# L'écosystème Julia *control-toolbox* pour le contrôle optimal

Olivier Cots - CNRS, Toulouse INP, IRIT

Jean-Baptiste Caillau • Joseph Gergaud • Pierre Martinon • Sophia Sed

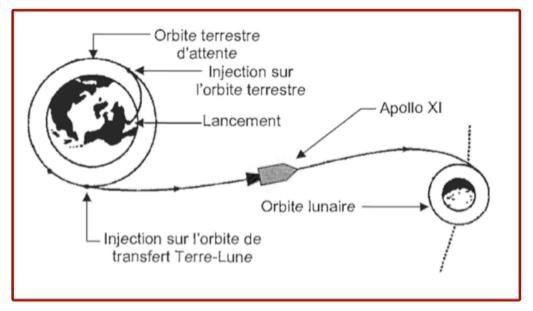
### **Contexte**

Le projet **control-toolbox** rassemble plusieurs packages Julia pour modéliser et résoudre des problèmes de contrôle optimal.

- Package central: OptimalControl.jl
- Architecture modulaire et performante
- Calcul CPU et GPU
- Connexion fluide entre :
  - formulation mathématique,
  - simulation,
  - optimisation avancée

## 1. Introduction

- Contrôle optimal = trajectoire optimale d'un système dynamique contrôlé sous contraintes
- Domaine: math appliquées, optimisation, simulation numérique
- Applications : robotique, aéronautique, finance, énergie



Transfert Terre-Lune - Mission Apollo XI

## 2. Pourquoi Julia?

Julia est un langage de haut niveau, rapide et dynamique, idéal pour le calcul scientifique et le contrôle optimal.

- Performances: compilation JIT et fonctions stables en type → code machine optimisé
- Syntaxe expressive : proche des notations mathématiques, support Unicode

```
julia> f(x_1, x_2) = x_1^2 + 3x_2^2

julia> \nabla f(x_1, x_2) = [

2x_1,

6x_2

]

julia> \nabla f(1.0, 2.0)

2-element Vector{Float64}:

2.0

12.0
```

## **Écosystème riche et spécialisé**

- AD & EDO: ForwardDiff.jl, Zygote.jl, DifferentialEquations.jl
- **Optimisation**: JuMP.jl, JuliaSmoothOptimizers, MadNLP.jl, ExaModels.jl, ADNLPModels.jl
- **GPU**: CUDA.jl, KernelAbstractions.jl, CUDSS.jl
- DSL: MLStyle.jl, Moshi.jl pour le pattern matching

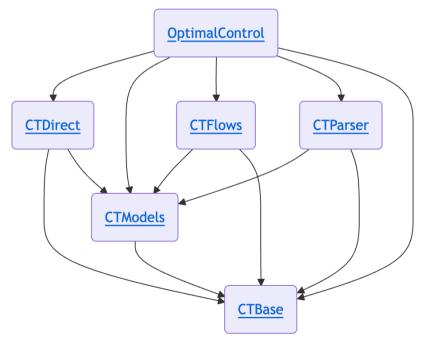
### 3. Panorama de control-toolbox

## Packages principaux

- OptimalControl.jl: DSL pour modéliser et résoudre des OCPs (directes/indirectes, CPU/GPU)
- **OptimalControlProblems.jl** : bibliothèque de problèmes de référence, prête pour benchmarking et comparaisons

## Briques internes clés et architecture

- CTBase.jl: exceptions, fonctions utilitaires
- CTModels.jl: types des modèles, solutions, setters, getters et visualisation
- **CTDirect.jl** : discrétisation et résolution
- CTFlows.jl : systèmes hamiltoniens et flots
- CTParser.jl : définition abstraite et parser



P Architecture modulaire et cohérente

## 4. Exemple minimaliste : double intégrateur

**Problème** : Trouver le contrôle optimal pour amener un système de la position (-1,0) à (0,0) en minimisant l'énergie du contrôle.

#### Formulation mathématique

$$\min_{x(\cdot),\,u(\cdot)} \quad rac{1}{2} \int_0^1 u^2(t)\,\mathrm{d}t$$

$$ext{s.c.}: \quad \dot{x}(t) = egin{bmatrix} x_2(t) \ u(t) \end{bmatrix},$$

$$x(0) = egin{bmatrix} -1 \ 0 \end{bmatrix}, \quad x(1) = egin{bmatrix} 0 \ 0 \end{bmatrix}.$$

#### **Avec OptimalControl.jl**

```
using OptimalControl
ocp = @def begin
    t \in [0, 1], time
    x \in R^2, state
     u ∈ R, control
    \times (0) == [-1, 0]
    x(1) == [0, 0]
    \dot{x}(t) == [x_2(t), u(t)]
     0.5 ((u(t)^2) \rightarrow min
end
```

#### Résolution et visualisation

#### Résolution

iter

```
using NLPModelsIpopt
sol = solve(ocp)
```

- □ This is OptimalControl version v1.1.1 running with: direct, adnlp, ipopt.
- □ The optimal control problem is solved with CTDirect version v0.16.2.

─ The NLP is modelled with ADNLPModels and solved with NLPModelsIpopt.

Number of time steps: 250
Discretisation scheme: trapeze

□ This is Ipopt version 3.14.17, running with linear solver MUMPS 5.8.0.

Number of nonzeros in equality constraint Jacobian...: 3005 Number of nonzeros in inequality constraint Jacobian.: 0 Number of nonzeros in Lagrangian Hessian....: 251 Total number of variables....: 1004 variables with only lower bounds: 0 variables with lower and upper bounds: 0 variables with only upper bounds: Total number of equality constraints....: 755 Total number of inequality constraints....: 0 inequality constraints with only lower bounds: 0 inequality constraints with lower and upper bounds: 0 inequality constraints with only upper bounds: 0

inf\_pr inf\_du lg(mu)

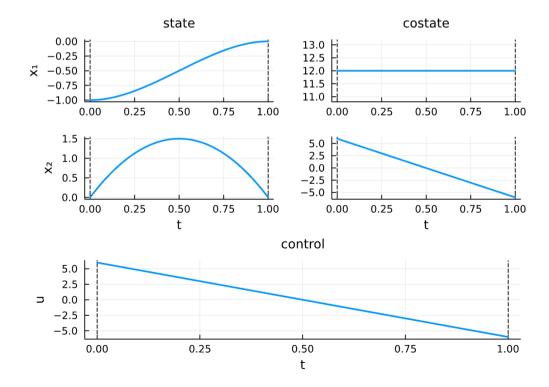
0 1.0000000e-01 1.10e+00 3.11e-14 0.0 0.00e+00

lg(rg) alpha\_du alpha\_pr ls

- 0.00e+00 0.00e+00 0

#### **Visualisation**

```
using Plots
plot(sol)
```



## 5. Architecture logicielle et bonnes pratiques

## **Séparation des responsabilités**

- Modèles : définition, manipulation et visualisation
- Algorithmes : méthodes de transcription, intégrateurs
- Interfaces : DSL proche des mathématiques

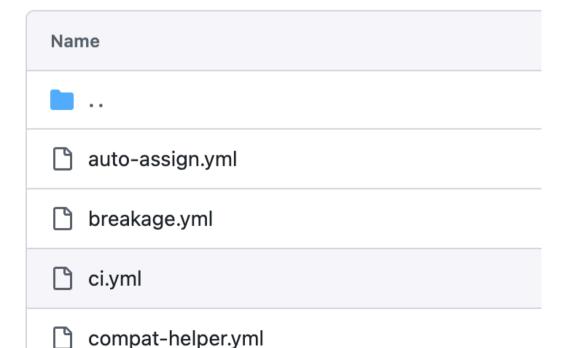
## Performance

- Différentiation automatique et compilation Julia
- Structure creuse des problèmes discrétisés
- Support natif CPU et GPU pour le calcul haute performance

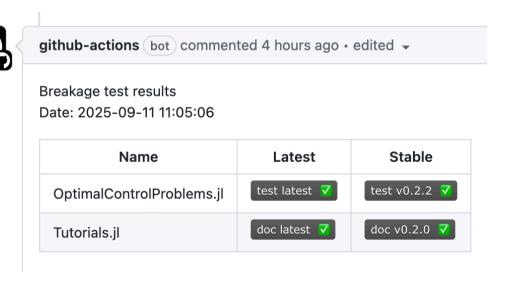
## **Qualité logicielle**

- Intégration continue : tests, couverture, documentation
- Tests unitaires : modèles, solveurs, API
- Benchmarks : suivi des performances
- Détection d'incompatibilités avec les dépendances

#### **Actions CI/CD**



#### **Détection d'incompatibilités**



#### Ouverture et communauté

- Documentation complète sur control-toolbox.org : Manuels pour OptimalControl.jl, Tutoriels avancés, Catalogue de problèmes modélisés.
- Applications phares de la communauté :
  - PWL models of gene regulatory networks (+ Binder)
  - Loss control regions in optimal control problems
  - Optimal control in Medical Resonance Imaging
  - Minimum time orbit transfer

#### Reproductibilité

#### Reproducibility

- ▶ The documentation of this package was built using these direct dependencies,
- $\blacktriangleright$  and using this machine and Julia version.
- ▶ A more complete overview of all dependencies and their versions is also provided. You can also download the manifest file and the project file.

#### **Communauté active**

- Issues et discussions GitHub
- Contributions bienvenues
- Environnements reproductibles

## **Conclusion & Perspectives**

#### **Principaux atouts**

- Unifié : Approche unifiée pour les méthodes directes et indirectes
- **Modulaire**: Architecture flexible et extensible
- Performant : Exploitation des capacités de Julia
- Communautaire : Documentation complète et écosystème en croissance

## **Prochaines étapes**

- Extension de l'écosystème : Méthodes indirectes, Méthodes homotopiques
- Renforcement de la communauté : applications, tutoriels, algorithmes...

#### Ressources

- E Documentation : control-toolbox.org
- E Code source : github.com/control-toolbox
- Material Contact : Olivier Cots, olivier.cots@irit.fr



## ct control-toolbox

The control-toolbox ecosystem gathers Julia packages for mathematical control and applications. It is an outcome of a research initiative supported by the Inria Centre at Université Côte d'Azur and the Labex CIMI (Centre International de Mathématiques et Informatique de Toulouse) at Université de Toulouse and a sequel to previous developments, notably Bocop and Hampath. See also: ct gallery. The root package is OptimalControl.jl which aims to provide tools to solve optimal control problems by direct and indirect methods, both on CPU and GPU.

#### **Getting started**

To solve your first optimal control problem using OptimalControl.jl package, please check the documentation, or simply try our basic example tutorial.

12