

Országos döntő

IX. osztály

1. feladat (összesen 9 pont)

A feladatot *Faluvégi Ervin Zoltán* állította össze.

a) összesen 3 pont

$$x = v_0 \cdot t \cdot \cos \alpha \Rightarrow t = \frac{x}{v_0 \cdot \cos \alpha} \quad 0,5 \text{ p}$$

$$y = v_0 \cdot t \cdot \sin \alpha - \frac{g}{2} t^2 \Rightarrow y = -\frac{g}{2v_0^2 \cdot \cos^2 \alpha} x^2 + tg\alpha \cdot x \quad 1 \text{ p}$$

$$y = 0 \Rightarrow x = b = \frac{2v_0^2}{g} \sin \alpha \cdot \cos \alpha = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\alpha \quad 1 \text{ p}$$

$$\sin 2\alpha = \frac{bg}{v_0^2} = 0.005555555 = 2\alpha(\text{rad}) \Rightarrow 2\alpha = 0.31831^\circ \Rightarrow$$

$$\alpha = 0.159155^\circ, \text{ vagy } \alpha = 0.002777 \text{ rad} \quad 0,5 \text{ p}$$

b) összesen 3 pont

$$x = \frac{b}{2} = \frac{v_0^2}{2g} \sin 2\alpha \quad 0,5 \text{ p}$$

$$v_y = v_{0y} - gt_{em} \Rightarrow t_{em} = \frac{v_0 \sin \alpha}{g} \Rightarrow y = \frac{v_0^2}{2g} \sin^2 \alpha = 3.472 \text{ cm} \quad 1,5 \text{ p}$$

fekvő lövészetben NEM TALÁLJA EL mert az y nagyobb, mint a sugár (2,25 cm) 0,5 p

álló lövészetben ELTALÁLJA mert az y kisebb, mint a sugár (5,75 cm) 0,5 p

c) összesen 3 pont

$$F - G_t - F_f = 0 \quad 0,5 \text{ p}$$

$$F + G_t - F_f = ma \quad 0,5 \text{ p}$$

$$a = 2g \sin \beta \quad 0,5 \text{ p}$$

$$v^2 = v_0^2 + 2al = v_0^2 + 4gl \sin \beta$$

$$v = \sqrt{v_0^2 + 4gl \sin \beta} \quad 1 \text{ p}$$

$$v = 15 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 54 \frac{\text{km}}{\text{h}} \quad 0,5 \text{ p}$$

2. feladat (összesen 9 pont)

A feladatot, a Szaveljev–Zámcsa példatár ötlete alapján, *Máthé Márta* állította össze.

a) összesen 2 pont

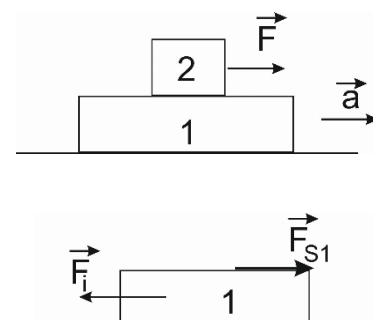
A megcsúszásig a testek együtt mozognak

$$a = \frac{F}{m_1 + m_2} = \frac{At}{m_1 + m_2} \quad 0,5 \text{ p}$$

A deszka megcsúszik a testhez képest ha:

$$F_i = F_{S1}$$

$$m_1 a = \mu m_2 g \quad 0,5 \text{ p}$$



$$a = \frac{\mu m_2 g}{m_1}$$

$$\frac{At_0}{m_1 + m_2} = \frac{\mu m_2 g}{m_1}$$

$$t_0 = \frac{\mu m_2 \cdot (m_1 + m_2) g}{Am_1}$$

0,5 p

$$t_0 = 10 \text{ s}$$

0,5 p

b) összesen 1 pont

$$a_0 = \frac{At_0}{m_1 + m_2}$$

0,5 p

$$a = 0,5 \frac{m}{s^2}$$

0,5 p

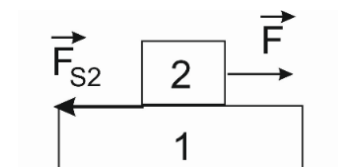
c) összesen 4 pont

A megcsúszás után a deszka gyorsulása nem változik, nem tud növekedni

0,5 p

$$a_1 = 0,5 \frac{m}{s^2}$$

0,5 p



A síkfelülethez kötött vonatkoztatási rendszerben alkalmazzuk a dinamika alaptörvényét a 2. testre

$$m_2 a_2 = F - F_{S2}$$

1 p

$$a_2 = \frac{At - \mu m_2 g}{m_2}$$

0,5 p

a gyorsulási időben növekedik

t	0	10	(s)
a_{12}	0	0,5	$\frac{m}{s^2}$

t	10	18	(s)
a_2	0,5	2,5	$\frac{m}{s^2}$

a_{12} ábrázolása

0,5 p

a_1 ábrázolása

0,5 p

a_2 ábrázolása

0,5 p

d) összesen 2 pont

Mindkét test közös sebessége $t_0 = 10$ s időpillanatban:

$$v_{12} = \frac{a_0 t_0}{2} = 2,5 \frac{m}{s}$$

0,5 p

$$\Delta v_1 = v_1 - v_{12}$$

$$a_1 \Delta t = 4 \frac{m}{s} \quad v_1 = 6,5 \frac{m}{s}$$

0,5 p

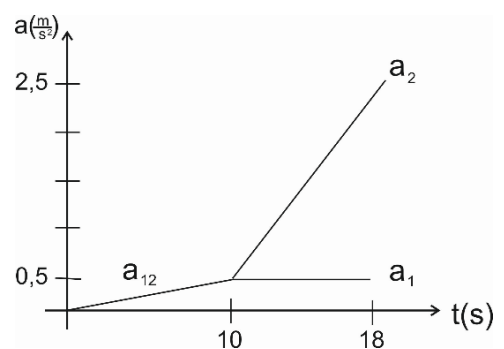
$$\Delta v_2 = v_2 - v_{12}$$

$$\Delta v_2 = a_{k2} \cdot \Delta t \quad v_2 = 14,5 \frac{m}{s}$$

0,5 p

$$a_{k2} = 1,5 \frac{m}{s^2}$$

0,5 p



3. feladat (összesen 9 pont)

A feladatot, a Szaveljev–Zámcsa példatár ötlete alapján, Máthé Márta állította össze.

a) összesen 2,5 pont

A felülettől való elválás pillanatában

$$F_{r_N} = G$$

0,5 p

$$l = l_0 + \Delta l$$

0,2 p

$$\sin \alpha = \frac{l_0}{l}$$

0,5 p

$$k \cdot \Delta l \cdot \sin \alpha = mg$$

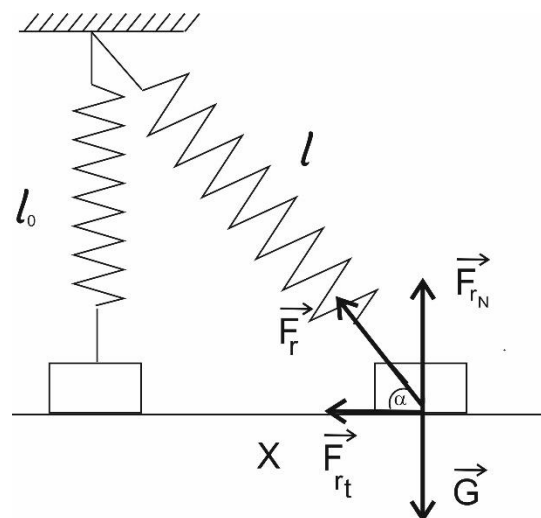
0,5 p

$$\Delta l = \frac{l_0}{4}$$

0,5 p

$$\Delta l = 0,125m$$

0,3 p

**b) összesen 3,5 pont**

A mozgás energia változásának tételét használjuk a két testből álló rendszerre:

$$\Delta E_m = L_g + L_r$$

1 p

$$L_g = mgx$$

0,5p

$$x = \sqrt{l^2 - l_0^2} = \frac{3}{4} l_0$$

0,3 p

$$L_r = -\frac{k\Delta l^2}{2} = -\frac{5mgl_0}{32}$$

0,5 p

$$2 \cdot \frac{m \cdot v^2}{2} = \frac{3}{4} mgl_0 - \frac{5mgl_0}{32}$$

0,3 p

$$v = \sqrt{\frac{19gl_0}{32}} = 1,72 \frac{m}{s}$$

0,5 p

$$v = 1,72 \frac{m}{s}$$

0,4 p

Az energia megmaradás elvét használó megoldást is hasonlóan értékeljük.

c) összesen 1,5 pont

$$\Delta E'_m = L_g + L_r + L_s$$

$$\Delta E_m = L_g + L_r$$

0,5 p

$$\Delta E'_m - \Delta E_m = L_s$$

0,3 p

$$2 \cdot \frac{m v'^2}{2} - 2 \frac{mv^2}{2} = L_s$$

0,3 p

$$L_s = -0,71J$$

0,4 p

d) összesen 1,5 pont

Ha a merőleges nyomóerő végig $N_0 = mg = 10N$ lenne akkor $\mu_o = -\frac{L_s}{N} = 0,189$ lenne 0,5 p

Mivel itt a merőleges nyomóerő – noha változik – kisebb mint $N_0 = mg$

$$N = N_0 - F_{r_N} < N_0$$

0,5 p

ahhoz, hogy a súrlódási erő ugyanazt a munkát végezze $\mu > \mu_o$

0,5 p

Hivatalból: (3 pont)**Megjegyzés:**

Jelen javítókulcs esetében – a pontozás egységesítése érdekében – a végső pontszámot 3-al osztjuk!