<table>
<tr><td colspan="3">Laboratorium: Systemy dynamiczne</td></tr>
<tr><td colspan="3">Temat: Zapis układów w przestrzeni stanów
i analiza stabilności</td></tr>
<tr><td>Numer
ćwiczenia: 1</td><td rowspan="2">Członkowie zespołu:

Michał Wojtachnio
Artur Szymkiewicz</td><td>Grupa:
2ID12A</td></tr>
<tr><td>Ocena:</td><td>Data wykonania
ćwiczenia:
12.04.2024</td></tr>
</table>

Obliczenia matematyczne:

SYSTEMY DYNAMICZNE

SPRAWOZDANIE NR1

Najważniejszym celem ćwiczenia jest analiza układu wielowymiarowego koncentrując się na jego stabilności i zapisem w przestrzeni stanów. W zadaniu wyznaczamy charakterystyki czasowe układów spełniających algebraiczne kryteria Hurwitza.

Korzystając z kryterium Hurwitza znaleźliśmy trzy równania charakterystyczne układów stabilnego, na granicy stabilności oraz niestabilnego.

1) Układ stabilny

Równanie charakterystyczne: $M(s) = s^2 + 4s + 1 = 0$

W równaniu spełniony został pierwszy warunek konieczny do stabilności - wszystkie współczynniki równania są większe od zera. Drugi warunek sprawdziliśmy - minory głównego wyznacznika Δ_n, są większe od zera.

$$\Delta_n = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 \\ 0 & a_0 \end{bmatrix} \qquad \Delta_2 = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = 4$$

$$\Delta_1 = [a_1] \qquad \Delta_1 = [4]$$

A więc drugi warunek spełniony => <u>układ jest stabilny.</u>

2) Układ na granicy stabilności

Równanie charakterystyczne: $M(s) = s^2 + 4s = 0$

Układ jest na granicy stabilności jeżeli współczynnik $a_0 = 0$ lub co najmniej jeden z podwyznaczników Δ_n jest równy zero.

$$\Delta_2 = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = 0$$

$$\Delta_1 = [4]$$

$$a_0 = 0$$

Oba te warunki są spełnione => <u>układ jest na granicy stabilności</u>

3) Układ niestabilny

Równanie charakterystyczne: $M(s) = s^2 - 4s - 1 = 0$

Układ jest niestabilny jeśli którykolwiek współczynnik a_i jest mniejszy od zera lub jeśli którykolwiek minor wyznacznika głównego jest mniejszy od zera.

$$\Delta_2 = \begin{bmatrix} -4 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = 4$$

$$\Delta_1 = [-4]$$

Równanie spełnia oba warunki $\Rightarrow$ <u>układ jest niestabilny</u>

Teraz przedstawimy układ o zadanej transmitancji operatorowej <u>bez zer</u> $G(s)$ w przestrzeni stanów.

Równanie charakterystyczne: $M(s) = s^2 + 4s + 1 = 0$

z definicji transmitancji operatorowej:

$$G(s) = \frac{1}{s^2 + 4s + 1} = \frac{Y(s)}{U(s)}$$

korzystając z proporcji otrzymujemy:

$$Y(s) \cdot [s^2 + 4s + 1] = U(s)$$

$$Y(s)s^2 + 4Y(s)s + Y(s) = U(s)$$

Przechodzimy na równanie różniczkowe:

$$\ddot{y}(t) + 4\dot{y}(t) + y(t) = u(t)$$

$$\ddot{y}(t) = -4\dot{y}(t) - y(t) + u(t)$$

Wprowadzamy fazowe zmienne stanu $x_1(t)$ i $x_2(t)$

$x_1(t) = y(t)$ dla $G(s)$ bez zer

$x_2(t) = \dot{x}_1(t) = \dot{y}(t)$

$\dot{x}_2(t) = \ddot{y}(t) = u(t) - 4\dot{y}(t) - y(t) = u(t) - 4x_2(t) - x_1(t)$

zapis układu w postaci ogólnej:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t)$$

Zapis układu w postaci macierzowo-wektorowej:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -4 \end{bmatrix}}_{A} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}}_{B} u(t)$$

$$y(t) = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}}_{C} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} \qquad D=0$$

Wnioski:

Wniosek ogólny jest taki, że analiza transmitancji dostarcza cennych informacji na temat zachowania dynamicznego układu sterowania, co umożliwia projektantom odpowiednie dopasowanie parametrów układu w celu osiągnięcia pożądanych właściwości, takich jak stabilność, szybkość odpowiedzi i tłumienie oscylacji.

Ponadto dowiedzieliśmy się, że analiza stabilności za pomocą kryterium Hurwitza jest ważnym narzędziem w inżynierii systemów sterowania, które pozwala projektantom na wstępną ocenę stabilności układów dynamicznych na podstawie ich charakterystycznych równań.