



Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана
(национальный исследовательский университет)»
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

ФАКУЛЬТЕТ ИУ «Информатика и системы управления»

КАФЕДРА ИУ-7 «Программное обеспечение эвм и информационные технологии»

**РАСЧЕТНО-ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА
К НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ РАБОТЕ
НА ТЕМУ:**

***«Классификация методов многокритериального
выбора в теории принятия решений»***

Студент ИУ7-52Б

_____ Ляпина Н. В.

Руководитель

_____ Вишневская Т. И.

2022 г.

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана
(национальный исследовательский университет)»
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой ИУ-7
(Индекс)

И. В. Рудаков
(И.О.Фамилия)

«16» сентября 2022 г.

ЗАДАНИЕ
на выполнение научно-исследовательской работы

по теме

«Классификация методов многокритериального выбора в теории принятия решений»

Студент группы ИУ7-52Б

Ляпина Наталья Викторовна

Направленность НИР

учебная

Источник тематики

НИР кафедры

График выполнения НИР: 25% к 6 нед., 50% к 9 нед., 75% к 12 нед., 100% к 15 нед.

Техническое задание

Рассмотреть математические основы теории принятия решений, провести обзор многокритериальных задач и методов для их решения. Определить критерии классификации методов многокритериального выбора и выполнить их классификацию. Предложить наиболее подходящие области применения рассмотренных методов многокритериального выбора.

Оформление научно-исследовательской работы:

Расчетно-пояснительная записка на **12-20** листах формата А4.

Перечень графического (иллюстративного) материала (чертежи, плакаты, слайды и т. п.)

Презентация на **6-10** слайдах.

Дата выдачи задания «16» сентября 2022 г.

Руководитель НИР

Студент

(Подпись, дата)

Т. И. Вишневская
(И.О.Фамилия)

(Подпись, дата)

Н. В. Ляпина
(И.О.Фамилия)

Содержание

Реферат	4
Введение	5
1 Анализ предметной области	6
1.1 Актуальность задачи	6
1.2 Математические основы теории принятия решений	7
1.2.1 Особенности и содержание задач принятия решений . . .	7
1.2.2 Схема процесса принятия решений	7
1.3 Обзор многокритериальных задач	9
1.4 Методы решения многокритериальных задач	10
1.4.1 Метод Парето	10
1.4.2 Минимаксная задача	11
1.4.3 Методы сведения задач векторной оптимизации к зада- чам скалярной оптимизации	11
1.4.4 Метод уступок	12
1.4.5 Метод динамического программирования	13
1.5 Вывод	13
2 Классификация методов многокритериального выбора	14
2.1 Определение критерия классификации	14
2.2 Классификация методов	14
2.3 Вывод	15
3 Области применения методов многокритериального выбора	16
3.1 Вывод	17
Заключение	18
Список литературы	19

Реферат

Целью данной научно-исследовательской работы является классификация существующих методов многокритериального выбора.

В результате были рассмотрены математические основы теории принятия решений, проведен обзор многокритериальных задач и методов их решения. Также была проведена классификация рассмотренных методов на основе определенного в работе критерия, были предложены наиболее подходящие области применения данных методов.

Ключевые слова: теория принятия решений, многокритериальные задачи, методы многокритериального выбора, классификация, обзор многокритериальных задач.

Введение

Человек, по мере своего существования постоянно сталкивается с ситуациями, требующими осуществления выбора. Например, приходя в кофейню мы выбираем тот или иной кофе, в зависимости от своих предпочтений. Чтобы добраться до места назначения мы выбираем маршрут и соответствующий вид транспорта. А при поиске работы мы выбираем место, на котором хотели бы работать.

Задачи выбора, в которых преследуются сразу несколько целей, называются многокритериальными. Именно с такими задачами чаще всего приходится сталкиваться человеку в своей деятельности. Действительность такова, что на данный момент не существует единого метода для решения многокритериальных задач. Решение таких задач в большей степени зависит от четкости понимания всех целей, лимита времени на процесс принятия решений и от многого другого. [1]

Целью данной научно-исследовательской работы является классификация существующих методов многокритериального выбора. Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие задачи:

- рассмотреть математические основы теории принятия решений;
- провести обзор многокритериальных задач и методов их решения;
- определить критерий классификации методов многокритериального выбора;
- классифицировать методы многокритериального выбора;
- предложить наиболее подходящие области применения рассмотренных методов.

1 Анализ предметной области

В данной части рассматривается актуальность задачи, рассматриваются математические основы теории принятия решений, проводится обзор многокритериальных задач.

1.1 Актуальность задачи

Ежедневно человек сталкивается с множеством выборов. Некоторые из них настолько простые, что не требуют аналитических затрат для определения оптимального исхода. Но существуют и такие задачи, для рассмотрения которых требуется провести достаточно глубокий анализ.

Задачи, в которых преследуются сразу несколько целей, называются многокритериальными. Такие задачи уже более полувека не теряют своей актуальности [2]. Они составляют большую часть из всевозможных выборов. Например, во время покупки продуктов в магазине, человек оценивает не только цену на определенный товар, но и срок годности, КБЖУ и состав.

Существует проблема, что задачи многокритериального выбора нельзя привести к определенной математической модели для их решения. Методы решения таких задач выбираются на основе исходных данных, то есть критериев оценки для каждого выбора. [3]

Таким образом, грамотный подбор метода для решения многокритериальной задачи является актуальной областью для исследования, поскольку данная сфера постоянно расширяется, и разновидность многокритериальных задач в современном мире неуклонно растет.

1.2 Математические основы теории принятия решений

1.2.1 Особенности и содержание задач принятия решений

Решение любой задачи предполагает наличие трех составляющих: цели, критериев, альтернатив.

Альтернатива — это один из возможных способов достижения цели, или один из конечных вариантов решений.

Альтернативы отличаются друг от друга последовательностью и приемами использования активных ресурсов. Выбор отсутствует, если в задаче присутствует менее чем одна альтернатива. Также альтернативу можно характеризовать различными показателями степени привлекательности для лица, принимающего решение. В дальнейшем будет использовано сокращение ЛПР.

Некоторые показатели альтернативы называют критериями.

Критерий — это способ выражения различий альтернативных вариантов с точки зрения участников процесса выбора, т.е. показатель привлекательности вариантов решений. Именно с помощью критерия ЛПР судит о предпочтительности исходов, а значит, и способов проведения операции по решению проблемы. [4]

Необходимо отметить, что в теории принятия решений не существует «абсолютно лучшего решения», так как конкретное ЛПР принимает решение субъективно, исходя лишь из своих предпочтений.

1.2.2 Схема процесса принятия решений

В работе [5] процесс принятия решения разбит на четыре основные фазы:

- 1) Сбор информации (intelligence).

Представляет собой построение функции выбора. В условиях определенности происходит либо по скалярному, либо по векторному крите-

риям. В условиях неопределенности функция выбора может быть: стохастической, поведенческой, природной.

- 2) Поиск и построение альтернатив (design). На этом этапе происходит содержательный анализ рациональных альтернатив. Выясняется насколько каждая альтернатива адаптируема к особенностям реальной проблемной ситуации.
- 3) Выбор альтернатив (choice). На этом этапе происходит выбор одного из вариантов решений из множества альтернатив, подготовленных на втором этапе.
- 4) Оценка результатов (review). Происходит выбор наилучшего решения для реализации, осуществляется оценка фактически достигнутых результатов.

Первый этап является самым важным. Именно во время него происходит формирование функции выбора, которая имеет фундаментальное значение. Именно на ее построение, в конечном итоге будут опираться все следующие этапы, и от нее же будет зависеть конечный результат.

Принятие всех решений на всех этапах процесса выработки решений опирается на субъективные предпочтения ЛПР. При построении математической модели принятия решений предпочтения ЛПР, как правило, описываются введенной априори целевой функцией f , значения которой $f(a)$ для данного допустимого действия описывает его полезность для ЛПР.

Во многих практических задачах сопоставление действий между собой должны быть проведены с учетом многочисленных разнородных последствий, которые трудно выразить в виде единственного числа.

Можно выделить четыре основных подхода для помощи ЛПР при выборе среди имеющихся альтернатив:

- 1) агрегирование многих целевых функций в одну, позволяющую полностью упорядочить рассматриваемое множество альтернатив;
- 2) последовательное выявление предпочтений одновременно с исследованием допустимого множества альтернатив;

- 3) нахождение для имеющихся альтернатив $a \in A$, где A – множество всех альтернатив, пусть не полного, а лишь частичного упорядочения, но более информативного, чем просто объединение не противоречащих друг другу предпочтений, устанавливаемых в соответствии с каждой из привлекаемых целевых функций $f_i(a), i = 1, 2, \dots, n$;
- 4) максимально возможное уменьшение неопределенности.

1.3 Обзор многокритериальных задач

Представим задачу принятия решений в виде следующего набора:

$$\{T, A, X, F, G, D\}, \quad (1.1)$$

где T – постановка задачи, A – множество допустимых альтернатив, X – множество методов измерения предпочтений (например различные шкалы), F – отображение множества допустимых альтернатив в множество критериальных оценок, G – системы предпочтений эксперта, D – решающее правило, отражающее систему предпочтений.

В работе [6] по виду требуемого результата решения многокритериальные задачи делятся на:

- 1) задачи, в которых необходимо выделить из множества один наиболее предпочтительный объект. В некоторых случаях может быть выделено не одно, а подмножество эквивалентных и наиболее предпочтительных объектов. Постановка задачи выделения наиболее предпочтительного объекта может быть как для дискретных, так и для непрерывных многокритериальных задач;
- 2) задачи, в которых необходимо упорядочить многокритериальные объекты. Постановка многокритериальной задачи в таком виде чаще всего имеет место для дискретных МКЗ, например, упорядочить по предпочтению варианты технических систем;
- 3) задачи, в которых требуется дать оценку полезности (качества) объектов по шкале интервалов. Очевидно, что такая постановка задачи может

быть как для дискретных, так и для непрерывных МКЗ;

- 4) задачи, в которых требуется выделить подмножество эффективных (конкурирующих) объектов. Такие подмножества называют оптимальными по Парето.

1.4 Методы решения многокритериальных задач

1.4.1 Метод Парето

В работе [7] описан метод Парето. Предположим, что некоторый объект подробно описывается вектором $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ размерности n , причем известно, что $X \in X_{dop} \subset E^n$, где E^n – конечное евклидово пространство размерности n ; X_{dop} – множество допустимых вариантов проекта. Это означает, что задание конкретного значения вектора параметров $X^* \in X_{dop}$ вполне определяет конструкцию объекта.

Тогда критерий эффективности функционирования объекта является функцией $F(X)$ только конструктивных параметров $X \in X_{dop}$. Предположим, что глобальный критерий $F(X)$ один и что его желательно максимизировать. Тогда задача проектирования состоит в нахождении $X^* \in Arg \max F(X)$, т.е. в нахождении

$$\max F(X), \quad (1.2)$$

где $X \in X_{dop}$.

Эффективность объекта можно оценивать в том числе и по значениям некоторого набора технических характеристик. Каждый такой набор представляет собой отдельно взятое и определяемое тактическим назначением качество объекта. Гармоничное сочетание отдельных качеств будет соответствовать наибольшей эффективности объекта. Если обозначить набор как

$$W(X) = (W_1(X), W_2(X), \dots, W_n(X)), \quad (1.3)$$

где $W(X)$ – вектор частных критериев оптимизации, то задаче (1.2) можно сопоставить задачу нахождения величины

$$\max F(X), X \in \Pi(W, X_{dop}), \quad (1.4)$$

где $\Pi(W, X_{dop})$ – множество эффективных вариантов из множества X_{dop} по векторному критерию $W(X)$, называемое также множеством Парето.

Все частные критерии должны быть такими, чтобы их увеличение соответствовало повышению эффективности объекта. Естественно полагать, что размерность вектора частных критериев меньше размерности вектора конструктивных параметров X^* . Поэтому множество $\Pi(W, X_{dop})$ содержит гораздо меньшее число элементов, чем множество X , и задача (1.4), в отличие от задачи (1.2), может быть решена за приемлимое время.

1.4.2 Минимаксная задача

По информации из [7] метод решения применим в тех случаях, когда ряд целей нельзя характеризовать одним критерием. Тогда имеются критерии $g^k(x), k = 1, \dots, N, x \in X \subset E^n$, где E^n – конечное евклидово пространство размерности n ; X – множество целей. Требуется найти точку $x \in X$, которая в некотором смысле минимизирует или максимизирует все эти критерии. В совокупности все критерии составляют векторный критерий

$$G(x) = (g^1(x), \dots, g^n(x)), \quad (1.5)$$

который и подлежит минимизации при условии

$$x \in X. \quad (1.6)$$

1.4.3 Методы сведения задач векторной оптимизации к задачам скалярной оптимизации

В некоторых случаях вместо одного обобщенного критерия и решения одной задачи скалярной оптимизации предлагается рассматривать последо-

вательность таких критериев и задач.

Таким образом можно выделить два основных приема для сведения задач векторной оптимизации к задачам скалярно оптимизации

- 1) Оптимизация основного частного критерия. Пусть среди всех частных критериев $g^k(x), k = 1, \dots, N, g^1(x)$ является основным. Тогда задачу (1.5) и (1.6) сводят к однокритериальной задаче

$$\begin{aligned} g^1(x) &= \min, \\ g^k(x) &\leq g_k, k = 2, \dots, N, \\ x &\in X, \end{aligned} \tag{1.7}$$

где g_k – допустимое значение k -го критерия.

- 2) Минимаксный обобщенный критерий имеет вид

$$F(x) = \max c_k g^k(x), 1 \leq k \leq N. \tag{1.8}$$

В этом случае c_k – коэффициент важности k -го критерия.

1.4.4 Метод уступок

Чаще всего ограничения типа «равенство» и «неравенство» задают слишком сильное различие между основными и дополнительными критериями. В работе [8] описан метод уступок, который дает меньшее различие и реализуется следующим алгоритмом:

- 1) в порядке убывания важности упорядочивают частные критерии;
- 2) по наиболее важному критерию находится лучшая альтернатива.

Определяется уступка Δy_i , которая является величиной, на которую можно уменьшить достигнутое значение самого важного критерия, чтобы за счет нее увеличить, насколько это возможно, значение следующего по важности критерия и так далее.

1.4.5 Метод динамического программирования

Динамическое программирование подразумевает разбиение n -мерной задачи на n этапов, каждый из которых представляет подзадачу относительно одной переменной. Фундаментальным принципом динамического программирования, составляющим основу декомпозиции задачи на этапы, является оптимальность. Так как природа каждого этапа решения зависит от конкретной оптимизационной задачи, динамическое программирование не предлагает вычислительных алгоритмов непосредственно для каждого этапа. Вычислительные аспекты решения оптимизационных подзадач на каждом этапе проектируют и реализуют по отдельности.

Существующий принцип оптимальности был впервые сформулирован в 1953 г Р. Беллманом: «Каково бы ни было состояние S системы в результате какого-либо числа шагов, на ближайшем шаге нужно выбирать управление так, чтобы оно в совокупности с оптимальным управлением на всех последующих шагах приводило к оптимальному выигрышу на всех оставшихся шагах, включая данный».

Таким образом в динамическом программировании вычисления выполняют рекуррентно. В качестве исходных данных для каждой следующей подзадачи используется оптимальное решение предыдущей подзадачи. Получается, что решив последнюю подзадачу, мы получим оптимальное решение исходной задачи. Способ выполнения рекуррентных вычислений зависит только от того, как будет выполняться разбиение на подзадачи исходной задачи. В частности, подзадачи обычно связаны между собой некоторыми общими ограничениями. Если осуществляется переход от одной подзадачи к другой, то должны учитываться эти ограничения. [9]

1.5 Вывод

В данной части была рассмотрена актуальность задачи, математические основы теории принятия решений, был проведен обзор многокритериальных задач и методов их решения.

2 Классификация методов многокритериального выбора

В данной части определяется критерий классификации методов многокритериального выбора и проводится их классификация.

2.1 Определение критерия классификации

Согласно [10] главной проблемой задач многокритериального выбора является так называемый поиск компромисса: требуется установить соотношение между локальными критериями. Так как решение данной проблемы является наиболее важной задачей, выделим критерий классификации как классификация по зависимости критериев:

- выбор по равноважным критериям (независимым);
- выбор по разноважным критериям (взаимозависимым) .

Выбор по независимым критериям основан либо на выявлении альтернатив, лучших по одному или более критериям, либо на формулировании требований к альтернативам по каждому из критериев в отдельности. Такие методы называют методами векторной оптимизации в виду того, что используются независимые критерии.

Следующая же группа методов основана на нахождении области компромиссов: области Парето.

2.2 Классификация методов

Исходя из полученного критерия изученные методы будут делаться на две основные группы. Схема классификации представлена на рисунке (2.1).

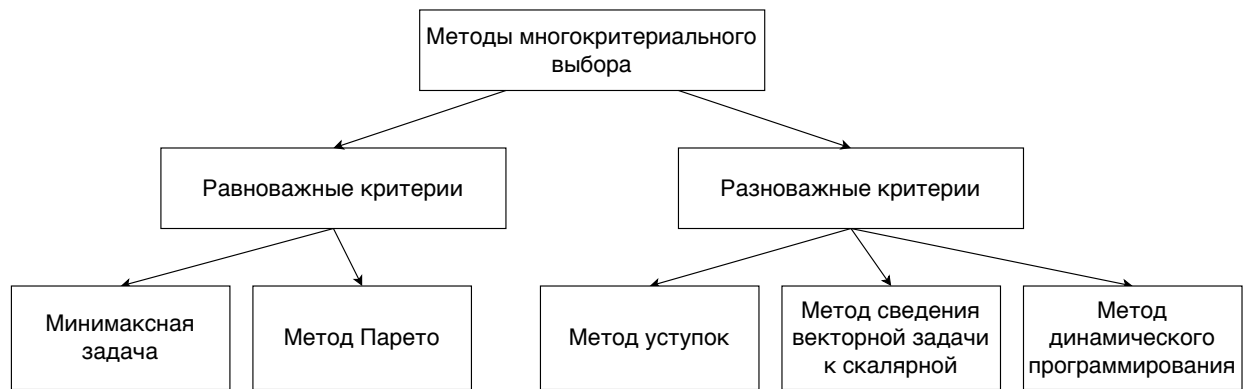


Рисунок 2.1 – Классификация методов многокритериального выбора

2.3 Вывод

В данной части был определен критерий классификации методов многокритериального выбора и проведена их классификация.

3 Области применения методов многокритериального выбора

В данной части будут предложены наиболее подходящие области применения методов многокритериального выбора.

Изученные методы многокритериального выбора имеют обширную область применения ввиду своей общности. Для правильного выбора метода достаточно правильно формализовать задачу, для решения которой этот метод будет применяться. От правильной постановки задачи, определения критериев оценки и формализации ожидаемых результатов в большинстве своем и зависит выбор того или иного алгоритма. Рассматривая каждый алгоритм в отдельности, можно примерно формализовать задачу, для которой он должен применяться.

Метод Парето в качестве результата дает множество альтернатив. Целесообразно пользоваться разными множествами конкретных критериев и составить несколько множеств Парето, что позволит наблюдать разные варианты альтернатив, пока не выявится нужное множество альтернатив. Возможными областями применения для данного алгоритма могут служить:

- оценка надежности различного оборудования на предприятии [11];
- выбор оптимальной дисконтной цены на товар [12];
- выбор требований пожарной безопасности [13];
- и т.д..

Минимаксная задача допустима в том случае, когда не требуется поиск оптимального множества альтернатив, а нужно найти одну определенную альтернативу. Данный метод применим в сферах определения характеристик производимых товаров, поиска чего-го либо и т.д.. [14] [15]

Метод уступок применим в тех случаях, когда требуется найти одно среднее решение, которое будет удовлетворять всем требованиям в целом. Сферы применения данного метода также обширны: решение задач расписания, выбора инструментов для рекламы и т.д.. [14] [16]

Метод динамического программирования и метод сведения задач векторной оптимизации к задачам скалярной оптимизации ввиду своей декомпозиции до однокритериальной задачи применимы для задач, которые преследуют только одну цель. К таким задачам можно отнести: выбор стратегии управления или любая другая задача, которая приводит к однозначному исходу. [17] [18]

3.1 Вывод

В данной части были предложены наиболее подходящие области применения методов многокритериального выбора.

Заключение

В ходе данной работы были рассмотрены некоторые методы многокритериального выбора и была проведена их классификация.

Задачи, решенные для достижения поставленной цели:

- 1) рассмотрены математические основы теории принятия решений;
- 2) проведен обзор многокритериальных задач и методов их решения;
- 3) определен критерий классификации методов многокритериального выбора;
- 4) классифицированы методы многокритериального выбора;
- 5) предложены наиболее подходящие области применения.

Список литературы

1. Ногин В.Д. Принятие решений - это поиск компромисса // НАУ. 2015. Т. 7, № 4.
2. С.А. Пиявский. Как «Нумеризовать» понятие «Важнее» // Онтология проектирования. 2016. № 4.
3. Богданова Полина Александровна Сахаров Дмитрий Михайлович Васильева Татьяна Владимировна. ОБЗОР МЕТОДОВ МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ В ЗАДАЧАХ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ // Инновационные аспекты развития науки и техники. 2021. № 6.
4. Викторович Рогозин Олег. Математические основы теории принятия решений // Школьные технологии. 2012. № 1.
5. H.A. Simon. New Science of Management Decision // Harper. 1960.
6. И. Ларичев О. Теория и методы принятия решений , а также Хроника событий в Волшебных странах : учебник для вузов. 2006. № 390.
7. Г. Черноруцкий И. Методы оптимизации и принятия решений : учеб. пособие // Санкт-Петербург. гос. технический ун-т. - СПб. 2001. с. 381.
8. Бродецкий Г. Л. Гусев Д. А. Мазунина О. А. Фель А. В. Возможности метода последовательных уступок при выборе решения по многим критериям // Логистика и управление цепями поставок. 2017.
9. Солодовников И.В. Рогозин О.В. Пащенко О.Б. Теория принятия решений Учеб. пособие // Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана. 2006. с. 54.
10. Лотов А.В. Поспелова И.И. Многокритериальные задачи принятия решений: Учебное пособие. // МАКС Пресс. 2008. с. 197.
11. Белопушкин Виктор Иванович Почуева Юлия Сергеевна. Применение метода Парето для анализа надежности производственного оборудования ОАО «Пятигорсксельмаш // ГИАБ. 2006. № 9.

12. Колосов А.Н. Колосов Проектирование дисконтных цен товаров на основе оптимизации по Парето // Нправление проектами и развитие производства. 2013. № 1.
13. Шидловский Г.Л. Котов И.Ю. Вострых А.В. РАЗРАБОТКА АЛГОРИТМА ДЛЯ РЕШЕНИЯ МНОГОКРИТЕРИАЛЬНЫХ ЗАДАЧ РАНЖИРОВАНИЯ ТРЕБОВАНИЙ ПОЖАРНОЙ БЕЗОПАСНОСТИ // Научно-аналитический журнал «Вестник Санкт-Петербургского университета Государственной противопожарной службы МЧС России». 2020. № 4.
14. Алексеева Любовь Борисовна Уваров Виктор Павлович. Определение радиуса ролика кулачкового механизма на основе решения минимаксной задачи // Известия вузов. Машиностроение. 2012. № 4.
15. Жуковский А.Г. Золотых О.А. Дейнекин А.О. Решение минимаксной задачи при поиске файлов в распределенной информационной среде // Символ науки. 2019. № 4.
16. Меренков А.О. Медведева Е.В. Технология выбора инструментов рекламы автомобильной компании // Менеджмент социальных и экономических систем. 2018. № 1.
17. А. Кобзев Р. Многокритериальное оптимальное проектирование механизмов подъема с применением динамического программирования // Вестник СГТУ. 2014. № 1.
18. Балабанов Виктор Николаевич Скобцов Юрий Александрович. Эволюционный алгоритм решения задачи рационального раскроя рулонного материала // Известия ЮФУ. Технические науки. 2014. № 1.

Приложение