gamma

gamma function

是階乘函數在實數與複數上的擴展，

歷史

尤拉於1729年解決階乘由整數往實數上延拓的問題(ex:計算2.5!)，由此導致了Γ函數的誕生。

reference

$$\Gamma(k) = \int_{-\infty}^{\infty} y^{k-1} e^{-y}\, dy$$

(1) $\Gamma(k) > 0 \quad \forall k > 0$

(2) $\Gamma(k) = (k-1)\Gamma(k-1)$

(3) $\Gamma(n) = (n-1)! \quad , n \in N$

(4) $\gamma(\frac{1}{2}) = \sqrt{\pi}$

pdf

$$GAM(k, \theta) = \frac{x^{k-1}}{\theta^k \Gamma(k)}\, e^{-\frac{x}{\theta}}\, , 0 < x, 0 < \theta, 0 < k$$

$x \sim GAM(k, \theta)$

$$GAM(1, \theta) => \frac{1}{\theta}\, e^{-\frac{x}{\theta}}$$

pdf:機率密度函數 把機率密度函數積分就可以得到機率

gamma是一個連續的分配

$GAM(1, \theta)$為Exponential distribution的pdf

gamma的MGF:

$(\frac{1}{1-\theta t})^k$

gamma的MEAN:

$k\theta$

gamma的variance

$k\theta^2$

Inverse-gamma distribution

the distribution of the reciprocal of a variable distributed according to the gamma distribution(gamma分配的倒數)

$If\ X \sim Gamma(k, \theta)\ then\ \frac{1}{x} \sim Inv - Gamma(k, \theta^{-1})$

備註

E(x)

mean(期望值)統計上用E(x)來表示

MGF:Moment-generating function

$Mx(t) = E(e^{tx})$ 可以用來推導期望值與變異數