



ERDÉLYI MAGYAR MATEMATIKAVERSENY
MEGYEI FORDULÓ-MAROS MEGYE
2017. DECEMBER 9.
VII. OSZTÁLY

1. Feladat

a) Igazoljuk, hogy bármely $n \in \mathbb{N}^*$ esetén:

$$\frac{3}{1 \cdot 2} + \frac{4}{2 \cdot 3} + \frac{5}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{n+2}{n(n+1)} - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} \right) < 2$$

b) Oldjuk meg az egyenletet:

$$\frac{x+4}{5} + \frac{x+5}{6} + \dots + \frac{x+98}{99} + \frac{x+99}{100} = 2^5 \cdot 3$$

2. Feladat

Tekintsük az $ABCD$ egyenlő szárú trapézt, melynek nagyalapja AB . A B pontban az AB egyenesre emelt merőleges, a C ponton keresztül az AD egyeneshez húzott párhuzamos egyenest az E pontban metszi. A CE és AB egyenesek F pontban metstik egymást. Mutassuk ki, hogy:

- a CFB és CEB háromszögek egyenlő szárúak;
- $[CF] \equiv [CE]$;
- az $ACED$ négyszög paralelogramma;
- A, M, E kollineáris pontok, ahol M a kisalap felezőpontja.

3. Feladat

Az ABC háromszög külső tartományában megszerkesztjük az $ABDE$ és $ACFG$ négyzeteket. Mutassuk ki, hogy:

- az AEG háromszög AA' magassága és az E , illetve G pontokon át az AC , illetve AB -vel húzott párhuzamosok konkurenssek (összefutó egyenesek);
- a B és C pontok egyenlő távolságra vannak az AA' egyenestől.

4. Feladat

Egy társaságban öt ember találkozik. Megkérdeztük őket, kinek hány ismerőse van ötük között. Miután megtudták egymásról, hogy kinek hány ismerőse van, így válaszoltak: (Az ismeretség kölcsönös.)

- A : Négy embert ismerek.
 B : Kevesebb ismerősöm van, mint A -nak.
 C : Ugyanannyi ismerősöm van, mint D -nek.
 D : Eggyel kevesebb ismerősöm van, mint E -nek.
 E : Páratlan számú embert ismerek.

Vajon C és D ismeri egymást?

Megjegyzések:

- Minden feladatot részletesen oldj meg, indokold meg válaszaidat!
- Munkaidő 3 óra.
- Minden feladat helyes megoldása 10 pontot ér.
- Lényeges általánosításokért és az elsőtől lényegesen különböző megoldásokért egy feladatra legfeljebb 5 plusz-pont jár.