

Tugas 2 : Inferensia Analisis Regresi secara manual dan dengan program R

Mata Kuliah Model Linear

Nama : Rosa Amalia Nursinta

NIM : 11190940000041

Kelas : Matematika 5B

Analisis Regresi Linear Sederhana

Data yang akan diolah :

Lamanya Erupsi (y) (menit)	Waktu Tunggu (x) (menit)
3	79
2	54
3	74
2	62
5	85
3	55
5	88
4	85
2	51
4	85

Langkah Analisis

1. Menentukan model regresi
2. Uji Signifikansi Persamaan Regresi (Uji simultan F) : Uji ini digunakan untuk melihat apakah variabel independen secara bersama-sama mempengaruhi variabel dependen.
3. Uji Signifikansi Koefisien Regresi (Uji parsial t) : Uji ini digunakan untuk melihat apakah tiap-tiap variabel bebas memberikan pengaruh yang signifikan terhadap variabel Y atau tidak.
4. Kesimpulan

Output pada R

```
> library(stats)
> x<-c(79,54,74,62,85,55,88,85,51,85)
> y<-c(3,2,3,2,5,3,5,4,2,4)
> model=lm(formula=y~x)
> summary(model)

Call:
lm(formula = y ~ x)

Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-0.7884 -0.3858 -0.1440  0.4786  0.8396

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) -1.57027    1.01580  -1.546  0.16073
x             0.06783    0.01388   4.885  0.00122 **
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.6162 on 8 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.7489,    Adjusted R-squared:  0.7176
F-statistic: 23.87 on 1 and 8 DF,  p-value: 0.001216
```

Pembahasan dan Interpretasi

1. Model Regresi

- Berdasarkan Tabel Anova dapat terlihat bahwa nilai koefisien b_0 dan b_1 berturut adalah -1.57027 dan 0.06783
- Model regresi yang diperoleh :
 $\hat{Y} : -1.57027 + 0.06783X$
- Hal ini berarti :
 - Dalam hal ini tidak mungkin waktu tunggu kurang dari 0 menit, maka waktu tunggu minimal yang harus dilakukan yaitu 24 menit sampai terjadinya erupsi (y). dan jika erupsi terjadi Ketika waktu tunggu kurang dari 24 menit, maka erupsi terjadi karena faktor lain.
 - Kemudian setiap waktu tunggu bertambah 1 menit, lamanya erupsi akan naik selama 0.06783 menit.

2. Uji Parsial T

- Hipotesis uji :
 $H_0 : \beta_1 = 0$ (tidak ada hubungan linear antara x dan y)
 $H_1 : \beta_1 \neq 0$ (ada hubungan linear antara x dan y)
- Toleransi kesalahan $\alpha : 5\% = 0.05$

- Statistik Uji :

Coefficients:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
(Intercept)	-1.57027	1.01580	-1.546	0.16073
x	0.06783	0.01388	4.885	0.00122 **

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Berdasarkan Tabel Anova diperoleh $T_{hitung} = 4.885$

- Daerah Kritis :

T_{tabel} yang diperoleh untuk $t_{8,0.025}$ adalah 2.306

H_0 ditolak jika $T_{hitung} > T_{tabel}$

- Keputusan :

$T_{hitung} : 4.885$ $t_{8,0.025} : 2.306$

$T_{hitung} > T_{tabel}$, maka H_0 ditolak

- Kesimpulan :

Cukup bukti bahwa waktu tunggu mempengaruhi lamanya erupsi.

3. Uji Simultan F

- Hipotesis uji :

$H_0 : \beta_1 = 0$ (model tidak signifikan)

$H_1 : \beta_1 \neq 0$ (model signifikan)

- Toleransi kesalahan $\alpha : 5\% = 0.05$

- Statistik Uji :

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.6162 on 8 degrees of freedom
Multiple R-squared: 0.7489, Adjusted R-squared: 0.7176
F-statistic: 23.87 on 1 and 8 DF, p-value: 0.001216

Berdasarkan Tabel Anova diperoleh $F_{hitung} = 23.87$

- Daerah Kritis :

F_{tabel} yang diperoleh untuk $F_{1,8,0.05}$ adalah 5.32

H_0 ditolak jika $F_{hitung} > F_{tabel}$

- Keputusan :

$F_{hitung} : 23.87$ $F_{1,8,0.05} : 5.32$

$F_{hitung} > F_{tabel}$, maka H_0 ditolak

- Kesimpulan :

Cukup bukti bahwa secara signifikan waktu tunggu mempengaruhi lamanya erupsi.

4. Kesimpulan

Model Regresi yang diperoleh dari waktu tunggu terhadap lamanya erupsi adalah $\hat{Y} : -1.57027 + 0.06783X$

- Berdasarkan Uji Parsial T menunjukkan bahwa benar waktu tunggu mempengaruhi lamanya erupsi
- Berdasarkan Uji Simultan F menunjukkan bahwa secara signifikan waktu tunggu mempengaruhi lamanya erupsi

5. Rsquared

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.6162 on 8 degrees of freedom
Multiple R-squared: 0.7489, Adjusted R-squared: 0.7176
F-statistic: 23.87 on 1 and 8 DF, p-value: 0.001216

Berdasarkan Tabel Anova diperoleh nilai Rsquared yaitu 0.7489, yang artinya bahwa sebesar 74.89% lamanya erupsi dipengaruhi oleh waktu tunggu. Dan sebesar 25.11% dipengaruhi oleh faktor lain.

6. Dugaan lamanya erupsi jika waktu tunggu 80 menit

```
> x_test <- data.frame(x = c(80)) #data_yg_diprediksi
> predict_result <- predict(model, x_test) #hasil_prediksi
> print(predict_result)
      1
3.856214
> |
```

Dengan menggunakan model regresi yang ada, kita dapat menduga lamanya erupsi untuk waktu tunggu tertentu,

Untuk waktu tunggu 80 menit diperoleh lamanya erupsi sebesar 3.856214 menit \approx 3.85 menit.

Perhitungan secara manual dan interpretasi

Date _____

Nama : Rosa Amalia Nursinta

NIM : 18190940000041

Kelas : matematika SB - Model Linear - Tugas 2 - 20 September 2021

Tabel Data :

	y	x	x_i^2	$x_i y_i$	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$	$y_i - \bar{y}$	$(y_i - \bar{y})^2$
	3	79	6241	237	7,2	51,84	-0,3	0,09
	2	54	2916	108	-17,8	316,84	-1,3	1,69
	3	74	5476	222	2,2	4,84	-0,3	0,09
	2	62	3844	124	-9,8	96,04	-1,3	1,69
	5	85	7225	425	13,2	174,24	1,7	2,89
	3	55	3025	165	-16,8	282,24	-0,3	0,09
	5	88	7744	440	16,2	262,44	1,7	2,89
	4	85	7225	340	13,2	174,24	0,7	0,49
	2	51	2601	102	-20,8	434,64	-1,3	1,69
	4	85	7225	340	13,2	174,24	0,7	0,49
Σ	33	718	53522	2503		1971,6		12,1

	y_i	x_i	\hat{y}_i	$y_i - \hat{y}_i$	$(y_i - \hat{y}_i)^2$	$\hat{y}_i - \bar{y}$	$(\hat{y}_i - \bar{y})^2$
	3	79	3,7883	-0,7883	0,62141689	0,4883	0,23843689
	2	54	2,09255	-0,09255	0,0085655025	-1,20745	1,4579355025
	3	74	3,44915	-0,44915	0,2017357225	0,14915	0,0222457225
	2	62	2,63519	-0,63519	0,4034663361	-0,66481	0,4419723361
	5	85	4,19528	0,80472	0,6475742784	0,89528	0,8015262784
	3	55	2,16038	0,83962	0,7049617444	-1,13962	1,2987337444
	5	88	4,39877	0,60123	0,3614775129	1,09877	1,2072955129
	4	85	4,19528	-0,19528	0,0381342784	0,89528	0,8015262784
	2	51	1,88906	0,11094	0,0123076836	-1,41094	1,9907516836
	4	85	4,19528	-0,19528	0,0381342784	0,89528	0,8015262784
Σ	33	718			3,037742272		9,0619502272

$\bar{y} = \frac{33}{10} = 3,3$, $\bar{x} = \frac{718}{10} = 71,8$, $\hat{y}_i = -1,57027 + 0,06783 x_i$

① Pendugaan b_0 dan b_1

$$\begin{aligned} \rightarrow b_0 &= \frac{\sum y_i (\sum x_i^2) - \sum x_i \sum x_i y_i}{n(\sum x_i^2) - (\sum x_i)^2}, \quad (\sum x_i)^2 = 515524 \\ &= \frac{(33)(53522) - (718)(2503)}{(10)(53522) - (515524)} = \frac{1766226 - 1797154}{535220 - 515524} \\ &= \frac{-30928}{19696} = -1,5702680747 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \rightarrow b_1 &= \frac{n \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} \\ &= \frac{(10)(2503) - (718)(33)}{(10)(53522) - (515524)} \\ &= 0,0678310317 \end{aligned}$$

② Persamaan Regresi dan Interpretasi

Persamaan Regresi :

$$Y = -1,57027 + 0,06783x$$

- Dalam hal ini tidak mungkin waktu tunggu kurang dari 0 menit. Jadi waktu tunggu minimal yang harus dilakukan yaitu 24 menit sampai terjadinya erupsi (y). dan jika erupsi terjadi ketika waktu tunggu belum mencapai 24 menit, maka erupsi terjadi karena faktor lain.
- Kemudian setiap waktu tunggu bertambah 1 menit, lamanya erupsi akan naik sebesar 0,06783 menit.

③ uji hipotesis, apakah waktu tunggu mempengaruhi lamanya erupsi?

→ uji parsial t

• hipotesis uji

$H_0 : \beta_1 = 0$ (tidak ada hubungan linear antara x dan y)

$H_1 : \beta_1 \neq 0$ (ada hubungan linear antara x dan y)

• $\alpha : 5\% = 0,05$

• Statistik uji

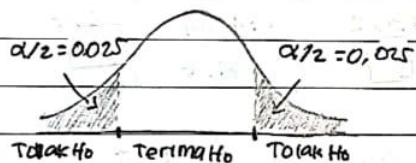
$$T_{hitung} = \frac{b_1 - \beta_1}{S_{b_1}}, \quad S_{b_1}^2 = \frac{\sum (y_i - \hat{y}_i)^2}{(n-2) \sum x_i - \bar{x}^2}$$

$$S_{b_1}^2 = \frac{3,0377742272}{8 (1971,6)} = \frac{3,0377742272}{15772,8} = 0,0001925957$$

$$S_{b_1} = 0,0138779501$$

$$T_{hitung} = \frac{b_1 - \beta_1}{S_{b_1}} = \frac{0,0678310317}{0,0138779501} = 4,887683787 \approx 4,887$$

• daerah kritis



H_0 ditolak jika $T_{hitung} > T_{tabel}$

-2,306

2,306

• Keputusan :

$$T_{hitung} : 4,887, \quad T_{tabel} : 2,306$$

$T_{hitung} > T_{tabel}$, maka H_0 ditolak.

• Kesimpulan :

Cukup bukti bahwa waktu tunggu mempengaruhi lamanya erupsi

→ uji simultan F

• hipotesis uji

$$H_0 : \beta_1 = 0 \quad (\text{model tidak signifikan})$$

$$H_1 : \beta_1 \neq 0 \quad (\text{model signifikan})$$

• $\alpha : 5\% = 0,05$

• Statistik uji

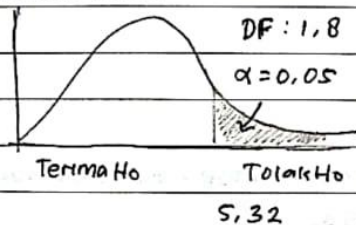
$$F_{hitung} = \frac{KT_{regresi}}{KT_{sisaan}}, \quad KT_{regresi} = \frac{\sum (\hat{y}_i - \bar{y})^2}{n-2}, \quad KT_{sisaan} = \frac{\sum (y_i - \hat{y}_i)^2}{n-2}$$

$$KT_{regresi} = 9,0619502272$$

$$KT_{sisaan} = \frac{\sum (y_i - \hat{y}_i)^2}{n-2} = \frac{3,0377742272}{8} = 0,3797217784$$

$$F_{hitung} = \frac{KT_{regresi}}{KT_{sisaan}} = \frac{9,0619502272}{0,3797217784} = 23,8647102765 \approx 23,87$$

• Daerah kritis



H_0 ditolak jika $F_{hitung} > F_{tabel}$

• Keputusan :

$$F_{hitung} : 23,87, \quad F_{tabel} : 5,32$$

$F_{hitung} > F_{tabel}$, maka H_0 ditolak

• Kesimpulan :

Cukup bukti bahwa secara signifikan waktu tunggu mempengaruhi lamanya erupsi.

→ Tabel Anova

• Persamaan Regresi :

$$\text{lamanya erupsi} = -1,57027 + 0,06783 \text{ waktu tunggu}$$

Prediktor	Coef	Tvalue	Pvalue
constant	-1,57027		
waktu tunggu	0,06783	4,887	

$$S = 0,6162$$

$$R\text{-squared} = 74,9\%$$

$$R\text{-sq(adj)} =$$

Analysis of Variance

Source	DF	SS	MS	F	P
Regression	1	9,0619	9,0619	23,87	
Residual error	8	3,0377	0,3797		
Total	9				

→ Kesimpulan

- model Regresi yang diperoleh dari waktu tunggu thd lamanya erupsi adalah $Y = -1,57027 + 0,06783x$
- berdasarkan Uji Parsial t menunjukkan bahwa benar waktu tunggu mempengaruhi lamanya erupsi.
- berdasarkan uji simultan F menunjukkan bahwa secara signifikan waktu tunggu mempengaruhi lamanya erupsi.

④ R-squared

$$R^2 = \frac{\sum (\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum (y_i - \bar{y})^2} = \frac{9,061902272}{12,1} = 0,7489215064 \approx 74,89\%$$

berdasarkan R-squared, menunjukkan bahwa sebesar 74,89% lamanya erupsi dipengaruhi oleh waktu tunggu. dan sebesar 25,11% dipengaruhi oleh faktor lain.

⑤ berdasarkan Uji t, Uji F, dan R-squared, model Regresi ini sudah cukup baik untuk digunakan.

⑥ dugaan lamanya erupsi jika waktu tunggu 80 menit :

$$Y = -1,57027 + 0,06783(80)$$

$$= 3,85613 \approx 3,85 \text{ menit}$$