Javítási kulcs XI. Oszt.

I. a) $x = A\sin(\omega \cdot t + \varphi_0)$, mivel $y = A$, ha $t = 0$ $\Rightarrow$ $x = A\sin\left(\omega \cdot t + \frac{\pi}{2}\right)$ **1p**

$\omega = \sqrt{\frac{k}{m_1}} = 10\, rad/s$ **0,5p**

Az $\frac{A}{2} = A\sin\left(10t_1 + \frac{\pi}{2}\right)$-ből $\Rightarrow$ $10t_1 + \frac{\pi}{2} = \frac{5\pi}{6}$ $\Rightarrow$ $t_1 = \frac{\pi}{30} s$ **1p**

$h = \frac{gt_1^2}{2} = \frac{1}{18} m$ **0,5p**

3p

b) $v_1 = \omega \cdot A\cos\left(10t_1 + \frac{\pi}{2}\right) = 0{,}4\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right) = -0{,}2\sqrt{3} = -0{,}346\, m/s$ **0,5p**

$v_2 = g \cdot t_1 = \frac{\pi}{3} = 1{,}05\, m/s$, $v_2 \approx 3v_1$ **0,5p**

$\Delta\vec{p} = \vec{F} \cdot \Delta t$, $\Delta t \to 0$, $\vec{F}$ véges $\Rightarrow$ $\vec{p}_{kezdeti} = \vec{p}_{vegso}$ **0,5p**

Az impulzus megmaradását a vízszintes irányú mozgásra alkalmazva: $m_1 v_1 = (m_1 + m_2)v$

$\Rightarrow$ $v = \frac{v_1}{3} = -0{,}115\, m/s$ **1p**

Függőleges irányban a végső impulzus zérus **0,5p**

$Q = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} - \frac{(m_1 + m_2)v^2}{2} = \frac{m_1 v_1^2}{2}\left(1 + 18 - \frac{1}{3}\right) = 0{,}224 J$ **1p**

4p

c) $E = E_m + E_h$, $E = \frac{kA^2}{2}$, $E_m = \frac{(m_1 + m_2)v^2}{2}$, $E_h = \frac{kx_1^2}{2}$ $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \qquad A' = \sqrt{\frac{(m_1 + m_2)v^2}{k} + x_1^2} = 2\sqrt{2}cm$$ **1p**

$$\omega' = \sqrt{\frac{k}{m_1 + m_2}} = 10\frac{\sqrt{3}}{3} rad/s$$ **0,5p**

$x' = A' \sin(\omega' \cdot t + \varphi_0')$-ből, ha $t = 0 \quad \Rightarrow \quad \sin \varphi_0' = \frac{\sqrt{2}}{2}$ **0,5p**

mivel a sebesség az *O* pont felé mutat, előjele negatív $\Rightarrow \quad \varphi_0' = \frac{3\pi}{4}$ **0,5p**

A mozgásegyenlet: $x' = 2\sqrt{2}\sin\left(10\frac{\sqrt{3}}{3} \cdot t + \frac{3\pi}{4}\right)$ **0,5p**

3p

Összesen 10p

II. a) A rugók egyensúlyi megnyúlásait a $kx_{01} = 2mg$ és $kx_{02} = mg$ összefüggések határozzák meg **1p**

Az adott pillanatban a dinamikai egyenletek, pozitívnak véve a lefele mutató irányt:

$-k(x_{02} + x_2 - x_1) + mg = ma_2 \quad \Rightarrow \quad -k(x_2 - x_1) = ma_2$ **1p**

$mg + k(x_{02} + x_2 - x_1) - k(x_{01} + x_1) = ma_1 \quad \Rightarrow \quad k(x_2 - x_1) - kx_1 = ma_1$ **1p**

A fenti egyenletekből $x_2 - 2x_1 = \frac{m}{k}a_1$ és $x_1 - x_2 = \frac{m}{k}a_2$

Mivel $x_1 = A_1 \sin(\omega \cdot t) \quad \Rightarrow \quad a_1 = -\omega^2 A_1 \sin(\omega \cdot t) = -\omega^2 x_1$

$x_2 = A_2 \sin(\omega \cdot t) \quad \Rightarrow \quad a_2 = -\omega^2 A_2 \sin(\omega \cdot t) = -\omega^2 x_2$ **1p**

$\Rightarrow \quad x_2 = (2 - \alpha)x_1$ és $x_2(1 - \alpha) = x_1$, ahol $\alpha = \frac{m\omega^2}{k}$ **1p**

Az egyenleteket elosztva $\Rightarrow \quad \frac{1}{1 - \alpha} = \frac{2 - \alpha}{1} \quad \Rightarrow \quad \alpha^2 - 3\alpha + 1 = 0 \quad \Rightarrow$

$\alpha_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2} \quad \Rightarrow \quad \omega^2 = \frac{k}{m} \cdot \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2} \quad \Rightarrow \quad \omega_1 = \sqrt{\frac{k(3 + \sqrt{5})}{2m}}$ és $\omega_2 = \sqrt{\frac{k(3 - \sqrt{5})}{2m}}$ **1p**

6p

b) Ha $\omega=\omega_1=\sqrt{\frac{k\left(3+\sqrt{5}\right)}{2m}}$, $\alpha=\alpha_1=\frac{3+\sqrt{5}}{2}$ $\Rightarrow$ $x_2=\frac{1-\sqrt{5}}{2}x_1$ **1p**

Ha $\omega=\omega_2=\sqrt{\frac{k\left(3-\sqrt{5}\right)}{2m}}$, $\alpha=\alpha_2=\frac{3-\sqrt{5}}{2}$ $\Rightarrow$ $x_2=\frac{1+\sqrt{5}}{2}x_1$ **1p**

2p

c) $\omega=\omega_1$ esetén, mivel $\sqrt{5}>1$ $\operatorname{sgn} x_2=-\operatorname{sgn} x_1$ az anyagi pontok ellentétes irányú rezgéseket végeznek **1p**

$\omega=\omega_2$ esetében $\operatorname{sgn} x_2=\operatorname{sgn} x_1$ a rezgések azonos irányúak **1p**

2p

Összesen 10p

III. a) $L=L_1+L_2$, ahol $L_1=\frac{\mu_0 SN^2}{2l}$ és $L_2=\frac{\mu_0\mu_r SN^2}{2l}$ **1p**

$\omega^2 LC=1$ $\Rightarrow$ $L=\frac{1}{\omega^2 C}=\frac{\pi}{4}mH$ $\Rightarrow$ $\mu_r=\frac{2lL}{\mu_0 SN^2}-1=13$ **1p**

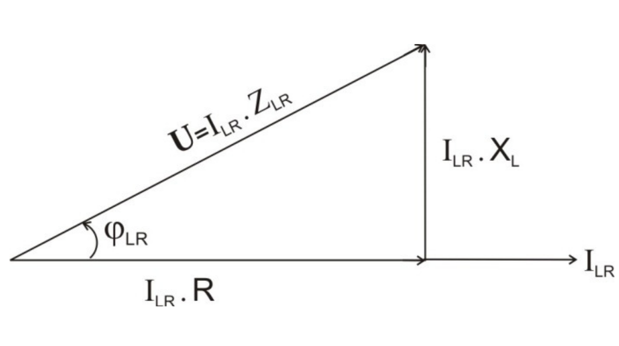
2p

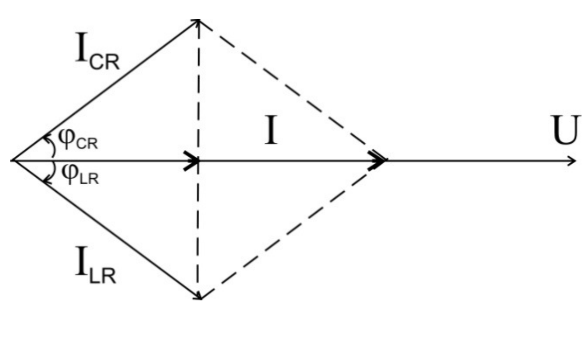
b) $\omega^2 LC=1$ $\Rightarrow$ $X_L=X_C$ $\Rightarrow$ $Z_{LR}=\sqrt{R^2+X_L^2}$, $Z_{CR}=\sqrt{R^2+X_C^2}$ $\Rightarrow$

$Z_{LR}=Z_{CR}=64\Omega$ $\Rightarrow$ $I_{LR}=I_{CR}=\frac{U}{Z_{LR}}=\frac{U}{\sqrt{R^2+X_L^2}}$ **1p**

$tg\varphi_{LR}=\frac{X_L}{R}$, $tg\varphi_{CR}=\frac{X_C}{R}$ $\Rightarrow$ $\varphi_{LR}=\varphi_{CR}$ $\Rightarrow$ I és U fázisban vannak

$\Rightarrow$ $I=2I_{RL}\cos\varphi_{LR}$ **1p**





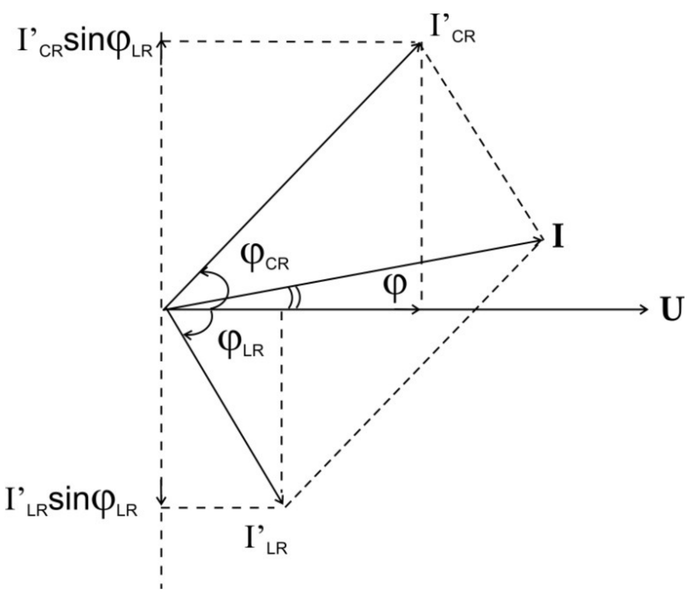
$$\Rightarrow \quad \cos\varphi_{LR} = \frac{R}{Z_{LR}} \quad \Rightarrow \quad I = 2\frac{U \cdot R}{R^2 + X_L^2} = 1{,}95A \cong 2A \quad \Rightarrow \quad i(t) = 2\sqrt{2}\sin\left(2\pi \cdot 10^4 \cdot t\right)$$ **1p**

3p

c) $p(t) = u(t) \cdot i(t) = U_{\max} \sin(\omega \cdot t) \cdot I_{\max} \sin(\omega \cdot t - \varphi) = \frac{1}{2} U_{\max} I_{\max} [\cos\varphi - \cos(2\omega \cdot t - \varphi)] \Rightarrow$

$p(t) = U \cdot I \cos\varphi - U \cdot I \cos(2\omega \cdot t - \varphi)$, de **1p**

$-1 \le \cos(2\omega \cdot t - \varphi) \le +1 \quad \Rightarrow \quad p_{\max} = U \cdot I(\cos\varphi + 1) \;;\quad p_{\min} = U \cdot I(\cos\varphi - 1)$ **1p**



$$I = \sqrt{I_{LR}'^2 + I_{CR}^2 + 2I_{LR}' I_{CR} \cos(\varphi_{LR}' + \varphi_{CR})} = \sqrt{I_{LR}'^2 + I_{CR}^2 + 2I_{LR}' I_{CR} (\cos\varphi_{LR}' \cos\varphi_{CR} - \sin\varphi_{CR} \sin\varphi_{LR}')}$$

vagy

$$I = \sqrt{(I_{LR}' \cos\varphi_{LR}' + I_{CR} \cos\varphi_{CR})^2 + (I_{LR}' \sin\varphi_{LR}' - I_{CR} \sin\varphi_{CR})^2}$$ **1p**

$I_{LR}' = \frac{U}{Z_{LR}'} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + X_L'}}$, ahol $X_L' = \omega L' = 2\pi\nu \frac{\mu_0 \mu_r S N^2}{l} = 91{,}7\Omega \cong 92\Omega$; $\Rightarrow$

$Z_{LR}' = \sqrt{R^2 + X_L'^2} = 100\Omega \Rightarrow I_{LR}' = 1A$; $I_{CL} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + X_L^2}} = 1{,}56A$ változatlan **1p**

$\cos\varphi_{LR}' = \frac{R}{Z_{LR}'} = \frac{40}{100} = 0{,}4 \qquad \sin\varphi_{LR}' = \frac{X_L'}{Z_{LR}'} = \frac{92}{100} = 0{,}92$

$$\cos\varphi_{CR} = \frac{R}{Z_{RC}} = \frac{40}{64} = 0{,}625 \qquad \sin\varphi_{CR} = \frac{X_C}{Z_{RC}} = \frac{50}{64} = 0{,}78 \qquad \Rightarrow \qquad I = 1{,}4A$$

$$\cos\varphi = \frac{I_{CR}\cos\varphi_{CR} + I'_{LR}\cos\varphi'_{LR}}{I} = \frac{1{,}375}{1{,}4} = 0{,}98 \quad \Rightarrow \quad p_{\max} = 277W \;,\quad p_{\min} = -2{,}8W$$ **1p**

5p

Összesen 10p