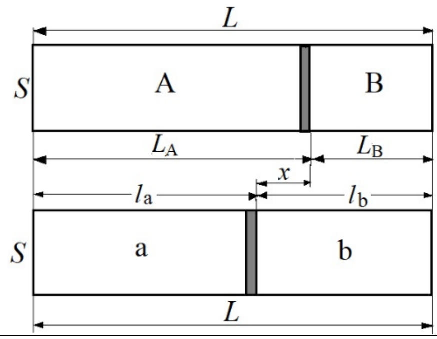
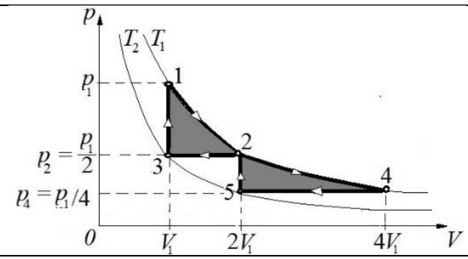
1. feladat (2 pont) (Fizika érettségi feladat)

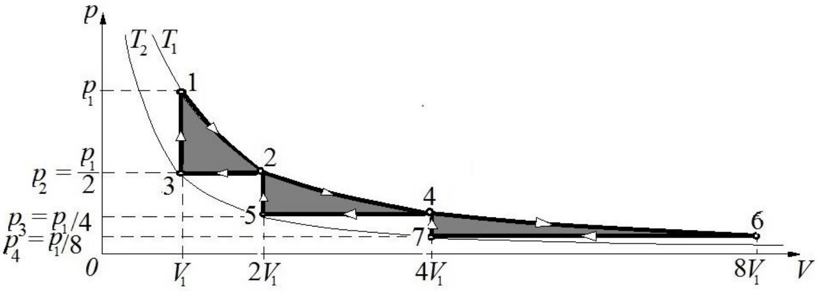
	A rajz 	**Pont**
a)	$m_0 = \mu/N_A = 28/6{,}023\cdot10^{26} = 4{,}65\cdot10^{-26}$ kg.	0,2
b)	Adott $V_A/V_B = 2$, valamint $T_A = 400$ K és $T_B = 300$ K. A gázok állapotegyenleteit elosztva $\frac{p_A V_A}{p_B V_B} = \frac{\nu_A R T_A}{\nu_B R T_B}$, majd mivel $m_A = m_B$, kapjuk $\frac{2\cdot p_A}{p_B} = \frac{\mu_B T_A}{\mu_A T_B}$, ahonnan $p_A/p_B = 1{,}75$.	0,4
c)	Legyen a henger keresztmetszete S, akkor $V_A/V_B = S\cdot L_A/S\cdot L_B = 2$.	0,2
	Innen $L_A = 2\cdot L_B$, és $L_A + L_B = 1$, következik $L_A = 2/3$ m, és $L_B = 1/3$ m.	0,2
	$pV_a = \nu_A RT$ és $pV_b = \nu_b RT$ elosztásából kapjuk $V_a/V_b = \mu_a/\mu_b = 28/32$.	0,2
	$S\cdot l_a/S\cdot l_b = 7/8$, valamint $l_a + l_b = 1$, kapjuk $l_b = 8/15$ m. A rajzról látható: $x = l_b - L_B = 8/15 - 1/3 = 0{,}2$ m	0,4
d)	$\nu = \frac{m_A + m_B}{\mu} = \nu_A + \nu_B = \frac{m_A}{\mu_A} + \frac{m_B}{\mu_B}$, de mivel $m_A = m_B$ írhatjuk $\frac{2m_A}{\mu} = \frac{m_A}{\mu_A} + \frac{m_A}{\mu_B}$, vagyis $\frac{2}{\mu} = \frac{1}{\mu_A} + \frac{1}{\mu_B}$, végül: $\mu = \frac{2\mu_A\mu_B}{\mu_A + \mu_B} = 29{,}86$ kg/kmol.	0,4

Összesen: **2 pont**

2. feladat (3 pont) (Kovács Zoltán)

a) *Az első körfolyamat:*	Pont
$1\rightarrow2$ izoterma: $p_1\cdot V_1 = p_2\cdot 2V_1$, ahonnan: $p_2 = p_1/2$ 	0,2
$3\rightarrow1$ izochor: $p_1/T_1 = (p_1/2)/T_2$, ahonnan: $T_2 = T_1/2$	0,2
$Q_{le} = Q_{2\text{-}3} = \Delta U_{2\text{-}3} + L_{2\text{-}3} = \nu\cdot C_v\cdot(T_2 - T_1) + p_2\cdot(V_1 - 2V_1) =$	0,3
$= \nu\cdot C_v\cdot(T_2 - T_1) - p_2\cdot V_1 = -\nu\cdot C_v\cdot T_1/2 - \mathbf{p_1\cdot V_1}/2 = -\nu\cdot C_v\cdot T_1/2 - \nu R T_1/2 = -\nu\cdot \mathbf{C_p}\cdot T_1/2$	0,2
$L_{1\text{-}2\text{-}3} = Q_{fel} + Q_{le} = Q_{1\text{-}2} + Q_{3\text{-}1} + Q_{2\text{-}3} = \nu\cdot R\cdot T_1\cdot\ln(2V_1/V_1) + \nu\cdot C_v\cdot(T_1 - T_2) - \nu\cdot C_p\cdot T_1/2 =$	0,3
$= \nu\cdot R\cdot T_1\cdot\ln 2 + \nu\cdot C_v\cdot T_1/2 - \nu\cdot C_p\cdot T_1/2 = \nu\cdot R\cdot T_1\cdot\ln 2 - \nu\cdot R\cdot T_1/2 = \nu\cdot R\cdot T_1\cdot(\ln 2 - 1/2)$, ahol	0,2
felhasználtuk a Robert–Mayer egyenletet: $C_p - C_v = R$	0,1
A második körfolyamat:	
A $2\rightarrow4$ izotermán végbemenő folyamatra felírható: $p_2\cdot(2V_1) = p_4\cdot(4V_1)$, ahonnan $p_4 = p_2/2 = p_1/4$.	0,1
Láttuk, a $3\rightarrow1$ izotchor folyamatra felírható: $p_1/T_1 = (p_1/2)/T_2$, ahonnan $T_2 = T_1/2$	
$L_{2\text{-}4\text{-}5} = Q_{fel} - Q_{le} = Q_{2\text{-}4} + Q_{5\text{-}2} + Q_{4\text{-}5} = \nu\cdot R\cdot T_1\cdot\ln(4V_1/2V_1) + \nu\cdot C_v\cdot(T_1 - T_2) - \nu\cdot C_p\cdot T_1/2$, mivel:	0,1
$Q_{le} = Q_{4\text{-}5} = \Delta U_{4\text{-}5} + L_{4\text{-}5} = \nu\cdot C_v\cdot(T_2 - T_1) + p_4\cdot(2V_1 - 4V_1) = \nu\cdot C_p\cdot(T_2 - T_1) - 2p_1\cdot V_1/4 =$ $= -\nu\cdot C_v\cdot T_1/2 - p_1\cdot V_1/2 = -\nu\cdot C_v\cdot T_1/2 - \nu R T_1/2 = -\nu\cdot C_p\cdot T_1/2$	0,1
Így $L_{2\text{-}4\text{-}5} = \nu\cdot R\cdot T_1\cdot\ln 2 + \nu\cdot C_v\cdot T_1/2 - \nu\cdot C_p\cdot T_1/2 = \nu\cdot R\cdot T_1\cdot\ln 2 - \nu\cdot R\cdot T_1/2 = \nu\cdot R\cdot T_1\cdot(\ln 2 - 1/2)$	0,1

1,9 pont

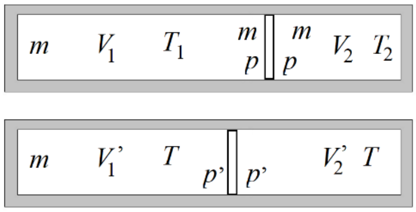
b) *Az n-ik körfolyamat (általánosítás)*	Pont
Ha a rajzon megadott alakú körfolyamatok mindig két izoterma között játszódnak le, és a szélső térfogatértékek aránya mindig 2, vagyis $V_{n+1} = 2\cdot V_n = 2^n\cdot V_1$ és $V_n = 2^{n-1}V_1$, akkor az n-ik folyamatra (a rajz 4→6 izotermáját véve alapul) felírható: 	0,2
$p_n\cdot(2^{n-1}V_1) = p_{n+1}\cdot(2^nV_1)$, ahol $p_n = p_1/2^{n-1}$ így $p_{n+1} = p_n/2 = p_1/2^n$.	0,2
A 7→4 izochor folyamatra pedig felírható: $p_n/T_1 = (p_1/2^n)/T_2$ és $(p_1/2^{n-1})/T_1 = (p_1/2^n)/T_2$, majd $2^{n-1}T_1 = 2^nT_2$, ahonnan $T_2 = T_1/2$	0,1
Továbbá a Robert–Mayer egyenlet alapján: $C_p - C_v = R$	
$L_{4\text{-}6\text{-}7} = Q_{fel} - Q_{le} = Q_{4\text{-}6} + Q_{7\text{-}4} + Q_{6\text{-}7} = \nu\cdot R\cdot T_1\cdot\ln(V_{n+1}/V_n) + \nu\cdot C_v\cdot(T_1 - T_2) - \nu\cdot C_p\cdot T_1/2$, ugyanis	0,1
$Q_{le} = Q_{6\text{-}7} = \Delta U_{6\text{-}7} + L_{6\text{-}7} = \nu\cdot C_v\cdot(T_2 - T_1) + p_{n+1}\cdot(V_n - V_{n+1}) = -\nu\cdot C_v\cdot(T_1 - T_2) + p_{n+1}\cdot(V_n - 2V_n) =$ $-\nu\cdot C_p\cdot T_1/2 - (p_1/2^n)\cdot V_n = -\nu\cdot C_v\cdot T_1/2 - (p_1/2^n)\cdot 2^{n-1}V_1 = -\nu\cdot C_v\cdot T_1/2 - \nu RT_1/2 = -\nu\cdot C_p\cdot T_1/2$	0,2
Így $L_{4\text{-}6\text{-}7} = \nu\cdot R\cdot T_1\cdot\ln 2 + \nu\cdot C_v\cdot T_1/2 - \nu\cdot C_p\cdot T_1/2 = \nu\cdot R\cdot T_1\cdot\ln 2 - \nu\cdot R\cdot T_1/2 = \nu\cdot R\cdot T_1\cdot(\ln 2 - 1/2)$	0,1

0,9 pont

c) A 3. körfolyamatra	Pont
$V_{n+1} = 2\cdot V_n = 2^n\cdot V_1$ és $V_n = 2^{n-1}V_1$,	0,2
$V_{3+1} = 2\cdot V_3 = 2^3\cdot V_1$ és $V_3 = 2^{3-1}V_1$,	
$V_4 = 2\cdot V_3 = 8\cdot V_1$ és $V_3 = 4\cdot V_1$,	
$p_n = p_1/2^{n-1}$, vagyis $p_3 = p_1/2^{3-1} = p_1/4$	
$p_{n+1} = p_n/2 = p_1/2^n$, azaz $p_{3+1} = p_3/2 = p_1/2^3$, $p_4 = p_3/2 = p_1/8$.	

Összesen: 3 **pont**

3. feladat (4 pont) (Fizika érettségi feladat)

			Pont
a)	a rajz		0,2
	a mértékegység átalakítása	$T_1 = 400$ K és $T_2 = 320$ K	0,2
	az azonos mennyiség, a dugattyú egyensúlya	$\nu_1 = m_1/\mu_1 = \nu_2 = m_2/\mu_2 = \nu =$ és $p_1 = p_2 = p$	0,2
	a termikus állapotegyenletek kezdetben	$pV_1 = \left(\frac{m_1}{\mu_1}\right)RT_1$ és $pV_2 = \left(\frac{m_2}{\mu_2}\right)RT_2$	0,2
	a sűrűségek kifejezése	$\rho_1 = \frac{m_1}{V_1} = \frac{p\mu_1}{RT_1}$ és $\rho_2 = \frac{m_2}{V_2} = \frac{p\mu_2}{RT_2}$	0,2
	a sűrűségek aránya	$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{m_2}{V_2}\cdot\frac{V_1}{m_1} = \frac{p\mu_1RT_2}{p\mu_2RT_1} = \frac{\mu_1T_2}{\mu_2T_1} = \frac{4\cdot 320}{32\cdot 400} = \mathbf{0{,}1}$	0,2
b)	a hőegyensúly és a mechanikai egyensúly	$T_1' = T_2' = T$ és $p_1' = p_2' = p'$	0,2
	termikus állapotegyenletek hőegyensúlyban	$p'V_1' = \left(\frac{m_1}{\mu_1}\right)RT$ és $p'V_2' = \left(\frac{m_2}{\mu_2}\right)RT$	0,2
	az 1-es és a 2-es térrész átalakulása	az 1-es $\frac{pV_1}{T_1} = \frac{p'V_1'}{T}$ és a 2-es $\frac{pV_2}{T_2} = \frac{p'V_2'}{T}$	0,2
	az előbbi egyenleteket elosztva	$\frac{V_1T_2}{T_1V_2} = \frac{V_1'}{V_2'}$ és $\frac{V_1'}{V_1} = \frac{T_2V_2'}{T_1V_2}$ így $\frac{\boldsymbol{V_2'}}{\boldsymbol{V_2}} = \frac{T_1\boldsymbol{V_1'}}{T_2\boldsymbol{V_1}}$ $\left(\frac{\boldsymbol{V_2'}}{\boldsymbol{V_2}} = \frac{5}{4}\cdot\frac{4{,}4}{9} = \frac{11}{18} = 0{,}61\right)$	0,2
	a henger össztérfogata állandó	$V_1 + V_2 = V_1' + V_2'$ osztva V_1-el	0,2
	$1 + \frac{V_2}{V_1} = \frac{V_1'}{V_1} + \frac{V_2'}{V_1}$ *és* $1 + 0{,}1 = \frac{V_1'}{V_1} + \frac{V_2}{V_1}\cdot\frac{V_2'}{V_2}$ *és* $1{,}1 = \frac{V_1'}{V_1} + 0{,}1\cdot\frac{T_1}{T_2}\cdot\frac{V_1'}{V_1}$ és $1{,}1 = \frac{V_1'}{V_1} + \frac{400\cdot V_1'}{320\cdot V_1}$		0,1
		$1{,}1 = \frac{V_1'}{V_1} + \frac{5\cdot V_1'}{4\cdot V_1}$, ahonnan $\frac{\boldsymbol{V_1'}}{\boldsymbol{V_1}} = \frac{4{,}4}{9} = \mathbf{0{,}48}$	0,1

c)	a belső energia változása	a He $\Delta U_1 = U_1' - U_1$ és az O_2 $\Delta U_2 = U_2' - U_2$	0,2
	zárt rendszer belső energiája megmarad.	$\Delta U_1 + \Delta U_2 = 0$	0,2
	a He belső energiái	$U_1 = 1{,}5\nu RT_1$ és $U_1' = 1{,}5\nu RT$	0,2
	a He belső energiaváltozása	$\Delta U_1 = 1{,}5\nu RT - 1{,}5\nu RT_1$	0,1
	az O_2 belső energiái	$U_2 = 2{,}5\nu RT_2$ és $U_2' = 2{,}5\nu RT$	0,2
	az O_2 belső energiaváltozása	$\Delta U_2 = 2{,}5\nu RT - 2{,}5\nu RT_2$	0,1
	a belső energiaváltozások $\Delta U_1 = -\Delta U_2$	$1{,}5\nu R(T - T_1) = -2{,}5\nu R(T - T_2)$	0,1
	$3T - 3T_1 = -5T + 5T_2$ innen $\boldsymbol{T} = (3T_1 + 5T_2)/(3 + 5) = (3\cdot400 + 5\cdot320)/8 = (1200 + 1600)/8 = 2800/8 =$ **350 K** azaz $t \approx 77°C$		0,2
d)	Az O_2 nyomása egyenlő a He nyomásával. A He termikus folyamata	$pV_1 = \left(\frac{m_1}{\mu_1}\right)RT_1$ és $p'V_1' = \left(\frac{m_1}{\mu_1}\right)RT$	0,1
	He állapotegyenleteit elosztva	$\frac{p'V_1'}{pV_1} = \frac{T}{T_1}$	
	a végső nyomás: $p' = p \cdot \frac{T}{T_1} \cdot \frac{V_1}{V_1'} = 1{,}8 \cdot 10^5 \cdot \frac{350}{400} \cdot \frac{9}{4{,}4} = 1{,}8 \cdot \frac{7}{8} \cdot \frac{9}{4{,}4} \cdot 10^5 = \mathbf{3{,}22 \cdot 10^5 Pa}$		0,2

Összesen: **4 pont**

Hivatalból: **1 pont**