

## Collatz 5 : ペンタディカのグライダー・レース

### 概要 (Overview)

**Collatz 5** は、Collatz-3 (3 進空間でのボス探索)、Collatz-6 (6 進カオスの縁でのグライダー) に続く、Collatz シリーズ数学ゲームの第 3 作である。本作では、**5 進 Collatz 型** 写像をもとにした新しい離散力学系を、多層世界**ペンタディカ**を舞台とした高速レースゲームとして再構築している。ペンタディカは、次のような単純な規則で動く五層構造の数学世界である。

- **5 で割り切れない数**は「外層サーキット」に留まり、加速・振動しながら長いグライダー軌道を描く。
- **5 の倍数になった数**は即座に深層へ落下し、エネルギーを失い、最終的に  $\{1, 2, 3\}$  の安定核へ収束する。

この構造により、力学系全体が「多層サーキット」として自然に解釈でき、落とし穴や重力井戸が存在する世界が形成される。各整数は「レーサー」として振る舞い、その特徴は次の 3 つの量で表される。

1. **ステップ数** — 固定点に到達するまでの全軌道長
2. **ラップ数** — 外層サーキット ( $\text{mod } 5 \neq 0$ ) に滞在した回数
3. **最大値** — 軌道中に到達した最大の値 (脱出にどれだけ近づいたかを示す)

これら 3 軸により、すべての整数レーサーは次のタイプに分類できる。

- 即落ち型 (非グライダー)
- 短距離グライダー
- 持久型グライダー
- 高高度ジャンパー
- 伝説級グライダー (脱出候補)

特に  $P(3,2)$  数列に属する数は、 $2 \cdot 3 \cdot 5$  のいずれでも割り切れないため、自然と「エリートレーサー」として振る舞い、長距離グライダーを頻繁に生み出す。中でも **774,840,977** は突出したステップ数・外層滞在時間・最大値を示し、まるで「系から脱出しそう」に見えるが、数学的には決して脱出しない。

### 5 進アップデート規則

次の値  $f(n)$  は、整数  $n$  の **mod 5** によって決まる。

- **mod 5 = 0**  $\rightarrow f(n) = n/5$
- **mod 5 = 1**  $\rightarrow f(n) = (6n - 1) / 5$
- **mod 5 = 2**  $\rightarrow f(n) = (6n - 2) / 5$
- **mod 5 = 3**  $\rightarrow f(n) = (6n - 3) / 5$
- **mod 5 = 4**  $\rightarrow f(n) = (6n + 1) / 5$

**mod 5  $\neq$  0** のときは外層サーキットに留まり、**mod 5 = 0** のときは深層へ落下する。

### ステップ計算例

上の規則を用いて、 $n=161$  の最初の数ステップを計算すると次のようになる。

- $161 \text{ mod } 5 = 1 \rightarrow 193$
- $193 \text{ mod } 5 = 3 \rightarrow 231$
- $231 \text{ mod } 5 = 1 \rightarrow 277$

この操作を続けると、軌道全体は次のようになる： **161  $\rightarrow$  193  $\rightarrow$  231  $\rightarrow$  ...  $\rightarrow$  15  $\rightarrow$  3**

このレーサーの特徴は以下の通り。

- **ステップ数** : 38
- **ラップ数** : 32
- **最大値** : 1705
- **分類** : 持久型グライダー (Endurance Glider)

**Collatz 5** は、5 進力学・軌道分類・離散系における振る舞いの多様性を、遊びながら理解できる数学ゲームである。数学的ツールであると同時に、数論を基盤とした物語世界としても楽しめる。

### LICENSE

© **Hiroshi Harada 2026** Released under **CC BY 4.0**

This work is released under the terms specified by the author.