

UCS

این الگوریتم برای جدول‌های کوچک مثل جدول پایین، به خوبی در کسری از ثانیه جواب مورد نظر را پیدا می‌کند.

ورودی اول

```
running UCS on
r3 r2 g2
b1 r1
g3
b3 b2 g1

cost level 0 exceeded
  number of nodes on this level: 1 from depth of 0 to 0
  new children nodes added: 7
  branching factor: 7.0

cost level 1 exceeded
  number of nodes on this level: 7 from depth of 1 to 1
  new children nodes added: 42
  branching factor: 6.0

cost level 2 exceeded
  number of nodes on this level: 32 from depth of 2 to 2
  new children nodes added: 175
  branching factor: 5.46875

cost level 3 exceeded
  number of nodes on this level: 108 from depth of 3 to 3
  new children nodes added: 55
  branching factor: 5.157407407407407

cost level 4 exceeded
  number of nodes on this level: 188 from depth of 4 to 4
  new children nodes added: 982
  branching factor: 5.223404255319149

solved problem in 4 moves:
[ (0 -> 2), (3 -> 2), (1 -> 0), (1 -> 3) ]

total number of expanded nodes: 336

result after applying moves:
r3 r2 r1
#
g3 g2 g1
b3 b2 b1
```

که با توجه به خروجی‌ها می‌توان دید برای مسئله‌ای که جواب در عمق 4 و ضریب انشعاب بین 5 تا 6 است، تعداد 336 نود بسط داده شده است که نشان می‌دهد الگوریتم اکثر نودهای قبل از عمق چهار را بررسی می‌کند و در ابتدای بررسی نودهای عمق چهار جواب را می‌یابد.

ورودی دوم

برای مثالی کمی بزرگتر پیدا کردن خروجی توسط این الگوریتم حدود ۱۰ ثانیه طول می‌کشد.

```
running UCS on
r4 r3 r2 g2
#
g4 b1 r1
g3
b4 b3 b2 g1

cost level 0 exceeded
  number of nodes on this level: 1 from depth of 0 to 0
  new children nodes added: 11
  branching factor: 11.0

cost level 1 exceeded
  number of nodes on this level: 11 from depth of 1 to 1
  new children nodes added: 107
  branching factor: 9.727272727272727

cost level 2 exceeded
  number of nodes on this level: 76 from depth of 2 to 2
  new children nodes added: 686
  branching factor: 9.026315789473685

cost level 3 exceeded
  number of nodes on this level: 396 from depth of 3 to 3
  new children nodes added: 3421
  branching factor: 8.638888888888889

cost level 4 exceeded
  number of nodes on this level: 1660 from depth of 4 to 4
  new children nodes added: 13920
  branching factor: 8.385542168674698

cost level 5 exceeded
  number of nodes on this level: 6043 from depth of 5 to 5
  new children nodes added: 48991
  branching factor: 8.107066026807876

cost level 6 exceeded
  number of nodes on this level: 19737 from depth of 6 to 6
  new children nodes added: 156028
  branching factor: 7.905355423823276

cost level 7 exceeded
  number of nodes on this level: 27545 from depth of 7 to 7
  new children nodes added: 231093
  branching factor: 8.389653294608822

solved problem in 7 moves:
[(0 -> 1), (2 -> 0), (2 -> 0), (3 -> 2), (1 -> 2), (4 -> 2), (0 -> 4)]

total number of expanded nodes: 55469

result after applying moves:
r4 r3 r2 r1
#
g4 g3 g2 g1
#
b4 b3 b2 b1
```

جواب مسئله در عمق ۷ پیدا شده و به طور متوسط ضریب انشعاب ۸.۴۵ است. با توجه به این موارد برای پیدا کردن جواب حداقل ۳۷۷,۰۰۰ و حداکثر ۳,۲۰۵,۰۰۰ نود بررسی شده است که با جواب مسئله ۵۳۵,۴۶۹ همخوانی دارد.

ورودی سوم - ورودی اصلی مسئله

برای این مسئله چون اندازه مسئله بزرگ است تقریباً بعد از ۱۰ دقیقه الگوریتم فقط تا عمق ۸ پیش می‌رود که با توجه به اینکه جواب اصلی در عمق ۶۷ است، امکان رسیدن به جواب در زمان معقول وجود ندارد.

```
running UCS on
r6 g5 r5 y4
y6 g2 r4 y3 g3 y2
y1 g4 r1
g6 g1 r2 y5 r3
#

cost level 0 exceeded
  number of nodes on this level: 1 from depth of 0 to 0
  new children nodes added: 10
  branching factor: 10.0

cost level 1 exceeded
  number of nodes on this level: 10 from depth of 1 to 1
  new children nodes added: 85
  branching factor: 8.5

cost level 2 exceeded
  number of nodes on this level: 60 from depth of 2 to 2
  new children nodes added: 483
  branching factor: 8.05

cost level 3 exceeded
  number of nodes on this level: 286 from depth of 3 to 3
  new children nodes added: 2294
  branching factor: 8.020979020979022

cost level 4 exceeded
  number of nodes on this level: 1189 from depth of 4 to 4
  new children nodes added: 9391
  branching factor: 7.898233809924307

cost level 5 exceeded
  number of nodes on this level: 4464 from depth of 5 to 5
  new children nodes added: 34167
  branching factor: 7.653897849462366

cost level 6 exceeded
  number of nodes on this level: 15480 from depth of 6 to 6
  new children nodes added: 117667
  branching factor: 7.6012273901808785

cost level 7 exceeded
  number of nodes on this level: 50437 from depth of 7 to 7
  new children nodes added: 380122
  branching factor: 7.536570374923172

cost level 8 exceeded
  number of nodes on this level: 157284 from depth of 8 to 8
  new children nodes added: 1167359
  branching factor: 7.4219818926273495

^C^C
```

با توجه به اینکه جواب در عمق ۶۷ است و ضریب انشعاب در حدود ۸ است بنابراین حداقل 10^{59} و حداکثر 10^{60} نود باید بررسی شود که غیر ممکن است.

A*

تابع هیوریستیک

تابع هیوریستیک این بخش از ۲ بخش تشکیل شده. بخش اول خطای رنگ‌ها را بررسی میکند و بخش دوم خطای ترتیب کارت‌ها. با توجه به اینکه بیرون آوردن کارت سمت چپ از بقیه به عملگرهای بیشتری نیاز دارد بنابراین فرض میکنیم این کارت بی حرکت خواهد ماند. پس کارت‌هایی که رنگ آن‌ها با رنگ کارت سمت چپ متفاوت است باید جریمه شوند، میزان این جریمه برابر با تعداد کارت‌های روی کارت مورد نظر است. برای حساب کردن خطای ترتیب، برای هر کارت فاصله کارت با مکان آن در هر دسته را پیدا می‌کنیم. مجموع خطای رنگ و خطای ترتیب را تابع هیوریستیک در نظر میگیریم.

ورودی اول

نسبت به الگوریتم قبلی برای مثال‌های کوچک مثل این مثال ۴۸ برابر سریع تر است.

```
running A* on
r3 r2 g2
b1 r1
g3
b3 b2 g1

cost level 12 exceeded
  number of nodes on this level: 7 from depth of 0 to 4
  new children nodes added: 51
  branching factor: 7.285714285714286

total number of expanded nodes: 7

solved problem in 4 moves:
[(0 -> 2), (1 -> 0), (3 -> 2), (1 -> 3)]
```

با توجه به عمق ($d = 4$) و تعداد نودهای گسترش یافته ($b = 7$) که از قبل یافت شده می‌توان ضریب موثر انشعاب را حساب کرد

$$\frac{N^d - 1}{N - 1} = b \rightarrow N = 1.3892$$

ورودی دوم

برای این ورودی الگوریتم با این تابع هیوریستیک حدود 3900 برابر راس‌های کمتری نسبت به الگوریتم معمولی گسترش داده است.

```
running A* on
r4 r3 r2 g2
#
g4 b1 r1
g3
b4 b3 b2 g1

cost level 23 exceeded
  number of nodes on this level: 14 from depth of 0 to 9
  new children nodes added: 134
  branching factor: 9.571428571428571

total number of expanded nodes: 14

solved problem in 9 moves:
[(2 -> 0), (2 -> 4), (3 -> 2), (0 -> 4), (0 -> 2), (4 -> 0), (4 -> 0), (4 -> 2), (0 -> 4)]
```

با توجه به داده‌ها میتوان ضریب موثر انشعاب را نیز محاسبه کرد.

$$\left. \begin{matrix} b = 14 \\ d = 9 \end{matrix} \right\} \Rightarrow \frac{N^d - 1}{N - 1} = b \Rightarrow N = 1.10725$$

ورودی سوم - ورودی اصلی مسئله

برای این مسئله جواب با بسط دادن تقریباً 15,000 راس ظرف تقریباً ۴ ثانیه پیدا میشود در حالی که الگوریتم قبلی برای پیدا کردن جواب نیاز به بسط دادن جوابی از مرتبه 10^{59} داشت. البته باید توجه داشت الگوریتم جواب بهینه را پیدا نکرده است و جواب بهینه در عمق 67 است که نشان میدهد تابع هیوریستیک قابل قبول نیست.

```
running A* on
r6 g5 r5 y4
y6 g2 r4 y3 g3 y2
y1 g4 r1
g6 g1 r2 y5 r3
#

cost level 80 exceeded
    number of nodes on this level: 15879 from depth of 0 to 71
    new children nodes added: 132480
    branching factor: 8.343094653315699

total number of expanded nodes: 15879

solved problem in 62 moves:
[(2 -> 3), (0 -> 2), (1 -> 2), (1 -> 0), (2 -> 1), (3 -> 1), (3 -> 2), (1 -> 0), (1 -> 2), (0 -> 2),
(0 -> 1), (0 -> 4), (3 -> 4), (3 -> 4), (3 -> 1), (0 -> 3), (1 -> 2), (1 -> 3), (1 -> 3), (4 -> 3),
(1 -> 4), (1 -> 3), (2 -> 3), (4 -> 0), (4 -> 1), (0 -> 1), (4 -> 0), (1 -> 0), (2 -> 3), (2 -> 1),
(2 -> 0), (1 -> 0), (3 -> 0), (2 -> 1), (2 -> 1), (2 -> 1), (3 -> 0), (1 -> 0), (1 -> 4), (3 -> 4),
(3 -> 4), (3 -> 1), (4 -> 1), (4 -> 1), (3 -> 2), (4 -> 3), (2 -> 3), (1 -> 3), (1 -> 3), (0 -> 3),
(0 -> 3), (0 -> 3), (0 -> 1), (3 -> 1), (3 -> 0), (3 -> 1), (0 -> 1), (3 -> 0), (1 -> 3), (1 -> 3),
(1 -> 0), (3 -> 1)]
```

با توجه به داده‌ها میتوان ضریب موثر انشعاب را نیز محاسبه کرد.

$$\left. \begin{array}{l} b = 15879 \\ d = 71 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{N^d - 1}{N - 1} = b \Rightarrow N = 1.111029$$

در مجموع با توجه به اینکه در تمام موارد ضریب انشعاب بسیار نزدیک به یک است پس می‌توان گفت تابع الگوریتم را مستقیم به سمت هدف میبرد.