

Discovery of Length-7 Prime Chains in the Extended 5-adic Collatz-like Map

February 25, 2026 — Hiroshi Harada

1. はじめに

本稿では、拡張された 5 進 Collatz-like 素数生成関数において、長さ 7 の素数連鎖を 2 例発見したことを報告する。対象となる関数 $f(n)$ は以下のように定義される：

$$f(n) = (6n + c) / 5$$

ここで、定数 $c \in \{-1, +3, -3, +1\}$ は $n \bmod 5$ に応じて選ばれ、分子が 5 の倍数となるように調整される。

2. 探索手法：偶奇性保存アルゴリズム

本研究の最大の成果は、「偶数トラップ（偶数合成数への収束）」を完全に回避するアルゴリズムを構築した点にある。奇数 n に対して $6n$ は常に偶数であるが、ここに奇数の定数 $c (\pm 1, \pm 3)$ を加えることで、分子 $6n + c$ は常に奇数となる。

さらに、 c を適切に選ぶことでこの分子が 5 の倍数となるように保証されるため、

例： $n \equiv r \pmod{5}$ のとき、 $6n + c \equiv 0 \pmod{5}$ となるように c を選ぶ

結果として、 $f(n)$ は常に奇数となり、連鎖が偶数に落ちることなく継続する。この偶奇性の保存により、素数連鎖の生存確率が飛躍的に向上した。

3. 結果

偶数トラップを排除したことで、単純な連続探索のみで $n_0 < 10^8$ の範囲から長さ 7 の素数連鎖を 2 例発見した。

連鎖 1 ($n_0 = 19,084,201$)

19084201 \rightarrow 22901041 \rightarrow 27481249 \rightarrow 32977499 \rightarrow 39572999 \rightarrow 47487599 \rightarrow 56985119

連鎖 2 ($n_0 = 76,933,159$)

76933159 \rightarrow 92319791 \rightarrow 110783749 \rightarrow 132940499 \rightarrow 159528599 \rightarrow 191434319 \rightarrow 229721183

すべての値は決定的な素数判定により検証された。

4. 結論

定数 c を ± 3 に拡張することにより、5 進 Collatz-like 写像において、長大な素数連鎖の発見に極めて有効であることが示された。この偶奇性保存手法は、高次の n 進 Collatz-like 写像における新たな標準探索法となる可能性がある。

License

© 2026 Hiroshi Harada — MIT License.

This work and the accompanying code are licensed under the MIT License.