JAVÍTÓKULCS

I. feladat

1.)

a)

$$A = \frac{|k_1 L_1 - k_2 L_2|}{k_1 + k_2}$$

1 p

b)

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k_1 + k_2}}$$

1 p

2.)

a) Az egyensúlyi helyzetben $mg = ky$ 0,5 p

$$k = \frac{mg}{y}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{y}{g}}$$

0,25 p

$$T = 6{,}28\sqrt{\frac{4\cdot 10^{-2}}{10}} = 0{,}397\,\mathrm{s}$$

0,25 p

b) A vízszintes helyzetnél a test az egyensúlyi helyzetétől *y* távolságra található.
Rá $ky = mg$, az egyensúlyi helyzet felé mutató erő hat.

Tehát: $a = g = 10\frac{m}{s^2}$ 1 p

3.)

a)

$$x = b\cdot\cos\omega t \qquad \cos\omega t = \frac{x}{b}$$

0,5 p

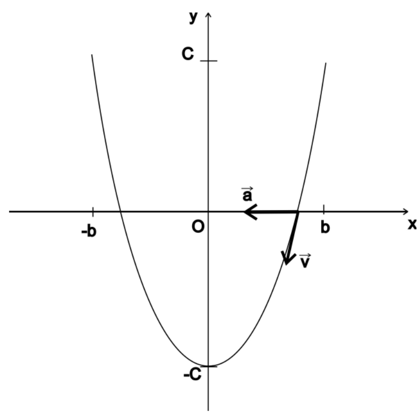
$$y = c\cdot\cos 2\omega t$$

$$y = c\left(\cos^2\omega t - \sin^2\omega t\right) = c\left(2\cos^2\omega t - 1\right) = c\left(\frac{2x^2}{b^2} - 1\right)$$

$$y = c\left(\frac{2x^2}{b^2} - 1\right)$$

1 p

b)



A pálya parabola, szimmetriatengelye az O*y* tengely 1,5 p

c)

$$t = \frac{\pi}{4\omega}$$

$$x = b \cdot \cos \omega \frac{\pi}{4\omega} = b \cdot \cos \frac{\pi}{4} = 0,7b$$

$$y = c \cdot \cos 2\omega \frac{\pi}{4\omega} = c \cdot \cos \frac{\pi}{2} = 0$$

$$a_x = -\omega^2 x \quad a_x = -0,7\omega^2 b$$

$$a_y = 0$$

$$a = -0,7\omega^2 b$$

1 p

d) *a* vízszintes, negatív irányítású 1 p

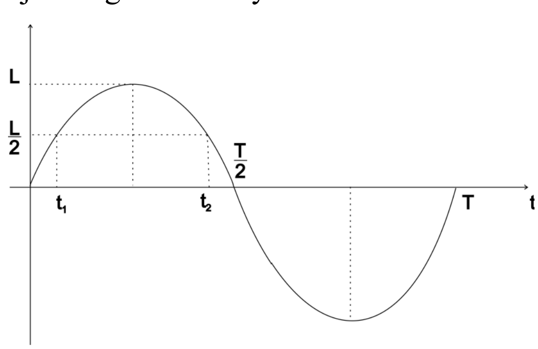
v a pálya érintője az adott pontban. Irányítását az a tény határozza meg, hogy ebben a pillanatban az O*x* tengely mentén közeledik az egyensúlyi helyzetéhez $t = T_x/8$, a függőleges tengely mentén éppen az egyensúlyi helyzetén halad át, az első negyedpriódus negatív irányítású végsebességével $t = T_y/4$ 1 p

Fordított irányítás esetén csak 0,5 p-t adjunk.

II. feladat

1.) A test a fallal rugalmasan ütközik, és energiavesztés nélkül visszapattan.

A teljes rezgésből hiányzik az $L/2 \rightarrow L \rightarrow L/2$ elmozdulásoknak megfelelő rész. 1 p



$$T' = \frac{T}{2} + \frac{T}{2} - (t_2 - t_1) = \frac{T}{2} + \left(\frac{T}{2} - t_2\right) + t_1 = \frac{T}{2} + 2t_1$$

1 p

$$\frac{L}{2} = L\sin\frac{2\pi t_1}{T} \quad \frac{1}{2} = \sin\frac{2\pi t_1}{T} \quad \frac{2\pi t_1}{T} = \frac{\pi}{6} \quad t_1 = \frac{T}{12}$$

$$T' = \frac{T}{2} + \frac{T}{6} = 4\,s$$

1 p

2.)

$A_1 = 2\cdot 10^{-3}\ m \quad A_2 = 5\cdot 10^{-3}\ m \quad \nu = 50\ Hz \quad \lambda = 0{,}6\ m$

a) $v = \nu\lambda = 30\ m$ 1 p

b) A felezőmerőleges pontjaiba érkező hullámok között nincs fáziskülönbség, mert a hullámforrások között sincs.

$A = A_1 + A_2 = 7\cdot 10^{-3}\ m$

1 p

c) A C pontba érkező hullámok között a fáziskülönbség:

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi\cdot\Delta x}{\lambda} = \frac{2\pi(x_1 - x_2)}{\lambda} = \frac{2\pi\cdot 0{,}1}{0{,}6} = \frac{\pi}{3}\,rad$$

$$A_C^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos\Delta\varphi = \left(4 + 25 + 2\cdot 2\cdot 5\cdot\frac{1}{2}\right)\cdot 10^{-6}\ m^2 = 39\cdot 10^{-6}\ m^2$$

$A_C = 6{,}24\cdot 10^{-3}\ m$

1 p

d) A felezőmerőleges pontjaiba érkező hullámok között a fáziskülönbség π, mert a hullámforrások ellentétes fázisban rezegnek.

$A = |A_2 - A_1| = 3\cdot 10^{-3}\ m$

1 p

e) A C pontba érkező hullámok között a fáziskülönbség:

$$\Delta\varphi' = \frac{2\pi\cdot\Delta x}{\lambda} + \pi = \frac{\pi}{3} + \pi$$

0,5 p

$$\cos\Delta\varphi' = \cos\left(\frac{\pi}{3} + \pi\right) = -\cos\frac{\pi}{3} = -\frac{1}{2}$$

0,5 p

$$A_C'^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos\Delta\varphi'$$

$$A_C'^2 = \left(4 + 25 - 2\cdot 2\cdot 5\cdot\frac{1}{2}\right)\cdot 10^{-6}\ m^2 \qquad A_C'^2 = 19\cdot 10^{-6}\ m^2$$

$$A_C' = 4{,}35\cdot 10^{-3}\ m$$

0,5 p

f) A hullámtérben lesz olyan pont, amelyben a két hullám azonos fázisban tevődik egymásra,

azaz $A_{max} = A_1 + A_2 = 7\cdot 10^{-3}\ m$ $\quad v_{max} = \omega\cdot A_{max} = 100\pi\cdot 7\cdot 10^{-3} \approx 2{,}2\,\frac{m}{s}$ 1,5 p

III. feladat

a) Egy orsó *l*/5 = 0,24 *m* hosszú

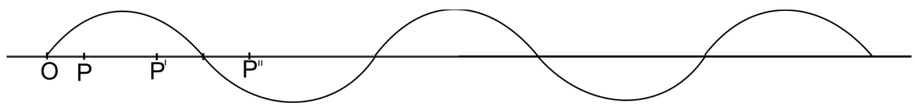
$$\frac{\lambda}{2} = 0,24\,\mathrm{m} \qquad \lambda = 0,48\,\mathrm{m}$$

0,5 p

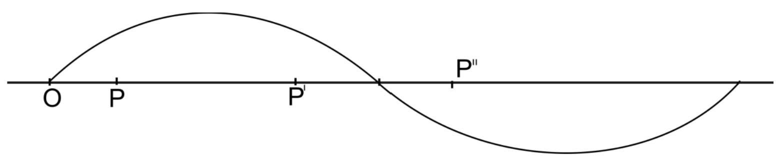
$$\mathrm{v} = \nu\lambda \qquad \nu = \frac{\mathrm{v}}{\lambda} = \frac{24}{0,48} = 50\,\mathrm{Hz}$$

0,5 p

b)



Az első két orsó kinagyítva:



$$A = A_0 \sin\frac{2\pi x}{\lambda}$$

0,5 p

$$\frac{A_0}{2} = \left|A_0 \sin\frac{2\pi x}{\lambda}\right|$$

$$\frac{\pi}{6} = \frac{2\pi x}{\lambda} \qquad x = OP$$

$$x = \frac{\lambda}{12} = 0,04\,\mathrm{m}$$

0,5 p

Szimmetria okokból P' és P'' pontokban is ugyanakkora a helyi amplitúdó, mint P-ben.
Az azonos, 3 *mm* helyi amplitúdóval rendelkező pontok közötti távolság lehet 16 *cm*
(ha egyazon orsón belül vannak) 0,5 p
8 *cm* (ha szomszédos orsókon vannak) 0,5 p

Ugyanerre az eredményre jutunk a $\sin\frac{2\pi x}{\lambda} = \pm\frac{1}{2}$ trigonometriai egyenlet felhasználásával is.

c) A szál minden egyes pontja egyszerre megy át egyensúlyi helyzetén, a kért ábra:

1 p

d) Egy orsó minden pontja azonos fázisban rezeg, két szomszédos orsó közötti fáziseltolódás π
A két, 20 *cm* távolságra levő pont közötti fáziseltolódás

$\Delta\varphi = 0$ ha azonos orsóban vannak 1 p

$\Delta\varphi = \pi$ ha két szomszédos orsóban vannak 1 p e)

$$\frac{\lambda_4}{2} = \frac{1,2}{4} = 0,3\text{m} \quad \lambda_4 = 0,6\text{m}$$

0,5 p

$$v_4 = \nu\lambda_4 = 30\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} \quad v_4 = \sqrt{\frac{T_4}{\mu}}$$

T és T_4 a szálat feszítő erők. 0,5 p

$$\frac{T_4}{T} = \frac{v_4}{v} \quad T_4 = \left(\frac{v_4}{v}\right)^2 T = 1,5625T$$

0,5 p

$$\frac{T_4 - T}{T} = 0,5625$$

A szálat feszítő erőt 56,25%-kal növelni. 0,5 p

f)

$$\lambda' = \frac{v}{\nu'} = 0,24\text{m} \quad \frac{\lambda'}{2} = 0,12\text{m}$$

10 orsó jelenne meg $\nu' = 100\,\text{Hz}$ gerjesztési frekvencián 1 p

$$\lambda'' = \frac{v}{\nu''} = 0,192\text{m} \quad \frac{\lambda''}{2} = 0,096\text{m}$$

$$\frac{1}{\frac{\lambda''}{2}} = \frac{12}{0,096} = 12,5$$

Törtszámú orsó nem jelenhet meg, a szálon nem jönnek létre állóhullámok,
ha $\nu'' = 125\,\text{Hz}$ a gerjesztési frekvencia. 1 p