

JAVÍTÓKULCS**I. feladat**

- 1.) A rugók megnyúlásai a megnyújtott rugók hosszai és egyben. Az egyensúlyi helyzetben jelöljük ezeket az \vec{r}_1 , \vec{r}_2 és \vec{r}_3 vektorokkal. 1 p

A gyűrűre ható eredő erő $\vec{F} = -(k_1 \vec{r}_1 + k_2 \vec{r}_2 + k_3 \vec{r}_3) = 0$. 1 p

$$\vec{F} = -(k_1 \vec{r}_1 + k_2 \vec{r}_2 + k_3 \vec{r}_3) - (k_1 + k_2 + k_3) \vec{r} = -(k_1 + k_2 + k_3) \vec{r} = m \vec{a} . \quad 2 p$$

Innen adódik az ω és $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k_e}}$, ahol $k_e = k_1 + k_2 + k_3$, ami a rugók párhuzamos kapcsolásának

felel meg. 1 p

Megjegyzés: Az egyenletek általánosításával bármilyen számú rugó, akár térbeli tetszőleges rögzítése esetére is megadható a rezgési periódus.

- 2.) a) Az egyik végén zárt síp levegőoszlopában az állóhullámokra felírható $L = (2n - 1)\lambda/4$ ahol $\lambda = v/\nu$ és $\nu_n = (2n - 1)v/4L$. Két egymás utáni felharmonikus frekvenciája között a különbség $\nu_{n+1} - \nu_n = v/2L = 200$ Hz, az első frekvenciája pedig $\nu_1 = 100$ Hz, amiből következik 6 rezgési mód (100, 300, 500, 700, 900, 1100), amelyek frekvenciája 1250 Hz alatt van. 3 p

- b) A mindkét végén zárt síp levegőoszlopában az állóhullámokra felírható $L = n\lambda/2 = nv/2\nu$, ahonnan $\nu_n = nv/2L$. Két egymás utáni felharmonikus frekvenciája között a különbség $\nu_{n+1} - \nu_n = v/2L = 200$ Hz, az első frekvenciája pedig $\nu_1 = 200$ Hz, amiből következik 6 rezgési mód (200, 400, 600, 800, 1000, 1200) amelyek frekvenciája 1250 Hz alatt van. 2 p

II. feladat

- a) Két csomópont között a távolság $\lambda/2$, a rúd hossza ebben az esetben $L = N\lambda/2$, ahonnan $\lambda = 2L/N = 0,52$ m, a frekvencia pedig $\nu = v/\lambda = 1000$ Hz. 3 p

- b) A fáziseltolódás az útkülönbségtől függ $\Delta\varphi = 2\pi\delta/\lambda$. Az útkülönbség a visszavert és közvetlenül érkező rezgéshullámok között $\delta = d_2 - d_1 - \lambda/2$, ahol d_2 az S forrás falra vonatkoztatott S' szimmetrikusa és az M pont közötti távolság (S'M), a $\lambda/2$ pedig a kemény falról történő visszaverődés okozta fázisugrás. A $d_2^2 = (h_2 + h_1)^2 + d_1^2 - (h_2 - h_1)^2$, $d_2 \approx 36,226$ m. A hullámhossz, most már levegőben $\lambda = 340/1000 = 0,340$ m. Az útkülönbség $\delta = 36,226 - 36 - 0,170 = 0,056$ m, a fáziskülönbség $\Delta\varphi = 2\pi\delta/\lambda \approx \pi/3$. 4 p

- c) Az eredő amplitúdó $A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos\Delta\varphi$, innen az $A_2 = 0,8$ mm. 3 p

III. feladat

A külső áramkörnek leadott aktív teljesítmény $P = P_1 + P_2$. 1 p

Az induktív ágon a $P_1 = \frac{U^2}{Z_1} \cos\varphi_1 = \frac{U^2 R_1}{(R_1^2 + X_L^2)} = \frac{U^2}{(R_1 + X_L^2/R_1)}$, 2 p

a kapacitív ágon a $P_2 = \frac{U^2}{Z_2} \cos\varphi_2 = \frac{U^2 R_2}{(R_2^2 + X_C^2)}$. 2 p

A teljesítmény maximális akkor, amikor az $(R_1 + X_L^2/R_1)$ kifejezés minimális. Mivel a két tag szorzata állandó, összegük akkor minimális amikor a két tag egyenlő, vagyis $R_1 = X_L$. 3 p

A $P_{1\max} = \frac{U^2}{2X_L}$, $P_2 = \frac{U^2 R_2}{(R_2^2 + X_C^2)}$ és $P_{\max} = 60 \text{ W}$. 2 p