VII. Országos Magyar Matematikaolimpia
XXXIV. EMMV
országos szakasz, Csíkszereda, 2025. február 24–28.

X. osztály – I. forduló

1. feladat. Határozd meg azokat az $n \in \mathbb{N}^*$ és $z \in \mathbb{C}$ számokat, amelyek esetén

$$(\overline{z})^n = (i \cdot z + 2)^n ,$$

ahol $i^2 = -1$.

2. feladat. Oldd meg a valós számok halmazán a

$$\begin{cases} \sqrt[3]{x+2y+1} + \sqrt[3]{x-y} = & 2 \\ 2x + y + \sqrt[3]{y-x} = & 5 \end{cases}$$

egyenletrendszert!

3. feladat. Ha $x, y, z \in (0,1)$ vagy $x, y, z \in (1, +\infty)$ igazold, hogy

$$\frac{\left(\log_y x\right)^3}{\log_y z + \log_z x} + \frac{\left(\log_z y\right)^3}{\log_x y + \log_z x} + \frac{\left(\log_x z\right)^3}{\log_x y + \log_y z} \geq \frac{1}{2}\left(\sqrt{\log_x y} + \sqrt{\log_y z} + \sqrt{\log_z x}\right).$$

4. feladat. Adott egy egységnyi sugarú körbe írt ABC egyenlő szárú háromszög, ahol $AB = AC$. A BC egyenesen legyen P egy pont úgy, hogy a C pont a BP szakasz belsejében van. A P ponton át az AC és AB oldalakhoz húzott párhuzamosok az AB és AC egyeneseket rendre az E és F pontokban metszik. Ha az A pont átmérősen ellentett pontja az M pont, igazold, hogy a PM egyenes merőleges az EF egyenesre!

Megjegyzések: Minden feladat kötelező és 10 pontot ér, melyből hivatalból jár 1 pont. Munkaidő: 3 óra.