

“Statistics are measurements, enumerations or estimates of natural or social phenomena, usually systematically arranged, analysed and presented as to exhibit important inter-relationships among them.”

— A. M. Tuttle

2

માહિતીનું નિરૂપણ

(Presentation of Data)

વિષયવस્તુ :

- 2.1 વર્ગીકરણ : અર્થ અને જરૂરિયાતો
- 2.2 વર્ગીકરણના પ્રકારો :
 - 2.2.1 સંખ્યાત્મક માહિતીનું વર્ગીકરણ
 - 2.2.1.1 અસતત આવૃત્તિ-વિતરણ
 - 2.2.1.2 સતત આવૃત્તિ-વિતરણ
 - 2.2.1.3 સંચયી આવૃત્તિ-વિતરણ
 - 2.2.1.4 સતત આવૃત્તિ-વિતરણ રચના માટેના મુદ્દા
 - 2.2.2 ગુણાત્મક માહિતીનું વર્ગીકરણ
 - 2.2.2.1 સાંકુદ્રાણિક વર્ગીકરણ
 - 2.2.2.2 બહુવિધ વર્ગીકરણ
- 2.3 કોષ્ટક રચના, તેના પ્રકારો, ઉપયોગો
 - 2.3.1 કોષ્ટક રચનાના માર્ગદર્શક નિયમો
- 2.4 આકૃતિઓ : આંકડાશાસ્ત્રમાં આકૃતિનું મહત્વ, મર્યાદાઓ
 - 2.4.1 આકૃતિના પ્રકારો
 - 2.4.2 એકમાપી આકૃતિ
 - 2.4.2.1 સ્તંભાકૃતિ
 - 2.4.2.2 પાસપાસેની સ્તંભાકૃતિ
 - 2.4.2.3 સાદી વિભાજિત સ્તંભાકૃતિ
 - 2.4.2.4 પ્રતિશત (ટકાવારી) વિભાજિત સ્તંભાકૃતિ
 - 2.4.3 દ્વિમાપી આકૃતિ
 - 2.4.3.1 વર્તુળ આકૃતિ
 - 2.4.3.2 વૃત્તાંશ આકૃતિ
 - 2.4.4 ચિત્રાકૃતિ

અર્થ અને જરૂરિયાતો

અગાઉના પ્રકરણમાં આપણે જોયું કે, આંકડાશાસ્ત્રીય માહિતીમાં મુખ્યત્વે બે પ્રકારની માહિતી હોય છે : સંખ્યાત્મક માહિતી અને ગુણાત્મક માહિતી. સંખ્યાત્મક માહિતી એ સંખ્યાત્મક ચલ (numerical variable)ને આધારે મેળવેલી હોય છે. જ્યારે ગુણાત્મક માહિતી એ ગુણાત્મક ચલ (attributes or qualitative variable)ને આધારે મેળવેલી હોય છે. સંખ્યાત્મક ચલના મુખ્યત્વે બે પ્રકાર હોય છે : (i) અસતત ચલ (discrete variable) (ii) સતત ચલ (continuous variable). જે ચલ બે સીમાઓ વચ્ચેની નિશ્ચિત કે ગણી શકાય તેટલી કિંમતો જ ધારણ કરી શકે તેમ હોય તો તેને અસતત ચલ કહે છે. દા.ત., કુટુંબદીઠ બાળકોની સંખ્યા, માર્ગ પર થતા અકસ્માતોની સંખ્યા. જો કોઈ ચલ x ની કિંમતો 1.2, 1.3, 1.5 વગેરે નિશ્ચિત કિંમતો ધારણ કરે તો તે ચલને અસતત ચલ કહેવાય. જે ચલ બે સીમાઓની વચ્ચેની બધી જ કિંમતો ધારણ કરી શકે તેમ હોય તો તે ચલને સતત ચલ કહેવામાં આવે છે. દા.ત., વ્યક્તિની ઉંચાઈ, દિવસનું મહત્તમ તાપમાન વગેરે સતત ચલનાં ઉદાહરણો છે. વ્યવહારમાં સામાન્ય રીતે જ્યારે ચલની કિંમત મેળવવા માટે ગણતરી કરવી પડતી હોય ત્યારે તે ચલને અસતત ચલ કહેવાય. જેમકે કુટુંબદીઠ બાળકોની સંખ્યા ગણવી પડે, માર્ગ પર થતા અકસ્માતોની સંખ્યા ગણવી પડે. જે ચલની કિંમત મેળવવા માટે માપણી કરવી પડતી હોય એટલે કે ચલની કિંમતની સાથે માપનો એકમ જરૂરી હોય તેને સતત ચલ કહેવામાં આવે છે, જેમકે વ્યક્તિની ઉંચાઈ સેમી કે ઈચ્છ કે ફૂટમાં મપાય, દિવસનું મહત્તમ તાપમાન સેલ્સિયસમાં મપાય. અસતત ચલ દ્વારા રજૂ થતી માહિતીને અસતત સંખ્યાત્મક માહિતી કહેવામાં આવે છે અને સતત ચલ દ્વારા રજૂ થતી માહિતીને સતત સંખ્યાત્મક માહિતી કહેવામાં આવે છે.

સમાચિત તપાસ અથવા નિર્દર્શ તપાસને અંતે મળતી માહિતીને મૂળ માહિતી કે અવર્ગીકૃત માહિતી કહેવામાં આવે છે. આ માહિતી અભ્યવસ્થિત સ્વરૂપમાં હોવાથી તેનો ઉપયોગ કરી આંકડાશાસ્ત્રીય વિશ્લેષણ કરવામાં મુશ્કેલી પડતી હોય છે. આથી તેને સંક્ષિપ્ત અને વ્યવસ્થિત સ્વરૂપમાં ગોઠવવાની જરૂર પડે છે. અવર્ગીકૃત માહિતીને સંક્ષિપ્તમાં અને વ્યવસ્થિત સ્વરૂપમાં ગોઠવવાની કિયાને માહિતીનું વર્ગીકરણ (classification) કહે છે અને તે ગોઠવેલી માહિતીને વર્ગીકૃત માહિતી કહે છે. દા.ત., એક અઠવાડિયા દરમિયાન કોઈ એક વસ્તુની દૈનિક માંગ અનુક્રમે 12, 16, 8, 12, 8, 8, 10 એકમો હતી એવું માલૂમ પડે છે. તો આ અવર્ગીકૃત માહિતી પરથી સ્પષ્ટ રીતે જોઈ શકાય કે અઠવાડિયા દરમિયાન વસ્તુની માંગ 8 એકમો હોય તેવા 3 દિવસો છે, માંગ 10 એકમો હોય તેવો એક દિવસ છે, માંગ 12 એકમો હોય તેવા 2 દિવસો છે અને વસ્તુની માંગ 16 એકમો હોય તેવો એક દિવસ છે. આ વિગતને નીચે પ્રમાણે વર્ગીકૃત માહિતીમાં દર્શાવી શકાય :

અઠવાડિયા દરમિયાન વસ્તુની દૈનિક માંગ દર્શાવતું કોષ્ટક

વસ્તુની માંગ	8	10	12	16	કુલ
દિવસોની સંખ્યા	3	1	2	1	7

આમ, આપેલ અવર્ગીકૃત માહિતીને સંક્ષિપ્તમાં રજૂ કરવાની પદ્ધતિને વર્ગીકરણ કહે છે. આંકડાશાસ્ત્રના અભ્યાસમાં વર્ગીકરણની જરૂરિયાત મુખ્યત્વે નીચેનાં કારણોસર છે :

- (1) વિસ્તૃત માહિતીને સંક્ષિપ્તમાં, સરળ અને આકર્ષક રીતે રજૂ કરવા માટે.
- (2) માહિતીનાં જુદાં જુદાં લક્ષણો વચ્ચે સરળતાથી સરખામણી કરવા માટે. (વર્ગીકરણમાં માહિતીને સમાન ગુણધર્મો અનુસાર સમૂહોમાં વહેંચાતા હોવાથી સરખામણી સરળ બને છે.)
- (3) સમય, શક્તિ અને ખર્ચની બચત કરવા માટે. (અવર્ગીકૃત માહિતી પરથી કરવામાં આવતા પૃથક્કરણમાં વધુ સમય, શક્તિ અને ખર્ચ થાય છે.)
- (4) અભ્યાસ ક્ષેત્રનાં જુદાં જુદાં લક્ષણો વિશે સરળતાથી માહિતી મેળવવા માટે.

2.2 વર્ગીકરણના પ્રકારો (Types of Classification)

વર્ગીકરણના મુખ્યત્વે બે પ્રકાર છે : (i) સંખ્યાત્મક માહિતીનું વર્ગીકરણ (ii) ગુણાત્મક માહિતીનું વર્ગીકરણ. આ પ્રકારો નીચેનાં ઉદાહરણો દ્વારા સમજું શકાય :

ધારો કે કોઈ એક વિસ્તારમાં રહેતાં કુટુંબોમાંથી 100 કુટુંબોનો એક નિદર્શ પસંદ કરી તે ‘કુટુંબોમાં બાળકોની સંખ્યા’ વિશે માહિતી એકઠી કરવામાં આવે તો ‘કુટુંબદીઠ બાળકોની સંખ્યા’ દર્શાવતા 100 જુદાં જુદાં અવલોકનો મળશે, જેને અવગ્નિકૃત માહિતી કહેવાય છે. હવે આ માહિતીનો અભ્યાસ કરતા એવું તારણ મળ્યું કે નિદર્શમાં એક પણ બાળક ન હોય તેવાં 10 કુટુંબો છે, એક બાળક હોય તેવાં 35 કુટુંબો છે, બે બાળકો હોય તેવાં 40 કુટુંબો છે અને 3 બાળકો હોય તેવાં 15 કુટુંબો છે. આ વર્ગીકરણને સંખ્યાત્મક માહિતીનું વર્ગીકરણ કહેવાય અને તેને સંક્ષિપ્તમાં નીચે મુજબ રજૂ કરી શકાય :

100 કુટુંબોમાં બાળકોની સંખ્યા દર્શાવતું વર્ગીકરણ

બાળકોની સંખ્યા	0	1	2	3	કુલ
કુટુંબોની સંખ્યા	10	35	40	15	100

ઉપરના ઉદાહરણમાં ‘કુટુંબમાં બાળકોની સંખ્યા’ એ સંખ્યાત્મક ચલ છે તેથી આ વર્ગીકરણને સંખ્યાત્મક માહિતીનું વર્ગીકરણ કહે છે. હવે આ 100 કુટુંબોના નિદર્શમાં ‘બાળકોની સંખ્યા’ને બદલે જો ‘કુટુંબના મુખ્ય વ્યવસાય’ વિશે માહિતી એકઠી કરવામાં આવે અને તે પરથી એવું તારણ મેળવવામાં આવે કે 30 કુટુંબોનો મુખ્ય વ્યવસાય ખેતી છે, 25 કુટુંબોનો મુખ્ય વ્યવસાય વેપાર છે, 25 કુટુંબનો મુખ્ય વ્યવસાય નોકરી છે અને બાકીનાં 20 કુટુંબોનો મુખ્ય વ્યવસાય મજૂરી છે, તો આ ગ્રાફિયાને પણ વર્ગીકરણ કહેવાય અને તેને સંક્ષિપ્તમાં નીચે મુજબ રજૂ કરી શકાય :

100 કુટુંબોનો મુખ્ય વ્યવસાય દર્શાવતું વર્ગીકરણ

કુટુંબનો મુખ્ય વ્યવસાય	ખેતી	વેપાર	નોકરી	મજૂરી	કુલ
કુટુંબની સંખ્યા	30	25	25	20	100

ઉપરના ઉદાહરણમાં ‘કુટુંબનો મુખ્ય વ્યવસાય’ એ ગુણાત્મક ચલ છે તેથી આ વર્ગીકરણને ગુણાત્મક માહિતીનું વર્ગીકરણ કહેવાય છે.

આમ, એકઠી કરેલી અવગ્નિકૃત માહિતીનું મુખ્યત્વે બેમાંથી કોઈ એક પ્રકારમાં વર્ગીકરણ કરવામાં આવે છે : (i) સંખ્યાત્મક માહિતીનું વર્ગીકરણ (ii) ગુણાત્મક માહિતીનું વર્ગીકરણ.

2.2.1 સંખ્યાત્મક માહિતીનું વર્ગીકરણ (Classification of Quantitative Data)

સંખ્યાત્મક ચલના બે પ્રકારો છે : (i) અસતત ચલ (ii) સતત ચલ. અસતત ચલની માહિતીના વર્ગીકરણને અસતત આવૃત્તિ-વિતરણ કહે છે, જ્યારે સતત ચલની માહિતીના વર્ગીકરણને સતત આવૃત્તિ-વિતરણ કહે છે.

2.2.1.1 અસતત આવૃત્તિ-વિતરણ (Discrete Frequency Distribution)

ચલના મૂલ્યના પુનરાવર્તન દર્શાવતી સંખ્યાને ચલની તે મૂલ્યની આવૃત્તિ (f) કહે છે. અસતત ચલનાં વિવિધ શક્ય મૂલ્યોને અનુરૂપ આવૃત્તિ દર્શાવતા કોષ્ટકને અસતત આવૃત્તિ-વિતરણ કહે છે. આ સમજવા માટે આપણે નીચેનું ઉદાહરણ લઈએ :

શહેરના એક માર્ગ પર મે માસ દરમિયાન થયેલ દૈનિક અક્સમાતોની સંખ્યા નીચે પ્રમાણે મળે છે :

0, 1, 3, 2, 0, 3, 4, 5, 0, 1, 0, 2, 0, 1, 3

3, 0, 2, 1, 2, 4, 5, 0, 1, 0, 2, 2, 0, 1, 2, 1

આ માહિતીનું આપણે વર્ગીકરણ કરવું છે.

અહીં માર્ગ પર થયેલ ‘દૈનિક અક્સમાતની સંખ્યા’ એ અસતત ચલ (x) છે અને આપણે તેનું આવૃત્તિ-વિતરણ તૈયાર કરીશું. અહીં ચલ x ની લઘુતમ કિંમત 0 અને મહત્તમ કિંમત 5 છે તેથી ચલ x ની શક્ય કિંમતો 0, 1, 2, 3, 4 અને 5 થશે. આપેલ અવગ્નિકૃત માહિતીને કમશા: વાંચતા જતા ચલની જે કિંમત વંચાય તેની સામે આવૃત્તિ ચિહ્ન (I) મૂકવામાં આવે છે. ચલની કોઈ પણ કિંમતની આગળ ચાર આવૃત્તિ ચિહ્ન થઈ ગયા બાદ પાંચમું આવૃત્તિ ચિહ્ન ત્રાસું મૂકીને પાંચ આવૃત્તિ ચિહ્નનો સમૂહ બને (NAA) તે રીતે દર્શાવવામાં આવે છે. આનો હેતુ ફક્ત આવૃત્તિ ચિહ્નોની ગણતરી સરળ બને તેટલો જ છે. જ્યારે ચલની બધી જ કિંમતો વંચાઈ જાય ત્યાર બાદ અવલોકનની દરેક કિંમતની સામેનાં આવૃત્તિ ચિહ્નો ગણીને આવૃત્તિ (f) મેળવવામાં આવે છે. આ રીતે દરેક અવલોકનોની આવૃત્તિઓનો સરવાળો ચલની આપેલી કુલ કિંમતો (અવલોકનો) જેટલો થવો જોઈએ એટલે કે $n = \sum f = 31$. આ રીતે મેળવેલ આવૃત્તિ-વિતરણ નીચે મુજબ થશે :

મે માસ દરમિયાન શહેરના માર્ગ પર થયેલ દૈનિક અક્સમાતોની સંખ્યા દર્શાવતું અસતત આવૃત્તિ-વિતરણ

અક્સમાતોની સંખ્યા x	આવૃત્તિ ચિહ્ન	દિવસોની સંખ્યા આવૃત્તિ (f)
0		9
1	,	7
2	,	7
3		4
4		2
5		2
કુલ		31

અવગ્નિકૃત માહિતીમાં ચલની મહત્તમ કિંમત અને લઘુતમ કિંમતો વચ્ચેના તફાવતને માહિતીનો વિસ્તાર (range R) કહે છે એટલે કે વિસ્તાર $R = \text{મહત્તમ કિંમત} - \text{લઘુતમ કિંમત}$

ઉપરના ઉદાહરણ માટે વિસ્તાર $R = 5 - 0 = 5$ થાય.

નોંધ : જ્યારે અસતત ચલની કિંમતનો વિસ્તાર ખૂબ જ મોટો હોય ત્યારે તે માહિતી માટે અસતત આવૃત્તિ-વિતરણ કરવું યોગ્ય નથી. આ સંજોગોમાં અનિવારક સતત આવૃત્તિ-વિતરણ કરવું યોગ્ય છે, જેનો અભ્યાસ આપણે સતત આવૃત્તિ-વિતરણ સાથે કરીશું.

ઉદાહરણ 1 : ટેલિવિઝન સેટનું ઉત્પાદન કરતી એક ફેક્ટરીમાં અઠવાડિયા દરમિયાન 500 સેટનું ઉત્પાદન થયું હતું અને તેમાંથી

50 ટેલિવિઝન સેટનો એક નિર્દ્દારિત દરેક ટેલિવિઝન સેટની તપાસ કરતાં નીચે પ્રમાણે ખામીઓની સંખ્યા મળે છે.

આ માહિતી પરથી યોગ્ય આવૃત્તિ-વિતરણ તૈયાર કરો.

0	3	2	1	0	5	2	3	0	2	3	0	0	1	0
2	3	4	1	0	4	5	2	1	0	3	2	1	1	0
2	4	2	1	0	0	0	1	0	1	3	1	0	0	0
0	1	1	0	2										

અહીં ‘ટેલિવિઝન સેટમાં ખામીઓની સંખ્યા’એ અસતત ચલ છે તેમજ ખામીઓની મહત્તમ સંખ્યા 5 અને લઘુતમ સંખ્યા 0 છે તેથી આપેલ અવગ્નિકૃત માહિતીનો વિસ્તાર $R = 5 - 0 = 5$ થાય. તેથી ટેલિવિઝન સેટ દીઠ ખામીઓ દર્શાવતું અસતત આવૃત્તિ-વિતરણ પૂર્ણ નંબર 18 પ્રમાણે મેળવી શકાય.

50 ટેલીવિઝન સેટના નિર્દર્શમાં ટેલીવિઝન સેટ દીઠ ખામીઓની સંખ્યા દર્શાવતું અસતત આવૃત્તિ-વિતરણ

ટેલીવિઝન સેટ દીઠ ખામીઓની સંખ્યા (ચલ x)	આવૃત્તિ ચિહ્ન	ટેલીવિઝન સેટની સંખ્યા આવૃત્તિ (f)
0	ાાાા	18
1	ાા	12
2	ાા	9
3	ા	6
4		3
5		2
	કુલ	50

પ્રવૃત્તિ

તમારા રહેઠાણની આજુબાજુના વિસ્તારમાં રહેતાં 30 કુંભોમાં વ્યક્તિઓની સંખ્યા વિશે માહિતી એકઠી કરી તેનું આવૃત્તિ-વિતરણ તૈયાર કરો.

2.2.1.2 સતત આવૃત્તિ-વિતરણ (Continuous Frequency Distribution)

જ્યારે અવગ્નિકૃત માહિતીનો ચલ સતત હોય અથવા તેનો વિસ્તાર મોટો હોય ત્યારે તે માહિતી માટે સતત આવૃત્તિ-વિતરણ તૈયાર કરવામાં આવે છે. આ માટે સૌપ્રથમ અવગ્નિકૃત માહિતીનાં અવલોકનોને કેટલા વર્ગોમાં કે વર્ગ-અંતરાલમાં વર્ગિકૃત કરવાના છે તેની સંખ્યા નક્કી કરવામાં આવે છે. સામાન્ય રીતે વર્ગોની સંખ્યા છ થી પંદર સુધીની કોઈ પણ સંખ્યા, આપેલ માહિતીને આધારે નક્કી કરવામાં આવે છે. અહીં એ સ્પષ્ટ કરવું જરૂરી છે કે, આ ફક્ત એક સર્વસ્વીકૃત પ્રણાલી છે જે દરેક અભ્યાસ માટે સાચી હોય તે જરૂરી નથી. વિશિષ્ટ સંઝોગોમાં આપેલી માહિતીને આધારે છ થી ઓછા કે પંદરથી વધુ વર્ગો બનાવી શકાય છે. વર્ગોની સંખ્યા નક્કી કર્યા બાદ દરેક વર્ગની વર્ગલંબાઈ નક્કી કરવી જોઈએ. આ માટે અવગ્નિકૃત માહિતીનો વિસ્તાર (R) મેળવવામાં આવે છે ત્યાર બાદ તેને વર્ગોની સંખ્યા (K) વડે ભાગતા વર્ગલંબાઈ (C) મેળવી શકાય છે. વ્યાવહારિક રીતે વર્ગોની સંખ્યા (K) અને વર્ગલંબાઈ (C) એવી રીતે પસંદ કરવામાં આવે છે કે જેથી બંનેની સંખ્યા ધન પૂર્ણક હોય અને આ બંનેનો ગુણાકાર માહિતીના વિસ્તાર જેટલો કે તેથી વધુ થાય. સંકેતમાં $C \cdot K \geq R$ થાય. જો સતત આવૃત્તિ-વિતરણમાં દરેક વર્ગની વર્ગલંબાઈ સમાન હોય તો તેને સમાન વર્ગલંબાઈવાળું આવૃત્તિ-વિતરણ કહે છે પણ જ્યારે અવગ્નિકૃત માહિતીનો વિસ્તાર ખૂબ જ મોટો હોય ત્યારે એવું બની શકે કે આપેલી માહિતીને આધારે આવૃત્તિ-વિતરણનાં જુદા જુદા વર્ગોની વર્ગલંબાઈ અસમાન હોય. તેને અસમાન વર્ગલંબાઈવાળું આવૃત્તિ-વિતરણ કહે છે. વર્ગની વર્ગલંબાઈ નક્કી કર્યા બાદ દરેક વર્ગની વર્ગસીમાઓ નક્કી કરવામાં આવે છે. વર્ગસીમાઓને આધારે સતત આવૃત્તિ-વિતરણના બે પ્રકાર પાડી શકાય : નિવારક સતત આવૃત્તિ-વિતરણ અને અનિવારક સતત આવૃત્તિ-વિતરણ. જો કોઈ પણ વર્ગની ઉપલી સીમા એ તેના પછીના વર્ગની નીચેલી સીમા સમાન હોય તો તે વર્ગને નિવારક વર્ગ (exclusive class) કહે છે. નિવારક વર્ગમાં નીચેલી સીમા જેટલું મૂલ્ય ધરાવતા અવલોકનને તે વર્ગમાં સમાવવામાં આવે છે જ્યારે ઉપલી સીમા જેટલું મૂલ્ય ધરાવતા અવલોકનને તે વર્ગ પછીના વર્ગમાં સમાવવામાં આવે છે. દા.ત., કોઈ એક નિવારક વર્ગ 30 - 35 છે અને કોઈ એક અવલોકનનું મૂલ્ય 30 મળે તો તેને તે જ વર્ગ 30 - 35માં મૂકવામાં આવે છે, જ્યારે બીજા કોઈ અવલોકનનું મૂલ્ય 35 મળે તો તે અવલોકનને 30 - 35માં ન મૂકતાં તેના પછીના કમના વર્ગમાં મૂકવામાં આવે છે. જ્યારે કોઈ એક વર્ગની ઉપલી સીમા અને ત્યાર પછીના વર્ગની નીચેલી સીમા સમાન ન હોય તો તેને અનિવારક વર્ગ (inclusive class)

કહેવામાં આવે છે. અનિવારક વર્ગમાં નીચલી સીમા અને ઉપલી સીમા જેટલા મૂલ્ય ધરાવતાં અવલોકનોનો સમાવેશ તે વર્ગમાં જ થાય છે. દા.ત., કોઈ એક અનિવારક વર્ગ 30 - 35 છે અને કોઈ એક અવલોકનનું મૂલ્ય 35 મળે છે, તો આ અવલોકન માટેનું આવૃત્તિ ચિહ્ન તે જ વર્ગમાં મૂકવામાં આવે છે.

જ્યારે સતત અવર્ગિકૃત માહિતી આપેલી હોય ત્યારે તેનું વર્ગિકરણ કરવા માટે સામાન્ય રીતે નિવારક સતત આવૃત્તિ-વિતરણ મેળવવામાં આવે છે. જ્યારે અસતત અવર્ગિકૃત માહિતી આપેલી હોય અને તેનો વિસાર પ્રમાણમાં મોટો હોય ત્યારે સામાન્ય રીતે તેનું વર્ગિકરણ કરવા માટે અનિવારક સતત આવૃત્તિ-વિતરણ મેળવવામાં આવે છે. અનિવારક સતત આવૃત્તિ-વિતરણને નિવારક સતત આવૃત્તિ-વિતરણમાં ફેરવવા માટે તેની દરેક વર્ગસીમાને વર્ગ સીમાબિંદુઓ દ્વારા દર્શાવવામાં આવે છે. કોઈ પણ વર્ગની અધઃસીમાબિંદુ (lower boundary point) અને ઊર્ધ્વ સીમાબિંદુ (upper boundary point) નીચેનાં સૂત્રો દ્વારા શોધી શકાય છે :

$$\text{વર્ગનું અધઃ સીમાબિંદુ} = \frac{\text{તે વર્ગની નીચલી સીમાની કિમત} + \text{તેની ઉપરના વર્ગની ઉપલી સીમાની કિમત}{2}$$

$$\text{વર્ગનું ઊર્ધ્વ સીમાબિંદુ} = \frac{\text{તે વર્ગની ઉપલી સીમાની કિમત} + \text{તે પછીના વર્ગની નીચલી સીમાની કિમત}{2}$$

અથવા

$$\text{વર્ગનું ઊર્ધ્વ સીમાબિંદુ} = \text{અધઃ સીમાબિંદુ} + \text{વર્ગલંબાઈ}$$

આમ, વર્ગનું અધઃ સીમાબિંદુ એ વર્ગની નીચલી સીમા તેમજ તેના ઉપરના વર્ગની ઉપલી સીમાની સરેરાશ તેમજ વર્ગનું ઊર્ધ્વ સીમાબિંદુ એ વર્ગની ઊપલી સીમા અને ત્યાર પછીના વર્ગની નીચલી સીમાની સરેરાશ દ્વારા મેળવી શકાય છે. અહીં એ નોંધવું જરૂરી છે કે નિવારક વર્ગ માટે વર્ગ સીમાઓ એ તે વર્ગની વર્ગ સીમાબિંદુઓ જેટલી જ હોય છે. વર્ગનાં ઊર્ધ્વ સીમાબિંદુ તેમજ અધઃ સીમાબિંદુ વચ્ચેના તફાવતને તે વર્ગની વર્ગલંબાઈ (class interval) કહે છે. વર્ગલંબાઈ = ઊર્ધ્વ સીમાબિંદુ - અધઃ સીમાબિંદુ.

વર્ગ સીમાઓની સરેરાશને તે વર્ગની મધ્ય કિમત (mid-value) અથવા મધ્યબિંદુ (mid-point) કહેવામાં આવે છે.

$$\text{વર્ગની મધ્ય કિમત} = \frac{\text{ઉપલી સીમાની કિમત} + \text{નીચલી સીમાની કિમત}}{2}$$

જ્યારે વર્ગની મધ્ય કિમત અને વર્ગલંબાઈની કિમતો જાણીતી હોય તો તે પરથી વર્ગસીમાબિંદુઓ નીચે પ્રમાણે મેળવી શકાય :

$$\text{વર્ગનું અધઃ સીમાબિંદુ} = \text{મધ્યકિમત} - \frac{1}{2} (\text{વર્ગલંબાઈ})$$

$$\text{વર્ગનું ઊર્ધ્વ સીમાબિંદુ} = \text{મધ્યકિમત} + \frac{1}{2} (\text{વર્ગલંબાઈ})$$

અવર્ગિકૃત સતત માહિતી માટે સતત આવૃત્તિ-વિતરણ તૈયાર કરવાની રીત સમજવા માટે આપણે નીચેનું ઉદાહરણ જોઈએ :

એક શાળામાં નોકરી કરતા 50 કર્મચારીઓની ઉંમર (વર્ષમાં) નીચે પ્રમાણે છે :

32	34	48	31	34	27	57	36	49	51
45	29	36	46	46	49	51	47	50	30
35	41	36	47	30	35	48	53	37	47
45	30	50	44	49	43	42	46	28	48
52	36	43	38	39	50	49	34	36	50

હવે આ માહિતી પરથી ધારો કે આપણે 7 વર્ગો ધરાવતું સતત આવૃત્તિ-વિતરણ બનાવવું છે.

અહીં શાળામાં નોકરી કરતા 50 'કર્મચારીઓની ઉંમર' એ સતત ચલ છે અને આપણે તેનું આવૃત્તિ-વિતરણ તૈયાર કરવાનું છે. આપેલી માહિતીમાં સૌથી નાની ઉંમરનો કર્મચારી 27 વર્ષનો છે, જ્યારે સૌથી વધુ ઉંમર ધરાવતા કર્મચારીની ઉંમર 57 વર્ષ છે.

$$\text{તેથી માહિતીનો વિસ્તાર} \quad R = 57 - 27 \\ = 30 \text{ વર્ષ}$$

તેમજ આ માહિતીને 7 વર્ગોમાં વિભાજિત કરવાની છે. $\therefore K = 7$

$$\therefore \text{વર્ગની વર્ગલંબાઈ } C = \frac{\text{વિસ્તાર}}{\text{વર્ગની સંખ્યા}} = \frac{R}{K} \\ = \frac{30}{7} \\ = 4.29$$

વર્ગલંબાઈની કિંમત સામાન્ય રીતે ઘન પૂર્ણાંક રાખવામાં આવે છે તેથી અહીં $C = 4$ અથવા $C = 5$ લઈ શકાય પડ્ય જો વર્ગલંબાઈ $C = 4$ લઈએ તો $C \cdot K = 4 \times 7 = 28$ જે વિસ્તારથી નાની કિંમત છે ($\because C \cdot K \geq R$) તેથી $C = 4$ શક્ય નથી. હવે જો $C = 5$ લઈએ તો $C \cdot K = 5 \times 7 = 35$ જે વિસ્તારની કિંમત R કરતાં મોટી છે તેથી $C = 5$ લઈ શકાય.

વર્ગની સંખ્યા $K = 7$ અને વર્ગલંબાઈ $C = 5$ નક્કી કર્યા બાદ પ્રથમ વર્ગની નીચલી સીમા એવી રીતે પસંદ કરવી જોઈએ કે જેથી નાનામાં નાના અવલોકનની કિંમતનો સમાવેશ પ્રથમ વર્ગમાં થઈ જાય. અહીં લધુતમ કિંમત 27 છે તેથી નીચલી સીમા 25 લઈ શકાય અને તેમાં વર્ગલંબાઈ 5 ઉમેરીએ તો પ્રથમ વર્ગની ઉપલી સીમા 30 મળે તેથી પ્રથમ વર્ગ 25 - 30, બીજો વર્ગ 30 - 35 વર્ગેરે મળે. હવે છેલ્લો વર્ગ મહત્વમ અવલોકનની કિંમત ધરાવતો હોવો જોઈએ. અહીં તે 55 - 60 થશે. અહીં એ સ્પષ્ટ કરવું જરૂરી છે કે, આપેલ અવગાંઝૂત માહિતી માટે આ સિવાયના વર્ગોવાળું આવૃત્તિ-વિતરણ પણ બનાવી શકાય છે.

હવે આપેલ અવગાંઝૂત માહિતીનાં અવલોકનોની કિંમતોને જુદા જુદા વર્ગોમાં આવૃત્તિ ચિહ્નો દ્વારા વિતરીત કરવામાં આવે છે.

શાળામાં નોકરી કરતા 50 કર્મચારીઓની ઉંમર દર્શાવતું નિવારક સતત આવૃત્તિ-વિતરણ

કર્મચારીઓની ઉંમર (વર્ષમાં) (નિવારક વર્ગો)	આવૃત્તિ ચિહ્ન	કર્મચારીઓની સંખ્યા આવૃત્તિ (f)
25 - 30		3
30 - 35		8
35 - 40		10
40 - 45		5
45 - 50		15
50 - 55		8
55 - 60		1
કુલ		50

ઉદાહરણ 2 : એક સુપર મોલમાં ચાર અઠવાડિયા દરમિયાન થયેલ વેચાણના આંકડા (હજાર રૂપિયામાં) નીચે મુજબ છે :

228	125	100	90	115	125	230
220	130	80	95	160	180	200
200	128	120	85	185	140	265
230	135	127	100	145	150	210

આ માહિતીને 8 વર્ગોમાં વિભાજિત કરતા આવૃત્તિ-વિતરણની રચના કરો.

આપેલ માહિતીનો ચલ વેચાણ (હજાર રૂપિયામાં) એ સતત ચલ તરીકે લઈશું. તેમજ વર્ગોની સંખ્યા $K = 8$ આપેલ છે.

$$\begin{aligned}\text{માહિતીનો વિસ્તાર } R &= \text{મહત્તમ કિંમત} - \text{લધુતમ કિંમત} \\ &= 265 - 80 \\ &= 185\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore \text{વર્ગની વર્ગલંબાઈ } C &= \frac{\text{વિસ્તાર}}{\text{વર્ગોની સંખ્યા}} = \frac{R}{K} \\ &= \frac{185}{8} \\ &= 23.125\end{aligned}$$

\therefore અહીં ગણતરીની સરળતા માટે વર્ગની વર્ગલંબાઈ $C \approx 25$ લેવી જોઈએ ($C \cdot K \geq R$)

પ્રથમ વર્ગની નીચલી સીમા 75 અને ઉપલી સીમા 100 લેતાં લધુતમ અવલોકન 80ને સમાવે તેવો પ્રથમ વર્ગ 75 - 100 થાય. તે જ રીતે છેલ્લો વર્ગ 250 - 275 થાય, જે મહત્તમ અવલોકન 265ને સમાવે છે.

સુપર મોલમાં ચાર અઠવાડિયા દરમિયાન થયેલ વેચાણ (હજાર રૂપિયામાં) દર્શાવતું નિવારક સતત આવૃત્તિ-વિતરણ

વસ્તુનું વેચાણ (હજાર રૂપિયા) વર્ગો	આવૃત્તિ ચિહ્ન	દિવસોની સંખ્યા આવૃત્તિ (f)
75 - 100		4
100 - 125		4
125 - 150		8
150 - 175		2
175 - 200		2
200 - 225		4
225 - 250		3
250 - 275		1
કુલ		28

ઉદાહરણ 3 : એક બગીચામાં મોસમના 50 દિવસ દરમિયાન ગુલાબના જુદા જુદા છોડ પરથી દરરોજ ઊરેલાં ગુલાબોની સંખ્યા વિશે નીચેની માહિતી મળે છે. તે પરથી એક વર્ગ 30 - 39 હોય તેવું આવૃત્તિ-વિતરણ તૈયાર કરો.

34	35	37	39	39	54	52	69	71	75	74	76	84	96	23	33	51	39
26	46	65	65	53	53	72	71	84	94	34	24	99	19	18	27	17	38
45	55	57	66	82	85	35	19	18	28	47	52	64	75				

આપેલ માહિતીમાં ‘બગીચામાં ગુલાબના જુદા જુદા છોડ પર ઊરેલા ગુલાબોની સંખ્યા’ એ અસતત ચલ છે.

$$\begin{aligned}\text{માહિતીનો વિસ્તાર } R &= 99 - 17 \\ &= 82\end{aligned}$$

અહીં માહિતીનો વિસ્તાર મોટો છે અને ચલ અસતત છે તેથી અનિવારક સતત આવૃત્તિ-વિતરણ તૈયાર કરવું હિતાવહ છે. આપેલ વર્ગ 30 - 39ને અનિવારક વર્ગ લઈને સૌથી નાના અવલોકનની કિંમત 17 ધરાવતો વર્ગ 10 - 19 થાય, જ્યારે સૌથી મોટા અવલોકનની કિંમત ધરાવતો વર્ગ 90 - 99 થાય.

મોસમના 50 દિવસો દરમિયાન બળીયામાં જુદા જુદા છોડ પર ઉગેલ ગુલાબની સંખ્યાનું અનિવારક સતત આવૃત્તિ-વિતરણ

ગુલાબની સંખ્યા (અનિવારક વર્ગો)	આવૃત્તિ ચિહ્ન	દિવસોની સંખ્યા આવૃત્તિ (f)
10 - 19		5
20 - 29		5
30 - 39		10
40 - 49		3
50 - 59		8
60 - 69		5
70 - 79		7
80 - 89		4
90 - 99		3
	કુલ	50

ઉદાહરણ 4 : ઉદાહરણ તમાં મેળવેલ અનિવારક આવૃત્તિ-વિતરણ માટે

(i) નિવારક આવૃત્તિ-વિતરણ મેળવો તેમજ (ii) દરેક વર્ગની મધ્યકિંમત દર્શાવતું આવૃત્તિ-વિતરણ લખો.

(i) ઉપરના ઉદાહરણ તમાં બીજા વર્ગની નીચલી સીમા 20 અને પ્રથમ વર્ગની ઉપલી સીમા 19 છે તેથી બીજા વર્ગની અધ્ય: સીમા બિંદુ = $\frac{20+19}{2} = 19.5$ અને તે વર્ગની ઉર્ધ્વ સીમાબિંદુ = $19.5 + 10 = 29.5$ તેથી બીજા વર્ગની સીમાબિંદુઓ 19.5 - 29.5 અને પ્રથમ વર્ગની સીમાબિંદુઓ 9.5 - 19.5 થશે.

આ ગણતરી વૈકલ્પિક રીતે નીચે પ્રમાણે છે :

પ્રથમ વર્ગની ઉપલી સીમા 19 અને ત્યાર પદ્ધીના વર્ગની નીચલી સીમા 20 છે. હવે આ બંને સીમાઓના તફાવત (20 - 19 = 1) ને 2 વડે ભાગતા 0.5 મળે છે. તેથી દરેક વર્ગની નીચલી સીમામાંથી 0.5 બાદ કરતા અને ઉપલી સીમામાં 0.5 ઉમેરતા દરેક વર્ગ માટે અનુકૂમે અધ્ય: સીમાબિંદુ અને ઉર્ધ્વ સીમાબિંદુ મળે જે નીચે પ્રમાણે દર્શાવી શકાય :

ગુલાબની સંખ્યા (નિવારક વર્ગો)	દિવસો આવૃત્તિ (f)
9.5 - 19.5	5
19.5 - 29.5	5
29.5 - 39.5	10
39.5 - 49.5	3
49.5 - 59.5	8
59.5 - 69.5	5
69.5 - 79.5	7
79.5 - 89.5	4
89.5 - 99.5	3
કુલ	50

(ii) વર્ગની મધ્ય કિંમત એ તે વર્ગની ઉપલી સીમા અને નીચલી સીમાઓની સરેરાશ દ્વારા મેળવાય છે. તેથી દરેક વર્ગની મધ્યકિંમત દર્શાવતું આવૃત્તિ-વિતરણ નીચે મુજબ થાય :

ગુલાબની સંખ્યા (અનિવારક વર્ગ)	મધ્યકિંમત $= \frac{\text{ઉપલી સીમા} + \text{નીચલી સીમા}}{2}$	દિવસો આવૃત્તિ (f)
10 - 19	$\frac{10+19}{2} = 14.5$	5
20 - 29	$\frac{20+29}{2} = 24.5$	5
30 - 39	$\frac{30+39}{2} = 34.5$	10
40 - 49	$\frac{40+49}{2} = 44.5$	3
50 - 59	$\frac{50+59}{2} = 54.5$	8
60 - 69	$\frac{60+69}{2} = 64.5$	5
70 - 79	$\frac{70+79}{2} = 74.5$	7
80 - 89	$\frac{80+89}{2} = 84.5$	4
90 - 99	$\frac{90+99}{2} = 94.5$	3
	કુલ	50

ઉદાહરણ 5 : કોઈ એક માહિતી માટે અનિયમિત આવૃત્તિ-વિતરણ નીચે મુજબ મળે છે. તે પરથી દરેક વર્ગની વર્ગલંબાઈ તેમજ મધ્યકિંમત દર્શાવતું આવૃત્તિ-વિતરણ તૈયાર કરો.

વર્ગ	0 - 20	20 - 50	50 - 70	70 - 90	90 - 100	કુલ
આવૃત્તિ	20	30	30	15	5	100

દરેક વર્ગની વર્ગલંબાઈ તેમજ મધ્યકિંમત દર્શાવતું આવૃત્તિ-વિતરણ નીચે મુજબ છે :

વર્ગ	વર્ગલંબાઈ	મધ્યકિંમત	આવૃત્તિ
0 - 20	$20 - 0 = 20$	$\frac{0+20}{2} = 10$	20
20 - 50	$50 - 20 = 30$	$\frac{20+50}{2} = 35$	30
50 - 70	$70 - 50 = 20$	$\frac{50+70}{2} = 60$	30
70 - 90	$90 - 70 = 20$	$\frac{70+90}{2} = 80$	15
90 - 100	$100 - 90 = 10$	$\frac{90+100}{2} = 95$	5
	કુલ		100

પ્રવૃત્તિ

તમારા રહેણાંની આસપાસનાં 30 ધરોમાં રહેતી સૌથી મોટી ઉંમરની વક્તિની ઊંચાઈ વિશે માહિતી મેળવો તેમજ તેનું આવૃત્તિ-વિતરણ તૈયાર કરો.

2.2.1.3 સંચયી આવૃત્તિ-વિતરણ (Cumulative Frequency Distribution)

ચલની જાળીતી કિંમત કે વર્ગની આવૃત્તિ અને તેની આગળની બધી જ કિંમત કે વર્ગની આવૃત્તિઓના સરવાળાને સંચયી આવૃત્તિ (cf) કહે છે અને તેના વિતરણને સંચયી આવૃત્તિ-વિતરણ કહે છે.

આપેલ ચલની કિંમત કે આપેલ વર્ગની બીજી સીમાબિંદુથી ઓછી કિંમત ધરાવતાં અવલોકનોને સમાવતા બધી જ કિંમતો કે વર્ગની આવૃત્તિઓના સરવાળાને ‘થી ઓછા’ પ્રકારની સંચયી આવૃત્તિ કહે છે અને તેના વિતરણને ‘થી ઓછા’ પ્રકારનું સંચયી આવૃત્તિ-વિતરણ (‘less than’ type cumulative frequency distribution) કહે છે.

આપેલ ચલની કિંમત કે આપેલ વર્ગની અધઃ સીમાબિંદુ જેટલી કે તેથી વધુ કિંમત ધરાવતાં અવલોકનોને સમાવતા બધી જ કિંમતો કે વર્ગની આવૃત્તિને ‘થી વધુ’ પ્રકારની સંચયી આવૃત્તિ કહે છે અને તેના વિતરણને ‘થી વધુ’ પ્રકારનું સંચયી આવૃત્તિ-વિતરણ (‘more than’ type cumulative frequency distribution) કહે છે.

આપેલ અસતત ચલની કિંમતને ધ્યાનમાં રાખીને જો સંચયી આવૃત્તિ-વિતરણ મેળવવામાં આવે તો તેને અસતત સંચયી આવૃત્તિ-વિતરણ (discrete cumulative frequency distribution) કહેવામાં આવે છે જ્યારે વર્ગ અંતરાલના સીમાબિંદુઓને ધ્યાનમાં રાખીને વિતરણ મેળવવામાં આવે તો તેને સતત સંચયી આવૃત્તિ-વિતરણ (continuous cumulative frequency distribution) કહેવામાં આવે છે.

ઉદાહરણ 6 : એક વિસ્તારમાં રહેતાં 50 કુટુંબોમાં બાળકોની સંખ્યા વિશે એકઠી કરેલી માહિતી માટે નીચે પ્રમાણેનું વિતરણ મળો છે :

બાળકોની સંખ્યા (x)	0	1	2	3	કુલ
કુટુંબોની સંખ્યા (f)	10	25	12	3	50

આ માટે ‘થી ઓછા’ અને ‘થી વધુ’ પ્રકારનાં સંચયી આવૃત્તિ-વિતરણો મેળવો.

અહીં અસતત ચલ માટેનું આવૃત્તિ-વિતરણ આપેલ છે તેથી ‘થી ઓછા’ અને ‘થી વધુ’ પ્રકારનું અસતત સંચયી આવૃત્તિ-વિતરણ નીચે મુજબ મેળવી શકાય :

‘થી ઓછા’ પ્રકારનું અસતત સંચયી આવૃત્તિ-વિતરણ

બાળકોની સંખ્યા x	કુટુંબોની સંખ્યા f	x કે તેથી ઓછા બાળકો ($\leq x$)	સંચયી આવૃત્તિ (cf)
0	10	0	$10 = 10$
1	25	1	$10 + 25 = 35$
2	12	2	$10 + 25 + 12 = 47$
3	3	3	$10 + 25 + 12 + 3 = 50$
કુલ	50		

‘થી વધુ’ પ્રકારનું અસતત સંચયી આવૃત્તિ-વિતરણ

બાળકોની સંખ્યા <i>x</i>	કુટુંબોની સંખ્યા <i>f</i>	<i>x</i> કે તેથી વધુ બાળકો $(\geq x)$	સંચયી આવૃત્તિ (cf)
0	10	0	$3 + 12 + 25 + 10 = 50$
1	25	1	$3 + 12 + 25 = 40$
2	12	2	$3 + 12 = 15$
3	3	3	= 3
કુલ	50		

ઉદાહરણ 7 : 500 વ્યક્તિઓની માસિક આવકનું વિતરણ નીચે મુજબ છે. તે પરથી ‘થી ઓછા’ અને ‘થી વધુ’ પ્રકારનાં આવૃત્તિ-વિતરણો બનાવો :

માસિક આવક (હજાર રૂ)	25 - 30	30 - 35	35 - 40	40 - 45	45 - 50	50 - 55	55 - 60	કુલ
વ્યક્તિઓની સંખ્યા (f)	30	80	100	50	150	80	10	500

500 વ્યક્તિઓની માસિક આવક દર્શાવતું નિવારક સતત આવૃત્તિ-વિતરણ આપેલ છે અને તેના પરથી ‘થી ઓછા’ પ્રકારનું સંચયી આવૃત્તિ-વિતરણ દરેક વર્ગના ઉર્ધ્વ સીમાબિંદુને ધ્યાનમાં રાખીને નીચે મુજબ બનાવી શકાય. અહીં સ્પષ્ટ છે કે ₹ 25,000 થી ઓછી આવક ધરાવતી વ્યક્તિ માહિતીમાં નથી. તે દર્શાવવા માટે પ્રથમ વર્ગની અધઃ સીમાબિંદુને તેની આગળના વર્ગની ઉર્ધ્વ સીમાબિંદુ તરીકે લઈ તેની આવૃત્તિ શૂન્ય લેવામાં આવે છે.

500 વ્યક્તિઓની માસિક આવક દર્શાવતું ‘થી ઓછા’ પ્રકારનું સંચયી આવૃત્તિ-વિતરણ

ઉર્ધ્વ સીમાબિંદુ ‘થી ઓછા’ માસિક આવક (હજાર રૂપિયા)	‘થી ઓછા’ સંચયી આવૃત્તિ <i>cf</i>	
25	0	= 0
30	0 + 30	= 30
35	0 + 30 + 80	= 110
40	0 + 30 + 80 + 100	= 210
45	0 + 30 + 80 + 100 + 50	= 260
50	0 + 30 + 80 + 100 + 50 + 150	= 410
55	0 + 30 + 80 + 100 + 50 + 150 + 80	= 490
60	0 + 30 + 80 + 100 + 50 + 150 + 80 + 10	= 500

દરેક વર્ગની અધઃ સીમાબિંદુને ધ્યાનમાં રાખીને નીચે મુજબ ‘થી વધુ’ પ્રકારનું સંચયી આવૃત્તિ-વિતરણ બનાવી શકાય. અહીં માહિતીમાં ₹ 60,000 થી વધુ આવક ધરાવતી વ્યક્તિ નથી તે દર્શાવવા માટે છેલ્લા વર્ગની ઉર્ધ્વસીમાને તે પદ્ધીના વર્ગની અધઃસીમા તરીકે લઈ તેની આવૃત્તિ શૂન્ય દર્શાવવામાં આવે છે.

500 વ્યક્તિઓની માસિક આવક દર્શાવતું ‘થી વધુ’ પ્રકારની સંચયી આવૃત્તિ-વિતરણ

અધ: સીમાબિંદુ કે તેથી વધુ માસિક આવક (હજાર રૂપિયા)	‘થી વધુ’ પ્રકારની સંચયી આવૃત્તિ
25	$10 + 80 + 150 + 50 + 100 + 80 + 30 = 500$
30	$10 + 80 + 150 + 50 + 100 + 80 = 470$
35	$10 + 80 + 150 + 50 + 100 = 390$
40	$10 + 80 + 150 + 50 = 290$
45	$10 + 80 + 150 = 240$
50	$10 + 80 = 90$
55	$10 = 10$
60	$0 = 0$

ઉદાહરણ 8 : 90 દિવસના સમયગાળા દરમિયાન એક આંતરરાષ્ટ્રીય હોટલમાં રૂમની દેનિક માંગનું આવૃત્તિ-વિતરણ નીચે મુજબ છે. તે પરથી ‘થી ઓછા’ અને ‘થી વધુ’ પ્રકારના સંચયી આવૃત્તિ-વિતરણો મેળવો :

રૂમની માંગ	1 - 50	51 - 100	101 - 150	151 - 200	201 - 250	કુલ
દિવસોની સંખ્યા	10	20	30	18	12	90

સૌપ્રથમ આપેલ અનિવારક સતત આવૃત્તિ-વિતરણને નિવારક સતત આવૃત્તિ-વિતરણમાં નીચે પ્રમાણે દર્શાવી શકાય :

રૂમની માંગ	દિવસોની સંખ્યા
0.5 - 50.5	10
50.5 - 100.5	20
100.5 - 150.5	30
150.5 - 200.5	18
200.5 - 250.5	12
કુલ	90

ઉપરના નિવારક વર્ગો પરથી નીચે મુજબ ‘થી ઓછા’ અને ‘થી વધુ’ પ્રકારનું સંચયી આવૃત્તિ-વિતરણ મેળવી શકાય.

90 દિવસ દરમિયાન હોટલમાં રૂમની માંગ દર્શાવતું ‘થી ઓછા’ પ્રકારનું સંચયી આવૃત્તિ-વિતરણ

ઉધ્વ સીમાબિંદુથી ઓછી માંગ	‘થી ઓછા’ પ્રકારની સંચયી આવૃત્તિ
0.5	$0 = 0$
50.5	$0 + 10 = 10$
100.5	$0 + 10 + 20 = 30$
150.5	$0 + 10 + 20 + 30 = 60$
200.5	$0 + 10 + 20 + 30 + 18 = 78$
250.5	$0 + 10 + 20 + 30 + 18 + 12 = 90$

90 દિવસ દરમિયાન હોટલમાં રૂમની માંગ દર્શાવતું ‘થી વધુ’ પ્રકારનું સંચયી આવૃત્તિ-વિતરણ

અધ: સીમાબિંદુ કે તેથી વધુ માંગ	‘થી વધુ’ પ્રકારની સંચયી આવૃત્તિ
0.5	$12 + 18 + 30 + 20 + 10 = 90$
50.5	$12 + 18 + 30 + 20 = 80$
100.5	$12 + 18 + 30 = 60$
150.5	$12 + 18 = 30$
200.5	$12 = 12$
250.5	$0 = 0$

ઉદાહરણ 9 : 50 વ્યક્તિઓનું વજન (કિગ્રામાં) ‘થી ઓછા’ સંચયી આવૃત્તિ-વિતરણાં સ્વરૂપમાં નીચેના કોષ્ટકમાં આપેલ છે.

બેધ સીમાબિંદુથી ઓછું વજન (કિગ્રા)	સંચયી આવૃત્તિ
30	0
35	7
40	15
45	30
50	38
55	44
60	47
65	49
70	50

- (i) કેટલી વ્યક્તિઓનું વજન 45 કિગ્રાથી ઓછું હશે ?
- (ii) કેટલી વ્યક્તિઓનું વજન 50 કિગ્રાથી 65 કિગ્રાની વચ્ચે હશે ?
- (iii) મૂળ આવૃત્તિ-વિતરણ મેળવો.
- (i) કોષ્ટક પરથી સ્પષ્ટ જણાય છે કે, 30 વ્યક્તિઓનું વજન 45 કિગ્રાથી ઓછું હશે.
- (ii) 65 કિગ્રાથી ઓછું વજન ધરાવતી વ્યક્તિઓની સંખ્યા $= 49$
- 50 કિગ્રાથી ઓછું વજન ધરાવતી વ્યક્તિઓની સંખ્યા $= 38$
- $\therefore 50$ થી 65 કિગ્રાની વચ્ચે વજન ધરાવતી વ્યક્તિઓની સંખ્યા $= 49 - 38 = 11$

(iii) 50 વ્યક્તિઓનું વજન દર્શાવતું મૂળ આવૃત્તિ-વિતરણ નીચે પ્રમાણે મેળવી શકાય :

વજન (વર્ગ)	વ્યક્તિઓની સંખ્યા (આવૃત્તિ)
30 - 35	7 - 0 = 7
35 - 40	15 - 7 = 8
40 - 45	30 - 15 = 15
45 - 50	38 - 30 = 8
50 - 55	44 - 38 = 6
55 - 60	47 - 44 = 3
60 - 65	49 - 47 = 2
65 - 70	50 - 49 = 1
કુલ	50

ઉદાહરણ 10 : નીચે આપેલ ‘થી વધુ’ પ્રકારના સંચયી આવૃત્તિ-વિતરણ પરથી

- (i) 40 કે તેથી વધુ ઉભર ધરાવતી વ્યક્તિઓની સંખ્યા (ii) 40 થી ઓછી ઉભર ધરાવતી વ્યક્તિઓની સંખ્યા શોધો. (iii) મૂળ આવૃત્તિ-વિતરણ શોધો.

ઉભર અધઃ સીમા-બિંદુ કે તેથી વધુ	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70
વ્યક્તિઓની સંચયી આવૃત્તિ	100	96	87	70	45	25	14	6	1	0

- (i) 40 કે તેથી વધુ ઉભર ધરાવતી વ્યક્તિઓની સંખ્યા = 70
(ii) કુલ આવૃત્તિ = 100
ઉભર 40 થી ઓછી વ્યક્તિઓની સંખ્યા = કુલ વ્યક્તિઓ - 40 કે તેથી વધુ ઉભર ધરાવતી વ્યક્તિઓની સંખ્યા
= 100 - 70 = 30
(iii) મૂળ આવૃત્તિ-વિતરણ નીચે મુજબ મળી શકે :

ઉભર વર્ગ	વ્યક્તિઓની સંખ્યા આવૃત્તિ
25 - 30	100 - 96 = 4
30 - 35	96 - 87 = 9
35 - 40	87 - 70 = 17
40 - 45	70 - 45 = 25
45 - 50	45 - 25 = 20
50 - 55	25 - 14 = 11
55 - 60	14 - 6 = 8
60 - 65	6 - 1 = 5
65 - 70	1 - 0 = 1
કુલ	100

સતત આવૃત્તિ-વિતરણની રચના માટેના મુદ્દા :

આપેલી અવગાર્કૃત માહિતી પરથી સતત આવૃત્તિ-વિતરણ તૈયાર કરતી વખતે ધ્યાનમાં રાખવા જેવા કેટલાક અગત્યના મુદ્દાઓ નીચે પ્રમાણે છે :

(1) સામાન્ય સંજોગોમાં સતત આવૃત્તિ-વિતરણમાં વર્ગોની સંખ્યા ઓછામાં ઓછી 6 અને વધુમાં વધુ 15 રાખવામાં આવે છે. વિશિષ્ટ સંજોગોમાં આપેલી માહિતીને આધારે આ સિવાયની સંખ્યાના વર્ગો ધરાવતું સતત આવૃત્તિ-વિતરણ બનાવી શકાય છે.

(2) વર્ગોની સંખ્યાને K વડે દર્શાવીશું.

(3) આપેલી અવગાર્કૃત માહિતીનો વિસ્તાર (R) મેળવવામાં આવે છે.

વિસ્તાર $R =$ અવલોકનની મહત્તમ કિંમત – અવલોકનની લઘુતમ કિંમત

(4) વર્ગલંબાઈ ‘ C ’ ની કિંમત નક્કી કરવા માટે

$$C = \frac{R}{K} = \frac{\text{વિસ્તાર}}{\text{વર્ગોની સંખ્યા}} \text{ ની મદદથી એવી કિંમત નક્કી કરો કે જેથી } C \cdot K \geq R \text{ થાય.}$$

(5) અવગાર્કૃત માહિતીના લઘુતમ અવલોકનની કિંમતને સમાવતી હોય તે પ્રમાણે પ્રથમ વર્ગની વર્ગ સીમાઓ મેળવો અને તાર બાદ વર્ગ-લંબાઈને આધારે બાકીના વર્ગોની વર્ગ સીમાઓ મેળવો. છેલ્લા વર્ગની વર્ગ સીમાઓ આપેલ અવગાર્કૃત માહિતીના મહત્તમ અવલોકનને સમાવતી હોય તે રીતે બનાવવામાં આવે છે. સામાન્ય સંજોગોમાં વર્ગોની વર્ગલંબાઈ સમાન રાખવામાં આવે છે. પરંતુ જ્યારે માહિતીનો પ્રસાર (વિસ્તાર) ખૂબ જ મોટો હોય ત્યારે અનિયમિત વર્ગલંબાઈ રાખવામાં આવે છે.

(6) જ્યારે આવૃત્તિ-વિતરણના વર્ગની મધ્ય કિંમત અને વર્ગની વર્ગલંબાઈ આપેલી હોય ત્યારે વર્ગ સીમાબિંદુઓ મેળવવા માટે નીચેનાં સૂત્રોનો ઉપયોગ થાય છે :

$$\text{વર્ગનું અધઃ સીમાબિંદુ} = \text{મધ્યકિંમત} - \frac{1}{2} (\text{વર્ગલંબાઈ})$$

$$\text{વર્ગનું ઊર્ધ્વ સીમાબિંદુ} = \text{મધ્યકિંમત} + \frac{1}{2} (\text{વર્ગલંબાઈ})$$

(7) સતત માહિતી માટે સામાન્ય રીતે નિવારક વર્ગો બનાવવામાં આવે છે. જ્યારે અસતત માહિતીનો વિસ્તાર ખૂબ જ મોટો હોય ત્યારે તેને માટે અનિવારક વર્ગો બનાવવાની સામાન્ય પ્રણાલી છે.

(8) અનિવારક સતત આવૃત્તિ-વિતરણ પરથી સંચયી આવૃત્તિ બનાવતી વખતે અનિવારક વર્ગોને નિવારક વર્ગોમાં ફેરવવામાં આવે છે.

(9) આપેલ સતત આવૃત્તિ-વિતરણ પરથી ‘થી ઓછા’ પ્રકારનું સંચયી આવૃત્તિ-વિતરણ મેળવવા પ્રથમ વર્ગની અધઃ સીમાબિંદુને તેની આગળના વર્ગની ઊર્ધ્વ સીમાબિંદુ તરીકે લઈ તેની આવૃત્તિ શૂન્ય દર્શાવવામાં આવે છે, જ્યારે ‘થી વધુ’ પ્રકારની સંચયી આવૃત્તિમાં છેલ્લા વર્ગની ઊર્ધ્વ સીમાબિંદુને તેના પછીના વર્ગની અધઃ સીમાબિંદુ તરીકે લઈ તેની આવૃત્તિ શૂન્ય દર્શાવવામાં આવે છે.

નોંધ : અવગાર્કૃત માહિતી પરથી સતત આવૃત્તિ-વિતરણ તૈયાર કરવાથી મૂળ માહિતીને બદલે તેની લગભગ કિંમતનો ગણતરીમાં ઉપયોગ થાય છે. દા.ત., કોઈ એક અવલોકનનું મૂલ્ય 8 હોય તો તેને ધારો કે વર્ગ 0 - 10માં નોંધીશું તેથી મૂળ માહિતી 8 નું વર્ગ 0 - 10માં વિલીનીકરણ થાય છે. વર્ગાકરણથી માહિતીનાં અવલોકનોના પ્રસારનું વલાણ તેમ જ અન્ય લાક્ષણિકતાઓનો સહેલાઈથી ખ્યાલ મળે છે.

ઉદાહરણ 11 : કોઈ એક ટ્રોન્સપોર્ટ કંપનીના 250 ડ્રાઇવરની ઉંમર વિશે નીચેની માહિતી મળે છે. તે પરથી સમાન વર્ગલંબાઈવાળું સતત આવૃત્તિ-વિતરણ મેળવો.

ડ્રાઇવરની ઉંમરના વર્ગની મધ્યકિંમત	22.5	27.5	32.5	37.5	42.5	47.5
ડ્રાઇવરની સંખ્યા (આવૃત્તિ f)	25	30	50	80	50	15

‘ડ્રાઇવરની ઉંમર’ એ સતત ચલ છે. તેથી નિવારક સતત આવૃત્તિ-વિતરણ બનાવવું ડિતાવહ છે.

બે કમિક મધ્ય કિંમતો વચ્ચેનો તફાવત 5 છે. તેથી $C = 5$

$$\text{પ્રથમ વર્ગ માટે નીચલી સીમા} = \text{મધ્યકિંમત} - \frac{1}{2} \text{ (વર્ગલંબાઈ)}$$

$$= 22.5 - \frac{1}{2} (5)$$

$$= 22.5 - 2.5$$

$$= 20$$

$$\text{પ્રથમ વર્ગ માટે ઉપલી સીમા} = \text{મધ્યકિંમત} + \frac{1}{2} \text{ (વર્ગલંબાઈ)}$$

$$= 22.5 + \frac{1}{2} (5)$$

$$= 22.5 + 2.5$$

$$= 25$$

\therefore પ્રથમ વર્ગ 20–25 થાય અને તે જ પ્રમાણે બાકીના વર્ગોની વર્ગસીમાઓ મેળવી શકાય.

250 ડ્રાઇવરની ઉંમર દર્શાવતું નિવારક સતત આવૃત્તિ-વિતરણ

ડ્રાઇવરની ઉંમર	20 - 25	25 - 30	30 - 35	35 - 40	40 - 45	45 - 50	કુલ
ડ્રાઇવરની સંખ્યા	25	30	50	80	50	15	250

ઉદાહરણ 12 : 500 પાનાંના એક પુસ્તકમાં પાનાંટીઠ મળેલ ભૂલોની સંખ્યા વિશે નીચેની માહિતી મળે છે તે પરથી અનિવારક સતત આવૃત્તિ-વિતરણ મેળવો.

પાનાંટીઠ ભૂલોના વર્ગની મધ્યકિંમત	0.5	2.5	4.5	6.5	8.5
પાનાંની સંખ્યા (f)	380	100	12	6	2

પુસ્તકના પાના પર ભૂલની સંખ્યા એ અસતત ચલ છે.

બે કમિક મધ્યકિંમતો વચ્ચેનો તફાવત 2 છે તેથી વર્ગલંબાઈ $C = 2$

$$\text{પ્રથમ વર્ગની નીચલી સીમા} = \text{મધ્યકિંમત} - \frac{1}{2} \text{ વર્ગલંબાઈ}$$

$$= 0.5 - \frac{1}{2} (2)$$

$$= - 0.5$$

$$\text{પ્રથમ વર્ગની ઉપલી સીમા} = \text{મધ્યકિંમત} + \frac{1}{2} \text{ વર્ગલંબાઈ}$$

$$= 0.5 + \frac{1}{2} (2)$$

$$= 0.5 + 1$$

$$= 1.5$$

\therefore પ્રથમ વર્ગ – 0.5 થી 1.5 થશે.

તે જ પ્રમાણે અન્ય વર્ગો નીચે પ્રમાણે મેળવી શકાય :

પાનાંટીઠ ભૂલની સંખ્યા	- 0.5 - 1.5	1.5 - 3.5	3.5 - 5.5	5.5 - 7.5	7.5 - 9.5	કુલ
પાનાંની સંખ્યા (f)	380	100	12	6	2	500

ઉપરના નિવારક સતત આવૃત્તિ-વિતરણને અનિવારક સતત આવૃત્તિ-વિતરણમાં ફેરવવા માટે અધઃ સીમાબિંદુમાં 0.5 ઉમેરવા અને ગ્રાફ સીમાબિંદુમાંથી 0.5 બાદ કરતાં અનિવારક આવૃત્તિ-વિતરણ નીચે મુજબ મળે :

પુસ્તકના પાનાઈઠ ભૂલોની સંખ્યા દર્શાવતું અનિવારક સતત આવૃત્તિ-વિતરણ

ભૂલોની સંખ્યા	0 - 1	2 - 3	4 - 5	6 - 7	8 - 9	કુલ
પાનાંની સંખ્યા	380	100	12	6	2	500

નોંધ : નિવારક આવૃત્તિ-વિતરણને અનિવારક આવૃત્તિ-વિતરણમાં ફેરવવા માટે જે અચલાંકને અધઃ સીમાબિંદુમાં ઉમેરવામાં આવે છે તેમ જ ઊર્ધ્વ સીમાબિંદુમાંથી બાદ કરવામાં આવે છે તે અચલાંક આપેલ માહિતીને આધારે નક્કી કરવામાં આવે છે.

ઉદાહરણ 13 : એપ્રિલ મહિના દરમિયાન કોઈ એક ઈલેક્ટ્રોનિક્સની દુકાનમાં દુકાનદારે દિવસ દરમિયાન વેચેલાં ઉપકરણોની સંખ્યા નીચે મુજબ છે. કોઈ એક વર્ગ 60 - 70 હોય તેવું નિવારક સતત આવૃત્તિ-વિતરણ મેળવો તેમજ તે પરથી

- (i) સૌથી વધુ ઉપકરણો વેચાયાં હોય તેવા દિવસોની સંખ્યા કહો.
- (ii) સૌથી વધુ દિવસ કેટલાં ઉપકરણોનું વેચાણ થયું હશે તે જણાવો.

54	58	52	73	57	39	46	64	49	53	75	34	57	68	51
44	34	40	82	88	80	36	85	66	58	41	62	72	80	81

દિવસ દરમિયાન વેચાયેલ ઉપકરણોની સંખ્યા જે અસતત ચલ છે. પરંતુ અહીં સ્પષ્ટ કહેવામાં આવ્યું છે કે, એક વર્ગ 60 - 70 હોય તેવું નિવારક સતત આવૃત્તિ-વિતરણ બનાવો.

પ્રથમ વર્ગ = સૌથી નાની કિંમત (34) ધરાવતો વર્ગ = 30 - 40

છેલ્લો વર્ગ = સૌથી મોટી કિંમત (88) ધરાવતો વર્ગ = 80 - 90

એપ્રિલ માસ દરમિયાન ઈલેક્ટ્રોનિક્સ દુકાનમાં વેચાયેલ ઉપકરણોની સંખ્યા દર્શાવતું નિવારક સતત આવૃત્તિ-વિતરણ

વેચાયેલ ઉપકરણોની સંખ્યા (નિવારક વર્ગ)	આવૃત્તિ ચિહ્ન	દિવસોની સંખ્યા આવૃત્તિ (f)
30 - 40		4
40 - 50		5
50 - 60		8
60 - 70		4
70 - 80		3
80 - 90		6
	કુલ	30

(i) સૌથી વધુ 80 થી 90 ઉપકરણો વેચાયાં હોય તેવા કુલ 6 દિવસો છે.

(ii) સૌથી વધુ 8 દિવસ દરમિયાન થયેલ ઉપકરણોનું વેચાણ 50 થી 60 એકમો છે.

ઉદાહરણ 14 : એક વિસ્તારમાં રહેતી કુલ 300 વ્યક્તિઓમાંથી 30 વ્યક્તિઓનો એક નિર્દર્શ પસંદ કરી તેમની ઊંચાઈ (સેમીમાં) મેળવતાં નીચે પ્રમાણે માહિતી મળે છે :

163	148	151	162	145	152	149	158	153	149
150	152	145	141	162	168	148	158	149	141
146	155	159	150	161	153	162	160	154	165

- (i) આ માહિતીને 6 વર્ગમાં વિભાજિત કરો તેમજ દરેક વર્ગની મધ્યકિંમત શોધો.
- (ii) ‘થી ઓછા’ પ્રકારનું સંચયી આવૃત્તિ-વિતરણ મેળવો.
- (iii) કેટલા ટકા વ્યક્તિઓની ઊંચાઈ 155 સેમીથી ઓછી હશે ?
- (iv) ‘થી વધુ’ પ્રકારનું સંચયી આવૃત્તિ-વિતરણ મેળવો.
- (v) કેટલી વ્યક્તિઓની ઊંચાઈ 147 થી 157 સેમીની વચ્ચે હશે ?

(i) વ્યક્તિની ઊંચાઈ એ સતત ચલ છે.

માહિતીનો વિસ્તાર $R = 168 - 141$

$$= 27$$

વર્ગની સંખ્યા $K = 6$ (આપેલ છે.)

$$\text{વર્ગલંબાઈ } C = \frac{R}{K} = \frac{27}{6} = 4.5 \approx 5$$

300 વ્યક્તિઓના સમૂહમાંથી પસંદ થયેલ 30 વ્યક્તિઓની ઊંચાઈ (સેમીમાં) દર્શાવતું નિવારક સતત આવૃત્તિ-વિતરણ

ઊંચાઈ (સેમી) વર્ગ	આવૃત્તિ ચિહ્ન	વ્યક્તિઓની સંખ્યા આવૃત્તિ (f)	મધ્યકિંમત
140 - 145		2	142.5
145 - 150		8	147.5
150 - 155		8	152.5
155 - 160		4	157.5
160 - 165		6	162.5
165 - 170		2	167.5
કુલ		30	

(ii) 300 વ્યક્તિઓના સમૂહમાંથી યદચ્છ રીતે પસંદ કરેલ 30 વ્યક્તિઓની ઊંચાઈ દર્શાવતું ‘થી ઓછા’ પ્રકારનું સંચયી આવૃત્તિ-વિતરણ નીચે મુજબ થશે :

ઉધ્વ સીમાબિંદુ (થી ઓછા ઊંચાઈ)	‘થી ઓછા’ પ્રકારની સંચયી આવૃત્તિ (cf)
140	0 = 0
145	0 + 2 = 2
150	0 + 2 + 8 = 10
155	0 + 2 + 8 + 8 = 18
160	0 + 2 + 8 + 8 + 4 = 22
165	0 + 2 + 8 + 8 + 4 + 6 = 28
170	0 + 2 + 8 + 8 + 4 + 6 + 2 = 30

(iii) ઉપરના કોષ્ટક પરથી સ્પષ્ટ છે કે 155 સેમીથી ઓછી ઊંચાઈ ધરાવતી 18 વક્તિઓ છે.

$$\therefore \text{તેની ટકાવારી} = \frac{18}{30} \times 100 = 60 \%$$

(iv) ‘થી વધુ’ પ્રકારનું સંચયી આવૃત્તિ-વિતરણ નીચે પ્રમાણે મેળવી શકાય :

અધઃ સીમાબિંદુ કે તેથી વધુ ઊંચાઈ	‘થી વધુ’ પ્રકારની સંચયી આવૃત્તિ
140	$2 + 6 + 4 + 8 + 8 + 2 = 30$
145	$2 + 6 + 4 + 8 + 8 = 28$
150	$2 + 6 + 4 + 8 = 20$
155	$2 + 6 + 4 = 12$
160	$2 + 6 = 8$
165	$2 = 2$
170	$0 = 0$

(v) ઊંચાઈ 147 થી 157 સેમીની વચ્ચે હોય તેવી વક્તિઓની કુલ સંખ્યા શોધવા માટે મૂળ આવૃત્તિ-વિતરણને ધ્યાનમાં રાખીશું.
147 એ બીજા વર્ગ 145 - 150 માં છે જેની આવૃત્તિ 8 છે.

તેમજ જ્યારે વર્ગ (145 - 150)ની વર્ગલંબાઈ 5 હોય ત્યારે આવૃત્તિ 8 થાય.

તો વર્ગ (147 - 150)ની વર્ગલંબાઈ 3 હોય ત્યારે આવૃત્તિ $\frac{3}{5} \times 8 = 4.8$ થાય.

150 - 155ના વર્ગની આવૃત્તિ 8 છે અને 155 થી 157 ના વર્ગની આવૃત્તિ નીચે પ્રમાણે ગણી શકાય :

જ્યારે વર્ગલંબાઈ 5 (155 - 160) ત્યારે આવૃત્તિ 4

$$\therefore \text{જ્યારે વર્ગલંબાઈ } 2 (155 - 157) \text{ ત્યારે આવૃત્તિ} = \frac{2}{5} \times 4 = 1.6$$

$$\therefore 147 થી 157 સેમી ઊંચાઈ ધરાવતી વક્તિઓની કુલ સંખ્યા = 4.8 + 8 + 1.6 = 14.4 \approx 14$$

નોંધ : આપેલ અવગાર્કૃત માહિતી પરથી 147 થી 157 સેમીની વચ્ચે ઊંચાઈ ધરાવતી વક્તિઓની ગણતરી કરતાં 15 વક્તિઓ માલૂમ પડે છે અને ઉપર પ્રમાણે ગણતરી કરતાં 14 વક્તિઓ માલૂમ પડે છે. આ તફાવતનું કારણ સ્પષ્ટ છે કે જ્યારે અવગાર્કૃત માહિતીનું વર્ગાકરણ કરવામાં આવે છે ત્યારે મૂળ માહિતીની જગ્યાએ તેની લગભગ કિંમતનો ઉપયોગ થાય છે.

ઉદાહરણ 15 : બોમ્બે સ્ટોક એક્સચેન્જમાં નોંધાયેલી 40 જુદી જુદી કંપનીઓના શોરની કિંમતમાં દિવસ દરમિયાન થયેલ ફેરફારો નીચે પ્રમાણે છે, તો એક વર્ગની મધ્યકિંમત -1 અને નિયમિત વર્ગલંબાઈ 5 હોય તેવું અનિવારક સતત આવૃત્તિ-વિતરણ મેળવો :

- 8	8	7	16	8	22	6	10	- 7	5
3	- 4	9	- 11	11	16	9	- 3	- 11	2
5	- 6	10	- 6	13	- 5	3	- 7	12	0
7	6	12	- 5	21	0	4	- 10	14	- 2

કંપનીના શેરની કિંમતમાં થતો ફેરફાર એ સતત ચલ છે.

મધ્યકિંમત - 1 અને વર્ગલંબાઈ $C = 5$ હોય તેવા

$$\text{વર્ગની નીચલી સીમા} = \text{મ.કિ.} - \frac{1}{2} C$$

$$= -1 - \frac{1}{2} (5)$$

$$= -3.5$$

$$\text{તે વર્ગની ઉપલી સીમા} = \text{મ.કિ.} + \frac{1}{2} C$$

$$= -1 + \frac{1}{2} (5)$$

$$= 1.5$$

$$\text{તેથી તે વર્ગ} - 3.5 \text{ થી } 1.5 \text{ થાય, જે નિવારક છે. તેને અનિવારક વર્ગમાં ફેરવતા} - 3.5 + 0.5 \text{ થી } 1.5 - 0.5 \\ = -3 \text{ થી } 1$$

હવે આપેલ અવગાંકૃત માહિતીમાં લઘુતમ કિંમત -11 અને મહત્તમ કિંમત 22 છે. તેથી તે કિંમતોને સમાવે ત્યાં સુધીના વર્ગો ઉપર મેળવેલ વર્ગ પરથી બનાવી શકાય.

40 કંપનીઓના શેરના ભાવમાં થતા ફેરફારો દર્શાવતું અનિવારક સતત આવૃત્તિ-વિતરણ

શેરની કિંમતમાં થતા ફેરફારો	આવૃત્તિ ચિહ્ન	કંપનીની સંખ્યા (f)
-13 થી -9		3
-8 થી -4		8
-3 થી 1		4
2 થી 6		8
7 થી 11		9
12 થી 16		6
17 થી 21		1
22 થી 26		1
	કુલ	40

ઉદાહરણ 16 : એક ખાનગી કંપનીમાં કામ કરતા 24 કર્મચારીઓનું માસિક વેતન (રૂપિયામાં) નીચે પ્રમાણે છે તેને યોગ્ય આવૃત્તિ-વિતરણમાં દર્શાવો :

3000, 3500, 4200, 5600, 7500, 9100, 10600, 16200, 18100, 24000, 30000, 36000

3200, 3800, 5200, 7000, 8400, 9600, 12800, 17700, 22750, 24900, 34000, 40000

કર્મચારીનું 'માસિક વેતન'ને સતત ચલ તરીકે લઈશું. તેમજ માહિતીનો વિસ્તાર $R = 40000 - 3000 = 37000$ જે ખૂબ જ મોટો છે તેથી અસમાન વર્ગલંબાઈવાણું આવૃત્તિ-વિતરણ બનાવવું જોઈએ. જુદા જુદા વર્ગની વર્ગલંબાઈ આપેલી માહિતીના અભ્યાસ પરથી નક્કી કરી શકાય.

કંપનીના 24 કર્મચારીઓનું માસિક વેતન દર્શાવતું અસમાન વર્ગલંબાઈવાળું સતત આવૃત્તિ-વિતરણ

કર્મચારીનું વેતન વર્ગ	આવૃત્તિ ચિહ્ન	કર્મચારીની સંખ્યા આવૃત્તિ (f)
3000 - 5000		5
5000 - 10000		7
10000 - 20000		5
20000 - 25000		3
25000 - 45000		4
	કુલ	24

નોંધ : અહીં ઉપર બનાવેલ વર્ગો સિવાયના વર્ગો ધરાવતું આવૃત્તિ-વિતરણ શક્ય છે.

ઉદાહરણ 17 : નીચે આપેલ આવૃત્તિ-વિતરણ પરથી મૂળ આવૃત્તિ-વિતરણ મેળવો :

(i)	વર્ગો	24 - 29	24 - 34	24 - 39	24 - 44	24 - 49	24 - 54	24 - 59	24 - 64
	સંચયી આવૃત્તિ	3	12	30	55	78	88	95	100

(ii)	વર્ગો	10 - 90	20 - 90	30 - 90	40 - 90	50 - 90	60 - 90	70 - 90	80 - 90
	સંચયી આવૃત્તિ	200	180	140	90	55	30	8	3

(i) અહીં ‘થી ઓછા’ પ્રકારનું સંચયી આવૃત્તિ-વિતરણ આપેલું છે. તેના માટે મૂળ આવૃત્તિ-વિતરણ નીચે મુજબ મેળવી શકાય :

વર્ગો	સંચયી આવૃત્તિ	આવૃત્તિ (f)
24 - 29	3	3
29 - 34	12	12 - 3 = 9
34 - 39	30	30 - 12 = 18
39 - 44	55	55 - 30 = 25
44 - 49	78	78 - 55 = 23
49 - 54	88	88 - 78 = 10
54 - 59	95	95 - 88 = 7
59 - 64	100	100 - 95 = 5
	કુલ	100

(ii) અહીં ‘થી વધુ’ પ્રકારનું સંચયી આવૃત્તિ-વિતરણ આપેલું છે. તેના પરથી મૂળ આવૃત્તિ-વિતરણ નીચે મુજબ મેળવી શકાય :

વર્ગો	‘થી વધુ’ પ્રકારની સંચયી આવૃત્તિ	આવૃત્તિ (f)
10 - 20	200	$200 - 180 = 20$
20 - 30	180	$180 - 140 = 40$
30 - 40	140	$140 - 90 = 50$
40 - 50	90	$90 - 55 = 35$
50 - 60	55	$55 - 30 = 25$
60 - 70	30	$30 - 8 = 22$
70 - 80	8	$8 - 3 = 5$
80 - 90	3	= 3
	કુલ	200

સ્વાધ્યાય 2.1

1. એક વિસ્તારમાં રહેતાં 50 કુટુંબોમાં બાળકોની સંખ્યા અંગે નીચેની માહિતી મળે છે તે પરથી યોગ્ય આવૃત્તિ-વિતરણ મેળવો :

1	1	2	1	1	1	1	2	1	0
0	2	2	0	3	3	2	1	2	1
2	1	3	1	1	2	2	2	1	2
3	0	3	0	2	1	2	2	2	2
0	1	2	2	2	2	3	3	2	1

2. એક ઓફિસમાં નોકરી કરતાં 60 કર્મચારીઓની પૂરા વર્ષમાં ઉભર નીચે પ્રમાણે નોંધવામાં આવી છે. આ માહિતી પરથી વર્ગાંબાઈ 5 લઈને આવૃત્તિ-વિતરણ તૈયાર કરો :

32	42	48	35	23	58	52	38	36	44	48	39
24	27	29	32	34	41	45	51	30	47	45	44
52	38	41	31	25	38	36	34	37	51	25	56
32	39	32	35	42	26	46	42	57	28	43	33
31	42	43	53	43	39	27	54	21	47	26	40

3. મોબાઈલ બનાવતી એક કંપનીએ છેલ્લા 60 દિવસમાં ઉત્પાદિત કરેલ મોબાઈલની સંખ્યા નીચે પ્રમાણે છે. તેને 10 વર્ગોમાં વિતરિત કરો :

699	380	625	653	452	763	385	959	485	970
749	595	1029	500	499	453	525	621	465	565
103	785	276	1060	760	355	645	775	825	235
390	399	530	540	695	999	849	550	720	430
752	389	1075	701	875	552	351	265	199	370
1025	825	783	225	603	553	503	663	385	465

આ આવૃત્તિ-વિતરણ પરથી ‘થી ઓછા’ તેમજ ‘થી વધુ’ પ્રકારનું આવૃત્તિ-વિતરણ બનાવો.

4. નીચે આપેલ આવૃત્તિ-વિતરણ માટે દરેક વર્ગની વર્ગલંબાઈ તેમજ મધ્યક્રિમત શોધી, વિતરણ લખો :

વર્ગ	0 - 99	100 - 299	300 - 499	500 - 749	750 - 899	900 - 999
આવૃત્તિ	10	12	14	16	8	10

5. નીચે આપેલ આવૃત્તિ-વિતરણ માટે 'થી ઓછી' અને 'થી વધુ' સંચયી આવૃત્તિ-વિતરણો મેળવો :

પાનાદીઠ ભૂલોની સંખ્યા	0	1	2	3
પાનાંની સંખ્યા	140	110	120	30

6. નીચે આપેલી માહિતી પરથી અનિવારક સતત આવૃત્તિ-વિતરણ મેળવો :

અધ્ય: સીમાબિંદુ કે થી વધુ	44.5	49.5	54.5	59.5	64.5	69.5	74.5	79.5
સંચયી આવૃત્તિ	500	470	390	290	240	90	10	0

7. નીચે આપેલ માહિતી પરથી નિવારક સતત આવૃત્તિ-વિતરણ મેળવો :

વર્જન થી ઓછું (કિગ્રા)	30	35	40	45	50	55	60	65	70
સંચયી આવૃત્તિ	0	17	25	40	48	54	57	59	60

મધ્યક્રિમતો	25	105	230	400	650	900	કુલ
આવૃત્તિ	10	30	40	60	80	30	250
વર્ગલંબાઈ	50	110	140	200	300	200	

મૂળ આવૃત્તિ-વિતરણ મેળવો.

9. વર્ષ દરમિયાન શહેરમાં થયેલ અક્રમાતોની સંખ્યા નીચે મુજબ છે તે પરથી અનિવારક સતત આવૃત્તિ-વિતરણ મેળવો.

અક્રમાતની સંખ્યા	11.5	21.5	31.5	41.5	51.5	કુલ
મધ્યક્રિમત	160	120	43	40	2	365

10. નીચે આપેલ આવૃત્તિ-વિતરણની વર્ગ સીમાઓ પરથી વર્ગ સીમાબિંદુઓ મેળવી આવૃત્તિ-વિતરણ લખો :

વર્ગ	1 - 1.475	1.5 - 1.975	2 - 2.475	2.5 - 2.975	3 - 3.475	3.5 - 3.975	કુલ
આવૃત્તિ	5	10	20	20	10	5	70

2.2.2 ગુણાત્મક માહિતીનું વર્ગીકરણ (Classification of Qualitative Data)

ગુણાત્મક માહિતીનાં અવલોકનોને વર્ગીકરણ માટેના નિર્ધારિત ધોરણો અનુસાર હાર અને સંભમાં ગોઠવવાની પદ્ધતિને ગુણાત્મક માહિતીનું વર્ગીકરણ કહે છે. ગુણાત્મક અવગ્નિકૃત માહિતીને સંક્ષિપ્તમાં અને આકર્ષક રીતે રજૂ કરવા ગુણાત્મક માહિતીનું વર્ગીકરણ કરવામાં આવે છે અને તેને સામાન્ય રીતે કોષ્ટક-રચના દ્વારા પણ ઓળખવામાં આવે છે. સામાન્ય રીતે આ વર્ગીકરણના બે પ્રકાર છે : (૧) સાહું વર્ગીકરણ (૨) બહુવિધ કોષ્ટક

2.2.2.1 સાહું વર્ગીકરણ (Simple Classification)

આ પ્રકારના વર્ગીકરણની રચનામાં માહિતીના એક જ ગુણધર્મને ધ્યાનમાં રાખવામાં આવે છે. દા.ત., કોઈ એક બેન્કના કર્મચારીઓને તેમના હોદા અનુસાર મેનેજર, કલાર્ક, પટાવાળા, સિક્યોરિટી વગેરેમાં વિભાજિત કરી શકાય.

ઉદાહરણ 18 : અમદાવાદ જિલ્લાની કોઈ એક સહકારી બેન્કની વિવિધ શાખામાં કર્મચારીઓનો અભ્યાસ કરવામાં આવતા આ મુજબની માહિતી મળી. બેન્કમાં કુલ 20 સિક્યોરિટી કર્મચારી, 30 પટાવાળા, 40 કલાર્ક અને 8 મેનેજર હતા. આ માહિતીના વર્ગીકરણને કોષ્ટકમાં દર્શાવો.

આપેલ માહિતીમાં કર્મચારીના નોકરીનો દરજાએ એ ગુણ લક્ષણ છે.

અમદાવાદ જિલ્લાની સહકારી બેન્કની વિવિધ શાખાના કર્મચારીઓનો દરજાએ દર્શાવતું કોષ્ટક

કર્મચારીનો દરજાએ	કર્મચારીની સંખ્યા
સિક્યોરિટી	20
પટાવાળા	30
કલાર્ક	40
મેનેજર	8
કુલ	98

2.2.2.2 બહુવિધ કોષ્ટક (Manifold Classification)

માહિતીના અભ્યાસ હેઠળના એકમના એક કરતાં વધુ ગુણધર્મને ધ્યાનમાં રાખીને માહિતીનું વર્ગીકરણ કરવામાં આવે છે. આ પ્રકારના વર્ગીકરણને બહુવિધ કોષ્ટકની રચના કહેવામાં આવે છે.

ઉદાહરણ 19 : અમદાવાદ જિલ્લાની એક સહકારી બેન્કની વિવિધ શાખાઓના કર્મચારીઓ વિશે અભ્યાસ કરતા એમ માલૂમ પડ્યું કે કર્મચારીઓમાં 20 સિક્યોરિટી કર્મચારીઓ હતા અને તેમાં 6 શ્રી કર્મચારીઓ હતી. 30 પટાવાળામાં 10 શ્રીઓ હતી જ્યારે 40 કલાર્કમાંથી 25 શ્રીઓ હતી અને 8 મેનેજરોમાંથી 3 શ્રીઓ હતી.

આ માહિતીને યોગ્ય કોષ્ટક દ્વારા રજૂ કરો.

આપેલી માહિતીમાં બે ગુણધર્મો છે : (i) કર્મચારીનો દરજાએ અને (ii) કર્મચારીની જાતિ. તેને આધારે આપેલ માહિતીનું નીચે પ્રમાણે વર્ગીકરણ કરી શકાય :

અમદાવાદ જિલ્લાની સહકારી બેન્કની વિવિધ શાખાઓમાં કર્મચારીનો દરજાએ જાતિવાર દર્શાવતું કોષ્ટક

કર્મચારીનો દરજાએ	જાતિ		કુલ
	પુરુષ	સ્ત્રી	
સિક્યોરિટી	14	6	20
પટાવાળા	20	10	30
કલાર્ક	15	25	40
મેનેજર	5	3	8
કુલ	54	44	98

નોંધ : અહીં બોલ ધાટા અક્ષરોમાં દર્શાવિલ કિંમતો દાખલાની રકમમાં આપેલી છે અને તે સિવાયની કિંમતો સાચી ગણતરીથી મેળવી શકાય છે.

ઉદાહરણ 20 : અમદાવાદ જિલ્લાની એક સહકારી બેંકની વિવિધ શાખાઓના કર્મચારી વિશે અભ્યાસ કરતા એમ માલ્યમ પડ્યું કે, 20 સિક્યુરિટી કર્મચારીમાંથી 7 પુરુષો પરિણીત હતા અને તેમાં 6 સ્ત્રીઓ પૈકી 4 સ્ત્રીઓ પરિણીત હતી. પટાવાળા તરીકે કાર્ય કરતા કુલ 20 પુરુષોમાંથી 12 પુરુષો પરણેલા હતા, જ્યારે 10 સ્ત્રી પટાવાળા અપરિણીત હતી. 40 કલાર્ક કર્મચારીઓમાંથી 25 સ્ત્રીઓ હતી અને તેમાંથી 12 સ્ત્રીઓ પરિણીત હતી. જ્યારે 7 પુરુષ કલાર્ક પરિણીત હતા. કુલ 8 મેનેજરોમાંથી 3 સ્ત્રીઓ હતી જે તમામ અપરિણીત હતી. જ્યારે 5 પરિણીત પુરુષો મેનેજર હતા.

આ માહિતીને યોગ્ય સ્વરૂપમાં ગોઠવો.

આપેલ ગુણાત્મક માહિતીમાં મુખ્ય ત્રણ ગુણધર્મો છે :

(1) કર્મચારીનો દરજા (2) કર્મચારીની જાતિ (3) કર્મચારીનો વૈવાહિક દરજા. તેને આધારે માહિતીને નીચે પ્રમાણે વર્ગીકૃત કરી શકાય :

**અમદાવાદ જિલ્લાની સહકારી બેંકની વિવિધ શાખાઓમાં કર્મચારીનો દરજા જાતિવાર
પરિણીત/અપરિણીત કર્મચારી દર્શાવતું કોષ્ટક**

કર્મચારીનો દરજા	જાતિ						કુલ		
	પુરુષ			સ્ત્રી					
	અપરિણીત	પરિણીત	કુલ	અપરિણીત	પરિણીત	કુલ	અપરિણીત	પરિણીત	કુલ
સિક્યુરિટી	7	7	14	2	4	6	9	11	20
પટાવાળા	8	12	20	10	0	10	18	12	30
કલાર્ક	8	7	15	13	12	25	21	19	40
મેનેજર	0	5	5	3	0	3	3	5	8
કુલ	23	31	54	28	16	44	51	47	98

નોંધ : અહીં બોલ્ડ અક્ષરમાં લખેલી કિંમતો દાખલાની રકમમાં આપેલી છે જ્યારે બાકીની કિંમતો સાદા સરવાળા/બાદબાકીથી મેળવી શકાય છે. દા.ત., સિક્યુરિટીમાં કર્મચારી છે તેમાંથી 6 સ્ત્રીઓ છે. તેથી પુરુષોની સંખ્યા $20 - 6 = 14$ થાય. સિક્યુરિટી તરીકે ફરજ બજાવતી 6 સ્ત્રીઓમાંથી 4 સ્ત્રીઓ પરિણીત છે. તેથી અપરિણીત સ્ત્રીઓની સંખ્યા $6 - 4 = 2$ થાય. સિક્યુરિટી તરીકે ફરજ બજાવતા 14 પુરુષોમાંથી 7 પુરુષ પરિણીત છે તેથી અપરિણીત પુરુષોની સંખ્યા $14 - 7 = 7$ થાય. સિક્યુરિટી તરીકે ફરજ બજાવતા કુલ અપરિણીતો $7 + 2 = 9$ થાય અને કુલ પરિણીતો $7 + 4 = 11$ થાય અને આ બંનેનો સરવાળો $9 + 11 = 20$ થાય, જે કુલ સિક્યુરિટી તરીકે ફરજ બજાવતા કર્મચારીઓની સંખ્યા દર્શાવે છે. આ જ પ્રમાણે બાકીના કર્મચારીઓ માટે ગણતરી કરી શકાય.

2.3 કોષ્ટક-રચનાના પ્રકાર અને તેના ઉપયોગો (Types of Tabulation and its uses)

સંખ્યાત્મક માહિતી કે ગુણાત્મક માહિતીના વર્ગીકરણનાં ધોરણો નક્કી કર્યા બાદ વર્ગીકૃત માહિતીને કોષ્ટકના રૂપમાં ગોઠવવામાં આવે છે. સંખ્યાત્મક માહિતી માટેનું સાદું કોષ્ટક એ તેનું આવૃત્તિ-વિતરણ છે અને દ્વિયાલ માહિતીના આવૃત્તિ-વિતરણને દ્વિવિધ કોષ્ટક કરે છે જેનો સમાવેશ આપણા અભ્યાસકમમાં નથી.

કોષ્ટક-રચનાના ઉપયોગો

- (1) આપેલ વિસ્તૃત માહિતીને વ્યવસ્થિત, સરળ અને સચોટ રીતે રજૂ કરી શકાય છે.
- (2) જે-તે અભ્યાસ માટે તપાસ હેઠળની જરૂરી માહિતીનો જ ઉપયોગ થતો હોવાથી સમય, શક્તિ અને નાણાંની બચત થાય છે.
- (3) કોષ્ટક-રચનામાં જે માહિતીની સરખામણી કરવાની હોય તે પાસે પાસે ગોઠવવાની હોવાથી સરખામણી સરળતાથી કરી શકાય છે.
- (4) કોષ્ટક-રચનામાં હાર અને/અથવા સંભની માહિતીની કિંમતોનો સરવાળો કરવાનો હોવાથી માહિતીના વર્ગીકરણમાં શરતચૂક થઈ હોય તોપણ તે ભૂલ સહેલાઈથી સુધારી શકાય છે.
- (5) કોષ્ટક-રચનાથી માહિતીનું વિશ્લેષણ કરવામાં સરળતા અને સુગમતા રહે છે.

2.3.1 કોષ્ટક-રચનાના માર્ગદર્શક નિયમો (Guiding rules for Tabulation)

કોષ્ટક પરથી આપેલી વિગતોને વધુ અર્થપૂર્ણ રીતે રજૂ કરી તેના પરથી જરૂરી નિર્જયો સરળતાથી તારવી શકાય તે માટે કેટલાક સામાન્ય નિયમો નીચે મુજબ છે :

- (1) કોષ્ટકને યોગ્ય શીર્ષક હોવું જોઈએ.
 - (2) કોષ્ટકમાં આવતી હાર અને સ્તંભના શીર્ષક સ્પષ્ટ અને સરળ હોવા જોઈએ.
 - (3) જો આંકડા મોટા હોય તો તેને સો, હજાર, લાખ કે કરોડમાં દર્શાવવા જોઈએ.
 - (4) કોષ્ટકમાં પરસ્પર સંબંધ દર્શાવતી માહિતી પાસપાસે એવી રીતે મૂકેલી હોવી જોઈએ કે જેથી તેનું વિશ્લેષણ સરળતાથી કરીને પરિણામો તારવી શકાય.
 - (5) મુખ્ય ગુણધર્મો જુદા પડે તે દર્શાવવા માટે યોગ્ય લીટીઓ દોરવી જોઈએ.
 - (6) મુખ્ય અને ગૌણ ગુણધર્મો દર્શાવતાં ખાનાઓના સરવાળાનાં ખાનાં હોવાં જોઈએ.
 - (7) કોષ્ટકને અંતે માહિતીના ઝોતનો ઉલ્લેખ કરવો જોઈએ.
 - (8) પાંકું કોષ્ટક બનાવતા પહેલાં કાચું કોષ્ટક બનાવવું જોઈએ.
 - (9) સામાન્ય રીતે જેટલી માહિતી એકસાથે દર્શાવીએ તેટલી સરખામણી, ગણતરી અને વિશ્લેષણ સરળ બને પરંતુ વધુ પડતી માહિતી એકસાથે દર્શાવવાને બદલે જુદાં જુદાં કોષ્ટકો દ્વારા દર્શાવવી જોઈએ.
- કેંદ્ર પણ ગુણાત્મક માહિતીને રજૂ કરવા માટે જુદી જુદી વ્યક્તિઓ જુદાં જુદાં કોષ્ટકો બનાવી શકે છે પરંતુ સામાન્ય રીતે માહિતીના વર્ગીકરણના હેતુની પૂર્તિ કરે તેવા કોષ્ટકને શ્રેષ્ઠ કોષ્ટક કહેવાય છે. વ્યવહારમાં ત્રણ કરતાં વધુ ગુણધર્મો ધરાવતી માહિતીને પણ વર્ગીકૃત કરવામાં આવે છે પરંતુ અહીં અભ્યાસકમની મર્યાદામાં રહીને ત્રણ ગુણધર્મો ધરાવતી માહિતીનું વર્ગીકરણ કર્યું છે.

ઉદાહરણ 21 : એક યુનિવર્સિટીમાં અભ્યાસ કરતા 50,000 વિદ્યાર્થીઓ પૈકી 35 % વિદ્યાર્થીઓ કોમર્સ શાખાનાં, 30 % આટ્ર્સ શાખામાં, 20 % સાયન્સ શાખાના, 10 % એન્જિનિયરિંગ અને બાકીનાં 5 % વિદ્યાર્થીઓ મેડિકલ શાખામાં છે. કોમર્સ શાખામાં છોકરાઓ અને છોકરીઓનું પ્રમાણ 4:3 છે. આટ્ર્સ શાખામાં છોકરીઓની સંખ્યા છોકરાઓની સંખ્યા કરતા બમણી છે. સાયન્સ શાખામાં છોકરાઓની સંખ્યા 60 % છે, જ્યારે એન્જિનિયરિંગ શાખામાં 70 % છોકરાઓ છે. મેડિકલ શાખામાં છોકરાઓ અને છોકરીઓની સંખ્યા સમાન છે.

આ માહિતીને યોગ્ય કોષ્ટકમાં રજૂ કરો.

અહીં બે ગુણધર્મો છે : (1) અભ્યાસ શાખા (2) વિદ્યાર્થીઓની જાતિ.

$$\text{કોમર્સ શાખાના કુલ વિદ્યાર્થીઓ} = 50000 \times \frac{35}{100} = 17500$$

$$\text{તેમાં છોકરાઓની સંખ્યા} = \frac{4}{4+3} \times 17500 = 10000$$

$$\text{તેમાં છોકરીઓની સંખ્યા} = \frac{3}{4+3} \times 17500 = 7500$$

$$\text{આટ્ર્સ શાખામાં કુલ વિદ્યાર્થીઓ} = 50000 \times \frac{30}{100} = 15000$$

તેમાં છોકરીઓની સંખ્યા છોકરાઓની સંખ્યા કરતાં બમણી છે.

જો છોકરાઓની સંખ્યા x હોય તો છોકરીઓની સંખ્યા $2x$ થાય.

તેમજ $x + 2x = 15000$ થાય.

$$\therefore x = 5000$$

∴ આટ્ર્સમાં છોકરાઓની સંખ્યા = 5000 અને છોકરીઓની સંખ્યા = 10000 થાય.

$$\text{સાયન્સ શાખાના કુલ વિદ્યાર્થીઓ} = 50000 \times \frac{20}{100} = 10000$$

$$\text{તેમાં છોકરાઓની સંખ્યા} = 10000 \times \frac{60}{100} = 6000$$

$$\therefore \text{તેમાં છોકરીઓની સંખ્યા} = 10000 - 6000 = 4000$$

$$\text{એન્જિનિયરિંગમાં વિદ્યાર્થીઓની કુલ સંખ્યા} = 50000 \times \frac{10}{100} = 5000$$

$$\text{તેમાં છોકરાઓની કુલ સંખ્યા} = 5000 \times \frac{70}{100} = 3500$$

$$\therefore \text{તેમાં છોકરીઓની કુલ સંખ્યા} = 5000 \times \frac{30}{100} = 1500$$

$$\text{મેડિકલ શાખાનાં કુલ વિદ્યાર્થીઓ} = 50000 \times \frac{5}{100} = 2500$$

$$\text{તેમાં છોકરાઓની સંખ્યા} = \frac{2500}{2} = 1250$$

$$\text{અને તેમાં છોકરીઓની સંખ્યા} = \frac{2500}{2} = 1250$$

યુનિવર્સિટીનાં 50000 વિદ્યાર્થીઓની વિદ્યાશાખા અનુસાર વિદ્યાર્થીઓની જાતિ દર્શાવતું કોષ્ટક

વિદ્યાશાખા	વિદ્યાર્થીની જાતિ		કુલ
	છોકરાઓ	છોકરીઓ	
કોમર્સ	10,000	7500	17500
આર્ટ્સ	5000	10,000	15,000
સાયન્સ	6000	4000	10,000
એન્જિનિયરિંગ	3500	1500	5000
મેડિકલ	1250	1250	2500
કુલ	25,750	24,250	50,000

ઉદાહરણ 22 : એક શાળાના પ્રવાસમાં કુલ 80 વ્યક્તિઓ જોડાઈ હતી અને તેમણે સરેરાશ રૂ 300 પ્રવાસ ફી પેટે ચૂકવ્યા હતા.

60 વિદ્યાર્થીઓ પૈકી દરેકે ફાળામાં રૂ 325 ચૂકવ્યા હતા અને શિક્ષકો પાસેથી થોડી વધુ રકમ ફાળા પેટે લેવામાં આવી હતી. મદદનીશ સ્ટાફ 10 પુરુષોનો હતો અને તેમની પાસેથી કોઈ પણ ફાળો લીધો ન હતો. પ્રવાસમાં કુલ 20 % સ્ત્રીઓ હતી તેમાંથી 2 સ્ત્રીઓ શિક્ષક હતી. આ માહિતીને યોગ્ય કોષ્ટકમાં રજૂ કરો.

માહિતીના ગુણલક્ષણ (1) પ્રવાસી અને (2) જાતિ છે

$$\text{પ્રવાસનો કુલ ફાળો} = 80 \times 300 = 24000$$

$$\text{તેમાં વિદ્યાર્થીઓનો ફાળો} = 60 \times 325 = 19500$$

$$\text{મદદનીશ સ્ટાફનો ફાળો} = 0$$

$$\text{શિક્ષકોનો ફાળો} = 24000 - 19500 = 4500$$

$$\therefore \text{શિક્ષક દીઠ ફાળો} = \frac{4500}{10} = 450$$

શાળાના પ્રવાસમાં ભાગ લેનાર પ્રવાસીઓની માહિતી દર્શાવતું કોષ્ટક

પ્રવાસી	જાતિ			વ્યક્તિગીઠ ફાળો (રૂપિયામાં)	કુલ ફાળો (રૂપિયામાં)
	પુરુષ	સ્ત્રી	કુલ		
વિદ્યાર્થી	46	14	60	325	19500
મદદનીશ સ્ટાફ	10	-	10	-	-
શિક્ષક	8	2	10	450	4500
કુલ	64	16	80	-	24,000

પ્રવૃત્તિ

તમારા રહેણાણની આસપાસનાં 40 ઘરમાં રહેતી પુખ્તવયની વ્યક્તિઓની તેમની જાતિ, અભ્યાસ અને વૈવાહિક દરજા વિશે માહિતી એકઠી કરી તેનું કોષ્ટક બનાવો.

સ્વાધ્યાય 2.2

- એક કોમર્સ કોલેજમાં અભ્યાસ કરતા 1400 વિદ્યાર્થીઓમાં કુલ 855 છોકરાઓ હતા. તેમાંથી 225 છોકરાઓ દ્વિતીય વર્ષમાં ભણતા હતા. દ્વિતીય વર્ષમાં છોકરાઓ અને છોકરીઓની સંખ્યા સમાન હતી. પ્રથમ વર્ષના કુલ 550 વિદ્યાર્થીઓ પૈકી છોકરાઓ અને છોકરીઓનું પ્રમાણ 3:2 હતું જ્યારે તૃતીય વર્ષમાં છોકરાઓની સંખ્યા છોકરીઓની સંખ્યા કરતાં ગણી હતી. આ માહિતીને કોષ્ટકમાં રજૂ કરો.
- એક ઓફિસમાં કુલ 1600 કર્મચારીઓ નોકરી કરે છે. આ કર્મચારીઓ પૈકી પુરુષોની સંખ્યા, સ્ત્રીઓની સંખ્યા કરતાં કુલ કર્મચારીઓના 15 % જેટલી વધુ છે. અપરિણિત કર્મચારીઓની સંખ્યા, પરિણિત કર્મચારીઓની સંખ્યા કરતાં 800 ઓછી છે. અપરિણિત સ્ત્રીઓની સંખ્યા 195 છે. આ માહિતીને યોગ્ય કોષ્ટકમાં રજૂ કરો.
- એક બેન્કમાં વિવિધ જગ્યાઓની ભરતી માટે બોલાવેલ ઉમેદવારોનું નીચેનાં લક્ષણોને ધ્યાનમાં રાખીને કોષ્ટકનો ઢાંચો તૈયાર કરો :
 - હોદ્દો : મેનેજર, કલાર્ક, કેશિયર, પટાવાળા
 - વૈવાહિક દરજાઓ : પરિણિત, અપરિણિત
 - જાતિ : પુરુષ, સ્ત્રી
- એક ફેક્ટરીમાં કામ કરતી કુલ 1850 સ્ત્રીઓમાંથી 549 સ્ત્રીઓ મજૂર વિસ્તારમાં રહેતી હતી. મજૂર વિસ્તારમાં રહેતી પરિણિત સ્ત્રીઓમાં 250 સ્ત્રીઓને નોકરીનો અનુભવ હતો અને 93 સ્ત્રીઓ બિનઅનુભવી હતી. જ્યારે અન્ય વિસ્તારમાં રહેતી સ્ત્રીઓ માટે આ અંકો અનુક્રમે 87 અને 400 હતા. નોકરીનો અનુભવ ન હોય તેવી કુલ 1336 સ્ત્રીઓ હતી, જેમાંથી 136 મજૂર વિસ્તારમાં રહેતી હતી. કુલ સ્ત્રીઓમાંથી 1020 સ્ત્રીઓ અપરિણિત હતી. તેમાંથી નોકરીના અનુભવવાળી સ્ત્રીઓની સંખ્યા મજૂર વિસ્તાર અને અન્ય વિસ્તારમાં અનુક્રમે 163 અને 14 હતી. આ માહિતીને યોગ્ય કોષ્ટકમાં રજૂ કરો.
- એક ખાનગી કંપનીમાં 2011ના વર્ષમાં 1250 કેળવાયેલા અને 400 બિનકેળવાયેલા કારીગરો હતા. 220 સ્ત્રી કારીગરો હતી, તેમાંથી 140 બિનકેળવાયેલી હતી. વર્ષ 2012માં કેળવાયેલા કારીગરોની સંખ્યા 1475 થઈ, જેમાં 1300 પુરુષો હતા. 250 બિનકેળવાયેલ કારીગરોમાંથી 200 પુરુષો હતા. 2013ના વર્ષમાં 1700 કેળવાયેલા અને 50 બિનકેળવાયેલા કારીગરો હતા. કુલ કારીગરોમાંથી 250 સ્ત્રીઓ હતી. તેમાંથી 240 કેળવાયેલી સ્ત્રીઓ હતી. વર્ષ 2014માં કુલ 2000 કારીગરો હતા. જેમાંથી 2 % બિનકેળવાયેલ હતા. કુલ કારીગરોમાં 300 સ્ત્રીઓ હતી, જેમાં 10 બિનકેળવાયેલ સ્ત્રીઓ હતી. આ માહિતીને યોગ્ય કોષ્ટકમાં રજૂ કરો.

2.4 આકૃતિઓ (Diagrams)

આંકડાશાસ્ક્રમાં આકૃતિનું મહત્વ-મર્યાદાઓ :

વિશાળ અને જટિલ માહિતીને સરળતાથી સમજ શકાય તેમજ તેને આકર્ષક રીતે રજૂ કરવા માટે વગ્નીકૃત કરેલ માહિતીને આકૃતિઓ કે આલોપો દ્વારા દર્શાવવામાં આવે છે. આપણા અભ્યાસક્રમમાં આકૃતિઓ જ હોવાથી આપણો તેની ચર્ચા કરીશું. આકૃતિ દ્વારા માહિતીનાં મુખ્ય તારણો આપોઆપ સ્પષ્ટ બને તે રીતે માહિતીની રજૂઆત થાય છે. દા.ત., ટેલિવિઝન પર હવામાન અંગેની આગાહી વિવિધ પ્રકારની આકૃતિઓ દ્વારા થતી હોય છે. તે રીતે દેશના કે રાજ્યનાં જુદાં જુદાં સરકારી તંત્રો, વેપારી સંસ્થાઓ વગેરે તેમની વાર્ષિક કામગીરીને લગતી માહિતીના અહેવાલ વિવિધ પ્રકાશનોમાં આકૃતિ દ્વારા રજૂ કરે છે.

મહત્વ : આકૃતિનું મહત્વ તેના નીચે જણાવેલ ઉપયોગોથી સ્પષ્ટ થાય છે :

- (1) આકૃતિ દ્વારા રજૂ કરેલી માહિતી આકર્ષક અને સંક્ષિપ્તમાં હોય છે.
- (2) માહિતીની લાક્ષણિકતાઓ લાંબા સમય સુધી યાદ રહે છે.
- (3) બે કે વધુ સમૂહની માહિતીના પ્રમાણમાં આકૃતિઓ દોરવામાં આવે તો તે આકૃતિઓ પરથી સરળતાથી તુલનાત્મક અભ્યાસ થઈ શકે છે.
- (4) માહિતીને દર્શનીય આકૃતિથી રજૂ કરી હોય તો તેના અભ્યાસમાં સમયની બચત થાય છે.
- (5) આકૃતિઓ દ્વારા માહિતી દર્શાવવાથી અભણ, ઓછું ભણેલ વ્યક્તિઓ તેમજ બાળકો પણ માહિતીનો સાચો અર્થ સરળતાથી સમજ શકે છે.
- (6) વેપાર-વાણિજ્યનાં ક્રેત્રમાં આકૃતિઓના ઉપયોગથી અસરકારક જાહેરાતો બનાવી શકાય છે.
- (7) સામાજિક સુધારાઓ માટે આકૃતિઓની મદદથી મહત્વની બાબતો સરળતાથી સ્પષ્ટ કરી શકાય છે.
- (8) આકૃતિઓને ભાષાનું બંધન ન હોવાથી જુદી જુદી ભાષાની વ્યક્તિઓ પણ આકૃતિ પરથી સ્પષ્ટ થતું એકસરખું તારણ મેળવી શકે છે.

મર્યાદાઓ :

- (1) આકૃતિ દોરવામાં ચોકસાઈ ન રાખવામાં આવે તો તે ગેરમાર્ગ દ્વારે છે.
- (2) દિઝિબ્રમને કારણે આકૃતિઓ લોકમાનસને મૂંજવી નાખે છે.
- (3) આકૃતિ દ્વારા માહિતીને દર્શાવવામાં આવે છે ત્યારે, તેમાં માહિતીની ચોકસાઈ ઓછી થાય છે.

2.4.1 આકૃતિના પ્રકારો (Types of Diagrams)

આકૃતિના મુખ્યત્વે ત્રણ પ્રકારો છે :

- (1) એકમાપી આકૃતિ
- (2) દ્વિમાપી આકૃતિ
- (3) ત્રિમાપી આકૃતિ

2.4.2 એકમાપી આકૃતિ (One Dimensional Diagram)

જ્યારે આપેલી માહિતીના કોઈ એક જ ગુણલક્ષણ ધ્યાનમાં લઈને આકૃતિ દોરવામાં આવે છે ત્યારે તેને એકમાપી આકૃતિ કહે છે. એકમાપી આકૃતિમાં આપણે નીચેની ચાર આકૃતિઓનો અભ્યાસ કરીશું :

- (1) સ્તંભાકૃતિ
- (2) પસપારેના સ્તંભ દર્શાવતી સ્તંભાકૃતિ
- (3) સાદી વિભાજિત સ્તંભાકૃતિ
- (4) ટકાવારી વિભાજિત સ્તંભાકૃતિ

2.4.2.1 સંભાકૃતિ (Bar Diagram)

સંભાકૃતિ આપેલી માહિતીના એક જ ગુણલક્ષણને ધ્યાનમાં રાખીને રચવામાં આવે છે. વિવિધ સ્થળો, વસ્તુઓ કે સમયની માહિતી રજૂ કરવા માટે સંભાકૃતિ દોરવામાં આવે છે. આ માટે x -અક્ષ પર સમાન અંતરે સ્થળ, વસ્તુ કે સમય દર્શાવવામાં આવે છે અને y -અક્ષ પર આપેલ સ્થળ, વસ્તુ કે સમયની માહિતીના જથ્થા કે માપને લઈ પ્રમાણસર ઊંચાઈ અને એકસરખી પહોળાઈવાના સંભ દોરવામાં આવે તો તે આકૃતિને સંભાકૃતિ કહે છે. સંભાકૃતિમાં દોરેલા સંભોના તાર્કિક કમ જાળવવા જોઈએ. જ્યારે કોઈ સ્થળ કે વસ્તુના સંદર્ભમાં માહિતી આપેલી હોય તો તે માહિતીને ચઢતા કે ઉત્તરતા કમમાં ગોઠવવી જોઈએ કે જેથી તેમનો તુલનાત્મક અભ્યાસ સરળતાથી થઈ શકે. જ્યારે સમય આધારિત માહિતી આપેલી હોય ત્યારે તે માહિતીને સમય અનુસાર સંભાકૃતિમાં દર્શાવવામાં આવે છે.

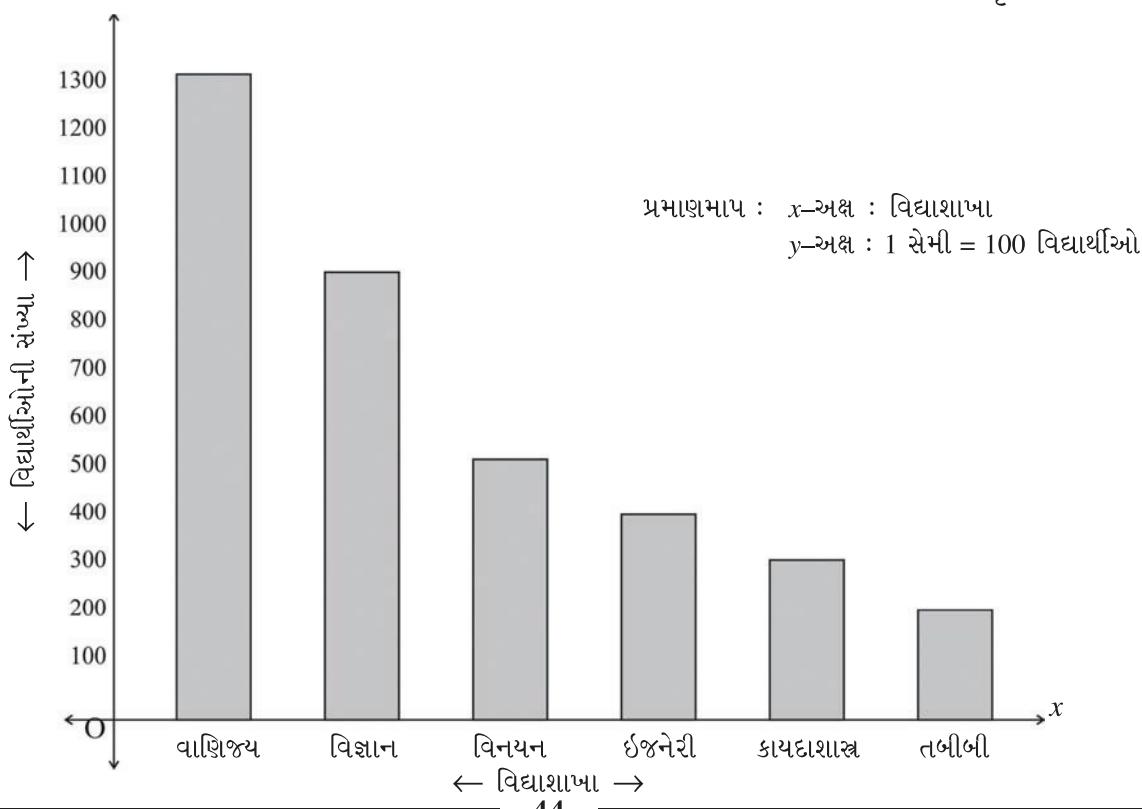
ઉદાહરણ 23 : કોઈ એક વર્ષમાં શહેરની કોલેજમાં અભ્યાસ કરતા વિદ્યાર્થીઓની વિદ્યાશાખાવાર સંખ્યા નીચે પ્રમાણે હતી, તો તેને યોગ્ય આકૃતિ વડે દર્શાવો :

વિદ્યાશાખા	વિનયન	વાણિજ્ય	વિજ્ઞાન	ઇજનેરી	તબીબી	કાયદાશાખા
વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા	500	1300	900	400	200	300

અહીં એક જ ગુણલક્ષણ-વિદ્યાશાખાને આકૃતિમાં દર્શાવવાની હોવાથી સંભાકૃતિ દોરીશું. વિદ્યાશાખાને વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા અનુસાર ઉત્તરતા કમમાં ગોઠવતા નીચે પ્રમાણેની માહિતી મળે છે :

વિદ્યાશાખા	વાણિજ્ય	વિજ્ઞાન	વિનયન	ઇજનેરી	કાયદાશાખા	તબીબી
વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા	1300	900	500	400	300	200

વિદ્યાશાખાને x -અક્ષ પર અને વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યાને y -અક્ષ પર યોગ્ય સ્કેલ સાથે નીચે પ્રમાણે સંભાકૃતિ દોરી શકાય : શહેરની કોલેજમાં વિવિધ વિદ્યાશાખાઓમાં અભ્યાસ કરતા વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા દર્શાવતી સંભાકૃતિ



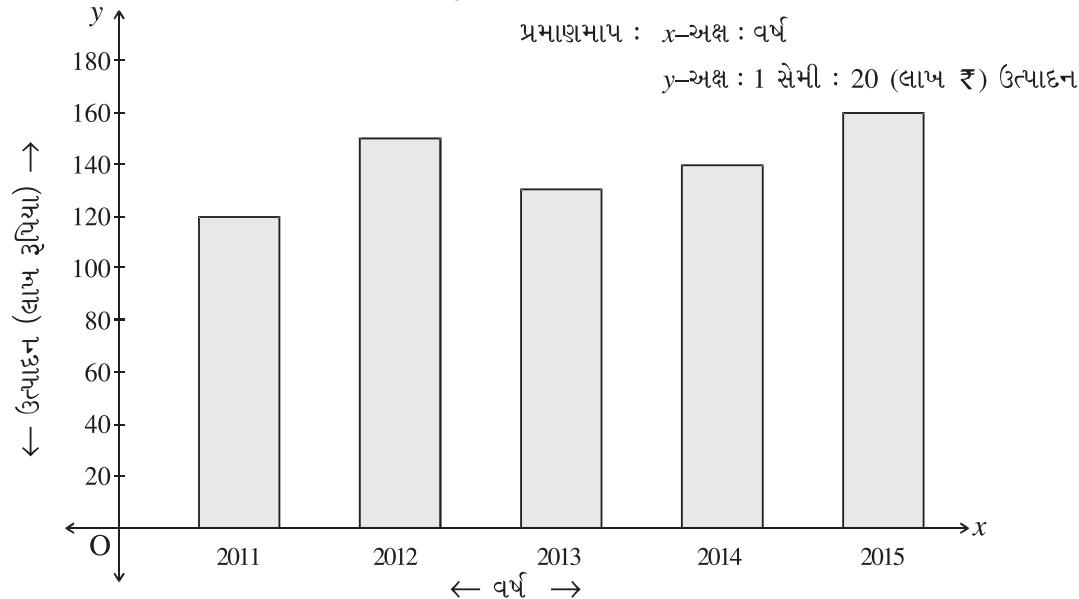
ઉદાહરણ 24 : કોઈ એક કારખાનામાં પાંચ વર્ષ દરમિયાન થયેલ ઉત્પાદન (લાખ રૂપિયામાં) નીચે મુજબ છે, તો તેને યોગ્ય આકૃતિમાં રજૂ કરો :

વર્ષ	2011	2012	2013	2014	2015
ઉત્પાદન (લાખ રૂપિયા)	120	150	130	140	160

સમય આધારિત એક લક્ષણ (ઉત્પાદન)ની માહિતી દર્શાવવાની હોવાથી સ્તંભાકૃતિ દોરીશું.

x-અક્ષ પર વર્ષ અને y-અક્ષ પર ઉત્પાદન (લાખ રૂપિયામાં) લેતાં નીચે મુજબની સ્તંભાકૃતિ દોરાય :

કારખાનામાં પાંચ વર્ષ દરમિયાન થયેલું ઉત્પાદન (લાખ રૂપિયામાં) દર્શાવતી સ્તંભાકૃતિ



2.4.2.2 પાસપાસેના સ્તંભો દર્શાવતી સ્તંભાકૃતિ (Multiple Bar Diagram)

જ્યારે વિવિધ સ્થળો, વસ્તુઓ કે સમય માટે એક કરતાં વધુ લક્ષણની માહિતી એકટી કરેલી હોય ત્યારે તે માહિતીને આકૃતિમાં દર્શાવવા માટે પાસપાસેના સ્તંભો દર્શાવતી સ્તંભાકૃતિનો ઉપયોગ થાય છે. આપેલ માહિતી સમય સાથે સંકળાયેલી હોય તો તેને આપેલ સમયના કમમાં જ રજૂ કરવામાં આવે છે. પરંતુ જ્યારે માહિતી સમયના એકમ સાથે સંકળાયેલી ન હોય ત્યારે વિવિધ લક્ષણોની માહિતી પૈકી કોઈ એક લક્ષણને ધ્યાનમાં રાખીને માહિતીને ચઢતા કે ઉત્તરતા કમમાં ગોઠવવામાં આવે છે અને ત્યાર બાદ તેને આકૃતિમાં દર્શાવવામાં આવે છે.

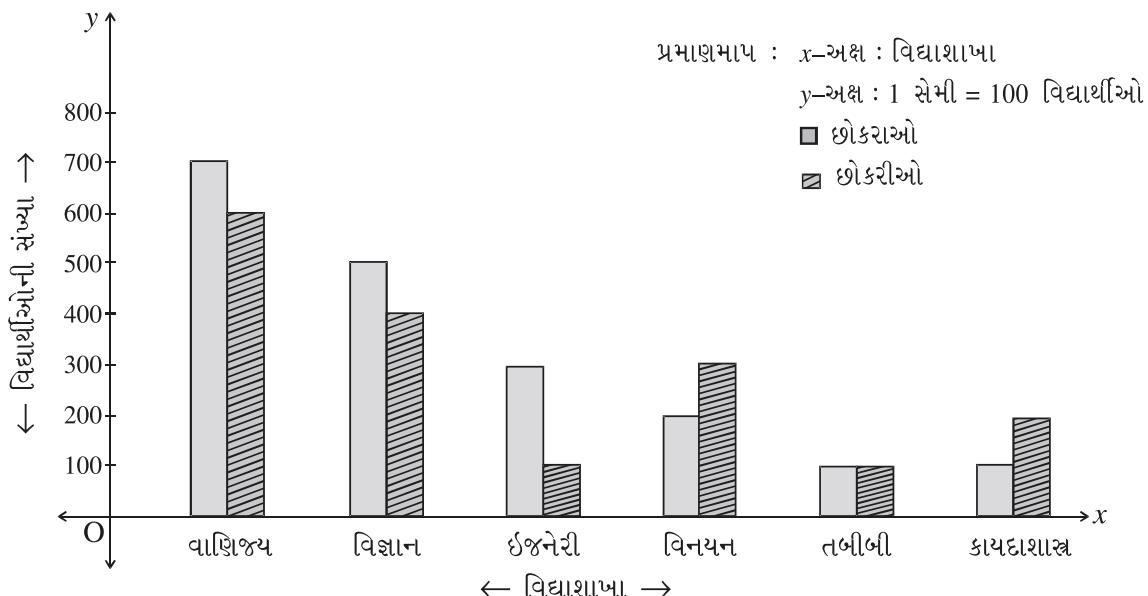
ઉદાહરણ 25 : કોઈ એક વર્ષ દરમિયાન એક શહેરની કોલેજની વિવિધ વિદ્યાશાખામાં અભ્યાસ કરતાં છોકરાઓ અને છોકરીઓની સંખ્યા નીચે પ્રમાણે છે, તો તેને યોગ્ય આકૃતિમાં રજૂ કરો :

વિદ્યાશાખા	વિજ્ઞાન	વાણિજ્ય	વિનયન	ઇજનેરી	તબીબી	કાયદાશાખ
છોકરાઓની સંખ્યા	500	700	200	300	100	100
છોકરીઓની સંખ્યા	400	600	300	100	100	200

વિદ્યાશાખા અંગે બે ગુણલક્ષણોની માહિતી આપેલી હોવાથી પાસપાસેના સ્તંભો દર્શાવતી સ્તંભાકૃતિ દોરીશું. તે પહેલાં આપેલી માહિતીને દરેક વિદ્યાશાખાના છોકરાઓની ઉત્તરતી સંખ્યામાં ગોઠવતા નીચે પ્રમાણે માહિતી દર્શાવી શકાય :

વિદ્યાશાખા	વાણિજ્ય	વિજ્ઞાન	ઇજનેરી	વિનયન	તબીબી	કાયદાશાખ
છોકરાઓની સંખ્યા	700	500	300	200	100	100
છોકરીઓની સંખ્યા	600	400	100	300	100	200

વિદ્યાશાખાને x-અક્ષ પર અને છોકરાઓની/છોકરીઓની સંખ્યાને y-અક્ષ પર દર્શાવતાં નીચે પ્રમાણેની આકૃતિ બને :
શહેરની કોલેજમાં વિવિધ વિદ્યાશાખામાં અભ્યાસ કરતા છોકરાઓ/છોકરીઓની સંખ્યા દર્શાવતી
પાસપાસેના સ્તબ્દ દર્શાવતી સંભાકૃતિ



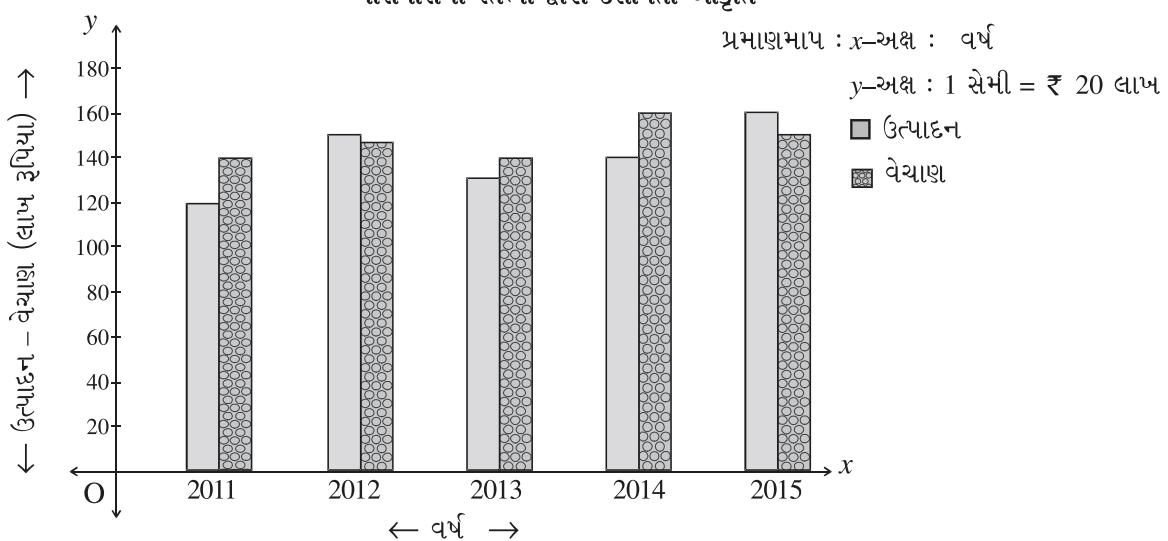
ઉદાહરણ 26 : એક કારખાનામાં પાંચ વર્ષ દરમિયાન થયેલ ઉત્પાદન તેમજ વેચાણની વિગતો નીચે મુજબ છે, તેને યોગ્ય આકૃતિમાં દર્શાવો :

વર્ષ	2011	2012	2013	2014	2015
ઉત્પાદન (લાખ રૂપિયા)	120	150	130	140	160
વેચાણ (લાખ રૂપિયા)	140	145	140	160	150

કારખાનામાં પાંચ વર્ષ દરમિયાન થયેલ ઉત્પાદન અને વેચાણની માહિતી આપેલી છે તેથી પાસપાસેના સ્તબ્દ દર્શાવતી સંભાકૃતિ દોરીશું. x-અક્ષ પર વર્ષ અને y-અક્ષ પર ઉત્પાદન/વેચાણ (લાખ રૂપિયામાં) લેતા નીચે મુજબ આકૃતિ દોરી શકાય :

એક કારખાનામાં છેલ્લા પાંચ વર્ષ દરમિયાન થયેલ ઉત્પાદન અને વેચાણ (લાખ રૂપિયા)ને

પાસપાસેના સ્તબ્દો દ્વારા દર્શાવતી આકૃતિ



2.4.2.3 સાદી વિભાજિત સ્તંભાકૃતિ (Simple divided Bar Diagram)

વિવિધ સ્થળો, વસ્તુઓ કે સમય માટે આપેલી માહિતીની પરસ્પર સંબંધિત પેટા-માહિતીને આકૃતિમાં દર્શાવવા માટે સ્તંભાકૃતિને પેટા માહિતી પ્રમાણે વિભાજિત કરતાં જે આકૃતિ મળે તેને સાદી વિભાજિત સ્તંભાકૃતિ કહે છે. દા.ત., કોઈ એક કુટુંબના જીવનનિર્વાહ માટે ખોરાક, કપડાં, ભાડું, બળતણ અને પરચૂરણ ખર્ચની માહિતી આપેલી હોય તો કુલ ખર્ચ માટેનો એક સ્તંભ બનાવી તેને જુદાં જુદાં ચિહ્નથી પેટા ખર્ચની માહિતીને તે જ સ્તંભાકૃતિમાં દર્શાવવામાં આવે તો તેને સાદી વિભાજિત સ્તંભાકૃતિ કહે છે. ટૂંકમાં, જ્યારે કુલ માહિતી આપેલી હોય ત્યારે તે માહિતીના જુદા જુદા પેટાવિભાગોને રજૂ કરવા વિભાજિત સ્તંભાકૃતિનો ઉપયોગ થાય છે.

ઉદાહરણ 27 : એક શહેરમાં રહેતાં બે કુટુંબોની માસિક ખર્ચની માહિતી નીચે પ્રમાણે છે. તેને યોગ્ય આકૃતિ દ્વારા દર્શાવો.

માસિક ખર્ચ (₹)	ખોરાક	કપડાં	શિક્ષણ	બળતણ	ભાડું	અન્ય	કુલ
કુટુંબ A	8100	2700	2880	1800	1620	900	18,000
કુટુંબ B	7000	2000	2000	3000	4000	2000	20,000

કુટુંબના માસિક ખર્ચની જુદી જુદી વિગતોને આકૃતિમાં દર્શાવવાની હોવાથી સાદી વિભાજિત સ્તંભાકૃતિ દોરીશું. તેના માટે x-અક્ષ પર કુટુંબ A અને Bને યોગ્ય અંતરે દર્શાવીશું તેમજ y-અક્ષ પર ખર્ચને યોગ્ય સ્કેલ વડે દર્શાવતા નીચે પ્રમાણે વિભાજિત સ્તંભાકૃતિ દોરી શકાય :

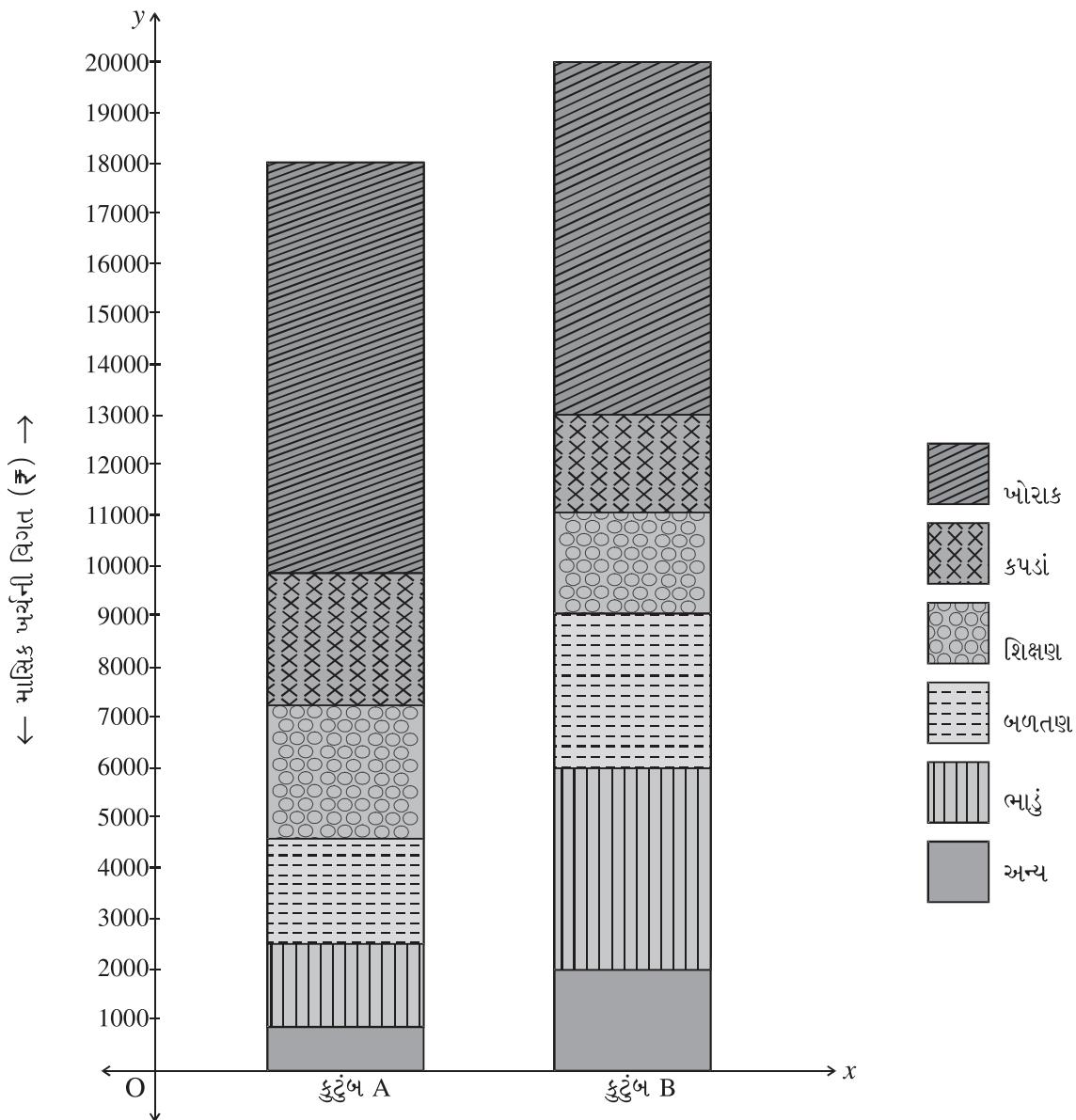
કુલ ખર્ચનો સંભ દોર્યા પછી વિગતના ખર્ચને દર્શાવતી વિભાજન કરતી રેખા નીચે પ્રમાણે ગણી આલેખમાં દર્શાવવામાં આવે છે :

વિગત	કુટુંબ A		કુટુંબ B	
	ખર્ચ	વિભાજિત રેખા	ખર્ચ	વિભાજિત રેખા
ખોરાક	8100	$18000 - 8100 = 9900$	7000	$20000 - 7000 = 13000$
કપડાં	2700	$9900 - 2700 = 7200$	2000	$13000 - 2000 = 11000$
શિક્ષણ	2880	$7200 - 2880 = 4320$	2000	$11000 - 2000 = 9000$
બળતણ	1800	$4320 - 1800 = 2520$	3000	$9000 - 3000 = 6000$
ભાડું	1620	$2520 - 1620 = 900$	4000	$6000 - 4000 = 2000$
અન્ય	900	—	2000	—
કુલ	18,000	—	20,000	—

બે કુટુંબોના માસિક ખર્ચની વિગતવાર માહિતી દર્શાવતી વિભાજિત સ્તંભાકૃતિ

પ્રમાણમાપ : x-અક્ષ : કુટુંબ

y-અક્ષ : 1 સેમી = ₹ 1000



2.4.2.4 ટકાવારી વિભાજિત સ્તંભાકૃતિ (Percentage divided Bar Diagram)

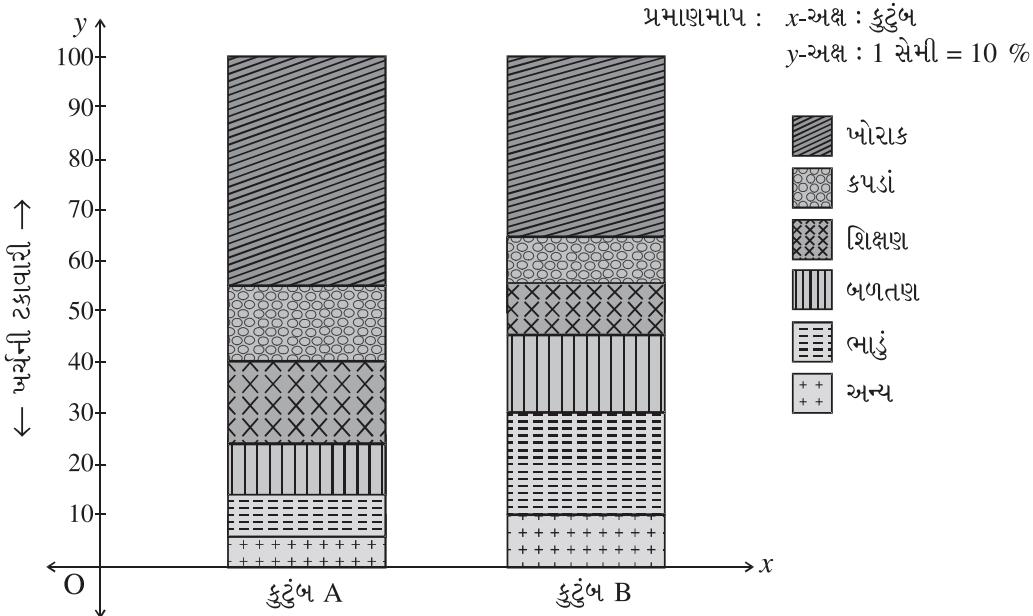
સાદી વિભાજિત સ્તંભાકૃતિ દ્વારા કુલ માહિતીની પેટામાહિતી આકર્ષક રીતે રજૂ થઈ શકે છે. પરંતુ પરસ્પર સંબંધિત પેટા માહિતીઓની સરખામણી થઈ શકતી નથી. આ ખામીને દૂર કરવા માટે પ્રતિશત કે ટકાવારી વિભાજિત સ્તંભાકૃતિનો ઉપયોગ થાય છે. તેમાં કુલ માહિતીને 100 % ગણી પેટામાહિતીની ટકાવારી ગણી તેને સ્તંભાકૃતિમાં દર્શાવવામાં આવે છે.

ઉદાહરણ 28 : ઉદાહરણ 27માં આપેલ બે કુટુંબોના ખર્ચની માહિતીની સરખામણી કરવા માટે યોગ્ય આકૃતિ દર્શાવો.

કુટુંબના માસિક ખર્ચ વિશેની જુદી જુદી પેટામાહિતીઓની સરખામણી કરવા માટે આકૃતિ દોરવાની હોવાથી ટકાવારી વિભાજિત સ્તંભાકૃતિ દોરીશું.

માસિક ખર્ચની વિગત	કુટુંબ A			કુટુંબ B		
	ખર્ચ	ટકાવારી	વિભાજિત રેખા	ખર્ચ	ટકાવારી	વિભાજિત રેખા
ખોરાક	8100	45	$100 - 45 = 55$	7000	35	$100 - 35 = 65$
કપડાં	2700	15	$55 - 15 = 40$	2000	10	$65 - 10 = 55$
શિક્ષણ	2880	16	$40 - 16 = 24$	2000	10	$55 - 10 = 45$
બળતાણ	1800	10	$24 - 10 = 14$	3000	15	$45 - 15 = 30$
ભાડું	1620	9	$14 - 9 = 5$	4000	20	$30 - 20 = 10$
અન્ય	900	5	-	2000	10	-
કુલ	18,000	100	-	20,000	100	-

બે કુટુંબોના માસિક ખર્ચ દર્શાવતી ટકાવારી વિભાજિત સંભાકૃતિ



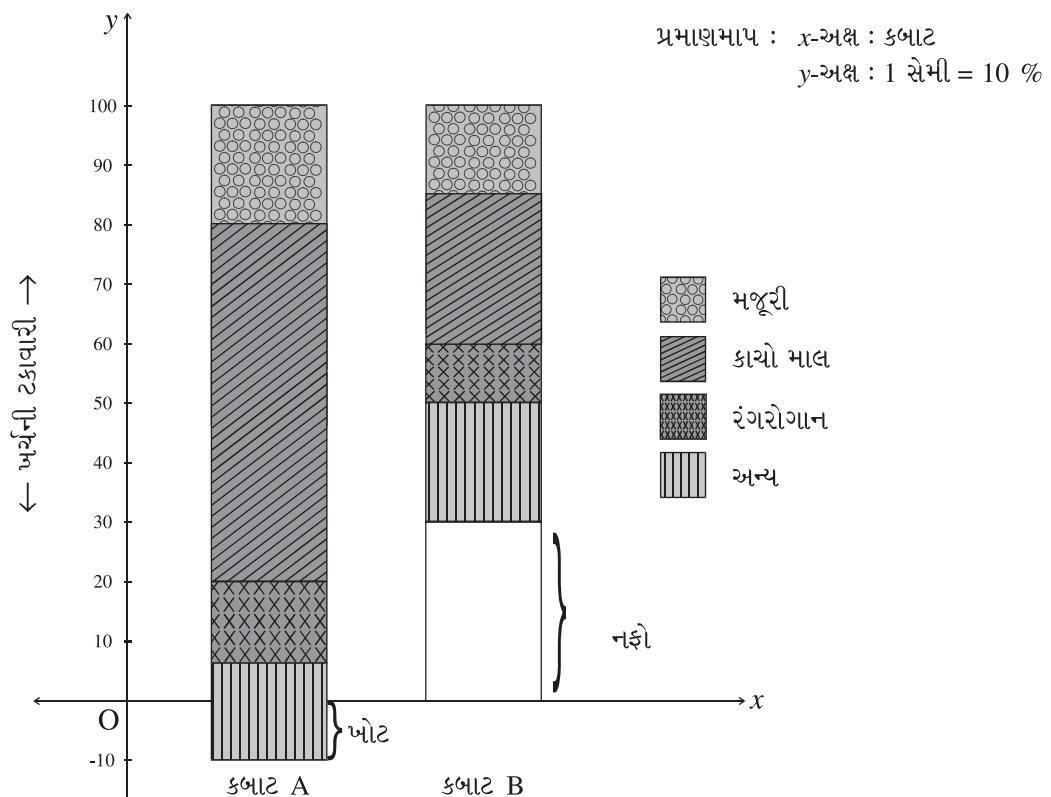
ઉદાહરણ 29 : એક કારખાનામાં બે પ્રકારના કબાટ A અને Bનું ઉત્પાદન કરી તેનું વેચાણ કરે છે. કબાટ A બહુ આકર્ષક નથી પરંતુ ટકાઉ છે તેથી તેનો ઉપયોગ ઔદ્યોગિક એકમોમાં થાય છે. જ્યારે કબાટ B આકર્ષક હોવાથી તેનો ઉપયોગ રહેઠાણમાં થાય છે. કબાટ Aની વેચાણક્રિંમત 5000 રૂપિયા અને કબાટ Bની વેચાણક્રિંમત 8000 રૂપિયા પ્રતિ કબાટ રાખવામાં આવી છે. બંને કબાટ બનાવવાના ખર્ચની વિગત નીચે મુજબ છે, તો કબાટના ખર્ચની વિગતો તેમજ તેના વેચાણથી થતા નફા-નુકસાન દર્શાવતી પ્રતિશત વિભાજિત સંભાકૃતિ દોરો.

ખર્ચની વિગત	કબાટ A	કબાટ B
મજૂરી	1000	1200
કાચો માલ	3000	2000
રંગરોગાન	700	800
અન્ય	800	1600
કુલ	5500	5600

કબાટના વેચાણથી થતા નફા/નુકસાન દર્શાવતી આકૃતિ દોરવાની હોવાથી કુલ વેચાણકિંમતને 100 % લઈ કબાટના ખર્ચની વિગતોની ટકાવારી શોધી તેને વિભાજિત સંભાકૃતિમાં દર્શાવીશું :

ખર્ચની વિગત	કબાટ A			કબાટ B		
	ખર્ચ	ટકાવારી	વિભાજિત રેખા	ખર્ચ	ટકાવારી	વિભાજિત રેખા
મજૂરી	1000	20	$100 - 20 = 80$	1200	15	$100 - 15 = 85$
કાચો માલ	3000	60	$80 - 60 = 20$	2000	25	$85 - 25 = 60$
રંગરોગાન	700	14	$20 - 14 = 6$	800	10	$60 - 10 = 50$
અન્ય	800	16	$6 - 16 = -10$	1600	20	$50 - 20 = 30$
પડતર કિંમત	5500	110	-	5600	70	-
વેચાણકિંમત	5000	100	-	8000	100	-
નફા/નુકસાન	-500	-10	-	2400	30	-

કબાટના ખર્ચની વિગત તેમજ કબાટોનાં વેચાણથી થતા નફા/નુકસાન દર્શાવતી પ્રતિશત વિભાજિત સંભાકૃતિ



2.4.3 દ્વિમાપી આકૃતિ (Two Dimensional Diagram)

એકમાપી આકૃતિઓ એક જ પરિમાળ રજૂ કરવા માટે વપરાય છે. તેમાં ફક્ત આકૃતિની ઊંચાઈ અથવા પહોળાઈમાંથી એકને જ ધ્યાનમાં લેવામાં આવે છે. જો માહિતીનો વ્યાપ મોટો હોય તો તેને આકૃતિમાં રજૂ કરવા માટે લંબાઈ અને પહોળાઈ બંને માપને ધ્યાનમાં લેવામાં આવે છે. આમ, કુલ માપને આકૃતિનાં ક્ષેત્રફળ બરાબર ગણીને દોરવામાં આવે છે તેથી આવી આકૃતિઓમાં ચોરસ, લંબચોરસ, વર્તુળ, વૃત્તાંશ જેવી આકૃતિઓનો સમાવેશ કરી શકાય. અહીં આપણે વર્તુળ આકૃતિ અને વૃત્તાંશ આકૃતિનો જ અભ્યાસ કરીશું.

2.4.3.1 વર્તુળ આકૃતિ (Circle Diagram)

અંકડાકીય માહિતી ખૂબ જ મોટી હોય અને બે કે તેથી વધુ બાબતો માટે વસ્તુઓ, સ્થળ કે સમય અંગેની માહિતીને રજૂ કરવાની હોય ત્યારે આ આકૃતિનો ઉપયોગ કરવામાં આવે છે. આ આકૃતિમાં વસ્તુના જથ્થાને વર્તુળનાં ક્ષેત્રફળ તરીકે દર્શાવવામાં આવે છે. વસ્તુનો જથ્થો = વર્તુળનું ક્ષેત્રફળ = πr^2

જ્યાં $\pi = 3.14$ અથવા $\frac{22}{7}$ અને r એ વર્તુળની ત્રિજ્યા છે.

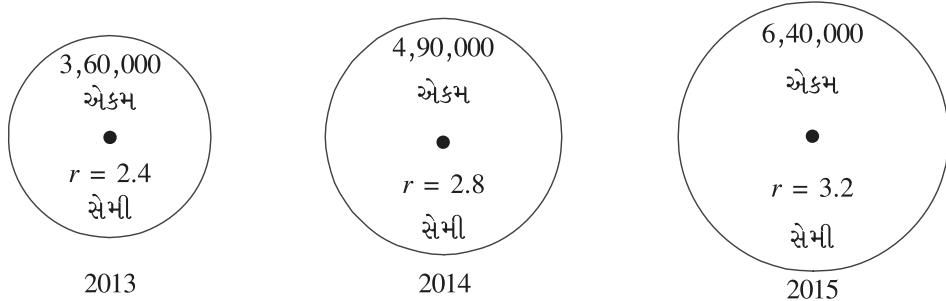
કોઈ પણ વર્તુળનું ક્ષેત્રફળ તેની ત્રિજ્યાના વર્ગના સમગ્રમાણમાં હોય છે તેથી વર્તુળ આકૃતિ દોરવા માટે અલગ અલગ માહિતીની સંખ્યાત્મક ડિમતોનું વર્ગમૂળ શોધવામાં આવે છે અને તે વર્ગમૂળના માપની ત્રિજ્યા લઈ એક સીધી રેખા પર વર્તુળના કેન્દ્રબિંદુ આવે તેવા અલગ અલગ વર્તુળો સમાન અંતરે ચઢતા કે ઉત્તરતા ક્રમમાં દોરવામાં આવે છે. જ્યારે સમયની સાપેક્ષમાં માહિતી આપેલી હોય ત્યારે આપેલ સમય પ્રમાણે જ વર્તુળ દોરવામાં આવે છે. જો વર્તુળની ત્રિજ્યા મોટી હોય તો તેને કોઈ અચળાંક વડે ભાગીને અથવા જો ત્રિજ્યા નાની હોય તો કોઈ અચળાંક વડે ગુણીને વર્તુળાકૃતિ દોરવામાં આવે છે.

ઉદાહરણ 30 : એક ઔદ્યોગિક એકમમાં ત્રણ વર્ષ દરમિયાન થ્યેલ ઉત્પાદન નીચે મુજબ છે, તેને વર્તુળાકૃતિ દ્વારા રજૂ કરો :

વર્ષ	ઉત્પાદન (એકમમાં)
2013	3,60,000
2014	4,90,000
2015	6,40,000

આપેલી માહિતી સંખ્યાત્મક રીતે મોટી છે તેથી તેનું વર્ગમૂળ લઈ મળતી સંખ્યાને 250 વડે ભાગી વર્તુળની ત્રિજ્યા નક્કી કરીશું.

વર્ષ	ઉત્પાદન (એકમમાં)	વર્ગમૂળ	ત્રિજ્યા = વર્ગમૂળ/250
2013	3,60,000	600	2.4
2014	4,90,000	700	2.8
2015	6,40,000	800	3.2



2.4.3.2 વૃત્તાંશ આકૃતિ (Pie-diagram)

જ્યારે કોઈ વસ્તુ, સ્થળ કે સમય માટેની પેટામાહિતી સંખ્યાત્મક રીતે મોટી હોય ત્યારે તેને વિભાજિત સંભાકૃતિની જગ્યાએ વૃત્તાંશ આકૃતિ દ્વારા દર્શાવવામાં આવે છે. આ આકૃતિમાં કુલ માહિતી દર્શાવવા માટે યોગ્ય માપની ત્રિજ્યા લઈ એક વર્તુળ દોરવામાં આવે છે અને ત્યારે બાદ માહિતીના પેટાવિભાગને વૃત્તાંશમાં દર્શાવવામાં આવે છે. આકૃતિમાં કુલ માહિતીના 360° ગણવામાં આવે છે અને તેને આધારે પ્રત્યેક પેટાવિભાગની માહિતીને અનુરૂપ વૃત્તાંશના અંશ શોધી તેને વર્તુળ પર રજૂ કરવામાં આવે છે.

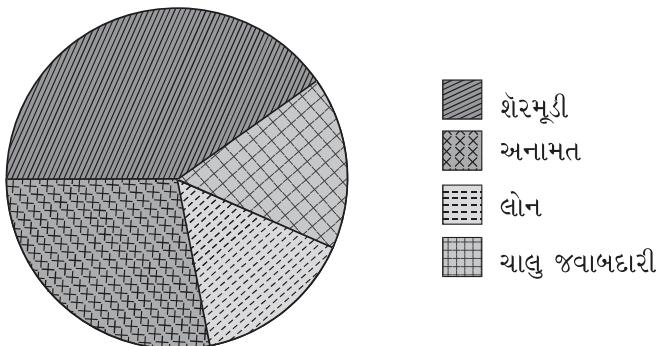
ઉદાહરણ 31 : કોઈ કંપનીના નાણાકીય વર્ષના અંતે તૈયાર કરાયેલ પાકા સરવૈયામાં નોંધાયેલ જવાબદારીઓ નીચે મુજબ છે, તેને વૃત્તાંશ આકૃતિ દ્વારા ૨જૂ કરો :

વિગત	શેરમૂડી	અનામત	લોન	ચાલુ જવાબદારી	કુલ
જવાબદારી (₹)	12,00,000	8,00,000	4,00,000	4,80,000	28,80,000

દરેક જવાબદારીના વૃત્તાંશ નીચે પ્રમાણે ગણી શકાય :

વિગત	જવાબદારી	વૃત્તાંશ (ખૂણાનું માપ)
શેરમૂડી	12,00,000	$\frac{1200000}{2880000} \times 360^\circ = 150^\circ$
અનામત	8,00,000	$\frac{800000}{2880000} \times 360^\circ = 100^\circ$
લોન	4,00,000	$\frac{400000}{2880000} \times 360^\circ = 50^\circ$
ચાલુ જવાબદારી	4,80,000	$\frac{480000}{2880000} \times 360^\circ = 60^\circ$
કુલ	28,80,000	360°

યોગ્ય ત્રિજ્યા લઈ વર્તુળ પર ઉપરની પેટામાહિતી નીચે પ્રમાણે દર્શાવી શકાય. નાણાકીય વર્ષને અંતે કંપનીની જવાબદારીઓ દર્શાવતી વૃત્તાંશ આકૃતિ.



પ્રવૃત્તિ

તમારા ઘરમાં દર મહિને ખોરાક, શિક્ષણ, બળતથા અને પરચૂરણ ખર્ચ વિશે માહિતી એકઠી કરી તેને વૃત્તાંશ આકૃતિમાં દર્શાવો.

ઉદાહરણ 32 : મધ્યમ વર્ગીય બે કુટુંબોની વાર્ષિક ખર્ચની વિગતો નીચે મુજબ છે, તેને વૃત્તાંશ-આકૃતિ દ્વારા દર્શાવો.

વિગત	વાર્ષિક ખર્ચ (રૂપિયામાં)	
	કુટુંબ A	કુટુંબ B
ખોરાક	40000	50,000
કપડાં	10000	20,000
ભાંડું	25000	30,000
શિક્ષણ	10000	32,000
પરચૂરણ	5000	28,000
કુલ	90,000	1,60,000

બંને કુટુંબો માટે અલગ-અલગ વર્તુળની ત્રિજ્યા તેમના કુલ ખર્ચના વર્ગમૂળના પ્રમાણમાં લઈશું તેમજ કુલ ખર્ચને 360° લઈ તેમના પેટાવિભાગ ખર્ચનો વૃત્તાંશ મેળવીશું.

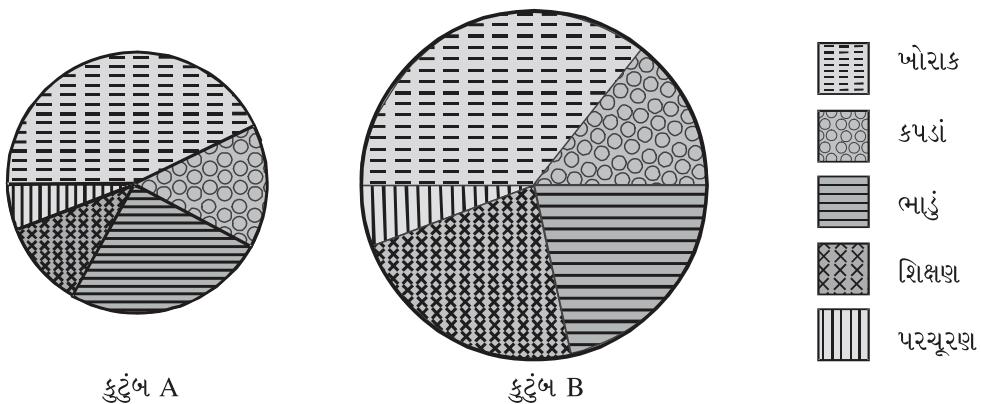
$$\text{કુટુંબ A માટેની ત્રિજ્યા} = \frac{\sqrt{90000}}{100} = \frac{300}{100} = 3 \text{ સેમી}$$

$$\text{કુટુંબ B માટેની ત્રિજ્યા} = \frac{\sqrt{160000}}{100} = \frac{400}{100} = 4 \text{ સેમી}$$

વાર્ષિક ખર્ચ (₹ માં)

વિગત	કુટુંબ A		કુટુંબ B	
	ખર્ચ	અંશ	ખર્ચ	અંશ
ખોરાક	40,000	$\frac{40000}{90000} \times 360^\circ = 160^\circ$	50,000	$\frac{50000}{160000} \times 360^\circ = 112.5^\circ$
કપડાં	10,000	= 40°	20,000	= 45°
ભાડું	25,000	= 100°	30,000	= 67.5°
શિક્ષણ	10,000	= 40°	32,000	= 72°
પરચૂરણ	5000	= 20°	28,000	= 63°
કુલ	90,000	= 360°	1,60,000	= 360°

બે કુટુંબોના વાર્ષિક ખર્ચની વિગતો દર્શાવતી વૃત્તાંશ આકૃતિ



ઉપર દર્શાવેલ માહિતીને પ્રતિશત વિભાજિત સંભાકૃતિ દ્વારા દર્શાવો.

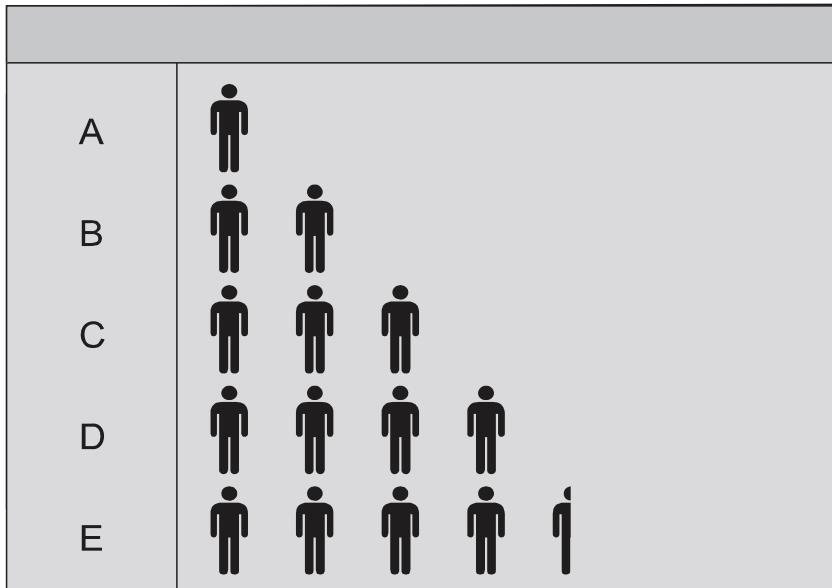
2.4.4 ચિત્રાકૃતિ (Pictogram)

જે પ્રકારની માહિતી આપેલી હોય તે મુજબનાં ચિત્રો દ્વારા માહિતીની રજૂઆત કરવામાં આવે તો તેને ચિત્રાકૃતિ કહેવામાં આવે છે. દા.ત., જો વસ્તીને લગતા અંકડા આપેલા હોય તો તેની રજૂઆત માનવચિત્રોવાળી આકૃતિ દ્વારા કરવામાં આવે છે. ચિત્રાકૃતિ લોકોનું ધ્યાન જલદી આકર્ષે છે તેમજ ઓછું ભણેલ વ્યક્તિઓ અને બાળકોને માહિતી સમજાવવા માટે આ રીત વધુ ઉપયોગી છે. વળી માહિતી ચિત્રો દ્વારા રજૂ થતી હોવાથી તેને ભાષાનો બાધ રહેતો નથી. જે માહિતીની ચિત્રાકૃતિ દોરવાની હોય તેના જથ્થાના પ્રમાણમાં યોગ્ય માપ લઈ ચિત્રો દોરવામાં આવે છે. આ પદ્ધતિનો મુખ્ય ગેરફાયદો એ છે કે આંકડાશાખીય વિશ્લેષણમાં તેનો ઉપયોગ મર્યાદિત છે.

ઉદાહરણ 33 : પાંચ શહેરોની વસ્તીસંબંધી માહિતી નીચેના કોષ્ટકમાં આપેલી છે તેને ચિત્રાકૃતિ દ્વારા ૨જૂ કરો.

શહેર	A	B	C	D	E
વસ્તી	20,000	40,000	60,000	80,000	90,000

અહીં એક માનવચિત્ર  = 20,000 વ્યક્તિઓ દર્શાવતાં.

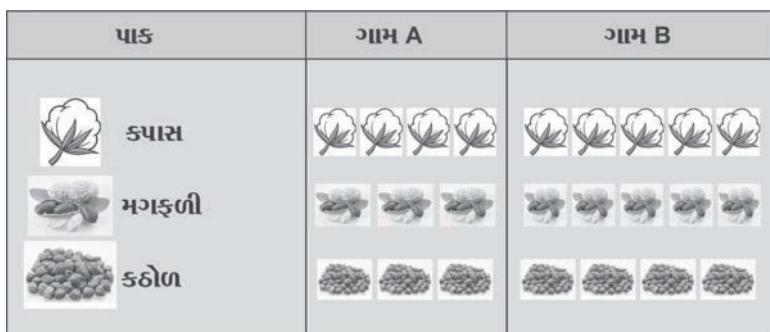


ઉદાહરણ 34 : એક વિસ્તારનાં બે ગામોના ખેતરમાં વાવેતર હેઠળની જમીનની વિગતો નીચે મુજબ છે, તો તેને ચિત્રાકૃતિ દ્વારા ૨જૂ કરો.

પાક	વાવેતર હેઠળ જમીન (એકરમાં)	
	ગામ A	ગામ B
કપાસ	400	500
મગફળી	300	500
કઠોળ	300	400

પાકના પ્રકાર પ્રમાણે તેની ચિત્રાકૃતિ નીચે પ્રમાણે ૨જૂ કરી શકાય :

બે ગામોમાં થયેલ વાવેતરની વિગત દર્શાવતી ચિત્રાકૃતિ.



અહીં વાવેતરના પ્રકારનો એક ચિત્ર એ 100 એકરમાં વાવેતર દર્શાવે છે.

સ્વાધ્યાય 2.3

1. કોઈ એક વર્ષ દરમિયાન સરકારના જુદા જુદા વિભાગોમાં કાર્ય કરતા કર્મચારીઓની સંખ્યા નીચે મુજબ છે. તેને યોગ્ય આકૃતિમાં દર્શાવો.

વિભાગ	માર્ગ પરિવહન	રેલવે	આયકર	નાણાં ખાતું	આયોજનપણું
કર્મચારીઓની સંખ્યા	4000	6000	3000	2500	1500

2. કોઈ એક કંપનીનો વાર્ષિક નફો નીચે મુજબ છે, તો તેને યોગ્ય આકૃતિમાં દર્શાવો.

વર્ષ	2010	2011	2012	2013	2014	2015
નફો (કરોડ)	10	5	-2	4	8	6

3. મુંબઈ શેરબજારમાં પાંચ કંપનીઓના શેરના ભાવ પંદર દિવસના અંતરાલમાં નીચે મુજબ હતા, તો તેને યોગ્ય આકૃતિ દ્વારા દર્શાવો :

કંપની	A	B	C	D	E
શેરનો બંધભાવ (₹)	40	20	100	80	30
15 દિવસ બાદ તે જ શેરનો બંધભાવ (₹)	60	30	150	60	10

4. કોઈ એક વર્ષે પાંચ દેશોના જન્મદર અને મૃત્યુદરની માહિતી નીચે પ્રમાણે છે, તો તેને યોગ્ય આકૃતિ દ્વારા રજૂ કરો.

દેશ	અમેરિકા	જાપાન	ભારત	જર્મની	યુ.કે.
જન્મદર	16.5	20.8	34.2	16.4	15.2
મૃત્યુદર	10.2	12.2	20.4	10.3	12.0

5. કોઈ બે અલગ-અલગ વિસ્તારમાં રહેતી વ્યક્તિઓની ઉંમર વિશે નીચે પ્રમાણેની માહિતી મળે છે, તો તેને યોગ્ય આકૃતિ દ્વારા રજૂ કરો.

ઉંમર	15થી ઓછી (બાળક)	15થી 35 (યુવાન)	35થી 60 (વ્યસ્ક)	60થી વધુ (વૃદ્ધ)	કુલ
વિસ્તાર A	480	360	240	120	1200
વિસ્તાર B	350	250	200	200	1000

6. દાખલા નંબર 5માં આપેલી માહિતીને ટકાવારી વિભાજિત સંભાકૃતિ દ્વારા દર્શાવો.

7. કાર બનાવતી કંપનીએ ત્રણ વર્ષ દરમિયાન કરેલું ઉત્પાદન નીચે મુજબ છે, તેને વર્તુળ આકૃતિ દ્વારા રજૂ કરો.

વર્ષ	2012	2013	2014
કારનું ઉત્પાદન	25,600	1,02,400	1,60,000

8. જુદાં જુદાં ડૈનિકપત્રોની નકલમાં વેચાણની માહિતીની ટકાવારી નીચે મુજબ છે, આ માહિતીને વૃત્તાંશ આકૃતિથી દર્શાવો.

ડૈનિકપત્ર	P	Q	R	S	કુલ
વેચાણની ટકાવારી	25	23	24	28	100

9. નીચે આપેલ માહિતીને ચિત્રાકૃતિથી દર્શાવો :

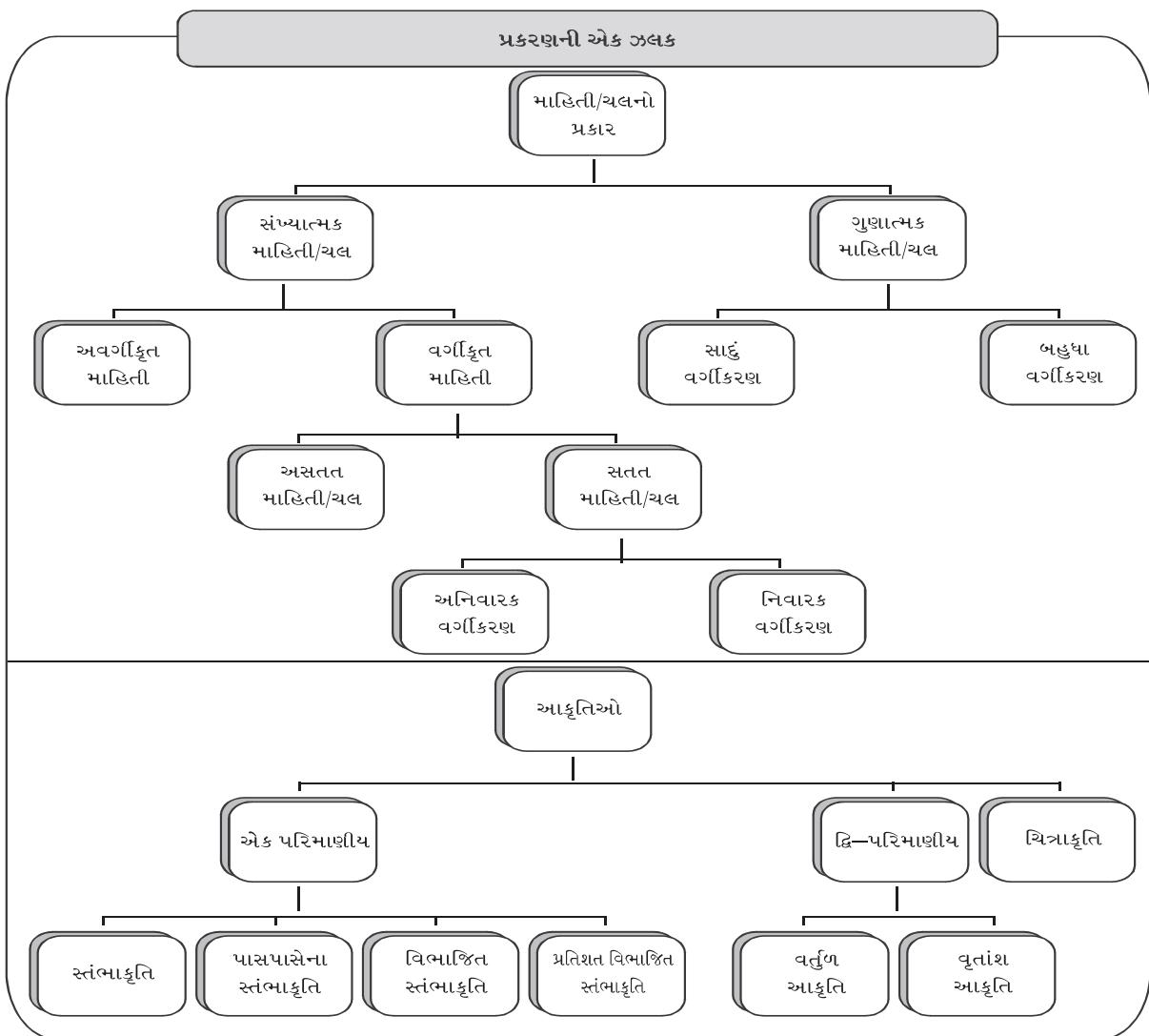
વર્ષ	2010	2011	2012	2013	2014
કેરીનું ઉત્પાદન (કિલોગ્રામ)	1,00,000	1,50,000	2,50,000	1,50,000	75,000

10. વીજળીના ગોળા બનાવતી બે જાણીતી કંપનીના ઉત્પાદનના આંકડા નીચે મુજબ છે. તેને ચિત્રાકૃતિમાં રજૂ કરો.

વર્ષ	ગોળાનું ઉત્પાદન (લાખ એકમમાં)	
	કંપની A	કંપની B
2012	50	100
2013	100	150
2014	175	200
2015	200	200

સારાંશ

- નિશ્ચિત સીમાઓ વચ્ચે કોઈ ચોક્કસ કિંમતો જ ધારણ કરી શકતા ચલને અસતત ચલ કહે છે.
- નિશ્ચિત સીમાઓ વચ્ચે કોઈ પણ કિંમત ધારણ કરી શકતા ચલને સતત ચલ કહે છે.
- અવગાર્કૃત માહિતીને સંક્ષિપ્તમાં અને વ્યવસ્થિત રીતે ગોટવવાની કિયાને વર્ગાકરણ કહે છે.
- ચલના મૂલ્યના પુનરાવર્તન દર્શાવીની સંઘાને તે ચલનાં મૂલ્યની આવૃત્તિ કહે છે.
- અસતત ચલનાં વિવિધ શક્ય મૂલ્યોને અનુરૂપ આવૃત્તિ દ્વારા દર્શાવતા કોષ્ટકને અસતત આવૃત્તિ-વિતરણ કહે છે.
- અવગાર્કૃત માહિતીને ચલના મૂલ્યના વર્ગો અનુસાર આવૃત્તિ દર્શાવતા કોષ્ટકને સતત આવૃત્તિ-વિતરણ કહે છે.
- જ્યારે અસતત ચલની માહિતીનો વિસ્તાર મોટો હોય ત્યારે તે માહિતીને અનિવારક સતત આવૃત્તિ-વિતરણ દ્વારા દર્શાવી શકાય છે.
- ચલની જાણીતી કિંમત કે વર્ગની આવૃત્તિ અને તેની આગળની બધી જ કિંમતો કે વર્ગની આવૃત્તિના સરવાળાને સંચયી આવૃત્તિ કહે છે અને તેના વિતરણને સંચયી આવૃત્તિ-વિતરણ કહે છે.
- સંચયી આવૃત્તિ-વિતરણ બનાવતી વખતે અનિવારક વર્ગને નિવારક વર્ગોમાં ફેરવવામાં આવે છે.
- નિવારક સતત આવૃત્તિ-વિતરણમાં વર્ગ સીમાઓ અને વર્ગ સીમાનુંદુંઓ સમાન હોય છે.
- જ્યારે અવગાર્કૃત માહિતીનો વિસ્તાર ખૂબ જ મોટો હોય તો તેને માટે અનિયમિત વર્ગલંબાઈવાળું આવૃત્તિ-વિતરણ મેળવવામાં આવે છે.
- વર્ગાકૃત માહિતીને સરળ તેમ જ આકર્ષક રીતે રજૂ કરવા આલેખ દ્વારા દર્શાવાય છે.
- એકમાપી આકૃતિમાં માહિતીના એક જ ગુણધર્મને ધ્યાનમાં રાખીને આકૃતિ દોરવામાં આવે છે.
- માહિતીના એક લક્ષણને દર્શાવવા માટે સંભાકૃતિ તેમજ એક કરતાં વધુ લક્ષણને દર્શાવવા માટે પાસપાસેના સંભોવાળી સંભાકૃતિનો ઉપયોગ કરવામાં આવે છે.
- કુલ માહિતીના વિવિધ ભાગોને સંભમાં દર્શાવવા માટે વિભાજિત સંભાકૃતિ તેમજ તેમની સરખામણી કરવા માટે ટકાવારી વિભાજિત સંભાકૃતિનો ઉપયોગ કરવામાં આવે છે.
- જ્યારે આપેલ માહિતી સંખ્યાત્મક રીતે મોટી હોય ત્યારે તેને વૃત્તાંશ આકૃતિ દ્વારા દર્શાવવામાં આવે છે. વૃત્તાંશ આકૃતિનો ઉપયોગ વિશાળ માહિતીની સરખામણી કરવા માટે થાય છે.
- માહિતીની ચિત્રાકૃતિ રજૂઆતને ચિત્રાકૃતિ કહે છે.



સૂત્રોની યાદી

$$(1) \text{ માહિતીનો વિસ્તાર } R = \text{મહત્તમ કિમત} - \text{લઘુત્તમ કિમત}$$

$$(2) \text{ વર્ગલંબાઈ } C \approx \frac{\text{માહિતીનો વિસ્તાર}}{\text{વર્ગની સંખ્યા}}$$

$$(3) \text{ વર્ગનું અધ: સીમાબિંદુ} = \frac{\frac{\text{તે વર્ગની નીચેલી}}{\text{સીમાની કિમત}} + \frac{\text{તેની ઉપરના વર્ગની}}{\text{ઉપરી સીમાની કિમત}}}{2}$$

$$\text{વર્ગનું ઊર્ધ્વ સીમાબિંદુ} = \frac{\frac{\text{તે વર્ગની ઉપરી}}{\text{સીમાની કિમત}} + \frac{\text{તેની પછીના વર્ગની}}{\text{નીચેલી સીમાની કિમત}}}{2}$$

$$(4) \text{ વર્ગનું મધ્યકિમત} = \frac{\text{ઉપરી સીમાની કિમત} + \text{નીચેલી સીમાની કિમત}}{2}$$

$$(5) \text{ વર્ગનું ઊર્ધ્વ સીમાબિંદુ} = \text{મધ્યકિમત} - \frac{1}{2} (\text{વર્ગલંબાઈ})$$

$$\text{વર્ગનું ઊર્ધ્વ સીમાબિંદુ} = \text{મધ્યકિમત} + \frac{1}{2} (\text{વર્ગલંબાઈ})$$

સ્વાધ્યાય 2

વિભાગ A

નીચે આપેલ બહુવિકલ્પ પ્રશ્ન માટે સાચા વિકલ્પની પસંદગી કરો :

1. નીચેનાં પૈકી ક્યો ચલ અસતત છે ?

(a) વક્તિની ઊંચાઈ	(b) વસ્તુનું વજન
(c) મેદાનનું ક્ષેત્રફળ	(d) કુટુંબદીઠ બાળકીની સંખ્યા
2. નીચેનાં પૈકી સતત ચલ ક્યો છે ?

(a) પુસ્તકમાં પાનાઈઠ ભૂલની સંખ્યા	(b) કારના ઉત્પાદનની સંખ્યા
(c) માર્ગ પરના અકસ્માતની સંખ્યા	(d) વક્તિની માસિક આવક
3. વસ્તુની દૈનિક માંગ વિશે આપેલ અવગ્નીકૃત માહિતીને વગ્નીકૃત કરવાની રીતને શું કહે છે ?

(a) ગુણાત્મક માહિતીનું વગ્નીકરણ	(b) સંખ્યાત્મક માહિતીનું વગ્નીકરણ
(c) અવગ્નીકૃત વગ્નીકરણ	(d) બહુવિધ વગ્નીકરણ
4. કોઈ એક વિસ્તારમાં રહેતા લોકોના બ્યવસાય અને તેમના અભ્યાસ વિશે આપેલ માહિતીને વગ્નીકૃત કરવાની રીતને શું કહે છે ?

(a) કોષ્ટક-રચના	(b) સંખ્યાત્મક માહિતીનું વિતરણ
(c) અવગ્નીકૃત વિતરણ	(d) અસતત આવૃત્તિ વિતરણ
5. સતત આવૃત્તિ-વિતરણમાં વર્ગની વર્ગલંબાઈ એટલે શું ?

(a) બે ક્રમિક અધઃ સીમાબિંદુની સરેરાશ	(b) વર્ગની વર્ગસીમાઓની સરેરાશ
(c) વર્ગની ઊર્ધ્વ સીમાબિંદુ અને અધઃ સીમાબિંદુઓ વચ્ચેનો તરફાવત	(d) વર્ગની ઊર્ધ્વ સીમાબિંદુ અને અધઃ સીમાબિંદુની સરેરાશ.
6. કોઈ એક અવગ્નીકૃત માહિતીનો વિસ્તાર 55 છે અને તેને છ સમાન વર્ગ લંબાઈવાળા વર્ગોમાં વિભાજિત કરવાની હોય તો વર્ગલંબાઈ કેટલી થાય ?

(a) 10	(b) 9	(c) 9.17	(d) 10.17
--------	-------	----------	-----------
7. અનિવારક વર્ગો 10 - 19.5, 20 - 29.5, 30 - 39.5 છે, તો બીજા વર્ગની નિવારક સીમાઓ કઈ થશે ?

(a) 19.5 - 29.5	(b) 19.75 - 29.75	(c) 20 - 30	(d) 19 - 29
-----------------	-------------------	-------------	-------------
8. એક અસતત ચલની કિંમતો 0, 1, 2, 3, 4 માટેની આવૃત્તિઓ અનુક્રમે 2, 4, 6, 8, 14 છે, તો ચલની કિંમત 2ને અનુરૂપ ‘થી વધુ’ સંચયી આવૃત્તિ કેટલી થાય ?

(a) 28	(b) 12	(c) 34	(d) 6
--------	--------	--------	-------
9. સતત ચલ માટેના વર્ગો 0 - 9, 10 - 19, 20 - 29, 30 - 39 છે અને તેની આવૃત્તિ અનુક્રમે 10, 20, 40, 10 છે, તો સીમાબિંદુ 29.5ને અનુરૂપ ‘થી ઓછી’ સંચયી આવૃત્તિ કેટલી થાય ?

(a) 30	(b) 50	(c) 70	(d) 80
--------	--------	--------	--------

विभाग B

નીચેના પ્રશ્નોના એક વાક્યમાં જવાબ આપો :

1. અસતત ચલની વ્યાખ્યા આપો.
 2. સતત ચલની વ્યાખ્યા આપો.
 3. વર્ગિકરણ એટલે શું ?
 4. વર્ગિકરણના પ્રકારો જણાવો.
 5. ચલના મૂલ્યની આવૃત્તિની વ્યાખ્યા આપો.
 6. વર્ગની વર્ગલંબાઈ અને માહિતીનો વિસ્તાર આપેલ હોય ત્યારે વર્ગની સંખ્યા શોધવાની રીત લખો.
 7. અસમાન વર્ગલંબાઈવાનું આવૃત્તિ-વિતરણ ક્યારે બનાવવું જોઈએ ?
 8. સંચયી આવૃત્તિની વ્યાખ્યા આપો.
 9. અસતત આવૃત્તિ-વિતરણ માટે ‘થી ઓછા’ પ્રકારનું સંચયી આવૃત્તિ-વિતરણ વ્યાખ્યાયિત કરો.
 10. સતત આવૃત્તિ-વિતરણ માટે ‘થી વધુ’ પ્રકારનું સંચયી આવૃત્તિ-વિતરણ વ્યાખ્યાયિત કરો.
 11. વર્ગની મધ્યકિંમત શોધવાનું સૂત્ર જણાવો.
 12. કોષ્ટક-રચનાની વ્યાખ્યા આપો.
 13. બહુવિધ કોષ્ટકને વ્યાખ્યાયિત કરો.
 14. કેવા કોષ્ટકને શ્રેષ્ઠ કોષ્ટક કહે છે ?

15. માહિતીના વર્ગીકરણનો મુખ્ય ગેરકાયદો શું છે ?
16. આંકડાશાસ્ત્રના અભ્યાસમાં આકૃતિઓનો મુખ્ય ઉદ્દેશ શું છે ?
17. આકૃતિઓના પ્રકાર જણાવો.
18. પાસપાસેના સંભોની આકૃતિ ક્યારે દોરવામાં આવે છે ?
19. વિભાજિત સંભાકૃતિ ક્યારે દોરવામાં આવે છે ?
20. ટકાવારી વિભાજિત સંભાકૃતિનો મુખ્ય ઉદ્દેશ જણાવો.

[વિભાગ C]

નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ આપો :

1. ગુણાત્મક માહિતી અને સંખ્યાત્મક માહિતીની વ્યાખ્યા આપો.
2. અસતત આવૃત્તિ-વિતરણની વ્યાખ્યા ઉદાહરણ સહિત આપો.
3. સતત આવૃત્તિ-વિતરણની વ્યાખ્યા ઉદાહરણ સહિત આપો.
4. નિવારક સતત આવૃત્તિ-વિતરણની વ્યાખ્યા સમજાવો.
5. અનિવારક સતત આવૃત્તિ-વિતરણની વ્યાખ્યા સમજાવો.
6. અનિવારક સતત આવૃત્તિ-વિતરણની વર્ગસીમાઓ પરથી વર્ગ સીમાનિદ્ધારી શોધવાનાં સૂત્રો જણાવો.
7. નીચે જણાવેલ આવૃત્તિ-વિતરણના વર્ગોની મધ્યકિર્મતો જણાવો.

વર્ગ	0 - 9	10 - 24	25 - 49	50 - 74	75 - 100
આવૃત્તિ	10	20	30	20	10

8. ઉપર જણાવેલ આવૃત્તિ-વિતરણમાં દરેક વર્ગની વર્ગલંબાઈ જણાવો :
9. નીચે આપેલ આવૃત્તિ-વિતરણ માટે 'થી ઓછા' પ્રકારનું સંચયી આવૃત્તિ-વિતરણ બનાવો :

પ્રાપ્તાંક	10	20	30	40	50
આવૃત્તિ	10	30	30	20	10

10. એક વસ્તુની માંગને સારી, મધ્યમ અને ઓછી એમ ત્રણ વિભાગોમાં વિભાજિત કરવામાં આવે છે. એક વર્ષના અભ્યાસ દરમિયાન માલૂમ પડ્યું કે 22 અઠવાડિયા દરમિયાન માંગ મધ્યમ હતી જ્યારે 18 અઠવાડિયા દરમિયાન વસ્તુની માંગ ઓછી હતી. આ માહિતીને કોષ્ટકમાં રજૂ કરો.
11. નીચે આપેલ કોષ્ટકની પૂર્તિ કરો :

વર્ષ	ગુણધર્મ A			ગુણધર્મ B			કુલ		
	પેટાગુણ 1	પેટાગુણ 2	કુલ	પેટાગુણ 1	પેટાગુણ 2	કુલ	પેટાગુણ 1	પેટાગુણ 2	કુલ
2014	200		300	100		200			
2015		400		150	300		300		

12. નિવારક સતત આવૃત્તિ-વિતરણ અને અનિવારક સતત આવૃત્તિ-વિતરણ વચ્ચેનો તફાવત આપો.
13. આકૃતિની મર્યાદાઓ જણાવો.
14. એકમાપી આકૃતિઓ એટલે શું ? તેના નામો આપો.
15. દ્વિમાપી આકૃતિઓ વિશે ટૂંકમાં જણાવો.

16. નીચે આપેલી માહિતીને સ્તંભકૃતમાં દર્શાવો :

(1)

વર્ષ	2011	2012	2013	2014	2015
ઉત્પાદન (કરોડ ₹)	3.5	4.2	5.8	7.4	10.2

(2)

વિદ્યાશાખા	વિનયન	વાણિજ્ય	વિજ્ઞાન	ઇજનેરી	અન્ય
વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા	5900	10,200	6000	4500	8000

વિભાગ D

નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ આપો :

- અંકડાશાસ્ત્રના અભ્યાસમાં વર્ગીકરણની જરૂરિયાત શા કરાડો છે ?
- સંખ્યાત્મક માહિતીનું વર્ગીકરણ યોગ્ય ઉદાહરણ સહિત સમજાવો.
- ગુણાત્મક માહિતીનું વર્ગીકરણ યોગ્ય ઉદાહરણ સહિત સમજાવો.
- સંચયી આવૃત્તિ-વિતરણ વિશે ટૂંક નોંધ લખો.
- સતત આવૃત્તિ-વિતરણની રચના માટેના મુદ્દાઓ ચર્ચો.
- કોષ્ટક-રચના એટલે શું ? તેના ઉપયોગ લખો.
- કોષ્ટક-રચનાના માર્ગદર્શક નિયમ જણાવો.
- નીચે આપેલ આવૃત્તિ-વિતરણ પરથી મૂળ આવૃત્તિ-વિતરણ મેળવો :

મધ્યકિંમત	250	350	450	550	650	750	કુલ
આવૃત્તિ	20	80	80	40	60	20	300

- એક ઓફિસમાં કામ કરતા 40 કર્મચારીઓમાં 60 % સ્ત્રીઓ હતી અને બાકીના 40 % પુરુષો હતા. 50 % પુરુષો પરિણીત હતા. જ્યારે પરિણીત અને અપરિણીત સ્ત્રીઓનું પ્રમાણ 5:3 હતું. આ માહિતીને યોગ્ય કોષ્ટકમાં દર્શાવો.
- 100 કામદારોના માસિક આવક વિશે નીચે માહિતી આપેલી છે તે પરથી મૂળ આવૃત્તિ-વિતરણ તૈયાર કરો.

માસિક વેતન 'થી ઓછું'	2400	2900	3400	3900	4400	4900	5400	5900	6400
કામદારોની સંખ્યા	0	3	12	30	55	78	88	95	100

- કોઈ એક પરીક્ષામાં 200 વિદ્યાર્થીઓના ગુણાની માહિતી નીચે પ્રમાણે છે તેના પરથી મૂળ આવૃત્તિ-વિતરણ મેળવો.

ગુણ	10 - 100	20 - 100	30 - 100	40 - 100	50 - 100	60 - 100	70 - 100	80 - 100	90 - 100
વિદ્યાર્થીઓ	200	180	140	90	55	30	8	2	1

- નીચે આપેલ આવૃત્તિ-વિતરણ પરથી મૂળ આવૃત્તિ-વિતરણ મેળવો.

મધ્યકિંમત	12.5	17.5	22.5	27.5	32.5	37.5	42.5	47.5
આવૃત્તિ	12	18	16	22	14	10	6	2

- અમદાવાદ શહેરમાં વ્યક્તિગત પરિવહન માટે કુલ 1000 બસો છે. તેમાંથી 350 બસ BRTS તરીકે ઉપયોગ થાય છે, જ્યારે બાકીની AMTS તરીકે ઉપયોગી થાય છે. કુલ 400 વાતાનુકૂલિત બસમાંથી 250 BRTS બસ છે, તો આ માહિતીને યોગ્ય કોષ્ટકમાં રજૂ કરો.

14. એક કોલેજના કુલ 1500 વિદ્યાર્થીઓમાંથી 900 છોકરાઓ હતા. તેમાંથી 250 છોકરાઓ વિશાનપ્રવાહના હતા જ્યારે 250 છોકરીઓ વાણિજ્ય પ્રવાહમાં હતી. આ માહિતીને યોગ્ય કોષ્ટકમાં રજૂ કરો.
15. આંકડાશાસ્ત્રના અભ્યાસમાં આકૃતિનું મહત્વ સમજાવો.
16. એકમાપી આકૃતિઓ વિશે ટૂંક નોંધ લખો.
17. દ્વિમાપી આકૃતિ વિશે ટૂંક નોંધ લખો.
18. ચિત્રાકૃતિ ઉદાહરણ સહિત સમજાવો.
19. બે જુદાં જુદાં રાજ્ય માટે જેતીવાડીના ઉત્પાદનનો સૂચકાંક નીચે મુજબ છે, તો તેને યોગ્ય આકૃતિ દ્વારા દર્શાવો.

વર્ષ	2011	2012	2013	2014	2015
રાજ્ય A	139	147	152	162	170
રાજ્ય B	110	115	125	140	150

20. પાંચ જુદા જુદા વિસ્તારનું ક્ષેત્રફળ (વર્ગ મીટરમાં) નીચે મુજબ છે, તો તે પરથી વૃત્તાંશ આકૃતિ દોરો.

વિસ્તાર	A	B	C	D	E
ક્ષેત્રફળ	5	8	29	44	71

21. જુદી જુદી ફેક્ટરીમાં થતા ઉત્પાદનની વિગત નીચે મુજબ છે. તેને યોગ્ય આકૃતિમાં રજૂ કરો.

ફેક્ટરી	P	Q	R
ઉત્પાદન (લાખ રૂ)	256	576	1024

વિભાગ E

નીચેનાના ઉકેલ મેળવો :

1. મોસમ દરમિયાન એક આંબાવાડીમાં જુદા-જુદા આંબાનાં જાડ પરથી 30 દિવસ દરમિયાન મળેલ કેરીઓની સંખ્યા નીચે પ્રમાણે છે, તો વર્ગોત્તર 5 લઈ આવૃત્તિ-વિતરણ તૈયાર કરો :
- | | | | | | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 94 | 96 | 100 | 104 | 122 | 107 | 108 | 106 | 119 | 120 |
| 98 | 123 | 102 | 125 | 95 | 125 | 115 | 104 | 114 | 109 |
| 128 | 112 | 103 | 92 | 114 | 101 | 113 | 118 | 124 | 118 |
2. કોઈ એક દિવસ દરમિયાન એક શહેરના 40 રિક્ષાચાલકોએ કરેલ કમાણી (રૂ)માં આંકડા નીચે મુજબ છે. તેના પરથી એક વર્ગ 220-239 આવે તેમજ વર્ગલંબાઈ 20 હોય તેવું આવૃત્તિ-વિતરણ તૈયાર કરો.
- | | | | | | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 285 | 215 | 200 | 225 | 255 | 250 | 235 | 242 | 298 | 312 |
| 328 | 294 | 266 | 335 | 330 | 270 | 315 | 275 | 245 | 265 |
| 210 | 235 | 275 | 305 | 332 | 355 | 307 | 230 | 348 | 350 |
| 310 | 290 | 264 | 228 | 236 | 336 | 356 | 322 | 215 | 345 |
3. શહેરના એક વિસ્તારમાં 50 રહેણાંકના એક મહિના દરમિયાન પાણીના વપરાશના એકમની માહિતી નીચે મુજબ છે, તો કોઈ એક વર્ગ 25 - 30 હોય તેવા નિવારક સતત આવૃત્તિ-વિતરણ તૈયાર કરો.
- | | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 24 | 34 | 41 | 55 | 45 | 25 | 40 | 38 | 40 | 44 |
| 28 | 35 | 40 | 48 | 35 | 44 | 27 | 57 | 42 | 30 |
| 28 | 26 | 42 | 49 | 47 | 33 | 52 | 52 | 28 | 34 |
| 36 | 30 | 44 | 33 | 31 | 30 | 39 | 25 | 24 | 47 |
| 28 | 36 | 32 | 57 | 25 | 29 | 35 | 44 | 50 | 56 |

4. કોઈ એક કંપનીમાં કામ કરતા 50 કર્મચારીઓના વજન (કિગ્રા)માં નીચે પ્રમાણે મળે છે. અંતિમ વર્ગ 85–90 હોય તેવું નિવારક આવૃત્તિ તૈયાર કરો.

82	75	73	70	84	79	79	77	80	66
70	70	72	62	64	80	85	64	75	65
66	75	71	82	69	70	72	80	66	70
79	69	80	63	66	75	68	78	86	66
85	66	69	85	70	60	70	75	79	86

5. નીચે જણાવેલ આવૃત્તિ-વિતરણ પરથી “થી ઓછું” અને “થી વધુ” પ્રકારનું સંચયી આવૃત્તિ-વિતરણ મેળવો.

વર્ગ	25 - 29	30 - 34	35 - 39	40 - 44	45 - 49	50 - 54	55 - 59	કુલ
આવૃત્તિ	3	8	10	5	15	8	1	50

6. એક કારખાનામાં કામ કરતા 30 કામદારોની 30 દિવસ દરમિયાન ગેરહાજરીની સંખ્યા નીચે મુજબ છે, તો યોગ્ય આવૃત્તિ-વિતરણ તૈયાર કરો અને તે પરથી “થી ઓછા” પ્રકારનું સંચયી આવૃત્તિ-વિતરણ બનાવો.

0	1	4	5	4	0	0	2	3	4	1	2	6	4	0
3	2	3	2	1	1	0	2	1	1	3	3	3	5	1

7. એક શાળામાં કુલ 850 વિદ્યાર્થીઓ હતા જેમાં ધોરણ 10, 11 અને 12માં વિદ્યાર્થીઓનું પ્રમાણ 8:5:4 હતું. ધોરણ 10માં શાળામાં કુલ વિદ્યાર્થીઓનાં 30 % છોકરાઓ હતા. ધોરણ 11માં છોકરાઓ અને છોકરીઓની સંખ્યા સમાન હતી. જ્યારે ધોરણ 12માં છોકરાઓની સંખ્યા છોકરીઓની સંખ્યા કરતાં ગણ ગણી હતી. આ માહિતીને કોષ્ટકમાં દર્શાવો.

8. એક શાળામાં 2013ના વર્ષમાં કુલ 1200 વિદ્યાર્થીઓ ભાગતા હતા. તેમાં કુલ 400 છોકરીઓ હતી અને તેમાંથી 50 છોકરીઓ હોસ્ટેલમાં રહેતી ન હતી. શાળાના કુલ 600 છોકરાઓ હોસ્ટેલમાં રહેતા હતા. 2014ના વર્ષમાં તે શાળામાં છોકરાઓની સંખ્યામાં 20 ટકાનો તેમજ છોકરીઓની સંખ્યામાં 30 ટકાનો વધારો થયો. આ વર્ષે 260 છોકરાઓ અને 100 છોકરીઓ હોસ્ટેલમાં રહેતા ન હતા. વર્ષ 2015માં તે શાળામાં 140 છોકરાઓ તેમજ 100 છોકરીઓનો ઉમેરો થયો અને આ તમામ નવા વિદ્યાર્થીઓ હોસ્ટેલમાં રહેતા વિદ્યાર્થીઓની સાથે જ રહેતા હતા. આ માહિતીને યોગ્ય કોષ્ટકમાં રજૂ કરો.

9. નીચેની માહિતીને યોગ્ય કોષ્ટકમાં રજૂ કરો :

કોઈ એક બેન્કમાં નોકરીની જાહેરતના જવાબમાં કુલ 2000 અરજીઓ આવી હતી. તે પૈકી 50 % ઉમેદવારો સ્નાતક હતા, 40 % ઉમેદવારો અનુસ્નાતક હતા. જ્યારે બાકીના 10 % ઉમેદવારો અન્ય વ્યાવસાયિક લાયકાત ધરાવતા હતા. સ્નાતક ઉમેદવારો પૈકી 60 % પુરુષો હતા અને તેમાંથી 25 % પરિણીત હતા. 40 % સ્નાતક સ્ત્રી ઉમેદવાર પરિણીત હતી. અનુસ્નાતક ઉમેદવારો પૈકી 60 % પુરુષો હતા. તે પૈકી 40 % પરણેલા હતા, જ્યારે અનુસ્નાતક સ્ત્રીઓ પૈકી 50 % સ્ત્રીઓ પરણેલી હતી. વ્યાવસાયિક લાયકાત ધરાવતી 30 % સ્ત્રીઓ પૈકી 60 % સ્ત્રીઓ પરણેલી હતી. વ્યવસાયિક લાયકાત ધરાવતાં પરિણીત અને અપરિણીત પુરુષોની સંખ્યા સમાન હતી.

10. એક કારખાનામાં કામ કરતા કારીગરોનું વર્ષ, જાતિ અને રહેઠાણ અનુસાર સંખ્યા દર્શાવતું કોષ્ટક નીચે પ્રમાણે છે :

વર્ષ	સ્થાનિક			બિનસ્થાનિક			કુલ		
	પુરુષ	સ્ત્રી	કુલ	પુરુષ	સ્ત્રી	કુલ	પુરુષ	સ્ત્રી	કુલ
2010	1200	300	1500	300	200	500	1500	500	2000
2015	2000	600	2600	300	100	400	2300	700	3000

કોષ્ટકને આધારે નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ લખો :

- (1) પાંચ વર્ષના સમયગાળા દરમિયાન કારીગરોની સંખ્યામાં કેટલા ટકાનો વધારો થયો ?
 - (2) 2015ના વર્ષમાં બિનસ્થાનિક કારીગરોમાં કેટલા ટકાનો ઘટાડો થયો ?
 - (3) પાંચ વર્ષના સમયગાળામાં પુરુષ અને સ્ત્રીઓની સંખ્યામાં અનુકૂળ કેટલા ટકાનો વધારો થયો ?
11. એક મોબાઇલ કંપની બે પ્રકારના મોબાઇલનું ઉત્પાદન અને વેચાણ કરે છે. તેની માહિતી નીચેના કોષ્ટકમાં દર્શાવી છે, તો તેને યોગ્ય આદૃતિમાં રજૂ કરો :

વિગત	મોબાઇલ A	મોબાઇલ B
કાચા માલનો ખર્ચ	5000	6000
છૂટા ભાગ જોડવાનો ખર્ચ	3000	3000
અન્ય ખર્ચ	4000	4500
કુલ ખર્ચ	12,000	13,500
વેચાણકિંમત	13,000	15,000

12. બે કુટુંબોના સરેરાશ માસિક ખર્ચની વિગતો (રૂમાં) નીચે મુજબ છે, તો તેને વૃત્તાંશ આદૃતિ દ્વારા દર્શાવો.

વિગતો	કુટુંબ A	કુટુંબ B
ખોરાક	20,000	16,000
બળતાણ	5000	4000
પરિવહન	10,000	8800
મકાનભાડું	15,000	18,000
અન્ય	22,000	18,000

વિભાગ F

નીચેનાના ઉકેલ મેળવો :

1. આંખ માટેના લેન્સ બનાવતા એક ઉત્પાદન એકમમાં એક ડિવસ દરમિયાન ઉત્પાદન થયેલ જથ્થામાંથી 25 લેન્સનો એક નિર્ધશીમાં લેન્સની જાડાઈ મિલીમિટરમાં નીચે પ્રમાણે મળે છે, તો આ માહિતીને સમાન વર્ગલંબાઈવાળા પાંચ વર્ગોમાં વિતરીત કરો.

1.518 1.509 1.527 1.505 1.520 1.511 1.518 1.522 1.528 1.528 1.520

1.520 1.514 1.508 1.525 1.506 1.519 1.523 1.521 1.517 1.514 1.515

1.516 1.521 1.507

જો ઉત્પાદન એકમના અધિકારી એવું નક્કી કરે કે 1.510 મિલિમીટરથી ઓછી તેમજ 1.525 મિલિમીટરથી હશે તે જણાવો.

2. શેરબજારમાં એક શેરના બંધભાવ 30 દિવસ માટે નીચે મુજબ છે. આ માહિતી પરથી એક વર્ગની વર્ગસીમાં 18.5 - 20.5 હોય તેવું નિવારક સતત આવૃત્તિ-વિતરણ તૈયાર કરો :

10.50	14.70	17.20	15.20	14.50	19.20	15.80	19.30
18.40	20.50	18.70	14.90	18.50	16.90	10.50	12.50
13.60	12.50	18.50	18.60	14.00	16.20	13.30	13.30
18.60	17.60	20.20	14.50	20.80	14.90		

આવૃત્તિ-વિતરણ પરથી નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ લખો :

(1) ચોથા વર્ગની મધ્યકિંમત લખો.

(2) શેરનો બંધ ભાવ ₹ 16.50 થી ઓછો હોય તેવા દિવસોની સંખ્યા કેટલી ?

(3) શેરનો બંધ ભાવ ઓછામાં ઓછો ₹ 19.50 હોય તેવા દિવસોની સંખ્યા કેટલી ?

3. એક કારખાનાના માલિક દરરોજ ધરવપરાશમાં ઉપયોગી હોય તેવા 50 મિક્સરનું ઉત્પાદન કરવાનું નક્કી કર્યું હતું. પરંતુ કારીગરોની સંખ્યામાં બદલાવને કારણે દરરોજ જુદી જુદી સંખ્યામાં મિક્સરનું ઉત્પાદન થતું હતું. 40 દિવસ દરમિયાન ઉત્પાદનમાં થતા ફેરફારો નિશ્ચિત સંખ્યા (100)-ની સાપેક્ષમાં નીચે પ્રમાણે નોંધવામાં આવ્યા હતા. તે પરથી કોઈ એક વર્ગની મધ્યકિંમત 3 હોય અને દરેક વર્ગની વર્ગલંબાઈ 6 હોય તેવું નિવારક સતત આવૃત્તિ-વિતરણ બનાવો તેમજ તેના પરથી ‘થી ઓછા’ અને ‘થી વધુ’ પ્રકારનું સંચયી આવૃત્તિ-વિતરણ પણ બનાવો.

7	6	12	16	12	18	11	-5	10	3	10	7	8
14	-10	16	-7	20	9	12	-2	0	5	-4	23	6
-3	4	4	3	4	2	0	22	1	5	-1	5	19

4. એક શાળાના 30 વિદ્યાર્થીઓની ઊંચાઈ (સેમીમાં) માપતા નીચેની માહિતી મળે છે. તેના પરથી 6 વર્ગોમાં વર્ગિકૃત થયેલ અનિવારક આવૃત્તિ-વિતરણ તૈયાર કરો અને તે પરથી ‘થી ઓછા’ અને ‘થી વધુ’ પ્રકારનું આવૃત્તિ-વિતરણ પણ તૈયાર કરો.

141	145	152	150	150	159	148	163	162	151	155	148
145	162	161	152	168	153	149	148	162	158	157	160
153	149	154	165	141	149						

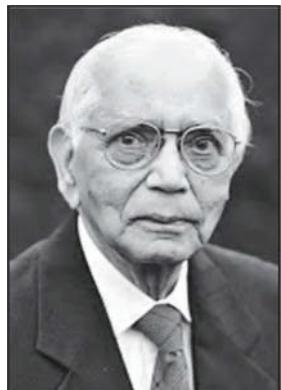
આ વિતરણનો ઉપયોગ કરીને નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ લખો :

(1) જો એન.સી.સી.ની પ્રવૃત્તિમાં ભાગ લેવા માટે 160 સેમી ઊંચાઈ જરૂરી હોય તો આમાંથી કેટલા વિદ્યાર્થીઓ તે પ્રવૃત્તિમાં ભાગ લઈ શકશે ?

(2) વિદ્યાર્થીની ઊંચાઈ 153 સેમીથી 163 સેમીની વચ્ચે હોય તેવા વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા શોધો.

(3) સૌથી ઓછી ઊંચાઈ 153 સેમીથી 163 સેમીની વચ્ચે હોય તેવા વિદ્યાર્થીઓની મહત્તમ ઊંચાઈ શોધો.

5. એક યુનિવર્સિટીના વિદ્યાર્થીઓનું વિદ્યાશાખા અને જીતિ અનુસાર વર્ગિકરણ કરવામાં આવ્યું તારે કુલ 40,000 વિદ્યાર્થીઓ પૈકી 60 % છોકરાઓ હતા. ઈજનેરી શાખામાં છોકરીઓની સંખ્યા વાણિજ્ય વિદ્યાશાખાની છોકરીઓ કરતાં ગણ ગણી હતી. દાક્તરી શાખામાં યુનિવર્સિટીની કુલ સંખ્યાના 10 % છોકરીઓ અને 15 % છોકરાઓ હતાં. વિજ્ઞાનશાખામાં યુનિવર્સિટીની કુલ સંખ્યાના 20 % પૈકી છોકરીઓની સંખ્યા છોકરાઓની સંખ્યાના સાતમા ભાગની હતી જ્યારે વિનયન શાખામાં યુનિવર્સિટીની કુલ સંખ્યાના 7 % છોકરાઓ અને 17 % છોકરીઓ હતી. વાણિજ્ય શાખામાં વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા યુનિવર્સિટીની કુલ સંખ્યાના 3.75 % હતી. જેમાં છોકરાઓ અને છોકરીઓનું પ્રમાણ 3:7 હતું. આ માહિતીને યોગ્ય કોષ્ટકમાં રજૂ કરો.



Prof. C. R. Rao
(1920)

Prof. C.R. Rao an Indian born, naturalized American, mathematician and statistician. He is currently professor emeritus at Penn State University and Research Professor at the University of Buffalo. Rao has been honoured by numerous colloquia, honorary degrees and festschriften and was awarded the US National Medal of Science in 2002. The American Statistical Association has described him as “a living legend whose work has influenced not just statistics, but has had far reaching implications for fields as varied as economics, genetics, anthropology, geology, national planning, demography, biometry and medicine.” The Times of India listed Rao as one of the top 10 Indian scientists of all time.

