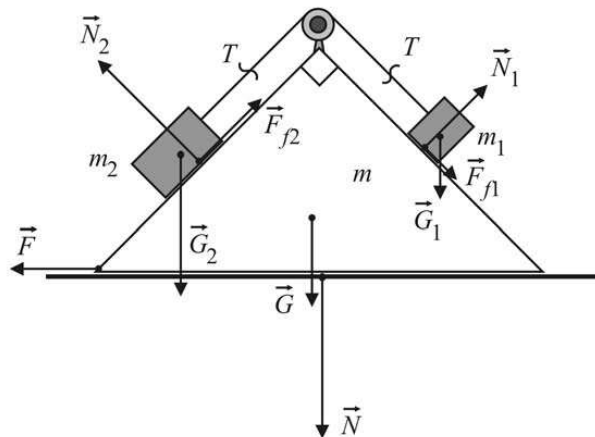


JAVÍTÓKULCS

I. feladat

a)



Erők helyes ábrázolása

0,5 p

$$m_1 a = T - G_{t1} - F_{f1}$$

0,5 p

$$m_2 a = G_{t2} - F_{f2} - T$$

0,5 p

$$G_{t1} = m_1 g \sin \alpha$$

0,5 p

$$G_{t2} = m_2 g \sin \alpha$$

0,5 p

$$F_{f1} = m_1 g \cos \alpha$$

0,5 p

$$F_{f2} = m_2 g \cos \alpha$$

0,5 p

$$\Rightarrow a = g \frac{(m_2 - m_1) \sin \alpha - \mu (m_1 + m_2) \cos \alpha}{m_1 + m_2}$$

0,5 p

$$\Rightarrow a = \frac{\sqrt{2}}{2} g \left( \frac{k-1}{k+1} - \mu \right)$$

0,5 p

/4,5p

$$b) N = mg + 2 T \sin \alpha + (N_1 + N_2) \cos \alpha + (F_{f1} - F_{f2}) \sin \alpha$$

1 p

$$\text{ahol } T = \frac{2 m_1 m_2 g}{m_1 + m_2} \sin \alpha = \frac{\sqrt{2} k}{k+1} m_1 g$$

1 p

$$N_1 = G_{n1} = m_1 g \cos \alpha$$

0,5 p

$$N_2 = G_{n2} = m_2 g \cos \alpha$$

0,5 p

$$\Rightarrow N = mg + \frac{1}{2} m_1 g \left( \frac{4k}{k+1} + k + 1 + \mu (k-1) \right)$$

0,5 p

/3,5 p

$$c) F = (N_2 - N_1) \sin \alpha - (F_{f2} + F_{f1}) \cos \alpha$$

1 p

$$F = \frac{1}{2} m_1 g (k - 1 - \mu(k + 1))$$

1 p

/2 p

## II. feladat

$$1) F = ES \frac{\Delta l}{l}$$

0,5 p

$\Rightarrow$

$$\frac{\Delta l}{l} = \frac{F}{ES}$$

0,5 p  $\Rightarrow$

Ha egy  $l$  hosszúságú rugó  $F$  erő hatására  $\Delta l$ -el megnyúlik, akkor ugyanezen erő hatására az  $l/2$  hosszúságú rugó megnyúlása  $\Delta l/2$  lesz.

1 p

A rugalmassági együttható meghatározása értelmében  $k = F/\Delta l$ ,

0,5 p

így a keletkezett rugók rugalmassági együtthatója  $k' = \frac{F}{\Delta l'} = 2 \frac{F}{\Delta l} = 2k$

0,5 p

Ha a rugókat párhuzamosan kapcsoljuk a rendszerre ható  $F$  erőt felbonthatjuk az  $F_1$  és  $F_2$  párhuzamos összetevőkre, így  $F = F_1 + F_2$ .

0,5 p

Figyelembe véve, hogy mindegyik erő ugyanazt a megnyúlást hozza létre, felírhatjuk,

$$\text{hogy } k\Delta l = k_1\Delta l + k_2\Delta l,$$

0,5 p

$\Rightarrow$

$$k = k_1 + k_2$$

0,5 p

$$\text{De } k_1 = k_2 = 2k,$$

$\Rightarrow$

$$k' = 4k = 24 \text{ N/m}$$

0,5 p /5 p

2) A következő jelöléseket használjuk:

$n_1$  és  $n_2$  – a  $\rho_1$ , illetve  $\rho_2$  sűrűségű anyagból készült építőelemek száma

$m_1$  és  $m_2$  – a  $\rho_1$ , illetve  $\rho_2$  sűrűségű anyagból készült építőelem tömege

$V_0$  – egy építőelem térfogata

$M$  – az építmény tömege

$V$  – az építmény térfogata

$$\rho_1 = m_1/V_0 \quad \text{és} \quad \rho_2 = m_2/V_0$$

0,5 p

$$M = n_1 m_1 + n_2 m_2 = (n_1 \rho_1 + n_2 \rho_2) V_0$$

1 p

$$V = (n_1 + n_2) V_0$$

0,5 p

$$\rho_k = M/V = (n_1 \rho_1 + n_2 \rho_2) / (n_1 + n_2)$$

1 p

$$\rho_1 < \rho_k < \rho_2, \quad \text{ezért} \quad \Delta \rho_1 = \rho_k - \rho_1 \quad \text{illetve} \quad \Delta \rho_2 = \rho_2 - \rho_k$$

0,5 p

$$A = \Delta \rho_1 / \Delta \rho_2 = (\rho_k - \rho_1) / (\rho_2 - \rho_k) = n_2 / n_1$$

0,5 p

$$A = n_2 / n_1$$

$$N = n_1 + n_2 \quad \Rightarrow \quad n_1 = N / (A + 1) \quad \text{és} \quad n_2 = NA / (A + 1)$$

0,5 p

$$\text{Számszerűen: } n_1 = 8 \text{ és } n_2 = 24$$

0,5 p /5 p

## III. feladat

1)

a) Az égitestek között fellépő vonzóerő szolgáltatja a körmozgást biztosító centripetális erőt

0,5 p

$$m_1 \omega_1^2 r_1 = K \frac{m_1 m_2}{L^2}$$

1 p

$$m_1 \omega_2^2 r_2 = K \frac{m_1 m_2}{L^2}$$

0,5 p

$$\Rightarrow m_1 \omega_1^2 r_1 = m_2 \omega_2^2 r_2$$

0,5 p,

mivel  $r_1 + r_2 = L = \text{állandó}$

0,5 p

$$\Rightarrow T_1 = T_2 = T$$

$$\text{és} \quad \omega_1 = \omega_2 = \omega$$

0,5 p

$\Rightarrow$

$$m_1 r_1 = m_2 r_2$$

0,5 p

$$\Rightarrow r_1 = \frac{m_2}{m_1 + m_2} L, \quad r_2 = \frac{m_1}{m_1 + m_2} L \quad 0,5 \text{ p}$$

Behelyettesítve az értékeket:  $r_1 = 4,45 \cdot 10^{10} m$  és  $r_2 = 2,22 \cdot 10^{10} m$  0,5 p /5 p

b)  $m_1 \omega^2 r_1 = K \frac{m_1 m_2}{L^2} \Rightarrow \omega = \frac{1}{L} \sqrt{\frac{K(m_1 + m_2)}{L}} = 2,25 \cdot 10^{-6} \text{ rad/s}$  0,5 p

c)  $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2,79 \cdot 10^6 s$  0,5 p

2)  $\vec{v}_2 = \vec{v}_1 + \vec{v}_r \quad 0,5p \Rightarrow \vec{v}_r = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$  0,5 p

$$v_{rx} = v_{2x} - v_{1x} = v_0 \cos(-\alpha) - v_0 \cos \alpha = 0 \quad 0,5 \text{ p}$$

$$v_{ry} = v_{2y} - v_{1y} \quad 0,5 \text{ p}$$

A felfelé irányt pozitívnak véve  $\Rightarrow v_{2y} = v_0 \sin(-\alpha) - gt = -v_0 \sin \alpha - gt$  0,5 p

$$v_{1y} = v_0 \sin \alpha - gt \quad 0,5 \text{ p} \Rightarrow$$

$$v_r = -v_0 \sin \alpha - gt - (v_0 \sin \alpha - gt) = -2v_0 \sin \alpha = -2 m/s \quad 0,5 \text{ p}$$

$\Rightarrow$  A relatív sebesség  $2 m/s$ , és függőlegesen lefelé irányított. 0,5 p /4 p