



## VI. Országos Magyar Matematikaolimpia

## XXXIII. EMMV

megyei szakasz, 2024. február 3.

## VII. osztály

**1. feladat.** a) Igazold, hogy az alábbi  $a$  szám négyzetszám:

$$a = \sqrt{\frac{8}{7} + \frac{9}{14} + \frac{10}{21} + \cdots + \frac{119}{784} - \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{112}\right)}.$$

b) Igazold, hogy az alábbi  $b$  és  $c$  számok racionálisak:

$$b = \frac{1 - \sqrt{2}}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{2} - \sqrt{3}}{\sqrt{6}} + \frac{\sqrt{3} - \sqrt{4}}{\sqrt{12}} + \cdots + \frac{\sqrt{2024} - \sqrt{2025}}{\sqrt{4098600}},$$

$$c = \frac{360}{\sqrt{18}} + \frac{5}{(5 - 3\sqrt{2})^{2023}} \cdot \frac{(10 - 6\sqrt{2})^{2024}}{2^{2022}}.$$

**2. feladat.** Hány olyan különböző háromszög szerkeszthető, melyek oldalai mind különböző hosszúak, és az oldalak hosszai milliméterben kifejezve a 2024 szám valamelyik kétjegyű osztójával egyenlők?**3. feladat.** Adott az  $ABCD$  trapéz, ahol  $AB \parallel CD$  és  $AB > CD$ . Az  $M$  pont a  $CD$  szakasz felezőpontja, illetve  $N$  az  $AB$  szakasz felezőpontja, valamint a nagyalapon fekvő szögek pótszögek.a) Ha  $EF$  a trapéz középvonala, ahol  $E \in AD$ ,  $F \in BC$ , valamint  $\{Q\} = DB \cap EF$ , mutasd ki, hogy  $MQ \parallel BC$ !b) Igazold, hogy  $MN < \frac{AD + BC}{2}$ !c) Bizonyítsd be, hogy  $MN = \frac{AB - DC}{2}$ !**4. feladat.** Határozd meg azt az  $\overline{abcd}$  alakú négyjegyű természetes számot, amelyre fennáll az  $\overline{abcd} = (2\overline{ab} + 4)(2\overline{cd} - 2)$  egyenlőség!