Université Chouaib Doukkali Faculté des Sciences - EL JADIDA Département de Mathématiques Année Universitaire 2022/23 Niveau : SMIA2 Algèbre 3

Épreuve d'algèbre 3 Session de Rattrapage Durée 1h30'

Exercice. Soient E et F deux espaces vectoriels sur le corps \mathbb{R} . On suppose que $A = (u_1, u_2, u_3, u_4)$ est une base de E, et $B = (v_1, v_2, v_3)$ est une base de F. Soit $f: E \longrightarrow F$ l'application linéaire telle que

$$\operatorname{mat}_{A,B}(f) = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 4 & 7 \end{pmatrix}$$

- 1. Déterminer une base de ker(f) et une base de Im(f).
- 2. Soit $u \in E$ tel que $u_A = (a, b, c, d)$. Écrire f(u) comme combinaison linéaire de v_1, v_2 et v_3 .
- 3. Soit

$$w_1 = 2v_1 + v_2$$
, $w_2 = v_1 + v_2 + v_3$, $w_3 = 3v_1 + 2v_2$

et $C = (w_1, w_2, w_3)$.

- (i) Monter que C est une base de F et déterminer les matrices $\operatorname{mat}_B(C)$ et $\operatorname{mat}_C(B)$.
- (ii) Déterminer la matrice $mat_{A,C}(f)$.