LICEUL TEORETIC "BOLYAI FARKAS" ELMÉLETI LÍCEUM
TÎRGU MUREȘ MAROSVÁSÁRHELY
540064
STR. BOLYAI NR.3
Telefon/Fax/0365-882749, 0365-882748
E-mail: bolyai@bolyai.ro

MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIONALE

ERDÉLYI MAGYAR MATEMATIKAVERSENY

MEGYEI FORDULÓ-MAROS MEGYE
2017. DECEMBER 9.
VIII. OSZTÁLY

1.Feladat

Igazold, hogy: a. $A=\sqrt{\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}}+2\sqrt{\frac{3+\sqrt{5}}{3-\sqrt{5}}}-\sqrt{2}-2\sqrt{1\frac{1}{4}}\in\mathbb{N}$

b. $B=\sqrt{1+2016\cdot\sqrt{1+2017\cdot 2019}}\in\mathbb{N}$

2.Feladat

Adottak az $a,b,c,d\in\mathbb{R}_+^*$, valamint az

$E=\sqrt{(a+b)(a+c)}+\sqrt{(b+c)(b+d)}+\sqrt{(c+d)(a+c)}+\sqrt{(d+a)(d+b)}$ kifejezés.

Igazold, hogy: a. $E\le 2(a+b+c+d)$

b. $E\ge 2\left(\sqrt{ab}+\sqrt{bc}+\sqrt{cd}+\sqrt{ad}\right)$.

3.Feladat

Hosszabbítsuk meg az $ABCDA'B'C'D'$ kocka $[AB],[BC]$ és $[BB']$ élét a $[BM]\equiv[AB],[BN]\equiv[BC],[BP]\equiv[BB']$ szakaszokkal. Bizonyítsd be, hogy:

a. $(ACB')\,||\,(MNP)$,

b. $ACB'\Delta\equiv MNP\Delta$

c. az ACB' és MNP háromszögek súlypontjai a BD' egyenesen vannak.

4.Feladat

András és Béla sok (de 1000-nél kevesebb) egybevágó kis kockával játszik. András kis kockáiból egy olyan téglatestet rakott össze, melynek élei egymást követő egész számok. Béla a saját kis kockáiból egy nagyobb kockát tudott összeállítani. Ezután András elkérte Béla kis kockáit és azok mindegyikét felhasználva téglatestjének minden élét 1-gyel meg tudta növelni. Hány kis kockájuk volt összesen?

Megjegyzések:
- Minden feladatot részletesen oldj meg, indokold meg válaszaidat!
- Munkaidő 3 óra.
- Minden feladat helyes megoldása 10 pontot ér.
- Lényeges általánosításokért és az elsőtől lényegesen különböző megoldásokért egy feladatra legfeljebb 5 plusz-pont jár.