

JAVÍTÓKULCS**I. feladat**

- 1) A vízszintes hajításkor a sebességek vízszintes (Ox) irányú összetevője nem változik meg.

0,5 p

$$\text{Így } \operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{v_{1y}}{v_{1x}} = \frac{v_{1y}}{v_1} \text{ és } \operatorname{tg} \alpha_2 = \frac{v_{2y}}{v_{2x}} = \frac{v_{2y}}{v_2}, \quad 0,5 \text{ p}$$

$$\text{Amikor a sebességek irányai egymásra merőlegesek } \alpha_1 + \alpha_2 = \frac{\pi}{2} \quad 0,5 \text{ p}$$

$$\text{Ebből következik: } \operatorname{tg} \alpha_2 = \operatorname{ctg} \alpha_1, \text{ így } \frac{v_{2y}}{v_2} = \frac{v_1}{v_{1y}}, \text{ ahonnan } v_{1y} v_{2y} = v_1 v_2. \quad 1 \text{ p}$$

$$\text{De } v_{1y} = v_{2y} = gt, \quad \Rightarrow \quad g^2 t^2 = v_1 v_2, \text{ és } t = \frac{\sqrt{v_1 v_2}}{g}. \quad 1 \text{ p}$$

$$\text{Ezt felhasználva kapjuk: } d = (v_1 + v_2)t = \frac{(v_1 + v_2)\sqrt{v_1 v_2}}{g} = 2,42 \text{ m.} \quad 0,5 \text{ p} \quad /4 \text{ p}$$

- 2) a) $f_1 = \mu_1 mg \cos \alpha$ a súrlódási erő az m_1 tömegű test és a lap között 0,5 p

$$\text{illetve } f_2 = \mu_2 (M + m) g \cos \alpha \text{ a súrlódási erő a lap és a lejtő között.} \quad 0,5 \text{ p}$$

Az m tömegű test mozgásegyenlete, amikor a lap felfele csúszik

$$mg \sin \alpha + f_1 = ma \quad 1 \text{ p}$$

$$\text{A lap felfele csúszásának feltétele: } f_1 \geq f_2 + Mg \sin \alpha \quad 1 \text{ p}$$

ahonnan

$$a \geq g \left(1 + \frac{M}{m} \right) (\sin \alpha + \mu_2 \cos \alpha) \quad 1 \text{ p} \quad /4 \text{ p}$$

- b) Tehát a test gyorsulása független μ_1 -től, de csak akkor valósítható meg a mozgás, ha

$$f_1 \geq ma - mg \sin \alpha \quad 1 \text{ p}$$

$$\Rightarrow \quad \mu_1 mg \cos \alpha \geq [g(m + M)(\sin \alpha + \mu_2 \cos \alpha)] - mg \sin \alpha \quad \Rightarrow$$

$$\mu_1 \geq \frac{m(a - g \sin \alpha)}{mg \cos \alpha} = \mu_2 + \frac{M}{m} (\operatorname{tg} \alpha + \mu_2) \quad 1 \text{ p} \quad /2 \text{ p}$$

II. feladat

a)

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} \Rightarrow p = f \cdot \Delta t \Rightarrow v_0 = \frac{F \Delta t}{m} = 20 \text{ m/s} \quad 1 \text{ p}$$

$$v_{0y} = \sqrt{2gh} = 16 \text{ m/s} \quad 1 \text{ p}$$

$$v_{0x} = \sqrt{v_0^2 - v_{0y}^2} = 12 \text{ m/s} \quad 1 \text{ p}$$

$$v_{0y} = gt \Rightarrow t = \frac{v_{0y}}{g} = 1,6 \text{ s} \quad 0,5 \text{ p}$$

$$x = v_{0x} \cdot t = 19,2 \text{ m} \quad 0,5 \text{ p}$$

$$d = \sqrt{h^2 + x^2} = 23,08 \text{ m} \quad 1 \text{ p} \quad /5 \text{ p}$$

b) A labda mozgási energiáját a pálya csúcspontján kizárólag a sebesség x irányú vetülete adja, tehát ekkor minimális az értéke 0,5 p

$$E_{c \min} = \frac{1}{2} m v_x^2 = 32,4 \text{ J} \quad 1,5 \text{ p} \quad /2 \text{ p}$$

c)

$$\tan \alpha = \frac{v_{0y}}{v_x} = \frac{16}{12} \Rightarrow \alpha = \arctg \frac{16}{12} \quad 1 \text{ p} \quad /1 \text{ p}$$

d)

$$x = v_{0x} \cdot t_1 \Rightarrow t_1 = \frac{x}{v_{0x}} = 2,92 \text{ s} \quad 1 \text{ p}$$

$$y = v_{0y} \cdot t_1 - \frac{gt_1^2}{2} = 4,09 \text{ m} , \quad \text{A labda } 1,64 \text{ m-rel száll a kapó felé} \quad 1 \text{ p} \quad /2 \text{ p}$$

III. feladat

1) Az első test lassuló mozgást végez $a_1 = g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha) = 6\sqrt{2} \text{ m/s}$ lassulással

1 p

A második test gyorsuló mozgást végez $a_2 = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha) = 4\sqrt{2} \text{ m/s}$ gyorsulással

1 p

$$\text{Találkozásukkor} \quad v_0 + a_2 t = 2(v_0 - a_1 t) \Rightarrow t = \frac{v_0}{a_2 + 2a_1} = \frac{5\sqrt{2}}{16} = 0,442 \text{ s} \quad 1 \text{ p}$$

$$\text{Sebességeik a találkozásakor} \quad v_1 = v_0 - a_1 t = 6,25 \text{ m/s} , \text{ illetve } v_2 = v_0 + a_2 t = 12,5 \text{ m/s} \quad 1 \text{ p}$$

$$\text{A megtett utak} \quad s_1 = \frac{v_0 + v_1}{2} t = 3,55 \text{ m} \quad \text{és} \quad s_2 = \frac{v_0 + v_2}{2} t = 4,97 \text{ m} , \quad \text{így a lejtő hossza}$$

$$l = s_1 + s_2 = 8,52 \text{ m} \quad 1 \text{ p}$$

$$\text{A lejtő magassága} \quad h = l \cdot \sin \alpha = 6 \text{ m} \quad 1 \text{ p} \quad /6 \text{ p}$$

- 2) a) A centripetális erő a \vec{G} és \vec{T} erők eredője $\Rightarrow \vec{F}_{cp} = \vec{G} + \vec{T}$ 0,5 p
 $\Rightarrow T \sin \alpha = m \omega^2 R$ és $T \cos \alpha = mg$ 1 p
A két egyenletet elosztva $\Rightarrow \tan \alpha = \frac{\omega^2 R}{g}$, 0,5 p
de $\omega = \frac{2\pi}{T}$ és $\sin \alpha = \frac{R}{l}$ \Rightarrow egy teljes forgás ideje $t = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g} \cos \alpha}$ 1 p /3 p
b) $v = \frac{2\pi R}{t} = \sqrt{lg \sin \alpha \cdot \tan \alpha}$ 1 p /4p

