L'écosystème Julia control-toolbox pour le contrôle optimal

Olivier Cots – CNRS, Toulouse INP, IRIT

Jean-Baptiste Caillau • Joseph Gergaud • Pierre Martinon • Sophia Sed

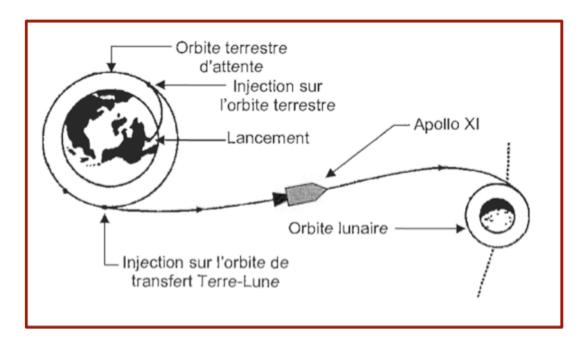
Contexte

Le projet **control-toolbox** rassemble plusieurs packages Julia pour modéliser et résoudre des problèmes de contrôle optimal.

- Package central: OptimalControl.jl
- Architecture modulaire et performante
- Calcul CPU et GPU
- Connexion fluide entre:
 - o formulation mathématique,
 - simulation,
 - o optimisation avancée

1. Introduction

- Contrôle optimal = trajectoire optimale d'un système sous contraintes
- Domaine: math appliquées, optimisation, simulation numérique
- Applications : robotique, aéronautique, finance, énergie



Transfert Terre-Lune - Mission Apollo XI

2. Pourquoi Julia?

Julia est un langage de haut niveau, rapide et dynamique, idéal pour le calcul scientifique et le contrôle optimal.

- Performances: compilation JIT et fonctions stables en type → code machine optimisé
- Syntaxe expressive : proche des notations mathématiques, support Unicode

```
julia> f(x_1, x_2) = x_1^2 + 3x_2^2

julia> \nabla f(x_1, x_2) = [

2x_1,

6x_2

]

julia> \nabla f(1.0, 2.0)

2-element Vector{Float64}:

2.0

12.0
```

Écosystème riche et spécialisé

- AD & EDO: ForwardDiff.jl, Zygote.jl, DifferentialEquations.jl
- **Optimisation**: JuMP.jl, JuliaSmoothOptimizers, MadNLP.jl, ExaModels.jl, ADNLPModels.jl

3. Panorama de control-toolbox

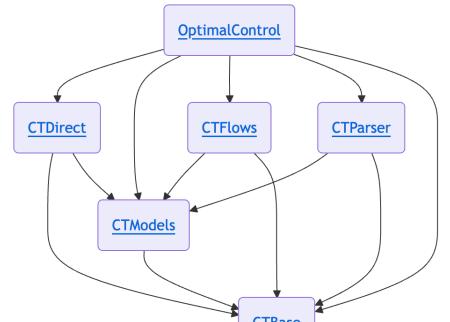
Packages principaux

 OptimalControl.jl: DSL pour modéliser et résoudre des OCPs (directes/indirectes, CPU/GPU)

• OptimalControlProblems.jl: bibliothèque de problèmes de référence, prête pour benchmarking et comparaisons

Briques internes clés et architecture

- **CTBase.jl**: exceptions, fonctions utilitaires
- CTModels.jl: types des modèles,



4. Exemple minimaliste : double intégrateur

Problème : Trouver le contrôle optimal pour amener un système de la position (-1,0) à (0,0) en minimisant l'énergie du contrôle.

Formulation mathématique

$$\min_{x(\cdot),\,u(\cdot)} \quad rac{1}{2} \int_0^1 u^2(t) \,\mathrm{d}t$$

$$ext{s.c.}: \quad \dot{x}(t) = egin{bmatrix} x_2(t) \ u(t) \end{bmatrix},$$

$$x(0) = egin{bmatrix} -1 \ 0 \end{bmatrix}, \quad x(1) = egin{bmatrix} 0 \ 0 \end{bmatrix}.$$

Avec OptimalControl.jl

```
using OptimalControl
ocp = @def begin
    t \in [0, 1], time
    x \in R^2, state
    u ∈ R, control
    \times(0) == [-1, 0]
   x(1) == [0, 0]
    \dot{x}(t) == [x_2(t), u(t)]
```

Résolution et visualisation

Résolution

using NLPModelsIpopt sol = solve(ocp)

└ Discretisation scheme: trapeze

```
□ This is OptimalControl version v1.1.1 running with: direct, adnlp, ipopt.
```

□ The optimal control problem is solved with CTDirect version v0.16.2.

```
The NLP is modelled with ADNLPModels and solved with NLPModelsIpopt.

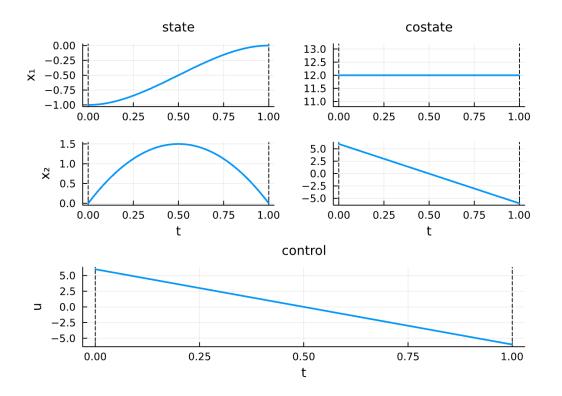
Number of time steps•: 250
```

□ This is Ipopt version 3.14.17, running with linear solver MUMPS 5.8.0.

Number of nonzeros in equality constraint Jacobian:	3005
Number of nonzeros in inequality constraint Jacobian.:	0
Number of nonzeros in Lagrangian Hessian:	251
Total number of variables:	1004
variables with only lower bounds:	0
variables with lower and upper bounds:	0
variables with only upper bounds:	0
Total number of equality constraints:	755
Total number of inequality constraints:	0
inequality constraints with only lower bounds:	0
inequality constraints with lower and upper bounds:	0
inequality constraints with only upper bounds:	0

Visualisation

```
using Plots
plot(sol)
```



5. Architecture logicielle et bonnes pratiques

Séparation des responsabilités

- Modèles: définition, manipulation et visualisation
- Algorithmes : méthodes de transcription, intégrateurs
- Interfaces : DSL proche des mathématiques

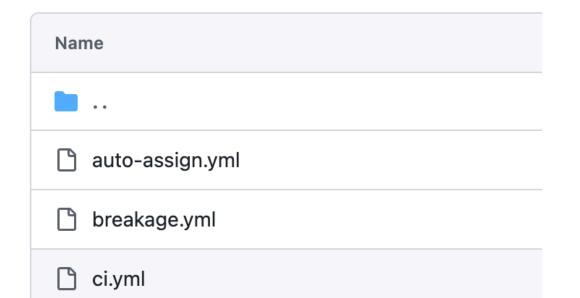
Performance

- Différentiation automatique et compilation Julia
- Structure creuse des problèmes discrétisés
- Support natif CPU et GPU pour le calcul haute performance

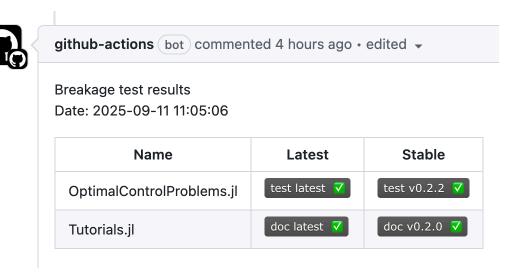
Qualité logicielle

- Intégration continue : tests, couverture, documentation
- Tests unitaires : modèles, solveurs, API
- Benchmarks : suivi des performances
- Détection d'incompatibilités avec les dépendances

Actions CI/CD



Détection d'incompatibilités



Ouverture et communauté

- Documentation complète sur control-toolbox.org : Manuels pour OptimalControl.jl,
 Tutoriels avancés, Catalogue de problèmes modélisés.
- Applications phares de la communauté :
 - PWL models of gene regulatory networks (+ Binder)
 - Loss control regions in optimal control problems
 - Optimal control in Medical Resonance Imaging
 - Minimum time orbit transfer

Reproductibilité

Reproducibility

- ▶ The documentation of this package was built using these direct dependencies,
- ▶ and using this machine and Julia version.
- ► A more complete overview of all dependencies and their versions is also provided. You can also download the manifest file and the project file.

Communauté active

- Issues et discussions GitHub
- Contributions bienvenues

Conclusion & Perspectives

Principaux atouts

- Unifié : Approche unifiée pour les méthodes directes et indirectes
- Modulaire: Architecture flexible et extensible
- Performant : Exploitation des capacités de Julia
- Communautaire : Documentation complète et écosystème en croissance

Prochaines étapes

- Extension de l'écosystème : Méthodes indirectes, Méthodes homotopiques
- Renforcement de la communauté : applications, tutoriels, algorithmes...

Ressources

- E Documentation: control-toolbox.org
- Code source : github.com/control-toolbox
- Contact : Olivier Cots, olivier.cots@irit.fr



A control-toolbox

The control-toolbox ecosystem gathers Julia packages for mathematical control and applications. It is an outcome of a research initiative supported by the Inria Centre at Université Côte d'Azur and the Labex CIMI (Centre International de Mathématiques et Informatique de Toulouse) at Université de Toulouse and a sequel to previous developments, notably Bocop and Hampath. See also: ct gallery. The root package is OptimalControl.jl which aims to provide tools to solve optimal control problems by direct and indirect methods, both on CPU and GPU.

Getting started