JAVÍTÓKULCS

I. feladat

a.) Mivel a kezdeti pillanatban az oszcillátor nincs a nyugalmi helyzetben a keresett mozgásegyenlet $y = A\sin(\omega \cdot t + \varphi_0)$ alakú — 1 p

Amikor a sebesség zérus az oszcillátor kitérése az amplitúdóval egyenlő: $A = 4cm$ — 1 p

Az oszcillátor teljes energiája változatlan $\Rightarrow$ $E = \dfrac{kA^2}{2}$ és $E = \dfrac{ky_0^2}{2} + \dfrac{mv_0^2}{2}$ — 2 p

$\Rightarrow$ $\omega^2\left(A^2 - y_0^2\right) = v_0^2$, ahol $\omega = \sqrt{\dfrac{k}{m}}$ $\Rightarrow$ $\omega = \dfrac{v_0}{\sqrt{A^2 - y_0^2}} = 5\,rad/s$ — 1 p

$y_0 = A\sin(\omega \cdot t_0 + \varphi_0) = A\sin\varphi_0$ összefüggésből $\Rightarrow$ $\sin\varphi_0 = \dfrac{y_0}{A} = \dfrac{1}{2}$ $\Rightarrow$ $\varphi_0 = \dfrac{\pi}{6}$ $\Rightarrow$

a mozgásegyenlet $y = 4\sin(5t + \pi/6)\ cm$ — 1 p

b.) $y(t_1) = A\sin(\omega \cdot t_1 + \varphi_0)$, $y_1 = A$ $\Rightarrow$ $\sin(5t_1 + \pi/6) = 1$ $\Rightarrow$ $t_1 = \dfrac{\pi}{15}(6k+1)$,

$k = 0,1,2,\ldots$ és $t_1 = \dfrac{\pi}{15}s$ — 1 p

c.) $F = -ky_1$ $\Rightarrow$ $k = -\dfrac{F}{y_1} = 100\,N/m$ — 1 p

$\omega^2 = \dfrac{k}{m}$ $\Rightarrow$ $m = \dfrac{k}{\omega^2} = 4kg$ — 1 p

$E_m = \dfrac{mv_2^2}{2} = \dfrac{0{,}08}{3}J$, $E_h = \dfrac{kA^2}{2} - E_m = \dfrac{0{,}16}{3}J$ — 1 p

II. feladat

a.) $Q = 0$ $\Rightarrow$ $\Delta U + L = 0$ $\Rightarrow$ $\Delta U = -L$ — 1 p

$L = \dfrac{kx^2}{2}$, $\Delta U = \nu C_V(T_2 - T_1)$ — 1 p

$\nu C_V T_2 = \dfrac{3}{2}\nu RT_2 = \dfrac{3}{2}p_2V_2$ — 1 p

$p_2 = \dfrac{kx}{S}$, $V_2 = S(l + x)$ — 1 p

$\Rightarrow$ $\dfrac{3}{2}kx(l+x) - \dfrac{3}{2}\nu RT_1 = -\dfrac{kx^2}{2}$ $\Rightarrow$

$4kx^2 + 3klx - 3\nu RT_1 = 0$ $\Rightarrow$ $x^2 + 0{,}75x - 1{,}125 = 0$ $\Rightarrow$ $x_1 = 0{,}75m$, $x_2 < 0$ — 1 p b.) Legyen α_M a szögamplitúdó, $\alpha(t)$ a pillanatnyi szögkitérés. Az anyagi pont gyorsulása

$\vec{a} = \dfrac{\vec{G}+\vec{T}}{m}$ és $a = \sqrt{a_t^2 + a_r^2}$, ahol a_t a gyorsulás tangenciális, a_r radiális komponense 1 p

$a_t = \dfrac{G \cdot \sin\alpha}{m} = g \cdot \sin\alpha$, $a_r = \dfrac{v^2}{l}$, ahol l az inga hossza, v az anyagi pont sebessége $\alpha(t)$ szögkitérésnél 1 p

Az energia megmaradásának törvényéből $\Rightarrow$ $\dfrac{mv^2}{2} = mg(h_M - h)$ $\Rightarrow$

$v^2 = 2gl(\cos\alpha_M - \cos\alpha)$ 1 p

Legyen $x = \cos\alpha$, akkor $a_t^2 = g^2(1-x^2)$ és $a_r^2 = 4g^2(\cos\alpha_M - x)^2$ $\Rightarrow$

$a(x) = g\sqrt{3x^2 - 8\cos\alpha_M \cdot x + 1 + 4\cos^2\alpha_M}$ 1 p

Mivel x^2 együtthatója pozitív, az $a(x)$ függvénynek minimuma van az $x = -\dfrac{b}{2a}$ értéknél,

tehát $x = \cos\alpha = \dfrac{8\cos\alpha_M}{6} = \dfrac{4}{3}\cos\alpha_M$.

Mivel $\cos\alpha < 1$ $\Rightarrow$ $\cos\alpha_M < \dfrac{3}{4}$ 1 p

III. feladat

a.) $T_0 = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g}}$ $\Rightarrow$ $l = \dfrac{gT_0^2}{4\pi^2} = 0{,}25m$ 1 p

b.) A fülkék gyorsuló mozgást végeznek, ezért változik a periódus 1 p

A gyorsulásokat az $ma_1 = G - T$, és 1 p

$ma_2 = 2T - G$ 1 p

dinamikai egyenletekből, valamint az $l_1 = 2l_2$ 1 p $\Rightarrow$ $a_1 = 2a_2$ 1 p

összefüggésekből határozhatjuk meg.

Az egyenletrendszert megoldva $\Rightarrow$ $a_2 = \dfrac{g}{5}$, $a_1 = \dfrac{2g}{5}$ 1 p

$T_1 = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g - a_1}} = \sqrt{\dfrac{5}{3}}T_0$ 1 p

$T_2 = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g + a_2}} = \sqrt{\dfrac{5}{6}}T_0$ 1 p

c.) $T_1 = T_2 = T_0$ $\Rightarrow$ $l_1 = \dfrac{3}{5}l = 0{,}15m$ és $l_2 = \dfrac{6}{5}l = 0{,}3m$ 1 p