



**ERDÉLYI MAGYAR MATEMATIKAVERSENY**  
**MEGYEI FORDULÓ-MAROS MEGYE**  
**2017. DECEMBER 09.**  
**XII. OSZTÁLY**

**1.Feladat**

Számítsd ki a következő határozatlan integrálokat:

a.  $\int \frac{1+tgx+tg^2x}{e^{-x}+tgx} dx, x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right),$

b.  $\int \frac{\cos 2018x}{\sin x} dx, x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right).$

**2.Feladat**

Adott egy  $(M,*)$  csoport és  $a \in M$  egy tetszőlegesen rögzített elem. Értelmezünk az  $M$  halmazon még egy műveletet:

$$x \circ y = x * a * y, \forall x, y \in M.$$

Igazold, hogy az  $(M, \circ)$  algebrai struktúra egy csoport.

**3.Feladat**

Egy országban több város van úgy, hogy a városok közötti távolságok páronként különböznek. Egy reggel minden városból felszáll egy repülőgép a legközelebbi város fele. Lehetséges, hogy aznap az egyik városban több, mint öt repülőgép landoljon? Indokold meg a választ!

**4.Feladat**

Adott egy  $O$  középpontú,  $[AB]$  átmérőjű félkör. A félkör egy tetszőleges  $P$  pontjában húzott érintő az  $A$  és  $B$  pontokban húzott érintőket  $M$ , illetve  $N$  pontokban metszi.

a. Igazold, hogy az  $AM \cdot BN$  szorzat állandó.

b. Ha a félkört az  $OM$   $E$ -ben, az  $ON$  pedig  $F$ -ben metszi, számítsd ki az  $EPF$  szög mértékét.

**Megjegyzések:**

- Minden feladatot részletesen oldj meg, indokold meg válaszaidat!
- Munkaidő 3 óra.
- Minden feladat helyes megoldása 10 pontot ér.
- Lényeges általánosításokért és az elsőtől lényegesen különböző megoldásokért egy feladatra legfeljebb 5 plusz-pont jár.