

IV. országos magyar matematikaolimpia

XXXI. EMMV

országos szakasz, Kolozsvár, 2022. április 20–23.

VII. osztály

1. feladat. Egy kutyakiállításon 3 vizslát, 4 pulit és 5 kuvaszt mutattak be.

a) Az első nap minden jelenlevő néző szavazott minden fajtából *pontosan* egy kutyára. Legtöbb néző vett részt a kiállítás első napján, ha tudjuk, hogy a szavazatok között nem volt két egyforma?

b) A második nap minden jelenlevő néző csak a pulik közül szavazott legalább egyre. Legtöbb néző vett részt a kiállítás második napján, ha tudjuk, hogy a szavazatok között nem volt két egyforma?

c) A harmadik nap minden jelenlevő néző szavazott minden fajtából *legalább* egy kutyára. Legtöbb néző vett részt a kiállítás harmadik napján, ha tudjuk, hogy a szavazatok között nem volt két egyforma?

2. feladat. Az ABC háromszög BC oldalán felvesszük az E pontot. Legyen F az AB oldal belső pontja úgy, hogy az EF szakasz a háromszög területét két egyenlő részre osztja, valamint M a BC szakasz felezőpontja.

a) Igazold, hogy M a B és E pontok között van!

b) Igazold, hogy az $AEMF$ négyszög trapéz!

3. feladat. Az ABC egyenlő oldalú háromszög BC oldala egy O középpontú körnek egy húrja. Az O pont a háromszög belsejében található. Az AB és AC oldalak pedig a nagyobbik BC körívet az E és D pontokban metszik. Jelöljük M -mel, N -nel és P -vel az O pontnak az AB , BC és AC oldalakra húzott merőlegesek talppontját! Tudjuk, hogy $BC = 12$ cm és $OM = 4ON$.

a) Számítsd ki a kör középpontjának az ABC háromszög oldalaitól való távolságát!

b) Igazold, hogy $AE = EM = MB$.

c) Bizonyítsd be, hogy $\frac{T_{MNP}}{T_{ABC}} = \frac{2}{9}$.

4. feladat. Egy gazdának van három juhásza, amelyek a gazda juhait minden reggel egy-egy nyájban terelik ki a legelőre, majd este egy-egy nyájban haza. Tereléskor bármelyik juh bármelyik nyájba kerülhet. Egyik este a juhászok beszélgetnek és a következőket állapítják meg:

- az aznap reggeli kitereléskor a nyájakban lévő juhok számait növekvő sorrendbe rendezve az 5, 6 és 7 számokkal egyenesen arányos számokat kaptak;
- az aznap esti hazatereléskor a nyájakban lévő juhok számait növekvő sorrendbe rendezve a 4, 5 és 6 számokkal egyenesen arányos számokat kaptak;
- az egyik juhász este 12 juhval többet terelt haza, mint amennyit kihajtott reggel.

a) Igazold, hogy a gazda juhainak száma osztható 90-nel!

b) Hány juh volt aznap reggel a kihajtott nyájakban külön-külön? Hát este a hazahajtottakban?