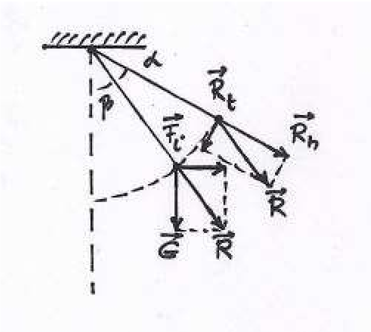
JAVÍTÓKULCS

I. feladat

a)



0,5 p

$R=\sqrt{G^2+F_i^2}=m\sqrt{g^2+a^2}$ 0,5 p

$R_t=R\cdot\sin(\alpha)=m\cdot\sqrt{g^2+a^2}\cdot\sin(\alpha)$ 0,5 p

$\alpha\sim$ kicsi $\Rightarrow$ $R_t\simeq m\cdot\sqrt{g^2+a^2}\cdot\alpha$ 0,5 p

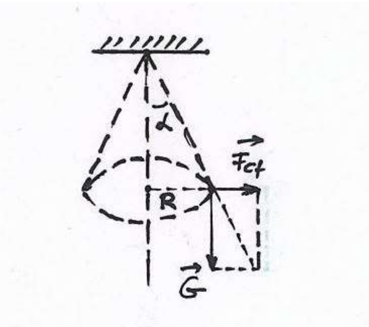
$\alpha\approx\frac{-x}{2}$ 0,5 p $\Rightarrow$ $R_t=\frac{-m}{l}\cdot\sqrt{g^2+a^2}\cdot x$ 0,5 p

$\Rightarrow$ $R_t = -kx$; $k=\frac{m}{l}\cdot\sqrt{g^2+a^2}$ 0,5 p

$T=2\pi\cdot\sqrt{\frac{m}{k}}$ $\Rightarrow$ $T=2\pi\cdot\sqrt{\frac{R}{\sqrt{g^2+a^2}}}=2s$ 0,5 p

/ 4 p

b)



0,5 p

$F_{cf} = m\omega^2R$ 0,5 p

$\frac{F_{cf}}{R}=\frac{G}{\sqrt{l^2-R^2}}$ 0,5 p

$\sqrt{l^2-R^2}=l\cdot\sqrt{1-\left(\frac{R}{l}\right)^2}=l\cdot\sqrt{1-\sin^2\alpha}=l\cdot\cos\alpha$ 0,5 p

$\Rightarrow$ $\frac{m\cdot\omega^2\cdot R}{R}=\frac{m\cdot g}{l\cdot\cos(\alpha)}$ $\Rightarrow$ $\omega^2=\frac{g}{l\cdot\cos(\alpha)}$ 0,5 p

$\Rightarrow \qquad T=2\pi\cdot\sqrt{\frac{l\cdot\cos(\alpha)}{g}}$ 0,5 p

Az a) ponthoz hasonlóan $T=2\pi\cdot\sqrt{\frac{l}{\sqrt{g^2+a^2}}}$ 0,5 p

$a = v^2/R$ 0,5 p $\Rightarrow$ $2\pi\cdot\sqrt{\frac{l}{\sqrt{g^2+a^2}}}=2\pi\cdot\sqrt{\frac{l\cdot\cos(\alpha)}{g}}$ 0,5 p

$\Rightarrow \qquad \frac{\cos(\alpha)}{g}=\frac{1}{\sqrt{g^2+a^2}} \qquad \Rightarrow$

$$a^2=\frac{g^2}{(\cos(\alpha))^2}-g^2=\frac{g^2}{(\cos(\alpha))^2}\cdot(1-(\cos(\alpha))^2)=\frac{g^2\cdot(\sin(\alpha))^2}{(\cos(\alpha))^2}$$

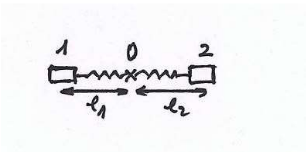
$\Rightarrow \qquad a = g\,\mathrm{tg}\alpha$ 1 p $\Rightarrow$ $v^2 = Rg\,\mathrm{tg}\alpha$ $\Rightarrow$

$\Rightarrow \qquad v=\sqrt{R\cdot g\cdot tg\alpha}=\sqrt{20\cdot 9{,}8\cdot 1}=14\,\frac{m}{s}$ 0,5 p

/ 6 p

II. feladat

$T_{10}=2\pi\cdot\sqrt{\frac{m_1}{k}}$ 0,5 p $T_{20}=2\pi\cdot\sqrt{\frac{m_2}{k}}$ 0,5 p



0,5 p

Mivel a testekre csak belső erők hatnak az O tömegközéppont nem változtatja helyzetét (nyugalomban van) 0,5 p $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ Úgy tekinthetjük, hogy m_1 az l_1, az m_2 pedig az l_2 hosszúságú rugóhoz kötöttek 0,5 p

$\Rightarrow \qquad T_1=2\pi\cdot\sqrt{\frac{m_1}{k_1}}$ és $T_2=2\pi\cdot\sqrt{\frac{m_2}{k_2}}$ 0,5 p

F = ((Es)/l)•Δl 0,5 p $\Rightarrow$ k = (Es)/l $\Rightarrow$ kl = állandó 0,5 p

$\Rightarrow$ $k_1l_1 = k_2l_2 = kl$ 0,5 p $\Rightarrow$ $k_1 = k\cdot(l/l_1)$ és $k_2 = k\cdot(l/l_2)$ 0,5 p

$x_{tk}=\frac{m_1\cdot x_1+m_2\cdot x_2}{m_1+m_2}$ 1 p

Origónak az O tömegközéppontot választva

$x_1 = -l_1$, $x_2 = l_2$ $\Rightarrow$ $m_1l_1 = m_2l_2$ 1 p

de $l_1 + l_2 = l$ 0,5 p $\rightarrow$ $\frac{l}{l_1}=\frac{m_1+m_2}{m_2}$ és $\frac{l}{l_2}=\frac{m_1+m_2}{m_1}$ 1 p

$$T_1 = 2\pi\cdot\sqrt{\frac{m_1\cdot m_2}{k\cdot(m_1+m_2)}} = T_2$$ 0,5 p

$$m_1 = \frac{T_{10}^2\cdot k}{4\cdot\pi^2}\ ;\qquad m_2 = \frac{T_{20}^2\cdot k}{4\cdot\pi^2}\qquad\Rightarrow\qquad T_1 = \frac{T_{10}\cdot T_{20}}{\sqrt{T_{10}^2+T_{20}^2}} = 2{,}4\,s$$ 1 p

III. feladat

1) / a)

$v_1 = \frac{c+V}{c}v_{01}$ 0,5 p $\qquad v_2 = \frac{c-V}{c}v_{02}$ 0,5 p

$\frac{v_2}{v_1} = \frac{(c-V)\cdot v_{02}}{(c+V)\cdot v_{01}}$ 0,5 p

$v_1' = \frac{c-V}{c}v_{01}$ 0,5 p $\qquad v_2' = \frac{c+V}{c}v_{02}$ 0,5 p

$\frac{v_2/v_1}{v_2'/v_1'} = \frac{(c-V)^2}{(c+V)^2}$ 0,5 p $\quad\Rightarrow\quad \left(\frac{c-V}{c+V}\right)^2 = \frac{v_2\cdot v_1'}{v_1\cdot v_2'} = n = \frac{5}{6}$ 0,5 p

$\frac{c-V}{c+V} = \pm\sqrt{n}$ 0,5 p $\quad\Rightarrow$

I. $c-V = \sqrt{n}\cdot(c+V) \quad\Rightarrow\quad V = \frac{c\cdot(1-\sqrt{n})}{1+\sqrt{n}} \simeq 15\frac{m}{s}$ 0,5 p

II. $c-V = -\sqrt{n}\cdot(c+V) \quad\Rightarrow\quad V = \frac{c\cdot(1+\sqrt{n})}{1-\sqrt{n}} \simeq 7244{,}9\frac{m}{s}$

fizikailag lehetetlen 0,5 p

/ 5 p

b) $\frac{v_{02}}{v_{01}} = \frac{v_2\cdot(c+V)}{v_1\cdot(c-V)} = 1{,}369$ 1 p

2) Alkalmazzuk Kirchhoff törvényeit az 1. *ábra* A csomópontjára és az $ARBE_1A$, illetve az $ARBE_2A$ hurkokra: $I = I_1 + I_2$, 0,5 p $\qquad E_1 = I_1 r_1 + IR$ 0,5 p

és $E_2 = I_2 r_2 + IR$ 0,5 p

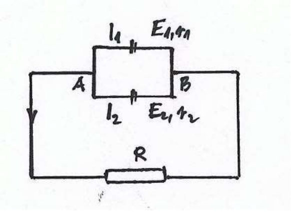
A két utolsó egyenletből fejezzük ki I_1-et és I_2-őt, majd helyettesítsük be az első egyenletbe, kapjuk:

$$I = \frac{E_1 r_2 + E_2 r_1}{r_1 r_2 + R(r_1+r_2)} = \frac{\frac{E_1 r_2 + E_2 r_1}{r_1+r_2}}{\frac{r_1 r_2}{r_1+r_2}+R}$$ 1 p

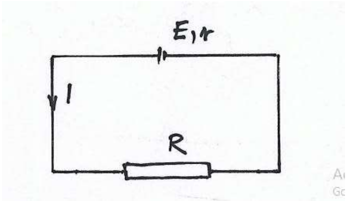
Alkalmazva Ohm törvényét a 2. *ábra* esetében, írhatjuk $I = \frac{E}{R+r}$. 0,5 p

Annak a feltétele, hogy az áramerősség értéke mindkét esetben ugyanaz legyen:

$$E = \frac{E_1 r_2 + E_2 r_1}{r_1+r_2} \qquad \text{és} \qquad r = \frac{r_1 r_2}{r_1+r_2}$$ 1 p



1. *ábra*



2. *ábra*

/ 4 p