

## בשאלות 1,2 סמן לכל אחת מהטענות הבאות את הסעיפים הנכונים בטבלה שלמטה

שאלה 1:

א. (4%)  $\emptyset \in \{0, \{1, \emptyset\}\}$  - לא נכון, כי הביטוי  $\emptyset$  אינו איבר בקבוצה  $\{0, \{1, \emptyset\}\}$

ב. (4%)  $\{\emptyset\} \in P[P[\{1,2\}]]$  - נכון, כי  $\emptyset \in P[\{1,2\}]$  לכן  $\{\emptyset\} \subseteq P[\{1,2\}]$

ג. (4%)  $\{1, \{2\}\} \subseteq \{1, 2\}$  - לא נכון, 2 אינו איבר בקבוצה  $\{1, \{2\}\}$

ד. (4%)  $\{0,1\} \subseteq P[\{0,1\}]$  - לא נכון, מתקיימת שייכות ולא הכלה

שאלה 2:

א. (4%) אם  $A_1, A_2, A_3, \dots$  סדרה אינסופית של קבוצות, אז  $A_1 \cup A_2 \subseteq \left(\bigcap_{i=1}^{\infty} A_{2i}\right) \cup \left(\bigcap_{i=1}^{\infty} A_{2i-1}\right)$  - נכון,

כי כל מה שנמצא בחיתוך הקבוצות הזוגיות יהיה בהכרח בקבוצה  $A_2$  וכל מה שנמצא בחיתוך

הקבוצות האי-זוגיות יהיה בהכרח בקבוצה  $A_1$ .

ב. (4%) אם  $A \subseteq B$  וכן  $B \cap C \neq \emptyset$ , אז  $(A \cup C) \oplus B \neq \emptyset$  - לא נכון, למשל כש-  $B - C = A$

ג. (4%) אם  $B \subseteq A - B$  אז  $A - B = A$ . נכון, כי ריקה.

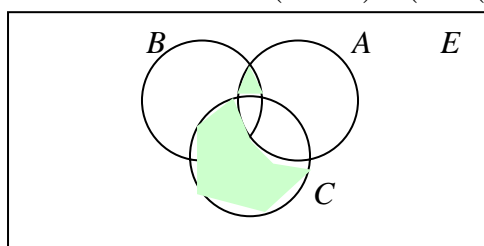
ד. (4%) אם  $|A| > 2, |B| > 3$  אז  $|P(A \cup B)| > 32$  - לא נכון, כי אם  $A = B$  בקבוצת החזקה של האיחוד

יכולים להיות 16 איברים.

שאלה	א	ב	ג	ד
1		X		
2	X		X	

שאלה 3:

(10%) סמן את השטח המתאר את הקבוצה  $(A \oplus C) \cap (B \cup (C - B))$



ההפרש הסימטרי של A ו-C הוא השטח של איחודם פחות חיתוכם. הביטוי הימני הוא האיחוד בין B ו-C. המשותף הוא מה שמוצג בשרטוט.

**בשאלות 4.2, 5.4.1 סמן לכל אחת מהטענות הבאות את הסעיפים הנכונים בטבלה שלמטה**

**שאלה 4.1:**

תהי  $A = \{0,1,2\}$  וכן  $B = \{1,3\}$ . נגדיר רלציה  $M$  מ- $A$  ל- $B$  בצורה הבאה:  $[(a,b) \in M] \Leftrightarrow a \leq b$

א. (4%)  $|(A \times B) \setminus M| = 1$  - נכון, כי ב- $M$  יש 5 מ-6 הזוגות שב- $(A \times B)$ .

ב. (4%)  $M$  היא פונקציה מ- $A$  ל- $B$  - לא נכון - כי 0 מגיע גם ל-1 וגם ל-3.

ג. (4%)  $|M^{-1}| = 5$  - נכון - כי יש בה אותו מספר זוגות כמו ב- $M$ .

ד. (4%)  $(1,2) \in M$  - לא נכון - כי  $2 \notin B$

**שאלה 4.2:**

בהמשך להגדרת  $M$  בשאלה 4.1 נגדיר יחס  $R$  מעל  $M$  באופן הבא:  $[(a,b), (c,d)] \in R \Leftrightarrow a + b \geq c$

א. (4%)  $R$  רפלקסיבית - נכון, בגלל שכל הזוגות ב- $M$  אינם שליליים.

ב. (4%)  $R$  סימטרית - לא נכון,  $((2,3), (0,1)) \in R$  אבל  $((0,1), (2,3)) \notin R$

ג. (4%)  $R$  אנטיסימטרית - לא נכון, כי  $((2,3), (1,1)) \in R$  וגם  $((1,1), (2,3)) \in R$

ד. (4%)  $R$  טרנזיטיבית - לא נכון,  $((0,3), (2,3)) \in R$   $((2,3), (0,1)) \in R$  אבל  $((0,1), (2,3)) \notin R$ .

**שאלה 5:** תהא  $T$  רלציה מעל הקבוצה  $A = \{2,3,4,7,8,9,10,11,16\}$  המוגדרת בצורה הבאה:

$[(a,b) \in T] \Leftrightarrow a$  -ל-  $b$  ול-  $b$  מחלק משותף גדול מ-1. (כלומר, קיים מספר גדול מ-1 ששניהם מתחלקים בו ללא

שארית).

א. (4%)  $T$  רלציה רפלקסיבית - נכון - כל אחד מהמספרים ב- $A$  מתחלק בעצמו (והוא גדול מ-1) ללא שארית.

ב. (4%)  $T$  רלצית שקילות עם 4 מחלקות שקילות - נכון - יהיו 4 מחלקות שקילות (הזוגיים, המתחלקים ב-3, המתחלקים ב-7, המתחלקים ב-11), וכל איבר מ- $A$  יהיה במחלקה אחת בדיוק.

ג. (4%) תהא  $B = \{2,4,8,10\}$ . אזי  $B \times B \subseteq T$  - נכון כי כל הזוגות הזוגיים שייכים ל- $T$ .

ד. (4%)  $T$  רלצית סדר חלקי - לא נכון כי  $(4,2) \in T$   $(2,4) \in T$  לכן אינה אנטיסימטרית.

שאלה	א	ב	ג	ד
4.1	X		X	
4.2	X			
5	X	X	X	

**שאלה 6:**

(10%) הוכח או הפרך את הטענה:  $(A \oplus B) \setminus (C \cup B) \subseteq A \setminus [B \oplus C]$ . הוכחה תיעשה ע"י שימוש בשייכות

איברים והפרכה תיעשה ע"י בניית דוגמא נגדית (כל שימוש בכל טכניקה אחרת לא יתקבל).

**הוכחה:** יהי  $x \in (A \oplus B) \setminus (C \cup B)$ , אז מתקיים  $x \notin C$   $x \notin B$   $x \in A$  לכן  $x \in A$   $x \notin [B \oplus C]$  לכן שייך לאגף הימני.