

Prime Chain Dynamics in a 6-adic Collatz-like Map: Discovery of a Length-8 Chain

February 28, 2026 — Hiroshi Harada

概要

本報告では、写像 $f(n) = (7n \pm k)/6$ に基づく 6 進法的成長系における素数連鎖の探索結果を示す。Collatz 予想とは異なり、この系は収束せず、約 $7/6 (\approx 1.17)$ の比率で幾何級数的に増加する特徴を持つ。探索範囲 $n < 10^7$ において、長さ 7 (L7) の連続する素数からなる安定連鎖を複数本発見し、さらに長さ 8 (L8) の連鎖を 1 本確認した。

1. はじめに

本研究では、以下のような準アフィン変換によって定義される 6 進法的素数連鎖の挙動を調査した：

$$f(n) = (7n + \delta)/6$$

ここで $\delta \in \{-1, -5, +5, +1\}$ は、結果が整数になるように選ばれる。各ステップで得られる値が素数である限り、連鎖は継続する。この写像は幾何級数的な増加をもたらす、数が大きくなるにつれて素数の密度が減少する中で、連鎖を維持することが次第に困難になると考えられる。

2. 方法

- 写像の定義： $f(n) = (7n \pm k)/6$, where $k \in \{1, 5\}$
- 探索範囲： $3 \leq n < 10^7$
- 対象：長さ 7 以上 (L7+) の素数連鎖
- 終了条件：合成数が出現した時点で連鎖を終了

3. 結果

定義された範囲内で以下の結果を得た：

- L7 連鎖の総数：9 本 (例： $n_0 = 53$, $n_0 = 434437$ など)
- L8 連鎖の総数：1 本 ($n_0 = 1099687$)

L8 連鎖

$$1099687 \rightarrow 1282969 \rightarrow 1496797 \rightarrow 1746263 \rightarrow 2037307 \rightarrow 2376859 \rightarrow 2773003 \rightarrow 3235171$$

4. 考察

この L8 連鎖は、 10^7 未満の範囲で唯一確認されたものであり、幾何級数的な加速に耐えながら素数性を維持することの困難さを示している。また、数値 5 はこの系における不動点である：

$$f(5) = (7 \cdot 5 - 5)/6 = 5$$

ただし、 $n > 5$ の場合、連鎖は必ず発散する。

5. 今後の課題

今回の探索は 10^7 までに限定されており、より長い連鎖 (例：L9 以上) が存在するかどうかは未解明である。理論的には連鎖は無限に続く可能性があるが、素数の密度の低下により、連鎖の長さには実質的な上限がある可能性がある。さらなる計算的探索が期待される。

License

© 2026 Hiroshi Harada — MIT License

Code and data are available with the Zenodo submission.