GU9IEQ

બૈજિક પદાવલિઓ અને નિત્યસમ

પ્રકરણ

9

9.1 પદાવલિઓ એટલે શું ?

વિદ્યાર્થીમિત્રો, આપણે અગાઉનાં ધોરણમાં બૈજિક પદાવલિઓ (Algebraic Expressions)નો પરિચય મેળવ્યો છે.

ઉદાહરણ :

$$x + 3,\ 2y - 5,\ 3x^2,\ 4xy + 7 \text{ વગેરે....}$$

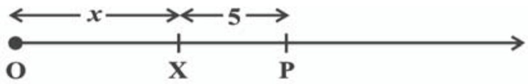
તમે આવી ઘણી પદાવલિઓ બનાવી શકો. તમે જાણો છો કે દરેક પદાવલિ ચલ અને અચલને સાંકળવાથી મળે છે. $2x + 3$માં ચલ x અને અચલ 2 અને 3 છે જ્યારે $4xy + 7$માં ચલ x, y અને અચલ 4, 7 છે.

વળી, આપણે એ પણ જાણીએ છીએ કે, પદાવલિમાં રહેલા ચલની કિંમત કોઈ પણ હોઈ શકે, જેને અનુરૂપ પદાવલિની કિંમત પણ બદલાતી રહે. ઉદાહરણ તરીકે, પદાવલિ $2y - 5$ માટે સમજીએ તો, જો $y = 2$ તો $2y - 5 = 2(2) - 5 = (-1)$, $y = 0$ તો $2y - 5 = 2(0) - 5 = (-5)$ વગેરે.

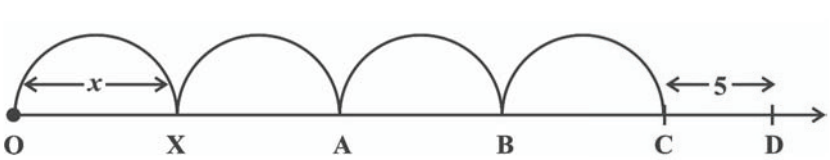
આમ, ચલ yની કિંમત બદલાય તો તેને અનુરૂપ પદાવલિ $2y - 5$ની કિંમત પણ બદલાય. તો હવે, yની અન્ય કિંમતો લઈને પદાવલિ $2y - 5$ની વિવિધ કિંમત મેળવવા પ્રયત્ન કરો.

સંખ્યારેખા દ્વારા રજૂઆત

સંખ્યારેખા પર ચલ xની વિવિધ કિંમતો માટે પદાવલિની કિંમત શું હોઈ શકે તે સમજવા આપણે પદાવલિ $x + 5$નું ઉદાહરણ લઈએ.



ઉપરોક્ત આકૃતિ પરથી ખ્યાલ આવે છે કે, ચલ xનું સ્થાન X ઉપર છે તો તેને અનુરૂપ પદાવલિ $x + 5$નું સ્થાન P ઉપર જશે. અર્થાત્, X બિંદુથી 5 એકમ જમણી તરફ. આ જ રીતે પદાવલિ $x - 4$ માટે વિચારીએ તો X થી 4 એકમ ડાબી તરફ મળે. જો પદાવલિ $4x + 5$ માટે લઈએ તો, સૌપ્રથમ $4x$નું સ્થાન સુનિશ્ચિત કરવું પડે અને ત્યાર બાદ $4x + 5$નું સ્થાન નિશ્ચિત કરી શકાય.



ઉપરોક્ત આકૃતિમાં જોઈ શકાય છે કે, જો ચલનું સ્થાન બિંદુ X પર નિશ્ચિત કરીએ તો $4x$નું સ્થાન બિંદુ C પર અને પદાવલિ $4x + 5$નું સ્થાન બિંદુ D પર સુનિશ્ચિત થશે. ઉપરોક્ત બંને આકૃતિમાં ચલની ધન કિંમત લીધેલ છે. અર્થાત્ $x > 0$ છે. આપણે $x < 0$ અર્થાત્ ઋણ કિંમત માટે પણ વિચારી શકીએ.

પ્રયત્ન કરો

1. એક ચલ ધરાવતી વિવિધ પદાવલિનાં પાંચ ઉદાહરણ આપો.
2. બે ચલ ધરાવતી વિવિધ પદાવલિનાં પાંચ ઉદાહરણ આપો.
3. સંખ્યારેખા ઉપર x, $x - 4$, $2x + 1$, $3x - 2$ દર્શાવો.

9.2 પદ, અવયવ અને સહગુણક (Terms, Factors and Coefficients)

પદાવલિ $4x + 5$માં $4x$ અને 5 એમ બે પદો છે. એટલે કે પદોને '+' કે '–' વડે જોડવાથી પદાવલિ મળે છે. આ પદ પોતે પણ બે કે તેથી વધુ અવયવોનો ગુણાકાર હોઈ શકે. અહીં, પદ $4x$ એ 4 અને xનો ગુણાકાર છે. આમ, 4 અને x એ $4x$નાં અવયવ બને. તથા 5 એ સાંખ્યિક પદ છે.

પદાવલિ $7xy - 5x$ માં $7xy$ અને $-5x$ એમ બે પદ છે. પદ $7xy$ એ 7, x અને y એમ ત્રણ અવયવોનો ગુણાકાર છે જેમાં સાંખ્યિક અવયવને જે-તે પદનો સાંખ્યિક સહગુણક અથવા સહગુણક કહેવામાં આવે છે. પદ $7xy$ માં 7 ને સહગુણક અને પદ $-5x$ માં -5 ને સહગુણક કહે છે.

પ્રયત્ન કરો

પદાવલિ $x^2y^2 - 10x^2y + 5xy^2 - 20$ના દરેક પદના સહગુણક ઓળખો.

9.3 એકપદી, દ્વિપદી અને બહુપદી

જે પદાવલિમાં માત્ર એક જ પદ હોય તેવી પદાવલિને એકપદી (monomial) કહેવામાં આવે છે. આ જ રીતે બે પદ ધરાવતી પદાવલિને દ્વિપદી (binomial) કહે છે અને ત્રણ પદ ધરાવતી પદાવલિને ત્રિપદી (trinomial) કહે છે.

વ્યાપક સ્વરૂપે જોઈએ તો,

એક કે તેથી વધુ પદો કે જેના સહગુણકો શૂન્ય ન હોય (અને ચલના ઘાતાંક અનૂણ હોય) તેને બહુપદી કહેવાય. આમ, બહુપદીમાં પદોની સંખ્યા એક કે તેથી વધુ ગમે તેટલી હોઈ શકે.

ઉદાહરણ તરીકે,

એક પદી : $4x^2$, $3xy$, $-7z$, $5xy^2$, $10y$, -9, $82mnp$ વગેરે...

દ્વિપદી : $a + b$, $4l + 5m$, $a + 4$, $5 - 3xy$, $z^2 - 4y^2$ વગેરે...

ત્રિપદી : $a + b + c$, $2x + 3y - 5$, $x^2y - xy^2 + y^2$ વગેરે...

બહુપદી : $a + b + c + d$, $3xy$, $7xyz - 10$, $2x + 3y + 7z + 10$ વગેરે....

પ્રયત્ન કરો

1. નીચેની બહુપદીઓ પૈકી કઈ બહુપદી એકપદી, દ્વિપદી કે ત્રિપદી છે તે ઓળખો.
$-z + 5$, $x + y + z$, $y + z + 100$, $ab - ac$, 17

2. ઉદાહરણ આપો :
(a) માત્ર એક જ ચલ 'x' હોય તેવી 3 દ્વિપદી.
(b) ચલ 'x' અને 'y' હોય તેવી 3 દ્વિપદી.
(c) ચલ 'x' અને 'y' હોય તેવી 3 એકપદી.
(d) 4 કે તેથી વધુ પદો ધરાવતી 2 બહુપદી.

9.4 સજાતીય અને વિજાતીય પદો

નીચેની પદાવલિઓનું અવલોકન કરો.

$$7x,\ 14x,\ -13x,\ 5x^2,\ 7y,\ 7xy,\ -9y^2,\ -9x^2,\ -5yx$$

ઉપરોક્ત પદાવલિઓ પૈકી સજાતીય પદો લઈએ તો,

(i) $7x$, $14x$, $-13x$ સજાતીય પદો છે.

(ii) $5x^2$ અને $(-9x^2)$ પણ સજાતીય (Like Terms) પદો છે.

(iii) $7xy$ અને $(-5yx)$ પણ સજાતીય પદો છે.

વિચારો....

શા માટે $7x$ અને $7y$ સજાતીય પદો નથી ?

શા માટે $7x$ અને $7xy$ સજાતીય પદો નથી ?

શા માટે $7x$ અને $5x^2$ સજાતીય પદો નથી ?

પ્રયત્ન કરો

નીચેનાં પદો પરથી બે સજાતીય પદો લખો :

(i) $7xy$ (ii) $4mn^2$ (iii) $2l$

9.5 બૈજિક પદાવલિઓના સરવાળા-બાદબાકી

આપણે અગાઉના ધોરણમાં બૈજિક પદાવલિઓના સરવાળા અને બાદબાકી શીખી ગયા છીએ.

ઉદાહરણ તરીકે, $7x^2 - 4x + 5$ અને $9x - 10$નો સરવાળો કરવા,

$$\begin{array}{rrrr} & 7x^2 & -\ 4x & +\ 5 \\ + & & 9x & -\ 10 \\ \hline & 7x^2 & +\ 5x & -\ 5 \end{array}$$

ઉપરોક્ત ગણતરીમાં આપણે કેવી રીતે સરવાળો કર્યો તેનું અવલોકન કરો. આપણે દરેક પદાવલિને હાર (Row) સ્વરૂપે અલગ લખીએ છીએ. આવું કરતી વખતે સજાતીય પદોને એકની નીચે એક એમ ગોઠવી સરવાળો કરીએ છીએ. આ માટે, $5 + (-10) = +5 - 10 = -5$ તે જ રીતે, $-4x + 9x = (-4 + 9)x = +\ 5x$. ચાલો, થોડા વધુ દૃષ્ટાંત જોઈએ.

ઉદાહરણ 1 : $7xy + 5yz - 3zx$, $4yz + 9zx - 4y$ અને $-3xz + 5x - 2xy$નો સરવાળો કરો.

ઉકેલ : સૌપ્રથમ આપણે ઉપરોક્ત ત્રણે પદાવલિઓના દરેક પદને એવી રીતે અલગ હારમાં ગોઠવીશું કે જેથી દરેક સજાતીય પદો એકબીજાની ઉપર-નીચે રહે.

$$\begin{array}{rrrrrr} & 7xy & +\ 5yz & -\ 3zx & & \\ + & & 4yz & +\ 9zx & & -\ 4y \\ + & -2xy & & -\ 3zx & +\ 5x & \\ \hline & 5xy & +\ 9yz & +\ 3zx & +\ 5x & -\ 4y \end{array}$$

આમ, પદાવલિઓનો સરવાળો $5xy + 9yz + 3zx + 5x - 4y$ મળે. અહીં આપણે નોંધ લઈએ કે, બીજી પદાવલિમાં $-4y$ અને ત્રીજી પદાવલિમાં $5x$ અલગ દર્શાવ્યા છે (શા માટે ?) કારણ કે આ બંને પદોના સજાતીય પદો બાકીની પદાવલિઓમાં નથી.

ઉદાહરણ 2 : $7x^2 - 4xy + 8y^2 + 5x - 3y$માંથી $5x^2 - 4y^2 + 6y - 3$ બાદ કરો.

ઉકેલ :

$$\begin{array}{rrrrrr} 7x^2 & -\ 4xy & +\ 8y^2 & +\ 5x & -\ 3y & \\ 5x^2 & & -\ 4y^2 & & +\ 6y & -\ 3 \\ (-) & & (+) & & (-) & (+) \\ \hline 2x^2 & -\ 4xy & +\ 12y^2 & +\ 5x & -\ 9y & +\ 3 \end{array}$$

> અહીં આપણે નોંધીએ કે કોઈપણ સંખ્યાની બાદબાકી કરવી એટલે તે સંખ્યાની વિરોધી સંખ્યા ઉમેરવી. અહીં (-3) બાદ કરવા એટલે $+3$ ઉમેરવા. $6y$ બાદ કરવા એટલે $(-6y)$ ઉમેરવા. આ જ રીતે $(-4y^2)$ બાદ કરવા એટલે $4y^2$ ઉમેરવા બરાબર થાય. ત્રીજી હરોળમાં દર્શાવેલ નિશાનીઓ $(+, -)$ થી બીજી હરોળમાં રહેલા પદો સાથે કઈ ગાણિતિક ક્રિયા કરવી તે સ્પષ્ટ થાય છે.

સ્વાધ્યાય 9.1

1. નીચેની દરેક પદાવલિમાં રહેલ પદો અને સહગુણકો ઓળખો :

(i) $5xyz^2 - 3zy$ (ii) $1 + x + x^2$ (iii) $4x^2y^2 - 4x^2y^2z^2 + z^2$

(iv) $3 - pq + qr - rp$ (v) $\frac{x}{2} + \frac{y}{2} - xy$ (vi) $0.3a - 0.6ab + 0.5b$

2. નીચેની બહુપદીઓનું એકપદી, દ્વિપદી કે ત્રિપદીમાં વર્ગીકરણ કરો. કઈ બહુપદી ઉપરોક્ત ત્રણમાંથી એક પણ પ્રકારમાં બંધ બેસતી નથી ?

$x + y$, 1000, $x + x^2 + x^3 + x^4$, $7 + y + 5x$, $2y - 3y^2$, $2y - 3y^2 + 4y^3$, $5x - 4y + 3xy$, $4z - 15z^2$, $ab + bc + cd + da$, pqr, $p^2q + pq^2$, $2p + 2q$

3. નીચેની બહુપદીઓના સરવાળા કરો :

(i) $ab - bc$, $bc - ca$, $ca - ab$

(ii) $a - b + ab$, $b - c + bc$, $c - a + ac$

(iii) $2p^2q^2 - 3pq + 4$, $5 + 7pq - 3p^2q^2$

(iv) $l^2 + m^2$, $m^2 + n^2$, $n^2 + l^2$, $2lm + 2mn + 2nl$

4. (a) $12a - 9ab + 5b - 3$માંથી $4a - 7ab + 3b + 12$ બાદ કરો.

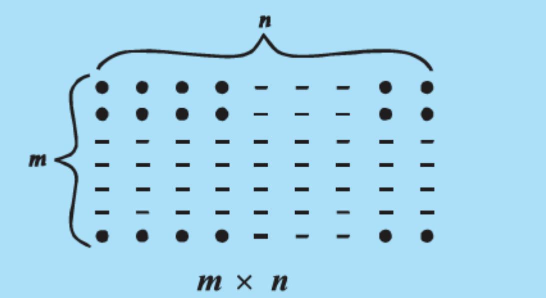
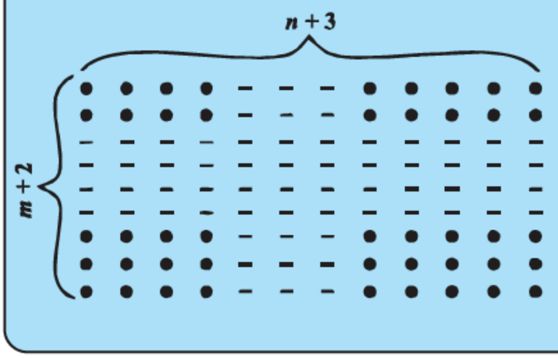
(b) $5xy - 2yz - 2zx + 10xyz$માંથી $3xy + 5yz - 7zx$ બાદ કરો.

(c) $18 - 3p - 11q + 5pq - 2pq^2 + 5p^2q$માંથી
$4p^2q - 3pq + 5pq^2 - 8p + 7q - 10$ બાદ કરો.

9.6 બૈજિક પદાવલિઓના ગુણાકાર : પ્રસ્તાવના

(i) નીચે આપેલી બિંદુઓની ભાત જુઓ.

બિંદુઓની ભાત	કુલ બિંદુઓની સંખ્યા
● ●	4×9
● ●	5×7

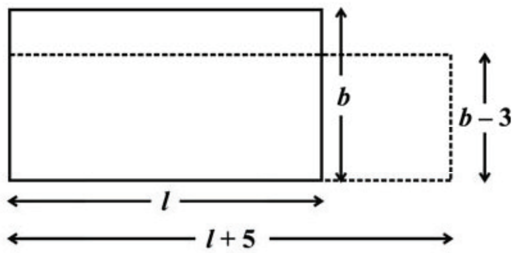
	$m \times n$
	$(m + 2)\ (n + 3)$

કુલ બિંદુઓની સંખ્યા શોધવા માટે આપણે હારની સંખ્યા (m) સાથે સ્તંભની સંખ્યા (n)નો ગુણાકાર કરવો પડે.

અહીં હારની સંખ્યામાં 2નો વધારો થાય છે. અર્થાત્ (m + 2) અને સ્તંભની સંખ્યા 3 જેટલી વધે છે. અર્થાત્ (n + 3) થશે.

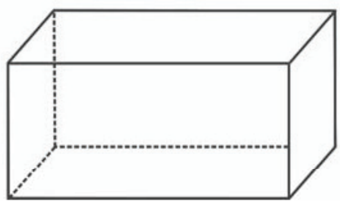
(ii) શું તમે અન્ય કોઈ એવી પરિસ્થિતિ વિચારી શકો જેમાં બે બૈજિક પદોનો ગુણાકાર કરવો પડે ?

અમીના : 'આપણે લંબચોરસના ક્ષેત્રફળ માટે વિચારી શકીએ.' લંબચોરસનું ક્ષેત્રફળ = $l \times b$, જ્યાં l એ લંબાઈ અને b એ પહોળાઈ છે. જો લંબાઈમાં 5 એકમનો વધારો કરીએ અર્થાત્ (l + 5) લઈએ અને પહોળાઈમાં 3 એકમનો ઘટાડો કરીએ અર્થાત્ (b – 3) લઈએ તો નવા લંબચોરસનું ક્ષેત્રફળ $(l + 5) \times (b - 3)$ (એકમ)^2 થશે.



લંબચોરસનું ક્ષેત્રફળ શોધવા માટે આપણે બૈજિક પદોનો ગુણાકાર કરવો પડે જેવા કે $l \times b$ અથવા $(l + 5) \times (b - 3)$

(iii) શું તમે ઘનફળ વિશે વિચારી શકો ? (લંબઘનનું ઘનફળ એ તેની લંબાઈ, પહોળાઈ અને ઊંચાઈનો ગુણાકાર છે.)



(iv) સરિતા એક ઉદાહરણ આપી સમજાવે છે કે, જ્યારે આપણે વસ્તુ ખરીદીએ છીએ ત્યારે કુલ ચૂકવવાની રકમ શોધવા ગુણાકાર કરવો પડે છે.
ઉદાહરણ : એક ડઝન કેળાંની કિંમત = ₹ p
અને શાળા પ્રવાસ માટે જરૂરી કેળાં = z ડઝન
તો કુલ ચૂકવવાની રકમ = ₹ $p \times z$

ધારો કે કેળાંની કિંમતમાં ડઝન દીઠ ₹ 2નો ઘટાડો થાય છે અને જરૂરી કેળાંના જથ્થામાં 4 ડઝનનો ઘટાડો થાય છે.

તો, 1 ડઝન કેળાંની કિંમત = ₹ $(p - 2)$

અને કેળાંનો જરૂરી જથ્થો = $(z - 4)$ ડઝન થશે.

∴ કુલ ચૂકવવાની રકમ = ₹ $(p - 2) \times (z - 4)$

પ્રયત્ન કરો

વિદ્યાર્થીમિત્રો, શું તમે આવી કોઈ અન્ય પરિસ્થિતિઓ વિશે વિચારી બે ઉદાહરણ આપી શકો જેમાં આપણે બૈજિક પદાવલિઓનો ગુણાકાર કરવો પડે ?

[**સૂચન :** ● સમય અને ઝડપ માટે વિચારો.
● સાદું વ્યાજ શોધવા માટે મુદ્દલ અને વ્યાજના દર વગેરે માટે વિચારો.]

ઉપરનાં તમામ ઉદાહરણો માટે બે કે તેથી વધુ બૈજિક પદોનો ગુણાકાર કરવો પડે. જો કોઈ વિગત બૈજિક પદાવલિ સ્વરૂપે આપેલ હોય તો આપણે તે શોધવા ગુણાકાર કરવો પડે. મતલબ કે આપણે ગુણાકાર શા માટે કરવો ? કેમ કરવો ? તે જાણીએ છીએ. ચાલો આપણે આ પદ્ધતિસર કરીએ. શરૂઆતમાં આપણે બે એકપદીના ગુણાકાર કેવી રીતે કરવા તે જોઈશું.

9.7 એકપદીનો એકપદી સાથે ગુણાકાર

9.7.1 બે એકપદીનો ગુણાકાર

$4 \times x = x + x + x + x = 4x$

તે જ રીતે, $4 \times (3x) = 3x + 3x + 3x + 3x = 12x$

હવે, નીચેના ગુણાકાર જુઓ :

(i) $x \times 3y = x \times 3 \times y = 3 \times x \times y = 3xy$

(ii) $5x \times 3y = 5 \times x \times 3 \times y = 3 \times 5 \times x \times y = 15xy$

(iii) $5x \times (-3y) = 5 \times x \times (-3) \times y$
$= (-3) \times (5) \times x \times y$
$= (-15xy)$

અહીં, નોંધીએ કે બધા જ ગુણાકારના જવાબ : $3xy$, $15xy$ અને $(-15xy)$ પણ એકપદી જ છે.

થોડાં વધારે ઉપયોગી ઉદાહરણ નીચે મુજબ છે :

(iv) $5x \times 4x^2 = (5 \times 4)\ (x \times x^2)$
$= 20 \times x^3 = 20x^3$

(v) $5x \times (-4xyz) = (5 \times -4) \times (x \times xyz)$
$= -20 \times (x \times x \times yz)$
$= -20x^2yz$

અહીં, $5 \times 4 = 20$ અર્થાત્, પદાવલિના ગુણાકારનો સહગુણક = પ્રથમ એકપદીનો સહગુણક × બીજી એકપદીનો સહગુણક અને, $x \times x^2 = x^3$ અર્થાત્, પદાવલિના ગુણાકારનો બૈજિક અવયવ = પ્રથમ એકપદીનો બૈજિક અવયવ × બીજી એકપદીનો બૈજિક અવયવ

અહીં, આપણે એ અવલોકન કરવું જોઈએ કે બે પદાવલિના ગુણાકારમાં જે બૈજિક ભાગ છે તેમાં અલગ-અલગ ચલના ઘાતાંક કેવી રીતે મેળવાય છે.

આવું કરવા માટે ઘાત અને ઘાતાંકના નિયમોનો ઉપયોગ કરવો જોઈએ.

9.7.2 ત્રણ કે તેથી વધુ એકપદીના ગુણાકાર

નીચેનાં ઉદાહરણો જુઓ :

(i) $2x \times 5y \times 7z = (2x \times 5y) \times 7z$
$= 10xy \times 7z$
$= 70xyz$

(ii) $4xy \times 5x^2y^2 \times 6x^3y^3 = (4xy \times 5x^2y^2) \times 6x^3y^3$
$= 20x^3y^3 \times 6x^3y^3 = 120x^3y^3 \times x^3y^3$
$= 120\ (x^3 \times x^3)(y^3 \times y^3) = 120x^6 \times y^6 = 120x^6y^6$

અહીં એ સ્પષ્ટ છે કે, ઉપરોક્ત ઉદાહરણમાં ઉકેલ મેળવવા આપેલ એકપદીઓ પૈકી પ્રથમ અને દ્વિતીય એકપદીનો ગુણાકાર કરીએ છીએ અને ત્યાર બાદ જે જવાબ મળે તેને ત્રીજી એકપદી સાથે ગુણીએ છીએ. આ જ પદ્ધતિથી ગમે તેટલી એકપદીઓનો ગુણાકાર પણ મેળવી શકાય.

પ્રયત્ન કરો

- $4x \times 5y \times 7z$ શોધો.
- $(4x \times 5y)$ શોધી તેને $7z$થી ગુણો.
  અથવા $(5y \times 7z)$ શોધી તેને $4x$ વડે ગુણો.
  શું ઉપરોક્ત બંને પરિણામ સરખાં છે ?
  તેના પરથી તમે શું તારણ આપશો ?

આપણે નીચેની રીતે પણ ગુણાકાર શોધી શકીએ :
$4xy \times 5x^2y^2 \times 6x^3y^3$
$= (4 \times 5 \times 6) \times (x \times x^2 \times x^3) \times (y \times y^2 \times y^3) = 120x^6y^6$

ઉદાહરણ 3 : નીચેના કોષ્ટકમાં લંબચોરસ માટે આપેલી લંબાઈ અને પહોળાઈનાં માપ પરથી લંબચોરસનું ક્ષેત્રફળ શોધો.

ઉકેલ :

લંબાઈ	પહોળાઈ	ક્ષેત્રફળ
$3x$	$5y$	$3x \times 5y = 15xy$
$9y$	$4y^2$	....
$4ab$	$5bc$	....
$2l^2m$	$3lm^2$	....

ઉદાહરણ 4 : નીચેના કોષ્ટકમાં લંબઘન માટે આપેલી લંબાઈ, પહોળાઈ અને ઊંચાઈના માપ પરથી લંબઘનનું ઘનફળ શોધો.

	લંબાઈ	પહોળાઈ	ઊંચાઈ	ઘનફળ
(i)	$2ax$	$3by$	$5cz$	....
(ii)	m^2n	n^2p	p^2m	....
(iii)	$2q$	$4q^2$	$8q^3$	....

ઉકેલ : ઘનફળ = લંબાઈ × પહોળાઈ × ઊંચાઈ

તેથી,

(1) ઘનફળ $= (2ax) \times (3by) \times (5cz)$
$= (2 \times 3 \times 5)\ (ax)(by)(cz)$
$= 30\ abcxyz$

(2) ઘનફળ $= (m^2n)(n^2p)(p^2m)$
$= (m^2 \times m) \times (n \times n^2) \times (p \times p^2)$
$= m^3n^3p^3$

(3) ઘનફળ $= 2q \times 4q^2 \times 8q^3$
$= 2 \times 4 \times 8 \times q \times q^2 \times q^3$
$= 64q^6$

સ્વાધ્યાય 9.2

1. નીચે આપેલી એકપદીઓની જોડનો ગુણાકાર શોધો.
   (i) $4,\ 7p$ (ii) $-4p,\ 7p$ (iii) $-4p,\ 7pq$ (iv) $4p^3,\ -3p$
   (v) $4p,\ 0$
2. લંબચોરસની લંબાઈ અને પહોળાઈનાં માપ માટે નીચે આપેલી એકપદીની જોડનો ઉપયોગ કરીને લંબચોરસનું ક્ષેત્રફળ શોધો.
   $(p,\ q)$; $(10m,\ 5n)$; $(20x^2,\ 5y^2)$; $(4x,\ 3x^2)$; $(3mn,\ 4np)$

3. ગુણાકાર કરી કોષ્ટક પૂર્ણ કરો.

પ્રથમ એકપદી→ બીજી એકપદી↓	$2x$	$-5y$	$3x^2$	$-4xy$	$7x^2y$	$-9x^2y^2$
$2x$	$4x^2$	.....	.....	.....	.....	.....
$-5y$	.....	.....	$-15x^2y$	.....	.....	.....
$3x^2$	.....	.....	.....	.....	.....	.....
$-4xy$	.....	.....	.....	.....	.....	.....
$7x^2y$	.....	.....	.....	.....	.....	.....
$-9x^2y^2$	.....	.....	.....	.....	.....	.....

4. લંબઘનની લંબાઈ, પહોળાઈ અને ઊંચાઈના માપ અનુક્રમે નીચે મુજબ છે, તેના પરથી ઘનફળ શોધો.
   (i) $5a$, $3a^2$, $7a^4$ (ii) $2p$, $4q$, $8r$ (iii) xy, $2x^2y$, $2xy^2$ (iv) a, $2b$, $3c$

5. ગુણાકાર શોધો.
   (i) xy, yz, zx (ii) a, $-a^2$, a^3 (iii) 2, $4y$, $8y^2$, $16y^3$
   (iv) a, $2b$, $3c$, $6abc$ (v) m, $-mn$, mnp

9.8 એકપદીનો બહુપદી સાથે ગુણાકાર

9.8.1 એકપદીનો દ્વિપદી સાથે ગુણાકાર

મિત્રો, અહીં આપણે એકપદી $3x$ને દ્વિપદી $5y + 2$ સાથે ગુણીએ. અર્થાત્, $3x \times (5y + 2) = ?$ અહીં, યાદ રાખીએ કે $3x$ અને $(5y + 2)$ એ સંખ્યા દર્શાવે છે. આથી વિભાજનના નિયમનો ઉપયોગ કરતાં, $3x \times (5y + 2) = (3x \times 5y) + (3x \times 2) = 15xy + 6x$

સામાન્ય રીતે આપણે ગણતરી દરમિયાન વિભાજનના નિયમનો ઉપયોગ કરીએ જ છીએ. ઉદાહરણ

$7 \times 106 = 7 \times (100 + 6)$
$= (7 \times 100) + (7 \times 6)$ (વિભાજનનાં નિયમનો ઉપયોગ કરતાં)
$= 700 + 42$
$= 742$

$7 \times 38 = 7 \times (40 - 2)$
$= (7 \times 40) - (7 \times 2)$ (વિભાજનનાં નિયમનો ઉપયોગ કરતાં)
$= 280 - 14 = 266$

આ જ રીતે, $-3x \times (-5y + 2) = (-3x) \times (-5y) + (-3x) \times (2) = 15xy - 6x$
અને, $5xy \times (y^2 + 3) = (5xy \times y^2) + (5xy \times 3) = 5xy^3 + 15xy$
મિત્રો, દ્વિપદી × એકપદી માટે શું કહી શકાય ? ઉદાહરણ તરીકે, $(5y + 2) \times 3x = ?$
અહીં, ક્રમના નિયમનો ઉપયોગ કરી શકાય : $7 \times 3 = 3 \times 7$ અથવા વ્યાપક સ્વરૂપે : $a \times b = b \times a$ આ જ રીતે, $(5y + 2) \times 3x = 3x \times (5y + 2) = 15xy + 6x$

પ્રયત્ન કરો

ગુણાકાર શોધો : (i) $2x(3x + 5xy)$ (ii) $a^2(2ab - 5c)$

9.8.2 એકપદીનો ત્રિપદી સાથે ગુણાકાર

$3p \times (4p^2 + 5p + 7)$ વિચારો. અગાઉના કિસ્સા મુજબ, આપણે વિભાજનના નિયમનો ઉપયોગ કરીએ.

$$3p \times (4p^2 + 5p + 7) = (3p \times 4p^2) + (3p \times 5p) + (3p \times 7)$$
$$= 12p^3 + 15p^2 + 21p$$

ત્રિપદી (Trinomial)ના દરેક પદને એકપદી (Monomial) વડે ગુણો અને પછી સરવાળો કરો.

અહીં અવલોકન કરો કે વિભાજનના નિયમનો ઉપયોગ કરીને આપણે તબક્કાવાર પદોનો ગુણાકાર મેળવી શકીએ છીએ.

પ્રયત્ન કરો

ગુણાકાર શોધો :
$(4p^2 + 5p + 7) \times 3p$

ઉદાહરણ 5 : આપેલ પદાવલિનું સરળ સ્વરૂપ આપો અને નિર્દેશ અનુસાર કિંમત મેળવો.

(i) $x(x - 3) + 2$, $x = 1$ માટે (ii) $3y(2y - 7) - 3(y - 4) - 63$, $y = (-2)$ માટે

ઉકેલ :

(i) $x(x - 3) + 2 = x^2 - 3x + 2$

$x = 1$ માટે, $x^2 - 3x + 2 = (1)^2 - 3(1) + 2$
$= 1 - 3 + 2$
$= 3 - 3 = 0$

(ii) $3y(2y - 7) - 3(y - 4) - 63 = 6y^2 - 21y - 3y + 12 - 63$
$= 6y^2 - 24y - 51$

$y = (-2)$ માટે, $= 6y^2 - 24y - 51$
$= 6(-2)^2 - 24(-2) - 51$
$= 6 \times 4 + 24 \times 2 - 51$
$= 24 + 48 - 51 = 72 - 51 = 21$

ઉદાહરણ 6 : સરવાળો કરો :

(i) $5m(3 - m)$ અને $6m^2 - 13m$ (ii) $4y(3y^2 + 5y - 7)$ અને $2(y^3 - 4y^2 + 5)$

ઉકેલ :

(i) પ્રથમ પદાવલિ $= 5m(3 - m) = (5m \times 3) - (5m \times m) = 15m - 5m^2$
હવે, બીજી પદાવલિ ઉમેરતાં, $15m - 5m^2 + 6m^2 - 13m = m^2 + 2m$

(ii) પ્રથમ પદાવલિ $= 4y(3y^2 + 5y - 7)$
$= (4y \times 3y^2) + (4y \times 5y) + (4y \times (-7))$
$= 12y^3 + 20y^2 - 28y$

બીજી પદાવલિ $= 2(y^3 - 4y^2 + 5)$
$= 2y^3 + 2(-4y^2) + 2 \times 5$
$= 2y^3 - 8y^2 + 10$

હવે, બંને પદાવલિનો સરવાળો કરતાં,

$$\begin{array}{rrrr} 12y^3 & + 20y^2 & - 28y & \\ + 2y^3 & - 8y^2 & & + 10 \\ \hline 14y^3 & + 12y^2 & - 28y & + 10 \end{array}$$

ઉદાહરણ 7 : $2pq(p + q)$માંથી $3pq(p - q)$ બાદ કરો.

ઉકેલ : અહીં, $3pq(p - q) = 3p^2q - 3pq^2$ અને $2pq(p + q) = 2p^2q + 2pq^2$

બાદબાકી કરતાં,

$$\begin{array}{rr} 2p^2q & + 2pq^2 \\ 3p^2q & - 3pq^2 \\ - & + \\ \hline -p^2q & + 5pq^2 \end{array}$$

સ્વાધ્યાય 9.3

1. નીચેની પદાવલિઓની દરેક જોડ માટે ગુણાકાર મેળવો.

(i) $4p,\ q + r$ (ii) $ab,\ a - b$ (iii) $a + b,\ 7a^2b^2$ (iv) $a^2 - 9,\ 4a$
(v) $pq + qr + rp,\ 0$

2. કોષ્ટક પૂર્ણ કરો.

ક્રમ	પ્રથમ પદાવલિ	બીજી પદાવલિ	ગુણાકાર
(i)	a	$b + c + d$	...
(ii)	$x + y - 5$	$5xy$	...
(iii)	p	$6p^2 - 7p + 5$	...
(iv)	$4p^2q^2$	$p^2 - q^2$	...
(v)	$a + b + c$	abc	...

3. ગુણાકાર શોધો.

(i) $(a^2) \times (2a^{22}) \times (4a^{26})$ (ii) $\left(\frac{2}{3}xy\right) \times \left(\frac{-9}{10}x^2y^2\right)$

(iii) $\left(-\frac{10}{3}pq^3\right) \times \left(\frac{6}{5}p^3q\right)$ (iv) $x \times x^2 \times x^3 \times x^4$

4. (a) $3x(4x - 5) + 3$નું સાદું રૂપ આપો અને (i) $x = 3$ (ii) $x = \frac{1}{2}$ માટે તેની કિંમત શોધો.
(b) $a(a^2 + a + 1) + 5$નું સાદું રૂપ આપો અને (i) $a = 0$ (ii) $a = 1$ (iii) $a = (-1)$ માટે તેની કિંમત શોધો.

5. (a) સરવાળો કરો : $p(p - q),\ q(q - r)$ અને $r(r - p)$
(b) સરવાળો કરો : $2x(z - x - y)$ અને $2y(z - y - x)$
(c) બાદબાકી કરો : $4l(10n - 3m + 2l)$માંથી $3l(l - 4m + 5n)$
(d) બાદબાકી કરો : $4c(-a + b + c)$માંથી $3a(a + b + c) - 2b(a - b + c)$

9.9 બહુપદીનો બહુપદી સાથે ગુણાકાર

9.9.1 દ્વિપદીનો દ્વિપદી સાથે ગુણાકાર

અહીં આપણે, દ્વિપદી $(2a + 3b)$નો બીજી કોઈ દ્વિપદી $(3a + 4b)$ સાથે ગુણાકાર કરીએ. અગાઉના કિસ્સામાં જેમ ગણતરી કરી છે તે જ રીતે અહીં તબક્કાવાર ગણતરી કરીશું. ગુણાકાર માટે વિભાજનના નિયમનો ઉપયોગ કરીએ તો,

$$(3a + 4b) \times (2a + 3b) = 3a \times (2a + 3b) + 4b(2a + 3b)$$

જુઓ કે, પ્રથમ દ્વિપદીના દરેક પદનો બીજી દ્વિપદીના દરેક પદ સાથે ગુણાકાર થાય છે.

$$= (3a \times 2a) + (3a \times 3b) + (4b \times 2a) + (4b \times 3b)$$
$$= 6a^2 + 9ab + 8ba + 12b^2$$
$$= 6a^2 + 17ab + 12b^2 \qquad (\because\ ba = ab)$$

જ્યારે આપણે દરેક પદનો ગુણાકાર લઈએ છીએ, ત્યારે આપણે સ્વીકારીએ છીએ કે અહીં, $2 \times 2 = 4$ પદો છે. પરંતુ, તે પૈકીના બે પદ સજાતીય પદો છે. જે પરસ્પર જોડાય છે અને તેથી છેલ્લે ત્રણ પદ મળે છે. આમ, જ્યારે બહુપદી સાથે બહુપદીનો ગુણાકાર કરીએ ત્યારે આપણે હંમેશાં સજાતીય પદો શોધવાં જોઈએ અને જો હોય, તો તેઓને પરસ્પર જોડવા જોઈએ. (સરવાળા દ્વારા કે બાદબાકી દ્વારા)

ઉદાહરણ 8 : ગુણાકાર કરો.

(i) $(x - 4)$ અને $(2x + 3)$ (ii) $(x - y)$ અને $(3x + 5y)$

ઉકેલ :

(i) $(x - 4) \times (2x + 3) = x \times (2x + 3) - 4 \times (2x + 3)$

$= (x \times 2x) + (x \times 3) - (4 \times 2x) - (4 \times 3)$

$= 2x^2 + 3x - 8x - 12$

$= 2x^2 - 5x - 12$ [સજાતીય પદોનું સાદું રૂપ આપતાં]

(ii) $(x - y) \times (3x + 5y) = x \times (3x + 5y) - y \times (3x + 5y)$

$= (x \times 3x) + (x \times 5y) - (y \times 3x) - (y \times 5y)$

$= 3x^2 + 5xy - 3yx - 5y^2$

$= 3x^2 + 2xy - 5y^2$ [સજાતીય પદોનું સાદું રૂપ આપતાં]

ઉદાહરણ 9 : ગુણાકાર કરો.

(i) $(a + 7)$ અને $(b - 5)$ (ii) $(a^2 + 2b^2)$ અને $(5a - 3b)$

ઉકેલ :

(i) $(a + 7) \times (b - 5) = a \times (b - 5) + 7(b - 5)$

$= ab - 5a + 7b - 35$

(અહીં, આ ગુણાકારમાં કોઈ સજાતીય પદો નથી તેની નોંધ લઈએ.)

(ii) $(a^2 + 2b^2) \times (5a - 3b) = a^2 \times (5a - 3b) + 2b^2(5a - 3b)$

$= 5a^3 - 3a^2b + 10ab^2 - 6b^3$

9.9.2 દ્વિપદીનો ત્રિપદી સાથે ગુણાકાર

આ ગુણાકારમાં આપણે ત્રિપદીના દરેક ત્રણ પદોને દ્વિપદીના બંને પદો સાથે ગુણવા જોઈએ. જેથી કુલ $(2 \times 3) = 6$ પદો મળશે. વળી, જો સજાતીય પદો હશે તો 6 પદોને બદલે ઉકેલમાં 5 કે તેથી ઓછા પદો મળશે.

ધારો કે,

$\therefore \underbrace{(a+7)}_{\text{દ્વિપદી}} \times \underbrace{(a^2+3a+5)}_{\text{ત્રિપદી}} = a \times (a^2+3a+5) + 7 \times (a^2+3a+5)$ ($\because$ વિભાજનનો નિયમ)

$= a^3 + 3a^2 + 5a + 7a^2 + 21a + 35$

$= a^3 + (3a^2 + 7a^2) + (5a + 21a) + 35$

$= a^3 + 10a^2 + 26a + 35$ (શા માટે જવાબમાં માત્ર 4 પદો છે ?)

ઉદાહરણ 10 : $(a + b)(2a - 3b + c) - (2a - 3b)c$નું સાદું રૂપ આપો.

ઉકેલ : અહીં,

$(a + b)(2a - 3b + c) = a(2a - 3b + c) + b(2a - 3b + c)$

$= 2a^2 - 3ab + ac + 2ab - 3b^2 + bc$

$= 2a^2 - ab - 3b^2 + bc + ac$

(અહીં $-3ab$ અને $2ab$ સજાતીય પદો છે.)

અને, $(2a - 3b)c = 2ac - 3bc$

તેથી

$(a + b)(2a - 3b + c) - (2a - 3b)c = 2a^2 - ab - 3b^2 + bc + ac - (2ac - 3bc)$

$= 2a^2 - ab - 3b^2 + bc + ac - 2ac + 3bc$

$= 2a^2 - ab - 3b^2 + (bc + 3bc) + (ac - 2ac)$

$= 2a^2 - 3b^2 - ab + 4bc - ac$

સ્વાધ્યાય 9.4

1. દ્વિપદીનો ગુણાકાર કરો.

(i) $(2x + 5)$ અને $(4x - 3)$ (ii) $(y - 8)$ અને $(3y - 4)$

(iii) $(2.5l - 0.5m)$ અને $(2.5l + 0.5m)$ (iv) $(a + 3b)$ અને $(x + 5)$

(v) $(2pq + 3q^2)$ અને $(3pq - 2q^2)$ (vi) $\left(\frac{3}{4}a^2 + 3b^2\right)$ અને $4\left(a^2 - \frac{2}{3}b^2\right)$

2. ગુણાકાર શોધો.

(i) $(5 - 2x)\ (3 + x)$ (ii) $(x + 7y)\ (7x - y)$

(iii) $(a^2 + b)\ (a + b^2)$ (iv) $(p^2 - q^2)\ (2p + q)$

3. સાદું રૂપ આપો :

(i) $(x^2 - 5)\ (x + 5) + 25$ (ii) $(a^2 + 5)\ (b^3 + 3) + 5$

(iii) $(t + s^2)\ (t^2 - s)$

(iv) $(a + b)\ (c - d) + (a - b)\ (c + d) + 2(ac + bd)$

(v) $(x + y)\ (2x + y) + (x + 2y)\ (x - y)$

(vi) $(x + y)\ (x^2 - xy + y^2)$

(vii) $(1.5x - 4y)\ (1.5x + 4y + 3) - 4.5x + 12y$

(viii) $(a + b + c)\ (a + b - c)$

9.10 નિત્યસમ એટલે શું ?

5EGXZE

વિદ્યાર્થી મિત્રો, અહીં નિત્યસમને સમજવા આપણે એક સમતા લઈએ.

$(a+1)\ (a+2) = a^2 + 3a + 2$ અહીં, આપણે આ સમતાની બંને બાજુઓ માટે $a = 10$ લઈ કિંમત શોધીએ.

ડા. બા. $= (a + 1)\ (a + 2) = (10 + 1)\ (10 + 2) = 11 \times 12 = 132$

જ. બા. $= a^2 + 3a + 2 = (10)^2 + 3(10) + 2 = 100 + 30 + 2 = 132$

આમ, $a = 10$ માટે આ સમતાની બંને બાજુની કિંમતો સરખી છે.

હવે આપણે $a = -5$ લઈએ

ડા. બા.$= (a + 1)\ (a + 2) = (-5 + 1)\ (-5 + 2) = (-4) \times (-3) = 12$

જ. બા.$= a^2 + 3a + 2 = (-5)^2 + 3(-5) + 2 = 25 - 15 + 2 = 10 + 2 = 12$

તેથી $a = (-5)$ લઈએ તોપણ ડા.બા. = જ.બા. મળે.

તો અહીં, તારવી શકીએ કે aની કોઈ પણ કિંમત માટે આપેલ સમતાની ડા.બા. = જ.બા. મળે.

આમ, **એવી સમતા કે જેમાં આપેલા ચલની કોઈ પણ કિંમત માટે તે સાચી હોય તો તેને નિત્યસમ (Identity) કહે છે.**

આમ, $(a + 1)\ (a + 2) = a^2 + 3a + 2$ એ એક નિત્યસમ છે.

આપણે એ પણ નોંધીએ કે, કોઈ પણ સમીકરણ એ તેમાં આપેલા ચલની કોઈ ચોક્કસ કિંમતો માટે જ સાચા હોય છે. તે જે-તે ચલની બધી જ કિંમતો માટે સાચા હોતા નથી.

દૃષ્ટાંત તરીકે, $a^2 + 3a + 2 = 132$

ઉપરોક્ત સમીકરણ $a = 10$ માટે સાચું છે. પરંતુ તે $a = (-5)$ અથવા $a = 0$ વિગેરે માટે સાચું નથી.

ચકાસો : $a^2 + 3a + 2 = 132$ એ $a = (-5)$ અને $a = 0$ માટે સાચું નથી.

9.11 પ્રમાણિત નિત્યસમ

આપણે હવે, ખૂબ જ અગત્યનાં ત્રણ નિત્યસમનો અભ્યાસ કરીશું, જે આપણા કાર્યમાં ખૂબ ઉપયોગી થશે. આ નિત્યસમ આપણે દ્વિપદીનો દ્વિપદી સાથે ગુણાકાર કરીને મેળવીશું.

● સૌપ્રથમ $(a + b)(a + b)$ અથવા $(a + b)^2$ મેળવીએ.

$$(a + b)^2 = (a + b)(a + b)$$
$$= a(a + b) + b(a + b)$$
$$= a^2 + ab + ba + b^2$$
$$= a^2 + 2ab + b^2 \qquad (\because ab = ba)$$

આમ, $\boxed{(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2}$ (I)

અહીં, એ સ્પષ્ટ છે કે જ.બા.ની પદાવલિ એ ડા.બા.ની પદાવલિના ખરેખર ગુણાકારથી જ મળે છે જેથી તે નિત્યસમ છે. અહીં, આપણે ચલ 'a' અને 'b'ની કોઈ પણ કિંમત લઈએ તો પણ બંને બાજુઓની કિંમત એકસમાન જ મળે છે. અર્થાત્, ડા.બા. = જ.બા. થાય છે.

(i) $a = 2$, $b = 3$ (ઉકેલ : 25) (ii) $a = 5$, $b = 2$ (ઉકેલ : 49)

● હવે, આપણે $(a - b)^2$ માટે વિચારીએ.

$$(a - b)^2 = (a - b)(a - b) = a(a - b) - b(a - b)$$
$$= a^2 - ab - ba + b^2 = a^2 - 2ab + b^2 \qquad \text{(II)}$$

આમ, $\boxed{(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2}$

● છેલ્લે, $(a + b)(a - b)$ માટે વિચારો. $(a + b)(a - b) = a(a - b) + b(a - b)$
$= a^2 - ab + ba - b^2 = a^2 - b^2$ $(\because ab = ba)$

આમ, $\boxed{(a + b)(a - b) = a^2 - b^2}$ (III)

ઉપરોક્ત નિત્યસમ (I), (II) અને (III) એ પ્રમાણિત નિત્યસમ તરીકે ઓળખાય છે.

પ્રયત્ન કરો

1. નિત્યસમ (I)માં bને બદલે $(-b)$ મૂકો. શું તમોને નિત્યસમ (II) મળશે ?

● હવે, આપણે એક વધુ ઉપયોગી નિત્યસમ માટે પ્રયત્ન કરીએ.

$$(x + a)(x + b) = x(x + b) + a(x + b)$$
$$= x^2 + bx + ax + ab$$
$$= x^2 + (b + a)x + ab$$

આમ, $\boxed{(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab}$ (IV)

પ્રયત્ન કરો

1. $a = 2$, $b = 3$, $x = 5$ માટે નિત્યસમ (IV) ચકાસો.
2. નિત્યસમ (IV)માં ખાસ કિસ્સા માટે $a = b$ લો. તમને શું મળે છે ? શું તેને નિત્યસમ (I) સાથે કંઈ સંબંધ છે ?
3. નિત્યસમ (IV)માં ખાસ કિસ્સા માટે $a = -c$ અને $b = -c$ લો. તમને શું મળે છે ? શું તેને નિત્યસમ (II) સાથે કોઈ સંબંધ છે ?
4. નિત્યસમ (IV)માં ખાસ કિસ્સા માટે $b = -a$ લો. તમને શું મળે છે ? શું તેને નિત્યસમ (III) સાથે કોઈ સંબંધ છે ?

આપણે જોઈ શકીએ છીએ કે, નિત્યસમ (IV) એ નિત્યસમ (I), (II), (III)નું સામાન્ય સ્વરૂપ છે.

9.12 નિત્યસમની ઉપયોગિતા

હવે આપણે જોઈશું કે દ્વિપદીના ગુણાકાર તથા સંખ્યાઓના ગુણાકાર આધારિત કોયડાઓના ઉકેલ માટે નિત્યસમનો ઉપયોગ એ એક સરળ વૈકલ્પિક રીત છે.

9LMEZG

ઉદાહરણ 11 : નિત્યસમ (I)નો ઉપયોગ કરીને સાદું રૂપ આપો. (i) $(2x + 3y)^2$ (ii) 103^2

ઉકેલ :

(i) $(2x + 3y)^2 = (2x)^2 + 2(2x)(3y) + (3y)^2$ [નિત્યસમ (I)નો ઉપયોગ કરતાં]

$= 4x^2 + 12xy + 9y^2$

અહીં, આપણે નિત્યસમના ઉપયોગ વગર સીધી રીતે પણ ગણતરી કરી શકીએ.

$$(2x + 3y)^2 = (2x + 3y)(2x + 3y)$$
$$= (2x)(2x) + (2x)(3y) + (3y)(2x) + (3y)(3y)$$
$$= 4x^2 + 6xy + 6yx + 9y^2$$
$$= 4x^2 + 12xy + 9y^2 \quad (\because yx = xy)$$

નિત્યસમ (I)ના ઉપયોગથી આપણને $(2x + 3y)$નો વર્ગ કરવાની એક વૈકલ્પિક રીત મળે છે. શું તમે નોંધ્યું કે નિત્યસમની રીતમાં સીધી રીત કરતાં ઓછાં પગથિયાં છે ? તમે અનુભવશો કે $(2x + 3y)$ કરતાં વધુ જટીલ (સંકીર્ણ) દ્વિપદીના વર્ગ કરવા માટે પણ આ રીત વધુ સરળ છે.

(ii) $(103)^2 = (100 + 3)^2$

$= (100)^2 + 2(100)(3) + (3)^2$ [નિત્યસમ (I)નો ઉપયોગ કરતાં]

$= 10,000 + 600 + 9$

$= 10,609$

અહીં, આપણે (103×103) કરીને પણ ઉકેલ મેળવી શકીએ. પરંતુ તમે જોશો કે સીધી રીતે ગુણાકાર કરીને 103 નો વર્ગ કરવાની રીત કરતાં નિત્યસમ (I) નો ઉપયોગ કરવાથી વધુ સરળતા રહે છે. આ રીતે 1013 નો વર્ગ જાતે મેળવો.

તમે આ કિસ્સામાં એ પણ જોશો કે, સીધી રીતે ગુણાકાર કરીને ઉકેલ મેળવવાની રીત કરતાં નિત્યસમના ઉપયોગવાળી રીત વધુ આકર્ષક પણ છે.

ઉદાહરણ 12 : નિત્યસમ (II)નો ઉપયોગ કરીને, (i) $(4p - 3q)^2$ (ii) $(4.9)^2$ શોધો.

ઉકેલ :

(i) $(4p - 3q)^2 = (4p)^2 - 2(4p)(3q) + (3q)^2$ [નિત્યસમ (II)નો ઉપયોગ કરતાં]

$= 16p^2 - 24pq + 9q^2$

(ii) $(4.9)^2 = (5.0 - 0.1)^2 = (5.0)^2 - 2(5.0)(0.1) + (0.1)^2$

$= 25.00 - 1.00 + 0.01$

$= 24.00 + 0.01 = 24.01$

ઉદાહરણ 13 : નિત્યસમ (III)નો ઉપયોગ કરીને કિંમત શોધો.

(i) $\left(\frac{3}{2}m+\frac{2}{3}n\right)\left(\frac{3}{2}m-\frac{2}{3}n\right)$ (ii) $983^2 - 17^2$ (iii) 194×206

ઉકેલ :

(i) $\left(\frac{3}{2}m+\frac{2}{3}n\right)\left(\frac{3}{2}m-\frac{2}{3}n\right) = \left(\frac{3}{2}m\right)^2 - \left(\frac{2}{3}n\right)^2$

$= \frac{9}{4}m^2 - \frac{4}{9}n^2$

સીધા ગુણાકારની રીતથી વર્ગ કરીને બાદબાકી મેળવો !!

(ii) $983^2 - 17^2$

$= (983 + 17)(983 - 17)$ [અહીં, $a = 983$, $b = 17$, $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$]

$= 1000 \times 966$

$= 966000$

(iii) $194 \times 206 = (200 - 6) \times (200 + 6) = (200)^2 - (6)^2$

$= 40000 - 36 = 39964$

ઉદાહરણ 14 : નિત્યસમ $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)\,x + ab$નો ઉપયોગ કરીને કિંમત શોધો.

(i) 501×502 (ii) 95×103

ઉકેલ :

(i) $501 \times 502 = (500 + 1) \times (500 + 2) = (500)^2 + (1 + 2) \times 500 + 1 \times 2$

$= 250000 + 1500 + 2$

$= 251502$

(ii) $95 \times 103 = (100 - 5) \times (100 + 3) = (100)^2 + (-5 + 3) \times 100 + (-5) \times 3$

$= 10000 - 200 - 15 = 9785$

સ્વાધ્યાય 9.5

1. યોગ્ય નિત્યસમનો ઉપયોગ કરીને નીચેના ગુણાકાર મેળવો.

(i) $(x + 3)(x + 3)$ (ii) $(2y + 5)(2y + 5)$ (iii) $(2a - 7)(2a - 7)$

(iv) $(3a - \frac{1}{2})(3a - \frac{1}{2})$ (v) $(1.1m - 0.4)(1.1m + 0.4)$

(vi) $(a^2 + b^2)(-a^2 + b^2)$ (vii) $(6x - 7)(6x + 7)$ (viii) $(-a + c)(-a + c)$

(ix) $\left(\frac{x}{2}+\frac{3y}{4}\right)\left(\frac{x}{2}+\frac{3y}{4}\right)$ (x) $(7a - 9b)(7a - 9b)$

2. $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)\,x + ab$ નિત્યસમનો ઉપયોગ કરીને નીચેના ગુણાકાર શોધો.

(i) $(x + 3)(x + 7)$ (ii) $(4x + 5)(4x + 1)$

(iii) $(4x - 5)(4x - 1)$ (iv) $(4x + 5)(4x - 1)$

(v) $(2x + 5y)(2x + 3y)$ (vi) $(2a^2 + 9)(2a^2 + 5)$

(vii) $(xyz - 4)(xyz - 2)$

3. નિત્યસમનો ઉપયોગ કરીને નીચેના વર્ગ શોધો.

(i) $(b - 7)^2$ (ii) $(xy + 3z)^2$ (iii) $(6x^2 - 5y)^2$

(iv) $\left(\frac{2}{3}m+\frac{3}{2}n\right)^2$ (v) $(0.4p - 0.5q)^2$ (vi) $(2xy + 5y)^2$

4. સાદું રૂપ આપો :

(i) $(a^2 - b^2)^2$ (ii) $(2x + 5)^2 - (2x - 5)^2$

(iii) $(7m - 8n)^2 + (7m + 8n)^2$ (iv) $(4m + 5n)^2 + (5m + 4n)^2$

(v) $(2.5p - 1.5q)^2 - (1.5p - 2.5q)^2$

(vi) $(ab + bc)^2 - 2ab^2c$ (vii) $(m^2 - n^2m)^2 + 2m^3n^2$

5. સાબિત કરો :

(i) $(3x + 7)^2 - 84x = (3x - 7)^2$ (ii) $(9p - 5q)^2 + 180pq = (9p + 5q)^2$

(iii) $\left(\frac{4}{3}m - \frac{3}{4}n\right)^2 + 2mn = \frac{16}{9}m^2 + \frac{9}{16}n^2$

(iv) $(4pq + 3q)^2 - (4pq - 3q)^2 = 48pq^2$

(v) $(a - b)(a + b) + (b - c)(b + c) + (c - a)(c + a) = 0$

6. નિત્યસમનો ઉપયોગ કરીને ગણતરી કરો.

(i) 71^2 (ii) 99^2 (iii) 102^2 (iv) 998^2

(v) 5.2^2 (vi) 297×303 (vii) 78×82 (viii) 8.9^2

(ix) 1.05×9.5

7. નિત્યસમ $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$નો ઉપયોગ કરીને કિંમત શોધો.

(i) $51^2 - 49^2$ (ii) $(1.02)^2 - (0.98)^2$ (iii) $153^2 - 147^2$ (iv) $12.1^2 - 7.9^2$

8. $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$નો ઉપયોગ કરીને કિંમત શોધો.

(i) 103×104 (ii) 5.1×5.2 (iii) 103×98 (iv) 9.7×9.8

આપણે શું ચર્ચા કરી ?

1. 'ચલ' અને 'અચલ'ના ઉપયોગથી પદાવલિ રચી શકાય છે.

2. પદોનો સરવાળો કરીને પદાવલિ બનાવી શકાય છે. પદોને અવયવના ગુણાકાર સ્વરૂપે દર્શાવી શકાય છે.

3. જે પદાવલિમાં એક, બે કે ત્રણ પદો હોય તેવી પદાવલિને અનુક્રમે એકપદી, દ્વિપદી કે ત્રિપદી પદાવલિ કહેવામાં આવે છે. વ્યાપક સ્વરૂપે, એક કે તેથી વધુ પદો જેના સહગુણકો શૂન્ય ન હોય (અને ચલના ઘાતાંક અનૃણ હોય) તેને બહુપદી કહેવાય.

4. સમાન ચલ ધરાવતાં અને તે ચલોની સમાન ઘાત ધરાવતાં પદોને સજાતીય પદો કહે છે. સજાતીય પદોના સહગુણકો સમાન હોવા જરૂરી નથી.

5. જ્યારે બહુપદીના સરવાળા (કે બાદબાકી) કરવા હોય ત્યારે સૌ પ્રથમ તેના સજાતીય પદોની યોગ્ય ગોઠવણી કરી તેને ઉમેરવા (કે બાદ કરવા) જોઈએ. ત્યારબાદ વિજાતીય પદોની ગોઠવણી કરવી જોઈએ.

6. ઘણી બધી પરિસ્થિતિમાં બૈજિક પદાવલિઓનો ગુણાકાર કરવો જરૂરી બને છે.
ઉદાહરણ તરીકે, જો લંબચોરસની બાજુઓનાં માપ બૈજિક પદાવલિ તરીકે આપેલાં હોય અને તેનું ક્ષેત્રફળ શોધવાનું હોય.

7. એકપદીનો એકપદી સાથે ગુણાકાર કરવાથી એકપદી જ મળે છે.

8. જ્યારે બહુપદીનો એકપદી સાથે ગુણાકાર કરવાનો હોય ત્યારે આપેલ બહુપદીના દરેક પદ સાથે જે-તે એકપદીનો ગુણાકાર કરવો પડે છે.

9. જ્યારે બહુપદીનો ગુણાકાર દ્વિપદી (કે ત્રિપદી) સાથે કરી ગુણનફળ મેળવવાનું હોય ત્યારે એક પછી એક એમ દરેક પદનો ગુણાકાર કરવો પડે.
અર્થાત્, આપેલ બહુપદીના દરેક પદનો દ્વિપદીના (કે ત્રિપદીના) દરેક પદ સાથે ગુણાકાર કરવો જોઈએ.

10. નિત્યસમ એ સમતા છે. જે ચલની કોઈ પણ કિંમત માટે સાચી ઠરે છે. જ્યારે સમીકરણ એ તેના ચલની અમુક ચોક્કસ કિંમતો માટે જ સાચું ઠરે છે. આમ, સમીકરણ એ નિત્યસમ નથી.

11. નીચેનાં નિત્યસમ પ્રમાણિત નિત્યસમ છે.

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ (I)

$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ (II)

$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$ (III)

12. $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$ (IV) પણ એક ઉપયોગી નિત્યસમ છે.

13. બૈજિક પદાવલિના વર્ગ અને ગુણાકાર શોધવા માટે ઉપરોક્ત નિત્યસમ ઘણાં ઉપયોગી છે. ઉપરાંત, સંખ્યાના વર્ગ અને ગુણાકાર શોધવા માટે પણ એક વૈકલ્પિક પદ્ધતિ તરીકે ઉપયોગી છે.