JAVÍTÓKULCS

I. feladat

1.) a) $\frac{1}{x_2'} - \frac{1}{x_1'} = \frac{1}{f'} \quad \Rightarrow \quad x_2' = \frac{x_1' f'}{x_1' + f'} = -6cm$ 1 p

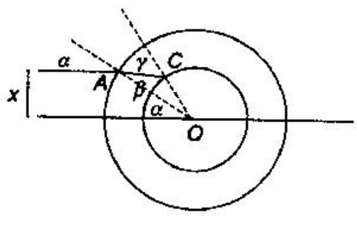
$x_1'' = x_2' - d = -26cm$, $\quad x_2'' = \frac{x_1'' f''}{x_1'' + f''} = -195cm \quad \Rightarrow \quad L = \left| x_2'' \right| - d = 175cm$ 1 p

b) Helyes szerkesztés, az első lencse látszólagos képe valódi tárgy a második lencse számára 1,5 p

c) A kép nagyságát az optikai tengellyel párhuzamos sugár konjugáltja határozza meg, mely párhuzamos az optikai tengellyel. Így ha eltoljuk a tárgyat a kép mérete változatlan 1,5 p

(A rendszer afokális, transzverzális lineáris nagyítása $\beta = -\frac{f''}{f'}$ független a tárgy helyzetétől)

2.) Annak a feltétele, hogy egy fénysugár teljes visszaverődést szenvedjen a belső gömbön, γ beesési szöge nagyobb, vagy legalább akkora kell legyen mint az L határszög ($\gamma \geq L$, 1.ábra)



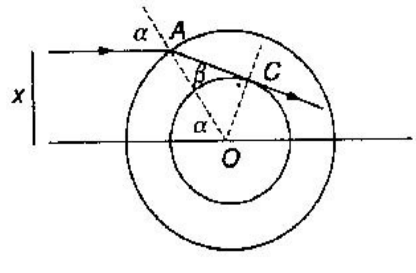
1. *ábra* 1p

Az 1. ábra alapján $x = R\sin\alpha$, de $\sin\alpha = n\sin\beta$ és

az AOC háromszögből $\frac{\sin\beta}{R-d} = \frac{\sin(180-L)}{R} = \frac{\sin L}{R}$ 1 p

$\sin L = \frac{1}{n} \quad \Rightarrow \quad \sin\beta = \frac{R-d}{R}\cdot\frac{1}{n} \quad \Rightarrow \quad x = R - d$, tehát $\quad x \geq R - d$ 1 p

Ahhoz, hogy teljes visszaverődés jöhessen létre, a megtört fénysugárnak el kell érnie a gömbhéj belső falát (2. ábra).



2. *ábra* 1 p

Az ábra alapján $\sin\beta = \dfrac{R-d}{R}$ és $x = R\sin\alpha = Rn\sin\beta = n(R-d)$

$\Rightarrow \quad x \le n(R-d)$, tehát $(R-d) \le x \le n(R-d)$ 1 p

II. feladat

a) $\dfrac{1}{F} = \dfrac{1}{f} + \dfrac{1}{f} = \dfrac{2}{f}$-ből az illesztett lencsék gyújtótávolsága $F = \dfrac{f}{2}$ 1 p

A nagyobb átmérőjű lencse szélső részén áthaladó sugarak adják a nagyobb képet, melynek x_2' helyzetét az $\dfrac{1}{x_2'} - \dfrac{1}{x_1} = \dfrac{1}{f}$ összefüggés határozza meg, míg az illesztett lencséken áthaladó sugarak adják a kisebb képet, ennek x_2'' helyzetét az $\dfrac{1}{x_2''} - \dfrac{1}{x_1} = \dfrac{2}{f}$ összefüggés határozza meg 2 p

$y_2' = 3y_2''$ képek nagysága közötti kapcsolatból $x_2' = 3x_2''$ 1 p

A képalkotási egyenleteket felhasználva $f = -x_1/2 = 30cm$ 1 p

b) A képalkotási egyenletből $x_2' = 60cm$ és $x_2'' = 20cm$. A távolabbi kép látszólagos tárgy a tükör számára és erről alkot valódi képet az optikai tengelyre merőleges irányban, 20 *cm*-re 2 p

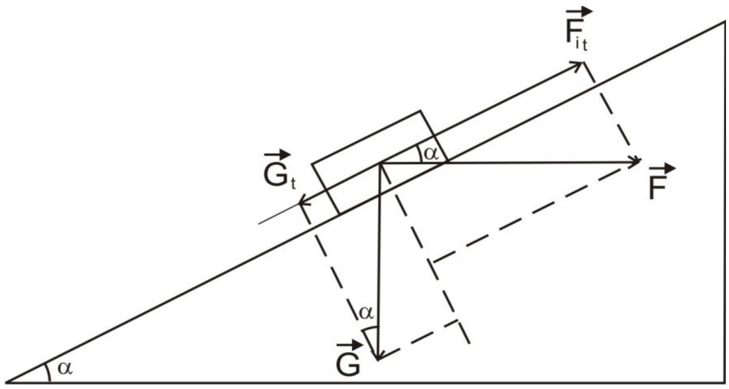
Ez utóbbi látszólagos tárgya a levegő-víz sík törőfelületnek, melyről $x_2 = 20cm$-re kell valódi képet alkosson. A képalkotási egyenletből $x_1 = \dfrac{n_1}{n_2} x_2 = 15cm$, így az edény alja 25 *cm*-re kell legyen az optikai tengelytől 2 p

(Vagy a vízréteg, mint síkpárhuzamos lemez a látszólagos tárgyról $\Delta x = h\left(1 - \dfrac{1}{n}\right) = 5\,cm$ -rel távolabb alkot valódi képet 2 p)

c) Mivel a sík törőfelület és a síktükör nagyítása 1, és a tárgy a nagyobbik átmérőjű lencsétől kétszeres fókusztávolságnyira van a végső kép ugyanakkora, mint a tárgy. 1 p

III. feladat

a) Helyes rajz



4. *ábra* 1 p

$mg\cos\alpha \geq mg\sin\alpha \quad \Rightarrow \quad a \geq g\cdot tg\alpha \quad \Rightarrow \quad a_{\min} = g\cdot tg\alpha \approx 5{,}8\,m/s^2$ 1 p

b) Ha $a = n\cdot a_{\min}$ a test gyorsulása a lejtőhöz viszonyítva $a_1 = n\cdot a_{\min}\cos\alpha - g\sin\alpha \Rightarrow$

$\Rightarrow \quad a_1 = (n-1)g\sin\alpha = 10\,m/s^2 \quad \Rightarrow$ 1 p

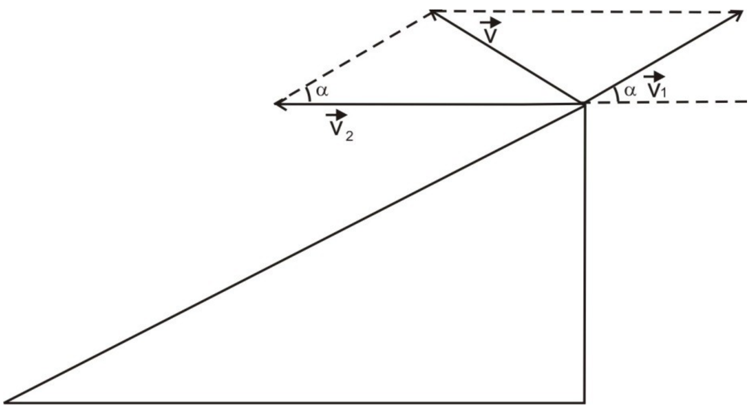
A test lejtőhöz viszonyított sebessége a lejtő csúcsán $v_1 = \sqrt{2(n-1)gL\sin\alpha} = 4\,m/s$ 0,5 p

A test mozgásának ideje a lejtőn $t_1 = \dfrac{v_1}{a_1} = \sqrt{\dfrac{2L}{(n-1)g\sin\alpha}} = 0{,}4s$ 0,5 p

A lejtő Földhöz viszonyított sebessége

$v_2 = n\cdot a_{\min}t_1 = ng\cdot tg\alpha\sqrt{\dfrac{2L}{(n-1)g\sin\alpha}} = \dfrac{n}{(n-1)\cos\alpha}v_1 = \sqrt{3}v_1$ 1 p

A test Földhöz viszonyított sebessége: $v = v_1 + v_2$ Helyes rajz



5. *ábra* 0,5 p

$v = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 - 2v_1v_2\cos\alpha} = v_1$ 1 p

A test Földhöz viszonyított sebességének vektora 30º-os szöget zár be a vízszintessel és a lejtő gyorsulásával megegyező irányú 0,5 p

c) $h_{\max} = L\sin\alpha + \dfrac{v_1^2\sin^2\alpha}{2g} = L\sin\alpha\left(\cos^2\alpha + n\sin^2\alpha\right) = 0{,}6m$ 1 p

d) A test ferde hajítást végez L magasságról. Mozgásának teljes ideje

$$t = t_{em} + t_{es} = \frac{v\sin\alpha}{g} + \sqrt{\frac{2h_{\max}}{g}} = 0{,}2\left(1 + \sqrt{3}\right) = 0{,}546s$$ 1 p

$$s = s_1 - s_2 = v_2 t + \frac{at^2}{2} - v\cos\alpha \cdot t = v_1 t\left(\sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \frac{at^2}{2} = \left[\frac{\sqrt{3}}{2}v_1 + \frac{na_{\min}}{2}t\right] \cdot t = 4{,}48m$$ 1 p