

《人工智能引论》课后练习-2

内容：搜索

提交时间：2025-03-17 姓名： 学号：

1. 图着色问题 (20 分)

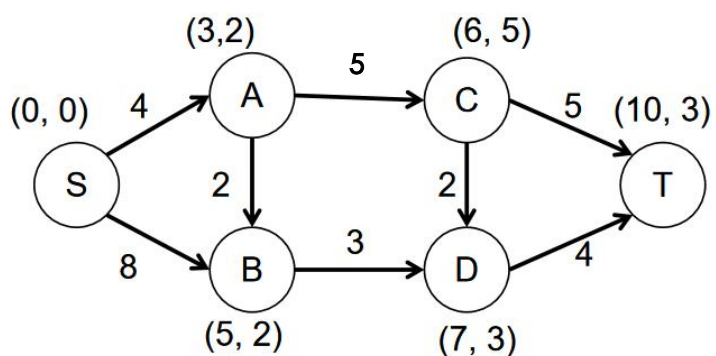
我们课堂上讲的地图着色问题，其实更普遍被成为图着色问题。

我们总共有 K 中颜色，现在需要给图的每一个节点分配一种颜色，如果任意两个相邻节点不是相同的颜色，则该图是可 K 着色的。图 K 着色问题是一个经典的 NP-Complete 问题，具有许多实际应用，例如编译器的寄存器分配，课程安排，课上讲的 N 皇后其实也是一种图 K 着色问题。在该问题中，你将开发用于图着色的合取范式 (conjunctive normal form, CNF)。

假设该图 $G = \langle V, E \rangle$ 有 $|V|$ 个节点和 $|E|$ 边，我们用变量 $color_{ik}$ 表示第 i 节点是否是颜色 k ，我们用变量 $neighbor_{ij}$ 表示第 i 节点和第 j 节点是否有边相连。

- (a) (5 分) 请用命题逻辑表示约束每一个节点都着色了。
- (b) (5 分) 请用命题逻辑表示约束每一个节点最多只被一种颜色着色了。
- (c) (5 分) 请用命题逻辑表示约束任意相邻的两个节点的颜色不一样。
- (d) (5 分) 请将所有前面的约束合起来，并用 CNF 的形式表示。

2. 最短路径: UCS (30 分)



图中节点旁边的括号表示其坐标，边上的数字表示两个节点之间路径的成本。

- (a) (20 分) 使用 UCS 算出 S 到 T 的最短路径及其代价。请用画出优先队列（以树的形式）在每时刻的状态，并给出离开优先队列节点的顺序。
- (b) (10 分) 请给出一个可以保证 A* 搜索最优的启发函数 (heuristic)，并简要说明为什么这个启发函数可以保证最优。

3. SAT 问题: CDCL (25 分)

考虑如下 CNF:

$$c_1 : (x_1 \vee x_3)$$

$$c_2 : (\neg x_2 \vee \neg x_4)$$

$$c_3 : (\neg x_1 \vee x_3)$$

$$c_4 : (x_1 \vee x_4)$$

$$c_5 : (x_1 \vee \neg x_2)$$

$$c_6 : (\neg x_2 \vee \neg x_3 \vee x_4)$$

$$c_7 : (\neg x_1 \vee x_2 \vee \neg x_4)$$

$$c_8 : (x_2 \vee \neg x_3 \vee x_4)$$

使用 CDCL 算法, 并画出隐含图 (implication graph), 当有矛盾 (conflict) 的时候, 必须形成再回溯后就可以 BCP 的子句。学到的新子句以 $c_9, c_{10} \dots$ 命名。新子句必须不能和已有的重复当有回溯的时候需要附上新的隐含图。并给出最后使 CNF 满足的变量赋值。

注意: 深搜时必须以 $x_1, x_2 \dots$ 的顺序考虑变量, 每个变量的取值必须先 True 后 False。

4. Alpha Beta 搜索 (25 分)

请对以下搜索树进行 alpha beta 剪枝，可以直接在图中画出过程。上三角表示 max 节点，下三角表示 min 节点。要求详细记录每一个三角节点的值。

