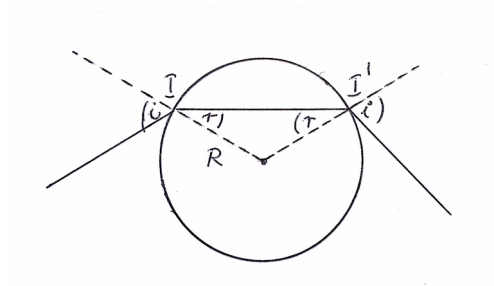


JAVÍTÓKULCS

I. feladat

1.)



a) l : a határszög $\sin(l) = \frac{1}{n} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$d = II' = 2R \cos r$ r legnagyobb értéke l , a határszög

$d_{\min} = 2R \cos(l) = 2R \frac{1}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} \cdot R$ 1 p

r legkisebb értéke 0, $\cos i = 1$

$d_{\max} = 2R$ 1 p

$\sqrt{2} \leq d \leq 2R$
 $4,26 \text{ cm} \leq d \leq 6 \text{ cm}$

b) $t_{\min} = \frac{d_{\min}}{v} = \frac{\sqrt{2} \cdot 3 \cdot 10^{-2} \cdot \sqrt{2}}{3 \cdot 10^8} = 2 \cdot 10^{-10} \cdot s$ 1 p

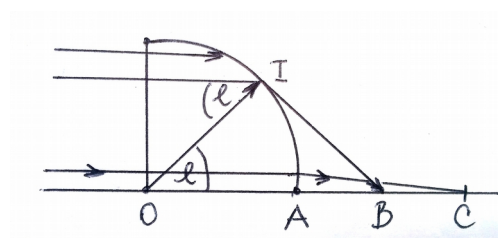
$v = \frac{3 \cdot 10^8}{\sqrt{2}} \cdot m/s$

$t_{\max} = \frac{d_{\max}}{v} = \frac{6 \cdot 10^{-2} \cdot \sqrt{2}}{3 \cdot 10^8} = 2,82 \cdot 10^{-10} \cdot s$ 1 p

c) a fénysugarak megfordíthatóságának értelmében $r = r'$ 1 p

r nem lehet nagyobb a határszögnél, tehát r' sem lehet nagyobb l -nél,
 nem történhet teljes visszaverődés az üveggömbben 1 p

2.)



Az a fénysugár éri el a negyedhengerhez legközelebb az asztalt, amely a henger felületére

l (határszög) alatt esik be. $\sin l = \frac{1}{n}$ 0,5 p

Ekkor a kilépő fénysugár (IB) a hengerfelület érintője 0,5 p

$$OB = \frac{R}{\cos r}, \quad AB = OB - R = R \left(\frac{1}{\cos r} - 1 \right) \Rightarrow \cos r = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow$$

$$\sin l = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow n = \sqrt{2} \quad 1 \text{ p}$$

Az asztal felületét legtávolabb a hengerfelületre kis beesési szög alatt érkező fénysugarak érik el.

0,5 p

A negyedhenger asztalhoz közeli részét úgy tekinthetjük, mint egymás után helyezett síkpárhuzamos lemezt és egy R sugarú vékony üveglencsét.

0,5 p

A lencse előtt található síkpárhuzamos lemeztől párhuzamos fénysugarak érkeznek

a lencsére, ezeket a lencse a fókuszban gyűjti össze: $AC = f = \frac{R}{n-1} = \frac{R}{\sqrt{2}-1}$

1 p

Más megoldás:

Az asztal felületéhez, vele párhuzamosan haladó vékony sugárnyalábot a $-R$

gömbületi sugarú gömb törőfelület az $f_2 = \frac{n_2(-R)}{n_2 - n_1} = \frac{R}{\sqrt{2}-1}$ képtéri fókuszban

gyűjti össze.

1,5 p

II. feladat

a) $x_2 - x_1 = 125$ $x_1 = -25 \text{ cm}$ $x_2 = 100 \text{ cm}$ 1 p
 $\frac{1}{20} = \frac{1}{x_2} - \frac{1}{x_1}$ $x_1 = -100 \text{ cm}$ $x_2 = 25 \text{ cm}$ 1 p

A fénysugarak megfordíthatóságának értelmében a tárgytávolság és a képtávolság felcserélődhet.

1 p

b) $L = x_2 - x_1$ 0,5 p
 $\frac{1}{f} = \frac{1}{x_2} - \frac{1}{x_1}$ 0,5 p

Ezt az egyenletet megoldjuk x_1 -re: $x_1 = \frac{-L \pm \sqrt{L^2 - 4Lf}}{2}$ $x_1^2 + x_1f + Lf = 0$ 1 p

c) Akkor jelenik meg éles kép az ernyőn, ha a diszkrimináns pozitív vagy nulla 1 p
 $L \geq 4f$ 1 p

d) $x_1 = x_1'$ ha $L^2 - 4Lf = 0$ $L = 4f$ $L = 80 \text{ cm}$ 1 p

e) y_1 : a tárgy magassága, y_2 : az egyik kép magassága, y_2' a másik kép magassága.

$\frac{y_2}{y_1} = \frac{x_2}{x_1} = \beta$ $\frac{y_2}{y_1} = \frac{x_1}{x_2} = \frac{1}{\beta}$ $\frac{y_2 \cdot y_2'}{y_1^2} = 1$ $y_1 = \sqrt{y_2 \cdot y_2'} = 6 \text{ mm}$ 1 p

Mindkét képre ugyanannyi fény jut, ezért a kisebb kép fényesebb.

0,5 p

Az e) pont adatai alapján: $\beta = -3$

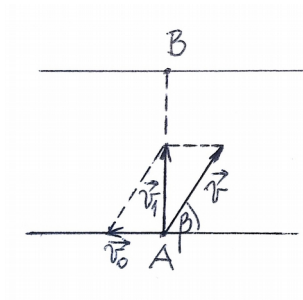
$x_2 = 3x_1$

$\frac{1}{x_2} - \frac{1}{x_1} = \frac{1}{f}$ $x_1 = -26,66 \text{ cm}$ $x_2 = 80 \text{ cm}$ $L = 106,66 \text{ cm}$ 0,5 p

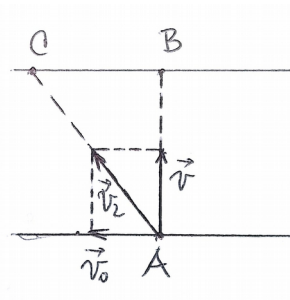
III. feladat

1.)

a)



1. diákra (1 p)



2. diákra (1 p)

b) $\cos(\beta) = \frac{v_0}{v} = 0,6$ 1 p

c) $t = \frac{d}{v_1} = \frac{d}{\sqrt{v^2 - v_0^2}} = 250 \text{ s}$ 1 p

d) $\frac{d}{v_e} + \frac{d \cdot v_0}{v \cdot u} = t$ u: a diák sebessége a CB szakaszon 1 p

$$u = \frac{\frac{d}{v} \cdot v_0}{t - \frac{d}{v}} = 2,4 \text{ m/s}$$
 1 p

2.)

$$t_{\text{folyó}} = \frac{d}{v - v_0} + \frac{d}{v + v_0} = \frac{2 \cdot d \cdot v}{v^2 - v_0^2}$$
 1 p

$$t_{\text{álló}} = \frac{2d}{v}$$
 1 p

ahol v_0 a folyó sebessége a parthoz képest

$$t_{\text{folyó}} > t_{\text{álló}}$$
 1 p

$$\frac{2d \cdot v}{v^2 - v_0^2} > \frac{2d}{v} \quad \text{Bizonyítás.}$$
 1 p

$v^2 > v^2 - v_0^2$ igaz állítás, ha $v < v_0$ a hajó nem is tudna felfelé haladni a folyón.