(Justifique las respuestas)

Cuestión 1 (3 puntos)
Dados los siguientes lenguajes:

$$L_1 = \{ax \ : \ x \in \{a,b\}^*\}$$
$$L_2 = \{yb \ : \ y \in \{a,b\}^*\}$$
$$L_3 = \{x \in \{a,b\}^* \ : \ aa \in Seg(x) \vee bb \in Seg(x)\}$$
$$L_4 = \{ab\}^+$$

(a) Enuncie las primeras cinco palabras en orden canónico de L_4

Solución:

$ab, abab, ababab, abababab, ababababab$

(b) Describa el lenguaje resultado de la operación $L_1 \cap L_2$

Solución:

La intersección de L_1 y L_2 resulta en el lenguaje que contiene las palabras que comienzan por a y acaban en b, esto es:

$$L_1 \cap L_2 = \{axb \ : \ x \in \{a,b\}^*\}$$

(c) ¿Es cierto que $(L_1 \cap L_2) - L_3 = L_4$?

Solución:

La operación $(L_1 \cap L_2) - L_3$ supone eliminar del lenguaje de palabras que comienzan por a y acaban en b $(L_1 \cap L_2)$ las palabras tales que no contienen los segmentos aa y bb. En efecto, la descripción de este lenguaje coincide con el lenguaje L_4.

(d) Describa el lenguaje resultado de la operación $(ab)^{-1}L_1$

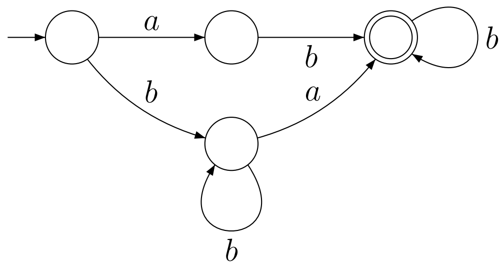
Solución:

Nótese que cualquier palabra predecida de ab da como resultado una palabra del lenguaje L_1, por lo tanto, $(ab)^{-1}L_1 = \Sigma^*$.

Cuestión 2 (3 puntos)
Proporcione un AFD para los siguientes lenguajes:

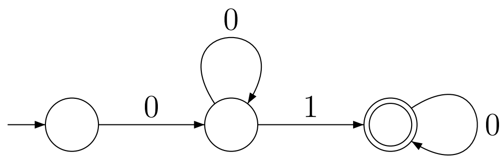
(a) $L = \{x \in \{a, b\}^* \ : \ |x|_a = 1 \wedge |x|_b \geq 1\}$

Solución:



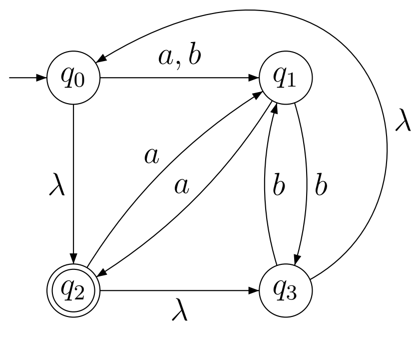
(b) Lenguaje de palabras sobre el alfabeto $\Sigma = \{0, 1\}$ que empiezan por 0 y contienen exáctamente un 1

Solución:



Cuestión 3 (2½ puntos)

Dado el siguiente autómata finito:



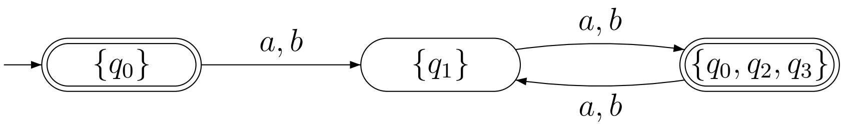
(a) Calcule la λ-clausura de cada estado del autómata

Solución:

$\lambda - clausura(q_0) = \{q_0, q_2, q_3\}$
$\lambda - clausura(q_1) = \{q_1\}$
$\lambda - clausura(q_2) = \{q_0, q_2, q_3\}$
$\lambda - clausura(q_3) = \{q_0, q_2, q_3\}$

(b) Obtenga un AFD equivalente

Solución:



Cuestión 4 (1½ puntos)

¿Es regular el lenguaje $L = \{a^n b^m \ : \ n \neq m\}$

Solución:

Sea la familia infinita de palabras de la forma $\{a^i \ : \ i \geq 0\}$. Tomando un par cualquiera de palabras de la familia $u = a^n$ y $v = a^m$, donde $n \neq m$, puede verse que existe $w = b^n$ tal que:

$$a^n b^n \notin L$$
$$a^m b^n \in L$$

con lo que puede concluirse que L no es regular.