



**ERDÉLYI MAGYAR MATEMATIKAKERESZTY
MEGYEI FORDULÓ-MAROS MEGYE
2017. DECEMBER 09.
XII. OSZTÁLY**

1.Feladat

Számítsd ki a következő határozatlan integrálokat:

a. $\int \frac{1+tgx+tg^2x}{e^{-x}+tgx} dx, x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$,

b. $\int \frac{\cos 2018x}{\sin x} dx, x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$.

2.Feladat

Adott egy $(M, *)$ csoport és $a \in M$ egy tetszőlegesen rögzített elem. Értelmezünk az M halmazon még egy műveletet:

$$x \circ y = x * a * y, \forall x, y \in M.$$

Igazold, hogy az (M, \circ) algebrai struktúra egy csoport.

3.Feladat

Egy országban több város van úgy, hogy a városok közötti távolságok páronként különböznek. Egy reggel minden városból felszáll egy repülőgép a legközelebbi város fele. Lehetőséges, hogy aznap az egyik városban több, mint öt repülőgép landoljon? Indokold meg a választ!

4.Feladat

Adott egy O középpontú, $[AB]$ átmérőjű félkör. A félkör egy tetszőleges P pontjában húzott érintő az A és B pontokban húzott érintőket M , illetve N pontokban metszi.

a. Igazold, hogy az $AM \cdot BN$ szorzat állandó.

b. Ha a félkört az OM E -ben, az ON pedig F -ben metszi, számítsd ki az EPF szög mértékét.

Megjegyzések:

- Minden feladatot részletesen oldj meg, indokold meg válaszaidat!
- Munkaidő 3 óra.
- minden feladat helyes megoldása 10 pontot ér.
- Lényeges általánosításokért és az elsőtől lényegesen különböző megoldásokért egy feladatra legfeljebb 5 plusz-pont jár.