(Justifique las respuestas)

Cuestión 1 **(2 puntos)**

Dados los lenguajes:

$$L_1 = \{x \in \{a,b\}^* \ : \ aa \in Seg(x)\}$$
$$L_2 = \{x \in \{a,b\}^* \ : \ bb \notin Seg(x)\}$$

(a) ($1/2$ punto) Describa el lenguaje $L_2 - L_1$.

Solución:

Como se ha visto, $L_2 - L_1$ puede describirse como $L_2 \cap \overline{L_1}$, esto es, las palabras sobre el alfabeto $\{a,b\}$ que no contienen el segmento aa ni el segmento bb, por lo tanto, ambos símbolos deben alternarse en las palabras. Formalmente, esto puede expresarse como:

$$L_2 - L_1 = \{ab\}^*\{\lambda, a\} \cup \{ba\}^*\{\lambda, b\}$$

(b) ($1/2$ punto) Describa el lenguaje L_1^*.

Solución:

$L_1^* = L_1 \cup \{\lambda\}$

(c) ($1/2$ punto) Describa el lenguaje $(aab)^{-1}L_2$.

Solución:

$(aab)^{-1}L_2 = \{ax \ : \ bb \notin Seg(x)\} \cup \{\lambda\}$

(d) ($1/2$ punto) Enumere las diez primeras palabras en orden canónico de $\overline{L_1}$.

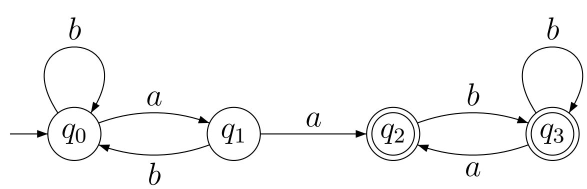
Solución:

$\lambda, a, b, ab, ba, bb, aba, abb, bab, bba$

Cuestión 2 **(1 punto)**

Describa los lenguajes aceptados por los autómatas:

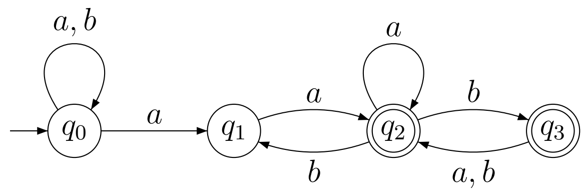
(a) ($1/2$ punto)



Solución:

El autómata de la figura acepta todas las palabras sobre el alfabeto $\{a,b\}$ tales que el segmento aa aparece una única vez.

(b) ($\frac{1}{2}$ punto)



Solución:

$L(A) = \{x \in \{a,b\}^* \ : \ aa \in Seg(x)\}$

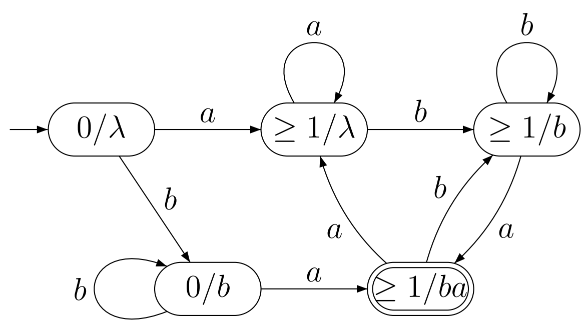
Cuestión 3 **(3 puntos)**

Proporcione autómatas finitos deterministas que acepten los siguientes lenguajes:

(a) ($1\frac{1}{2}$ puntos) $L = \{x \in \{a,b\}^* \ : \ |x|_a \geq 1 \wedge ba \in Suf(x)\}$.

Solución:

Un AFD que acepta el lenguaje es el siguiente:

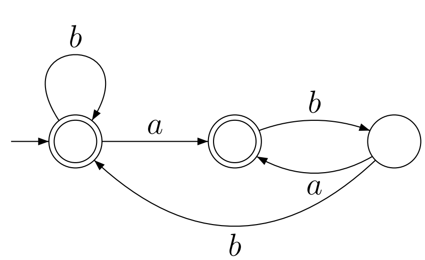


donde el nombre de los estados indica el número de símbolos a analizados, así como la presencia de parte (o todo) el sufijo que es necesario procesar para aceptar la palabra.

(b) ($1\frac{1}{2}$ puntos) $L = \{x \in \{a,b\}^* \ : \ aa \notin Seg(x) \wedge ab \notin Suf(x)\}$.

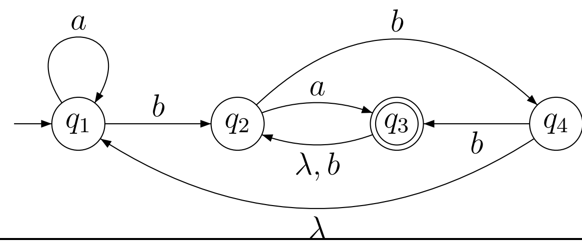
Solución:

Un AFD que identifica el lenguaje es el siguiente:



Cuestión 4 **(2 puntos)**

Proporcione un AFD equivalente al siguiente autómata.



Solución:

La siguiente tabla muestra la λ-clausura de cada estado:

Q	$\lambda - clausura$
q_1	$\{q_1\}$
q_2	$\{q_2\}$
q_3	$\{q_2, q_3\}$
q_4	$\{q_1, q_4\}$

El AFD obtenido según el algoritmo expueso en clase es el que se muestra a continuación:

		a	b
$\rightarrow$	$\{1\}$	$\{1\}$	$\{2\}$
	$\{2\}$	$\{2, 3\}$	$\{1, 4\}$
$\leftarrow$	$\{2, 3\}$	$\{2, 3\}$	$\{1, 2, 4\}$
	$\{1, 4\}$	$\{1\}$	$\{2, 3\}$
	$\{1, 2, 4\}$	$\{1, 2, 3\}$	$\{1, 2, 3, 4\}$
$\leftarrow$	$\{1, 2, 3\}$	$\{1, 2, 3\}$	$\{1, 2, 4\}$
$\leftarrow$	$\{1, 2, 3, 4\}$	$\{1, 2, 3\}$	$\{1, 2, 3, 4\}$

Cuestión 5 **(2 puntos)**

Pronúnciese acerca de la veracidad o falsedad de la siguiente afirmación[1]

> Si L_1 y L_2 son dos lenguajes sobre un alfabeto Σ y $h : \Sigma \rightarrow \Delta^*$ es un homomorfismo cualquiera, siempre se cumple que $h(L_1 \cap L_2) = h(L_1) \cap h(L_2)$.

Solución:

La afirmación es falsa.

Como prueba consideremos el alfabeto $\Sigma = \{a, b\}$, los lenguajes $L_1 = \{a\}$ y $L_2 = \{b\}$ sobre Σ y el homomorfismo $h : \Sigma \rightarrow \{0, 1\}^*$ definido como:

$$\begin{cases} h(a) = 0 \\ h(b) = 0 \end{cases}$$

Puede verse que $L_1 \cap L_2 = \emptyset$, por lo que $h(L_1 \cap L_2) = \emptyset$. Sin embargo, $h(L_1) = h(L_2) = \{0\}$ y obviamente $h(L_1 \cap L_2) \neq h(L_1) \cap h(L_2)$.

[1] Para probar que una afirmación es cierta hay que demostrar que se cumple independientemente de la instancia considerada (lenguajes y homomorfismo en este caso). Para demostrar que es falsa basta proporcionar un contraejemplo.