APÊNDICE: **FÓRMULAS MATEMÁTICA**

GEOMETRIA

Círculo de raio r: circunferência = $2\pi r$; área = $\pi r^{2.}$

Esfera de raio r: área = $4\pi r^2$; volume = $\frac{4}{3}\pi r^3$.

Cilindro circular reto de raio r e altura h:

Área = $2\pi r^2 + 2\pi rh$; volume = $\pi r^2 h$.

EQUAÇÃO DO SEGUNDO GRAU

Se $ax^2 + bx + c = 0$, então $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS DO ÂNGULO θ

$sen\,\theta = \frac{y}{r}$ $\cos\theta = \frac{x}{r}$

$tg\,\theta = \frac{y}{x}$ $ctg\,\theta = \frac{x}{y}$

$\sec\theta = \frac{r}{x}$ $\csc\theta = \frac{r}{y}$

TEOREMA DE PITÁGORAS

No triângulo da figura, $a^2 + b^2 = c^2$

TRIÂNGULOS

Ângulos A, B, C

Lados opostos a, b, c

Ângulos $A + B + C = 180º$

$\frac{sen\,A}{a} = \frac{sen\,B}{b} = \frac{sen\,C}{c}$

$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C$

Ângulo externo $D = A + C$

IDENTIDADES TRIGONOMÉTRICAS

$sen(90º - \theta) \cos\theta$
$\cos(90º - \theta)\, sen\,\theta$
$sen\,\theta / \cos\theta = tg\theta$
$sen^2\theta + \cos^2\theta = 1$
$\sec^2\theta - tg^2\theta = 1$
$\csc^2\theta - ctg^2\theta = 1$
$sen\,2\theta = 2\,sen\,\theta\cos\theta$
$\cos 2\theta = \cos^2\theta - sen^2\theta = 2\cos^2\theta - 1 = 1 - 2\,sen^2\theta$
$sen(\alpha \pm \beta) = sen\,\alpha\cos\beta \pm \cos\alpha\, sen\beta$
$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha\cos\beta \pm sen\,\alpha\, sen\beta$

$$tg(\alpha \pm \beta) = \frac{tg\alpha \pm tg\beta}{1 \mp tg\,\alpha\ \ tg\beta}$$

$$sen\,\alpha \pm sen\,\beta = 2\,sen\frac{1}{2}(\alpha \pm \beta)\cos\frac{1}{2}(\alpha \pm \beta)$$

$$\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\frac{1}{2}(\alpha \pm \beta)\cos\frac{1}{2}(\alpha - \beta)$$

$$\cos\alpha - \cos\beta = -2\,sen\frac{1}{2}(\alpha \pm \beta)\,sen\frac{1}{2}(\alpha - \beta)$$

$$\sec x = \frac{1}{\cos x}$$

PRODUTO DE VETORES

Escolhendo $\hat{i}, \hat{j}\, e\, \hat{k}$ para representar os vetores unitários nas direções *x*, *y* e *z*, podemos escrever

$\hat{i}\cdot\hat{i} = \hat{j}\cdot\hat{j} = \hat{k}\cdot\hat{k} = 1, \quad \hat{i}\cdot\hat{j} = \hat{j}\cdot\hat{k} = \hat{k}\cdot\hat{i} = 0.$
$\hat{i}\times\hat{i} = \hat{j}\times\hat{j} = \hat{k}\times\hat{k} = 0,$
$\hat{i}\times\hat{j} = \hat{k}, \ \ \hat{j}\times\hat{k} = \hat{i}, \ \ \hat{k}\times\hat{i} = \hat{j}.$

Qualquer vetor $\vec{a}$ tendo componentes $a_x a_y$ e a_z ao longo dos eixos $x, y\, e\, z$ pode ser escrito como

$$\vec{a} = a_x\hat{i} + a_y\hat{j} + a_z\hat{k}.$$

A seguir, são apresentadas relações entre vetores unitários $\vec{a}, \vec{b}\ e\ \vec{c}$ de módulos *a*, *b* e *c*, respectivamente.

$$\vec{a}\times(\vec{b} + \vec{c}) = (\vec{a}\times\vec{b}) + (\vec{a}\times\vec{c})$$
$$(s\vec{a})\times\vec{b} = \vec{a}\times(s\vec{b}) = s(\vec{a}\times\vec{b})\ (s = um\ escalar)$$

Se θ o menor dos dois ângulos entre dois vetores $\vec{a}\, e\, \vec{b}$, então

$\vec{a}\cdot\vec{b} = \vec{b}\cdot\vec{a} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z = ab\cos\theta$

$$\vec{a}\times\vec{b} = -\vec{b}\times\vec{a} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}$$

$$= \hat{i}\begin{vmatrix} a_y & a_z \\ b_y & b_z \end{vmatrix} - \hat{j}\begin{vmatrix} a_x & a_z \\ b_x & b_z \end{vmatrix} + \hat{k}\begin{vmatrix} a_x & a_y \\ b_x & b_y \end{vmatrix}$$

$$= (a_y b_z - b_y a_z)\hat{i} + (a_z b_x - b_z a_x)\hat{j} + (a_x b_y - b_x a_y)\hat{k}$$

$$\left|\vec{a}\times\vec{b}\right| = ab\ sen\,\theta$$

$$\vec{a}\cdot(\vec{b}\times\vec{c}) = \vec{b}\cdot(\vec{c}\times\vec{a}) = \vec{c}\cdot(\vec{a}\times\vec{b})$$

$$\vec{a}\times(\vec{b}\times\vec{c}) = (\vec{a}\cdot\vec{c})\vec{b} - (\vec{a}\cdot\vec{b})\vec{c}$$

DERIVADAS E INTEGRAIS

Nas fórmulas que se seguem, as letras u e v representam duas funções quaisquer de x, e a e m são constantes. A todas as integrais indefinidas deve-se somar uma constante de integração arbitrária. O *Handbook of Chemistry and Physics* (CRC Press Inc.) fornece uma tabulação mais extensa.

1. $\dfrac{dx}{dx} = 1$
2. $\dfrac{d}{dx}(au) = a\dfrac{du}{dx}$
3. $\dfrac{d}{dx}(u + v) = \dfrac{du}{dx} + \dfrac{dv}{dx}$
4. $\dfrac{d}{dx}x^m = mx^{m-1}$
5. $\dfrac{d}{dx}\ln x = \dfrac{1}{x}$
6. $\dfrac{d}{dx}(uv) = u\dfrac{dv}{dx} + v\dfrac{du}{dx}$
7. $\dfrac{d}{dx}e^x = e^x$
8. $\dfrac{d}{dx}\operatorname{sen} x = \cos x$
9. $\dfrac{d}{dx}\cos x = -\operatorname{sen} x$
10. $\dfrac{d}{dx}\operatorname{tg} x = \sec^2 x$
11. $\dfrac{d}{dx}\operatorname{ctg} x = -\csc^2 x$
12. $\dfrac{d}{dx}\sec x = \operatorname{tg} x \sec x$
13. $\dfrac{d}{dx}\csc x = -\operatorname{ctg} x \csc x$
14. $\dfrac{d}{dx}e^u = e^u\dfrac{du}{dx}$
15. $\dfrac{d}{dx}\operatorname{sen} u = \cos u\dfrac{du}{dx}$
16. $\dfrac{d}{dx}\cos u = -\operatorname{sen} u\dfrac{du}{dx}$

1. $\displaystyle\int dx = x$
2. $\displaystyle\int au\,dx = a\int u\,dx$
3. $\displaystyle\int (u + v)\,dx = \int u\,dx + \int v\,dx$
4. $\displaystyle\int x^m\,dx = \frac{x^{m+1}}{m+1} \quad (m \neq -1)$
5. $\displaystyle\int \frac{dx}{x} = \ln|x|$
6. $\displaystyle\int u\frac{dv}{dx}\,dx = uv - \int v\frac{du}{dx}\,dx$
7. $\displaystyle\int e^x\,dx = e^x$
8. $\displaystyle\int \operatorname{sen} x\,dx = -\cos x$
9. $\displaystyle\int \cos x\,dx = \operatorname{sen} x$
10. $\displaystyle\int \operatorname{tg} x\,dx = \ln|\sec x|$
11. $\displaystyle\int \operatorname{sen}^2 x\,dx = \tfrac{1}{2}x - \tfrac{1}{4}\operatorname{sen} 2x$
12. $\displaystyle\int e^{-ax}\,dx = -\frac{1}{a}e^{-ax}$
13. $\displaystyle\int xe^{-ax}\,dx = -\frac{1}{a^2}(ax + 1)e^{-ax}$
14. $\displaystyle\int x^2e^{-ax}\,dx = -\frac{1}{a^3}(a^2x^2 + 2ax + 2)e^{-ax}$
15. $\displaystyle\int_0^\infty x^ne^{-ax}\,dx = \frac{n!}{a^{n+1}}$
16. $\displaystyle\int_0^\infty x^{2n}e^{-ax^2}\,dx = \frac{1\cdot3\cdot5\cdots(2n-1)}{2^{n+1}a^n}\sqrt{\frac{\pi}{a}}$
17. $\displaystyle\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + a^2}} = \ln(x + \sqrt{x^2 + a^2})$
18. $\displaystyle\int \frac{x\,dx}{(x^2 + a^2)^{3/2}} = -\frac{1}{(x^2 + a^2)^{1/2}}$
19. $\displaystyle\int \frac{dx}{(x^2 + a^2)^{3/2}} = \frac{x}{a^2(x^2 + a^2)^{1/2}}$
20. $\displaystyle\int_0^\infty x^{2n+1}e^{-ax^2}\,dx = \frac{n!}{2a^{n+1}} \quad (a > 0)$
21. $\displaystyle\int \frac{x\,dx}{x + d} = x - d\ln(x + d)$