(Justifique las respuestas)

Cuestión 1 (1½ puntos)

Dados los siguientes lenguajes:

$$L_1 = \{x \in \{a,b\}^* \ : \ ab \notin Seg(x)\}$$
$$L_2 = \{axa \ : \ x \in \{a,b\}^*\}$$

(a) Enuncie las primeras diez palabras en orden canónico de L_1

Solución:

$\lambda, a, b, aa, ba, bb, aaa, baa, bba, bbb$

(b) Describa el lenguaje resultado de la operación $L_1 \cap L_2$

Solución:

$L_1 \cap L_2 = \{a^n \ : \ n \geq 2\}$

(c) Describa el lenguaje resultado de la operación $(ab)^{-1}L_2$

Solución:

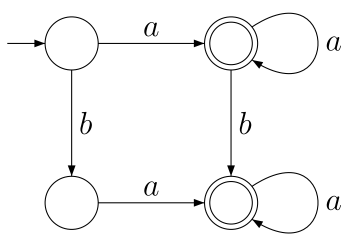
$(ab)^{-1}L_2 = \{a,b\}^*\{a\}$

Cuestión 2 (4 puntos)

Proporcione un AFD para los lenguajes:

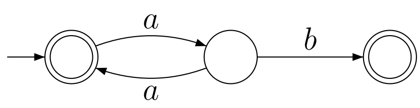
(a) $L = \{x \in \{a,b\}^* \ : \ |x|_a \geq 1 \ \wedge \ |x|_b \leq 1\}$

Solución:



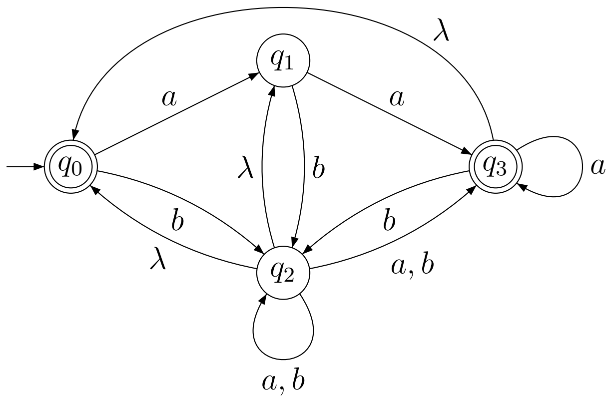
(b) $L = \{a^n b^m \ : \ m \text{ es el resto entero de dividir n por 2}\}$

Solución:

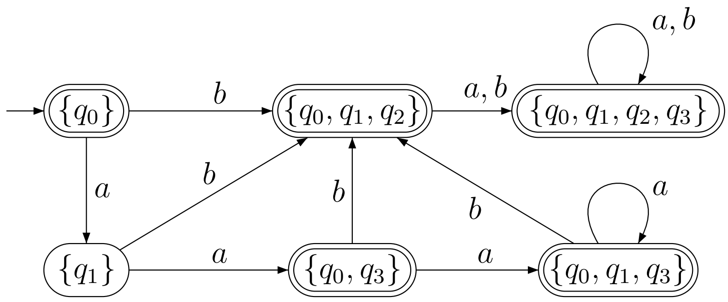


Cuestión 3 (3 puntos)

Obtenga un AFD equivalente al siguiente autómata finito:



Solución:



Cuestión 4 ($1\frac{1}{2}$ puntos)

Pronúnciese sobre los siguientes enunciados:

(a) Para todo lenguaje L, se cumple que $(L^2)^* = (L^*)^2$.

Solución:

El enunciado es falso. Como contraejemplo, sea $L = \{a\}$. Nótese que:

$$\begin{aligned} L^* &= (L^*)^2 = \{a\}^* \\ L^2 &= \{aa\} \\ (L^2)^* &= \{a^{2n} : n \geq 1\} \end{aligned}$$

y que el enunciado no se cumple.

(b) Dados dos lenguajes L_1 y L_2 sobre Σ y un símbolo $a \in \Sigma$, si se cumple que $a^{-1}L_1 = a^{-1}L_2$ entonces $L_1 = L_2$.

Solución:

El enunciado es falso. Para demostrarlo daremos un contrajemplo.
Sean los lenguajes $L_1 = \{a, b\}$ y $L_2 = \{a, bb\}$. Nótese que $a^{-1}L = a^{-1}L_2 = \{\lambda\}$ pero que $L_1 \neq L_2$.

(c) Dado un homomorfismo $h : \Sigma \longrightarrow \Delta^*$ y dos lenguajes L_1 y L_2 sobre Σ, si se cumple que $L_1 \neq L_2$ entonces $h(L_1) \neq h(L_2)$.

Solución:

El enunciado es falso. Para demostrarlo daremos un contrajemplo.
Considerese el siguiente homomorfismo:

$$\begin{cases} h(a) = \lambda \\ h(b) = \lambda \end{cases}$$

y los lenguajes $L_1 = \{a, b\}$ y $L_2 = \{a, bb\}$. Nótese que $L_1 \neq L_2$, pero que $h(L) = h(L_2) = \{\lambda\}$.