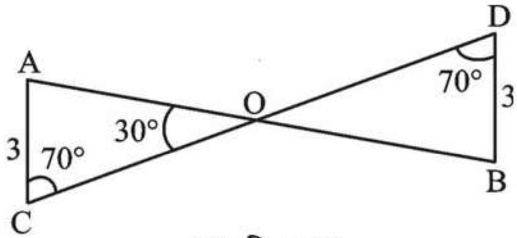
કોઈ સંગતતા માટે એક ત્રિકોણના બે ખૂણા અને તેમની વચ્ચેની બાજુ બીજા ત્રિકોણના અનુરૂપ બે ખૂણા અને તેમની વચ્ચેની બાજુ સાથે સરખાં હોય તો તે ત્રિકોણો એકરૂપ છે.

ઉદાહરણ 6 એકરૂપતાની **ખૂબાખૂ** શરતનો ઉપયોગ કરીને $\Delta ABC \cong \Delta QRP$ સાબિત કરવું છે અને $BC = RP$ આપેલ છે. એકરૂપતા સાબિત કરવા માટે વધુ કઈ માહિતી જોઈશે ?

ઉકેલ **ખૂબાખૂ** શરતમાં આપણને એ બે ખૂણાની માહિતી જોઈએ જેમની વચ્ચે બાજુ BC અને RP આવેલ છે. આમ, જરૂરી વધુ માહિતી નીચે મુજબ છે :

$\angle B = \angle R$ અને $\angle C = \angle P$

ઉદાહરણ 7 આકૃતિ 7.26માં શું તમે એકરૂપતાની **ખૂબાખૂ** શરતનો ઉપયોગ કરીને તારવી શકો કે $\Delta AOC \cong \Delta BOD$?



આકૃતિ 7.26

ઉકેલ બે ત્રિકોણ AOC અને BODમાં, $\angle C = \angle D$ (દરેક 70°)

વળી, $\angle AOC = \angle BOD = 30°$ (અભિકોણ)

આથી, ΔAOCનો $\angle A = 180° - (70° + 30°) = 80°$

(ત્રિકોણના ખૂણાના સરવાળાના ગુણધર્મ પરથી)

તે જ રીતે ΔBOD નો $\angle B = 180° - (70° + 30°) = 80°$

આમ, હવે આપણને $\angle A = \angle B$, AC = BD અને $\angle C = \angle D$ મળે છે.

આથી, એકરૂપતાની **ખૂબાખૂ** શરત પ્રમાણે $\Delta AOC \cong \Delta BOD$.

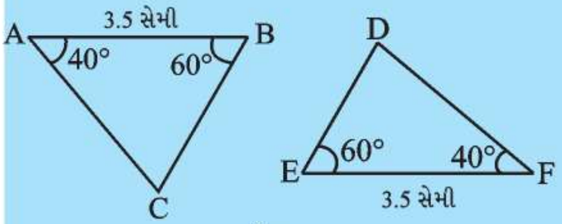
નોંધ :

ત્રિકોણના બે ખૂણા આપ્યા હોય તો તમે હંમેશાં ત્રીજો ખૂણો શોધી શકો. આથી, જ્યારે એક ત્રિકોણના બે ખૂણા અને એક બાજુ બીજા ત્રિકોણના અનુરૂપ બે ખૂણા અને એક બાજુ સાથે સમાન હોય ત્યારે તમે એને એકરૂપતાની "બે ખૂણા અને અંતર્ગત બાજુ" સ્વરૂપમાં ફેરવી શકો અને પછી એકરૂપતાની **ખૂબાખૂ** શરતનો ઉપયોગ કરી શકો.

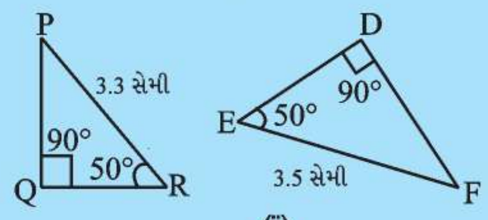
પ્રયત્ન કરો

1. ΔMNPમાં ખૂણા M અને Nની વચ્ચે કઈ બાજુ આવેલી છે ?
2. એકરૂપતાની **ખૂબાખૂ** શરતનો ઉપયોગ કરીને તમારે $\Delta DEF \cong \Delta MNP$ સાબિત કરવું છે. $\angle D = \angle M$ અને $\angle F = \angle P$ આપેલ છે. એકરૂપતા સાબિત કરવા માટે કઈ માહિતીની જરૂર છે ? (કાચી આકૃતિ દોરી પ્રયત્ન કરો !)

3. આકૃતિ 7.27માં કેટલાક ભાગનાં માપ બતાવેલાં છે. એકરૂપતાની **ખૂબાખૂ** શરતનો ઉપયોગ કરીને કઈ જોડના ત્રિકોણ એકરૂપ છે તે કહો. જો એકરૂપ હોય તો તેને સાંકેતિક સ્વરૂપમાં લખો.

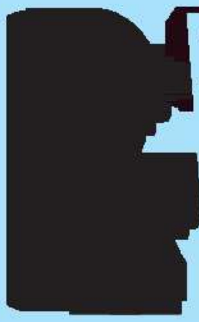


(i)



(ii)

આકૃતિ 7.27

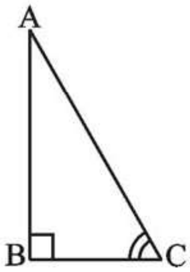


4. નીચે બે ત્રિકોણના કેટલાક ભાગનાં માપ આપેલાં છે. એકરૂપતાની **ખૂબાખૂ** શરતના ઉપયોગથી ચકાસો કે ત્રિકોણ એકરૂપ છે કે નહિ. એકરૂપતા હોય તો તેને સાંકેતિક સ્વરૂપમાં દર્શાવો.

	ΔDEF	ΔPQR
(i)	$\angle D = 60°$, $\angle F = 80°$, DF = 5 સેમી	$\angle Q = 60°$, $\angle R = 80°$, QR = 5 સેમી
(ii)	$\angle D = 60°$, $\angle F = 80°$, DF = 6 સેમી	$\angle Q = 60°$, $\angle R = 80°$, QP = 6 સેમી
(iii)	$\angle E = 80°$, $\angle F = 30°$, EF = 5 સેમી	$\angle P = 80°$, PQ = 5 સેમી, $\angle R = 30°$

5. આકૃતિ 7.28માં કિરણ $\overrightarrow{AZ}$ એ $\angle DAB$ અને $\angle DCB$ બંનેને દુભાગે છે.
   (i) ΔBAC અને ΔDACમાં સમાન ભાગની ત્રણ જોડ જણાવો.
   (ii) $\Delta BAC \cong \Delta DAC$ છે ? કારણ આપો.
   (iii) AB = AD છે ? તમારો જવાબ ચકાસો.
   (iv) CD = CB છે ? કારણ આપો.

આકૃતિ 7.28



આકૃતિ 7.29

7.7 કાટકોણ ત્રિકોણમાં એકરૂપતા

બે કાટકોણ ત્રિકોણની એકરૂપતા ખાસ ધ્યાન માગે છે. સ્વાભાવિક રીતે જ આવા ત્રિકોણમાં કાટખૂણો તો સરખો હોય જ. આથી એકરૂપતાની શરતો સરળ બને છે.

ΔABCમાં $\angle B = 90°$ આપેલ હોય તો નીચેનામાંથી કઈ સ્થિતિમાં તમે ΔABC દોરી શકો ? (આકૃતિ 7.29)

(i) માત્ર BC આપેલ હોય. (ii) માત્ર $\angle C$ આપેલ હોય.

(iii) $\angle A$ અને $\angle C$ આપેલ હોય. (iv) AB અને BC આપેલ હોય.

(v) AC અને AB કે BCમાંથી એક આપેલ હોય.

કાચી આકૃતિ દોરી પ્રયત્ન કરો. તમને જણાશે કે (iv) અને (v)માં તમે ત્રિકોણ દોરી શકો છો. પણ (iv)માં **બાખૂબા** શરતનો જ ઉપયોગ છે. (v)માં કંઈક નવી વાત છે, જે તમને નીચેની શરત તરફ લઈ જશે.

એકરૂપતાની કાકબા (RHS) શરત

આપેલ સંગતતા માટે, એક કાટકોણ ત્રિકોણનો કર્ણ અને એક બાજુ બીજા કાટકોણ ત્રિકોણના અનુક્રમે કર્ણ અને બાજુ સાથે સમાન હોય તો તે ત્રિકોણો એકરૂપ છે.

વિચારો કે આને આપણે **કાકબા** શા માટે કહીએ છીએ ?

ઉદાહરણ 8 નીચે બે ત્રિકોણના કેટલાક ભાગનાં માપ આપ્યાં છે. એકરૂપતાની **"કાકબા"** શરતનો ઉપયોગ કરી ચકાસો કે ત્રિકોણ એકરૂપ છે કે નહીં. જો ત્રિકોણ એકરૂપ હોય તો પરિણામને સાંકેતિક સ્વરૂપમાં લખો.

	ΔABC	ΔPQR
(i)	$\angle B = 90°$, AC = 8 સેમી, AB = 3 સેમી	$\angle P = 90°$, PR = 3 સેમી, QR = 8 સેમી
(ii)	$\angle A = 90°$, AC = 5 સેમી, BC = 9 સેમી	$\angle Q = 90°$, PR = 8 સેમી, PQ = 5 સેમી

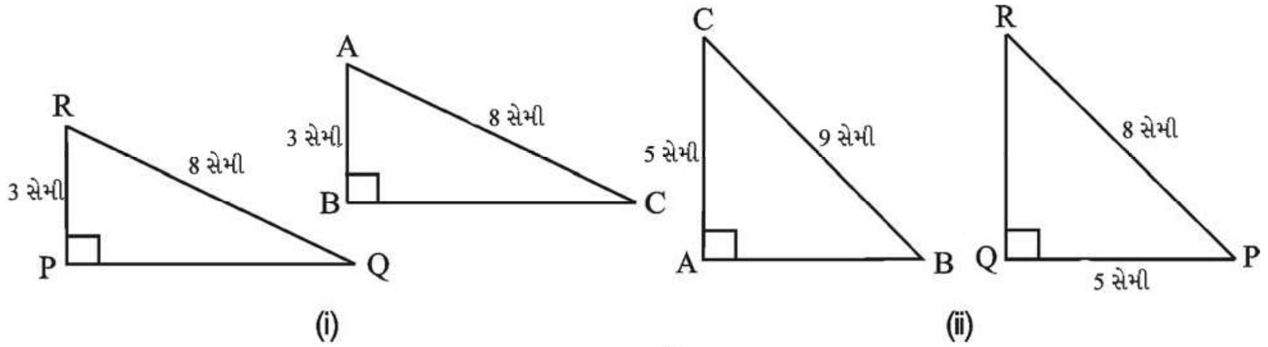
ઉકેલ

(i) અહીં $\angle B = \angle P = 90°$,

કર્ણ AC = કર્ણ RQ (= 8 સેમી) અને

બાજુ AB = બાજુ RP (= 3 સેમી)

આથી, $\Delta ABC \cong \Delta RPQ$ (એકરૂપતાની **કાકબા** શરત પ્રમાણે) [આકૃતિ 7.30 (i)]



આકૃતિ 7.30

(ii) અહીં, $\angle A = \angle Q$ (= 90°) અને

બાજુ AC = બાજુ PQ (=5 સેમી)

પરંતુ કર્ણ BC $\neq$ કર્ણ PR [આકૃતિ 7.30 (ii)]

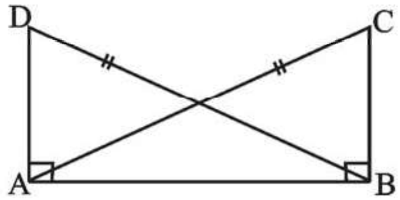
આથી, ત્રિકોણ એકરૂપ નથી.

ઉદાહરણ 9 આકૃતિ 7.31માં $\overline{DA} \perp \overline{AB}$, $\overline{CB} \perp \overline{AB}$ અને AC = BD છે.

ΔABC અને ΔDABમાં સમાન અંગોની ત્રણ જોડ લખો.

નીચેનામાંથી કયું વિધાન અર્થપૂર્ણ છે ?

(i) $\Delta ABC \cong \Delta BAD$ (ii) $\Delta ABC \cong \Delta ABD$



આકૃતિ 7.31

ઉકેલ સમાન અંગની ત્રણ જોડી :

$\angle ABC = \angle BAD$ (= 90°)

AC = BD (પક્ષ)

AB = BA (સામાન્ય બાજુ)

આથી, ઉપરનામાંથી $\Delta ABC \cong \Delta BAD$ (**કાકબા** શરત પ્રમાણે)

આથી વિધાન (i) સાચું છે.

વિધાન (ii) અર્થપૂર્ણ નથી, કેમ કે શિરોબિંદુની સંગતતા સંતોષાતી નથી.

જાતે કરો :

1. આકૃતિ 7.32માં ત્રિકોણના કેટલાક ભાગનાં માપ આપેલાં છે. એકરૂપતાની **કાકબા** શરતનો ઉપયોગ કરી કઈ જોડના ત્રિકોણ એકરૂપ છે તે નક્કી કરો. જો એકરૂપતા હોય તો પરિણામને સાંકેતિક [redacted]

[redacted]

આકૃતિ 7.32

2. $\Delta ABC \cong \Delta RPQ$ સાબિત કરવા માટે **કાકબા** શરતનો ઉપયોગ કરવાનો છે. જો $\angle B = \angle P = 90°$ અને $AB = RP$ આપેલ હોય, તો વધુ કઈ માહિતીની જરૂર છે ?

[redacted]

3. આકૃતિ 7.33માં, ΔABCમાં $\overline{BD}$ અને $\overline{CE}$ વેધ છે અને $BD = CE$ છે.
   (i) ΔCBD અને ΔBCEમાં સમાન ભાગની ત્રણ જોડ જણાવો.
   (ii) $\Delta CBD \cong \Delta BCE$ છે ? શા માટે અથવા શા માટે નહિ ?
   (iii) $\angle DCB = \angle EBC$ છે ? શા માટે અથવા શા માટે નહિ ?

4. ΔABC સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ છે જેમાં $AB = AC$ છે અને $\overline{AD}$ તેનો એક વેધ છે (આકૃતિ 7.34).
   (i) ΔADB અને ΔADCમાં સમાન ભાગની ત્રણ જોડ જણાવો.
   (ii) $\Delta ADB \cong \Delta ADC$ છે ? શા માટે અથવા શા માટે નહિ ?
   (iii) $\angle B = \angle C$ છે ? શા માટે અથવા શા માટે નહિ ?
   (iv) $BD = CD$ છે ? શા માટે અથવા શા માટે નહિ ?

[redacted]

આકૃતિ 7.34

હવે આપણે અત્યાર સુધીમાં શીખેલી શરતો પર આધારિત દાખલાઓ અને પ્રશ્નો જોઈશું.

સ્વાધ્યાય 7.2

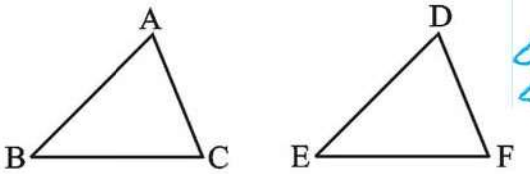
1. નીચેનામાં એકરૂપતાની કઈ શરતનો ઉપયોગ કરશો ?

(a) પક્ષ : AC = DF

AB = DE

BC = EF

આથી, $\Delta ABC \cong \Delta DEF$

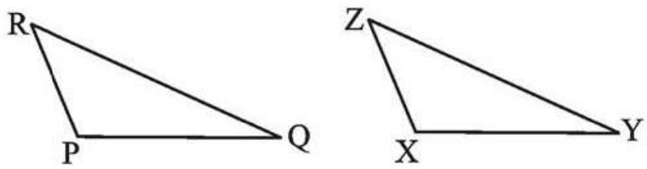


(b) પક્ષ : ZX = RP

RQ = ZY

$\angle PRQ = \angle XZY$

આથી, $\Delta PQR \cong \Delta XYZ$

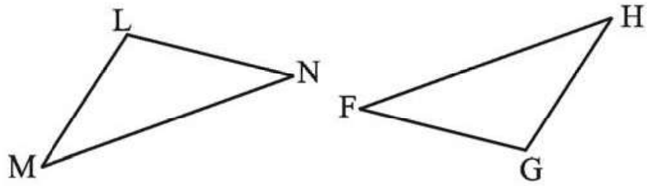


(c) પક્ષ : $\angle MLN = \angle FGH$

$\angle NML = \angle GFH$

ML = FG

આથી, $\Delta LMN \cong \Delta GFH$

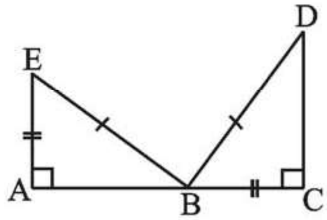


(d) પક્ષ : EB = DB

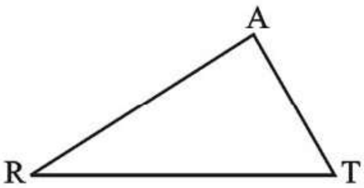
AE = BC

$\angle A = \angle C = 90°$

આથી, $\Delta ABE \cong \Delta CDB$



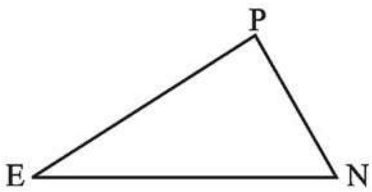
2. તમારે સાબિત કરવું છે કે $\Delta ART \cong \Delta PEN$,



(a) જો તમારે **બાબાબા** શરતનો ઉપયોગ કરવો હોય, તો તમારે

(i) AR = (ii) RT = (iii) AT =

બતાવવું પડે.



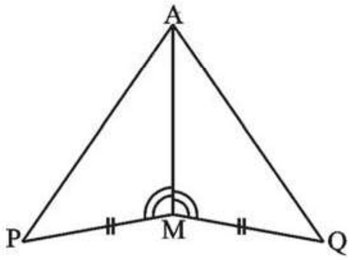
(b) જો $\angle T = \angle N$ આપેલ હોય અને **બાખૂબા** શરતનો ઉપયોગ કરવો હોય, તો

(i) RT = અને (ii) PN = હોવું જોઈએ.

(c) જો AT = PN આપેલ હોય અને તમારે **ખૂબાખૂ** શરતનો ઉપયોગ કરવો હોય, તો કયાં બે પરિણામ હોવાં જોઈએ ?

(i) ? (ii) ?

3. તમારે $\Delta AMP \cong \Delta AMQ$ સાબિત કરવાનું છે નીચેની સાબિતીમાં ખૂટતાં કારણો આપો.

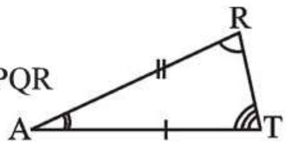


પગલું	કારણ
(i) $PM = QM$	(i) ...
(ii) $\angle PMA = \angle QMA$	(ii) ...
(iii) $AM = AM$	(iii) ...
(iv) $\Delta AMP \cong \Delta AMQ$	(iv) ...

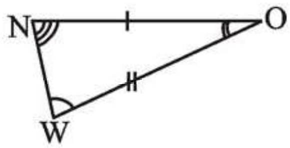
4. ΔABCમાં $\angle A = 30°$, $\angle B = 40°$ અને $\angle C = 110°$

ΔPQRમાં $\angle P = 30°$, $\angle Q = 40°$ અને $\angle R = 110°$

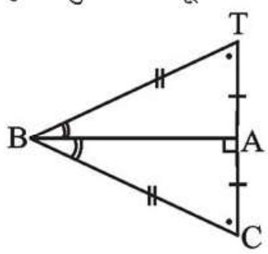
એક વિદ્યાર્થી કહે છે કે **ખૂખૂખૂ** શરત પ્રમાણે $\Delta ABC \cong \Delta PQR$ છે. શું એ સાચો છે ? શા માટે ? શા માટે નહિ ?

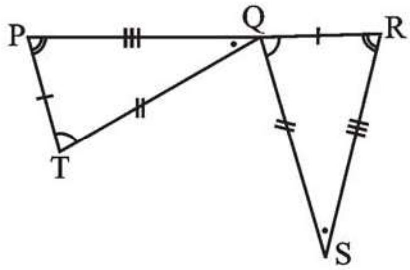


5. બાજુની આકૃતિમાં બે ત્રિકોણો એકરૂપ છે. અનુરૂપ અંગો નિશાનીથી દર્શાવેલા છે. $\Delta RAT \cong$ ... શું લખી શકાય ?



6. એકરૂપતાનું વિધાન પૂર્ણ કરો :



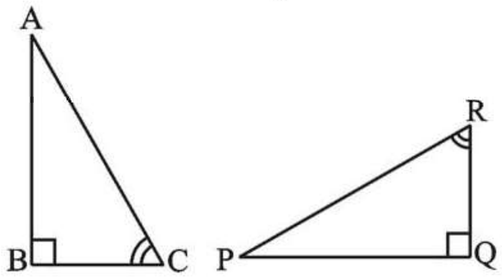


$\Delta BCA \cong ?$ $\qquad$ $\Delta QRS \cong ?$

7. ચોરસ ખાનાંવાળા કાગળ પર સમાન ક્ષેત્રફળવાળા બે એવા ત્રિકોણ દોરો કે,

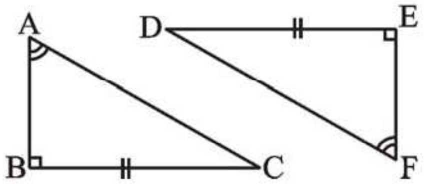
(i) જે ત્રિકોણ એકરૂપ હોય.

(ii) જે ત્રિકોણ એકરૂપ નથી,
તેમની પરિમિતિ વિશે શું કહી શકાય ?



8. બે ત્રિકોણની એવી કાચી આકૃતિ દોરો કે જેમાં એકરૂપ ભાગની પાંચ જોડી હોય છતાં ત્રિકોણ એકરૂપ ન હોય.

9. ΔABC અને ΔPQR એકરૂપ બને તે માટે અનુરૂપ અંગની વધુ એક જોડી આપો. તમે કઈ શરતનો ઉપયોગ કર્યો ?



10.સમજાવો : $\Delta ABC \cong \Delta FED$ શા માટે છે ?

જ્ઞાનવર્ધક પ્રવૃત્તિ

સમતલીય આકૃતિઓની એકરૂપતા સાબિત કરવા માટે એક આકૃતિ પર બીજી આકૃતિને ગોઠવવાની પદ્ધતિ ઉપયોગી છે એ જોયું. આપણે રેખાખંડ, ખૂણા અને ત્રિકોણની એકરૂપતાની શરતની ચર્ચા કરી. હવે તમે આ ખ્યાલને બીજી સમતલીય આકૃતિઓ માટે આગળ વધારી શકો.

1. અલગ અલગ માપના કાપેલા ચોરસ લો. ચોરસની એકરૂપતા માટેની શરત શોધવા માટે એકબીજા પર ગોઠવવાની રીતનો ઉપયોગ કરો. એકરૂપતા માટે અનુરૂપ અંગનો ખ્યાલ કેવી રીતે ઉપયોગમાં આવે છે ? અનુરૂપ બાજુ મળે છે ? અનુરૂપ વિકર્ણ મળે છે ?
2. વર્તુળ લેશો તો શું થશે ? બે વર્તુળ એકરૂપ હોવાની શરત કઈ ? તમે એકબીજા પર ગોઠવવાની રીતનો ઉપયોગ કરી શકો છો. શોધો.
3. આ જ ખ્યાલને નિયમિત ષટ્કોણ વગેરે બીજી સમતલીય આકૃતિઓ માટે વિકસાવો.
4. એક ત્રિકોણની બે એકરૂપ નકલ લો. કાગળને વાળીને તેમના વેધ સમાન છે કે કેમ તે જુઓ. શું તેમાં મધ્યગા સમાન છે ? તમે તેમની પરિમિતિ અને ક્ષેત્રફળ વિશે શું કહી શકો ?

આપણે શું ચર્ચા કરી ?

1. એકરૂપ વસ્તુઓ એકબીજાની ચોક્સાઈ ભરેલી નકલ હોય છે.
2. સમતલીય આકૃતિઓની એકરૂપતા ચકાસવા માટે એકને બીજા પર ગોઠવવાની રીત વાપરી શકાય.
3. બે સમતલીય આકૃતિ F_1 અને F_2 માટે જો F_1 ની નકલ F_2 પર બંધબેસતી આવે તો તે એકરૂપ છે અને તેને $F_1 \cong F_2$ લખાય.
4. જો બે રેખાખંડની, કહો કે, $\overline{AB}$ અને $\overline{CD}$ની લંબાઈ સરખી હોય તો તેઓ એકરૂપ છે. આને $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ લખાય. જોકે સામાન્ય રીતે $AB = CD$ લખવામાં આવે છે.
5. જો બે ખૂણા, ધારો કે $\angle ABC$ અને $\angle PQR$નાં માપ સમાન હોય તો તેઓ એકરૂપ છે. આને $\angle ABC \cong \angle PQR$ વડે દર્શાવવામાં આવે છે અથવા $m\angle ABC = m\angle PQR$ પણ લખાય છે. જોકે સામાન્ય રીતે વ્યવહારમાં $\angle ABC = \angle PQR$ લખવામાં આવે છે.
6. બે ત્રિકોણની **બાબાબા** એકરૂપતા :

   આપેલી સંગતતા માટે જો એક ત્રિકોણની ત્રણ બાજુ બીજા ત્રિકોણની અનુરૂપ (સંગત) બાજુ સાથે સમાન હોય તો તે બે ત્રિકોણ એકરૂપ છે.
7. બે ત્રિકોણની **બાખૂબા** એકરૂપતા :

   આપેલી સંગતતા માટે, એક ત્રિકોણની બે બાજુ અને વચ્ચેનો ખૂણો બીજા ત્રિકોણની અનુરૂપ (સંગત) બાજુ અને વચ્ચેના ખૂણા સાથે સમાન હોય તો તે બે ત્રિકોણ એકરૂપ છે.

8. બે ત્રિકોણની **ખૂબાખૂ** એકરૂપતા :

આપેલી સંગતતા માટે, એક ત્રિકોણના બે ખૂણા અને તેમની વચ્ચેની બાજુ બીજા ત્રિકોણના અનુરૂપ ખૂણા અને વચ્ચેની બાજુ સાથે સમાન હોય તો તે બે ત્રિકોણ એકરૂપ છે.

9. બે કાટકોણ ત્રિકોણની **કાકબા** એકરૂપતા :

આપેલી સંગતતા માટે, એક કાટકોણ ત્રિકોણનો કર્ણ અને એક બાજુ બીજા કાટકોણ ત્રિકોણના કર્ણ અને અનુરૂપ બાજુ સાથે સમાન હોય તો તે બે કાટકોણ ત્રિકોણ એકરૂપ છે.

10. બે ત્રિકોણ માટે **ખૂખૂખૂ** એકરૂપતા નથી :

અનુરૂપ ખૂણા સમાન હોય તેવા બે ત્રિકોણ એકરૂપ હોવા જરૂરી નથી. આવી સંગતતા માટે તેમાંનો એક ત્રિકોણ બીજા ત્રિકોણની મોટી કરેલી નકલ હોઈ શકે. (જો તેઓ એકબીજાની ચોકસાઈપૂર્વકની નકલ હોય તો જ તેઓ એકરૂપ હશે.)