ה א ו נ י ב ר ס י ט ה   ה פ ת ו ח ה

20109

אלגברה לינארית I

חוברת הקורס-אביב ב2007

כתבה: ד״ר מרים רוסט

מרץ 2007 - סמסטר אביב - תשס״ז

תוכן העניינים

אל הסטודנט

אנו מקדמים את פניך בברכה עם הצטרפותך ללומדי הקורס "אלגברה לינארית".

כדי להקל עליך את לימוד הקורס, שאינו קל, השקענו מאמץ ניכר בבניית מערכת מסייעת ללימוד העצמי. תיאור המערכת כלול בחוברת זו. אנו ממליצים שתקרא את החוברת עוד בטרם תיגש ללימוד עצמו.

בהמשך תמצא את לוח הזמנים של הקורס ואת המטלות. פרטים על הנהלים המקובלים באוניברסיטה הפתוחה תמצא במדריך למועמדים ולנרשמים. עדכונים יישלחו מדי סמסטר.

שים לב!

בסמסטר הנוכחי יתוקשב הקורס במסגרת הפעילות של מחלקת תלם (תקשוב ללימוד מרחוק). קורס מתוקשב כולל, נוסף על יחידות הלימוד הכתובות, גם פעילות באתר הקורס באינטרנט. פעילות זו כוללת: אינטראקציה בין הסטודנטים לצוות ההוראה באמצעות קבוצות דיון ודואר אלקטרוני, הפניות למאגרי מידע ולאתרים ברשת האינטרנט, חומרי לימוד והעשרה. הפעילות באתר הקורס אינה חובה. כתובת אתרי הקורסים: **http://telem.openu.ac.il**.
פרטים נוספים בסעיף 7 בהמשך החוברת.

מרכזת ההוראה בקורס היא ד"ר מרים רוסט.
ניתן לפנות אליה באופן הבא:

- בטלפון 09-7781423, בימי ג', בין השעות 10:00-12:00.
- דרך אתר הקורס.
- בדואר אלקטרוני - myriamr@openu.ac.il.
- פקס: 09-7780631.

אנו מאחלים לך הצלחה בלימודיך.

ב ב ר כ ה ,

צוות הקורס

מתכונת הקורס

1. מרכיבי הקורס

המרכיב העיקרי של קורס זה הוא 12 יחידות לימוד אותן תלמד בעצמך בביתך.
מרכיבים נוספים בקורס זה:

- הכנת עבודות בית (מטלות), שייבדקו ויוערכו על-ידי המנחה שלך (ממ״נים) או על-ידי המחשב באוניברסיטה הפתוחה (ממ״חים).
- מפגשים קבוצתיים עם מנחה.
- הנחיה טלפונית שבועית.
- בחינת גמר שתיערך בסוף הקורס.

2. פירוט השיעורים בקורס

שיעור I	-	פרקי הכנה
שיעור II	-	פרק 1: n-יות
		פרק 2: משוואות
		פרק 3: המרחב R^n
שיעור III	-	פרק 1: מטריצות
		פרק 2: דטרמיננטות
שיעור IV	-	שדה המרוכבים
שיעור V	-	מרחבים וקטוריים
שיעור VI	-	העתקות לינאריות
שיעור VII	-	ערכים עצמיים
שיעור VIII	-	המרחב E^n

3. מפגשים קבוצתיים עם מנחה

הסטודנטים בקורס מחולקים לקבוצות לימוד לפי אזורי מגוריהם. לכל קבוצה יש מנחה ובמשך הסמסטר יתקיימו מפגשי הנחיה. פרטים נוספים תוכל למצוא ב״לוח מפגשים ומנחים״.
בכל מפגש קבוצתי ייסוב הדיון על יחידות הלימוד שהיה עליך ללמוד עד לאותו מפגש. פיגור בלימודים יגרום לכך שלא תוכל לנצל את המפגש כראוי.
אנו ממליצים כי תרשום לעצמך, תוך כדי לימוד, את אותן הנקודות בהן התקשית. בסוף הלימוד של כל שיעור* חזור ועיין ברשימת הנקודות ה״בלתי ברורות״. ייתכן שתוכל לצמצם את רשימתך. בעיות שנותרו בלתי מובנות תוכל להעלות במפגש הקבוצתי בפני המנחה שלך.

---

* שיעור הוא קבוצה של יחידות, שכולן יחד דנות בנושא מסוים.

על-פי עצתנו, בכל מפגש ידון המנחה בחלק מן השאלות המופיעות בסוף השיעור אליו מתייחס המפגש. כמו כן ידון המנחה בנושאים ספציפיים שלא נדונו בהרחבה ביחידות הלימוד.
לפני כל מפגש קבוצתי עיין במטלות העומדות על הפרק, כדי שבמפגש הקבוצתי תוכל לברר נקודות שהיו בלתי ברורות לך, כגון: קשיים בהבנת שאלה בגלל ניסוח או קשיים טכניים אחרים. כמו כן כדאי לעיין ב"חוברת שאלות לתרגול" המצורפת לקורס. חלק מזמן המפגש יוקדש לפתרון שאלות מתוך חוברת זו.

אם כי הנוכחות במפגשים אינה חובה, אנו ממליצים מאוד להשתתף בהם ורואים בהם חלק אינטגרלי של הקורס. מתוך ניסיון קודם, מתברר כי מידת ההצלחה בקורסים במתמטיקה עומדת ביחס ישר למידת מעורבותו של הסטודנט במטלות השונות ובפרט במפגשים הקבוצתיים. זאת ועוד - הקורס הנוכחי דורש השקעת מאמץ מחשבתי לא מבוטל ואין לנו ספק כי המפגשים הקבוצתיים חיוניים ביותר עבורך. בין השאר, המפגשים מהווים אמת-מידה למידת הבנתך את החומר.

4. בחינות הגמר

הנך זכאי לגשת לבחינת גמר בקורס רק אם עמדת **בכל** דרישות הקורס **לפני** מועד בחינה. (כלומר הגשת מטלות במשקל מינימלי והשתתפת בשאר פעילויות החובה של הקורס).

בחינות הגמר יחלו כשבוע ימים לאחר תום הסמסטר. הודעה על המועדים המדויקים תישלח לסטודנטים על-ידי מרכז ההישגים הלימודיים כחודשיים לאחר תחילת הסמסטר.
מועדי בחינות הגמר שנקבעו לסמסטרים הבאים מפורטים במדריך למועמדים ולנרשמים.

לתשומת לב!
הנך זכאי להיבחן בקורס פעמיים: במועדים של הסמסטר הנוכחי או במועדים של הסמסטר הבא בו נלמד הקורס, ובכך מיצית את זכותך להיבחן בקורס.
סטודנט שניגש לבחינות גמר בשני מועדים ונכשל בשניהם, יוכל להירשם לקורס זה פעם נוספת ולקבל הנחה בשכר הלימוד. פרטים במדריך למועמדים ולנרשמים.

בחינות גמר לדוגמא נמצאות ב"חוברת שאלות לתרגול".

5. התנאים לקבלת נקודות זכות בקורס

על מנת לקבל נקודות זכות בקורס זה עליך:

1. להגיש מטלות במשקל כולל של **15 נקודות לפחות**.
2. לקבל בבחינת הגמר ציון **60 לפחות**.
3. לקבל בציון הסופי של הקורס **60 נקודות לפחות**.

6. לוח זמנים ופעילויות (20109 / 2007ב)

שבוע לימוד	תאריכי שבוע הלימוד	יחידת הלימוד המומלצת	מפגשים עם מנחה*	תאריך אחרון למשלוח ממ"ח (לאו"פ)	ממ"ן (למנחה)
1	16.3.2007-11.3.2007	יחידות 1, 2			
2	23.3.2007-18.3.2007	יחידות 2, 3			
3	30.3.2007-25.3.2007	יחידה 3			
4	6.4.2007-1.4.2007 (ב-ו פסח)	יחידה 4			ממ"ן 11 6.4.2007
5	13.4.2007-8.4.2007 (א-ב פסח)	יחידה 4			
6	20.4.2007-15.4.2007 (ב יום הזכרון לשואה)	יחידות 4, 5			
7	27.4.2007-22.4.2007 (ב יום הזיכרון) (ג יום העצמאות)	יחידה 5			
8	4.5.2007-29.4.2007	יחידות 6, 7			ממ"ן 12 4.5.2007
9	11.5.2007-6.5.2007 (א ל"ג בעומר)	יחידה 7		ממ"ח 01 11.5.2007	

** התאריכים המדויקים של המפגשים הקבוצתיים, מופיעים ב"לוח מפגשים ומנחים". אנא שבץ אותם בכתב ידך. מרכז הלימוד ואות קבוצתך מצוינים בהודעה ללומד שקיבלת ממערך שירותי הוראה.*

לוח זמנים ופעילויות - המשך

שבוע לימוד	תאריכי שבוע הלימוד	יחידת הלימוד המומלצת	מפגשים עם מנחה*	תאריך אחרון למשלוח	
				ממ"ח (לאו"פ)	ממ"ן (למנחה)
10	18.5.2007-13.5.2007 (ד יום ירושלים)	יחידה 8			ממ"ן 13 18.5.2007
11	25.5.2007-20.5.2007 (ג-ד שבועות)	יחידות 8, 9			
12	1.6.2007-27.5.2007	יחידה 9			ממ"ן 14 1.6.2007
13	8.6.2007-3.6.2007	יחידה 10		ממ"ח 02 8.6.2007	
14	15.6.2007-10.6.2007	יחידה 11			ממ"ן 15 15.6.2007
15	22.6.2007-17.6.2007	יחידות 11, 12			ממ"ן 16 22.6.2007
16	29.6.2007-24.6.2007	יחידה 12		ממ"ח 03 29.6.2007	ממ"ן 17 29.6.2007

מועדי בחינות הגמר יפורסמו בנפרד

** התאריכים המדויקים של המפגשים הקבוצתיים, מופיעים ב"לוח מפגשים ומנחים". אנא שבץ אותם בכתב ידך. מרכז הלימוד ואות קבוצתך מצוינים בהודעה ללומד שקיבלת ממערך שירותי הוראה.*

7. למידה מתוקשבת ואתר הקורס באינטרנט

לקורס שבו אתם לומדים קיים אתר באינטרנט הפועל כמעין מרכז לימוד וירטואלי של הקורס. האתר מהווה עבורכם ערוץ תקשורת עם סטודנטים אחרים בקורס ועם צוות ההוראה, ומאפשר לכם ליהנות מחומרי למידה נוספים שמפרסם מרכז ההוראה. ההשתתפות בפעילות המתוקשבת באתר אינה דורשת הרשמה מיוחדת. הכניסה לאתר מתבצעת מכל עמדת מחשב שיש בה חיבור לאינטרנט (בבית, במקום העבודה, ממחשב של חבר), בשעות ובימים הנוחים לכם.

מהם הציוד והתוכנה הנדרשים כדי לגלוש באתר?

כדי לבקר באתר ולהשתתף בפעילות נדרשת גישה למחשב המסוגל להריץ Microsoft Internet Explorer 6 ומעלה, הכולל מעבד התמלילים Microsoft Word 7.0 ומעלה. תוכנות Office אחרות מומלצות.

כיצד מגיעים לאתר הקורס?

תחילה עליכם להיכנס לאתר הראשי של שוהם בכתובת: http://telem.openu.ac.il
על המסך מופיעים שמות המחלקות באוניברסיטה, בחרו במחלקה המתאימה ולחצו על שם הקורס אותו אתם לומדים או לחילופין הקלידו את מספר הקורס בחלון החיפוש.

מה כוללים אתרי הקורסים?

אתרי הקורסים מאפשרים לקיים **תקשורת זמינה ושוטפת** בין כל השותפים ללמידה ולהוראה בקורס.
נוסף על כך באתרי הקורסים מתפרסמים **חומרי לימוד** כגון: עדכונים ליחידות הלימוד, תרגול נוסף, דוגמאות של מבחנים, משובים לממ"נים, המחשות, לומדות ועוד. **חומרי העשרה** כגון: מצגות, עבודות לדוגמה של סטודנטים, נושאים אקטואליים, מבחני רב ברירה עם משוב מיידי, קישורים למאגרי מידע ולאתרים שונים ברשת האינטרנט ועוד.
בחלק מהאתרים משולבים **שיעורי וידיאו** מוקלטים המחולקים לפרקים והמזמנים לימוד הדומה במקצת לשיעור חי. החלוקה לפרקים מאפשרת צפייה נוחה בשיעור, ובמיוחד חזרה על פרקים ספציפיים מתוך הרצף. בדקו האם יש הפניה לשיעורי וידיאו בקורס שלכם והיעזרו בהם ללמידה.
כל אלה הן דוגמאות בלבד - באתר של כל קורס בוחר מרכז ההוראה להציג את החומרים המתאימים לתכני הקורס.

הפנקס האישי

באתרי הקורסים משולב "**פנקס אישי**" המאפשר לכם לרכז הערות אישיות לחומרים שתבחרו מתוך אתר הקורס. הפנקס האישי, כשמו כן הוא - אישי. רק אתם מורשים לצפות בו. אותו פנקס ילווה אתכם בכל תקופת לימודיכם באוניברסיטה הפתוחה וישרת אתכם בכל הקורסים שתלמדו. תוכלו לאסוף לפנקס האישי פריטי תוכן מאתרי קורסים שונים, בתנאי שיש לכם הרשאה אליהם.

פרטים על הפנקס האישי והמלצות לשימוש בו ראו באתר תלם, אזור מידע לסטודנטים או ישירות בכתובת: http://telem.openu.ac.il/personal_notes

מקווים שהפנקס האישי יהיה לכם לעזר במהלך לימודיכם באוניברסיטה הפתוחה.

כיצד מתבצעת התקשורת באתר?

בדף הבית באתר פרוס **לוח הודעות** בו מתפרסמות הודעות שוטפות מטעם צוות ההוראה בנושאים ואירועים הקשורים לקורס.

באתר יש **קבוצת דיון** המאפשרת שיח שוטף בין כל משתתפי הקורס באמצעות חילופי טקסט. אפשר לשתף ולהתייעץ, לדון בחומר הלימוד, להעלות קשיים, לשאול שאלות ולקיים שיח לימודי וחברתי. קבוצת הדיון פתוחה רק בפני הסטודנטים והמנחים הלומדים ומלמדים בקורס.

הדואר האלקטרוני מאפשר קיום תקשורת בינאישית בין הסטודנטים ומול צוות ההוראה.

הצ׳ט מאפשר לכל משתתפי הקורס, לומדים ומלמדים, ״לשוחח״ בזמן אמת באמצעות הודעות טקסט במועד שנקבע מראש.

ביקור ראשון באתר הקורס

הצעד הראשון בביקורכם באתר הוא לערוך עימו הכרות - התחילו לשוטט במדורים השונים הנמצאים באתר בצורה חופשית כדי להכיר את המבנה שלו ואת התכנים שנמצאים בו.

היכנסו ל עדכון פרטים אישיים ובצעו את הפעולות הבאות:

- *עדכנו את כתובת הדואר האלקטרוני שלכם* כדי שתוכלו לקבל דואר ממרכז ההוראה.
- אשרו פרסום שמכם בדף רשימות הסטודנטים באתר כדי שסטודנטים אחרים יוכלו לפנות אליכם ישירות.
- תוכלו לשנות את סיסמת הגישה האישית לאתר (אם היא מסובכת מדי לזכירה).

בקרו בקבוצת הדיון והציגו עצמכם בפני צוות הקורס וחברי הקבוצה, תוכלו לספר מעט על עצמכם ולשתף אחרים בציפיות שלכם מהקורס. בביקורים הבאים באתר, נצלו את קבוצת הדיון להעלות שאלות, להציע רעיונות ולשתף אחרים בחוויות ובפתרונות.

לרשותכם קיים באתר מדריך למשתמש הכולל הנחיות טכניות לתפעול סביבת הלמידה, אליו ניתן להגיע מהקישור | עזרה בראש דף הבית.

תדירות הביקור באתר ולמה כדאי לחזור ולבקר בו

האינטרנט כידוע הוא מדיום בעל יתרונות רבים, אחד מהם הוא האפשרות לעדכן את המידע באופן שוטף ובמהירות. היתרון הזה בא לידי ביטוי באתרי הקורסים ומאפשר לצוות ההוראה לעדכן את האתר ואתכם, הסטודנטים, באופן שוטף בפרסומים, בחידושים, בדוגמאות אקטואליות ועוד. במילים אחרות, בניגוד ליחידות הלימוד הכתובות, אתר הקורס כפי שמוצג בראשית הסמסטר אינו דומה כלל וכלל לאתר הקורס בסוף הסמסטר. אתרי הקורסים מתרחבים ומתעדכנים כל העת. עשו לעצמכם מנהג לבקר באתר באופן שגרתי ולהפנות אליו את שאלותיכם. גם אם בהתחלה הדבר יהיה אולי מכביד או מאולץ, עם הזמן תיווכחו כי עומד לרשותכם אמצעי עזר יעיל ללמידה.

היכנסו לאתר, היעזרו בתכנים השונים וכמובן השתתפו באופן פעיל. האתר נועד לכם ושימוש נכון בו יכול להקל עליכם את הלמידה. **להתראות באתר!**

כיצד מקבלים סיסמת גישה לאתר הקורס?

לכל סטודנט הרשום לקורס מתוקשב, נפתח באוניברסיטה חשבון אישי הכולל סיסמת גישה לאתר הקורס באינטרנט. הסיסמה מופקת פעם אחת לכל תקופת הלימודים, ותשרת אתכם בכל הקורסים המתוקשבים שאליהם אתם רשומים. **חשוב לשמור את הסיסמה גם לקורסים ולסמסטרים הבאים**. אם זו פעם ראשונה שאתם לומדים בקורס מתוקשב, תישלח לביתכם הודעה שתכלול את שם המשתמש והסיסמה המקורית שלכם. **אנא הקפידו לשמור פרטים אלה!**
תוכלו לשנות את הסיסמה האישית באתר הקורס בכפתור עדכון פרטים אישיים. אם שיניתם את הסיסמה, אנא הקפידו לרשום אותה לפניכם. אם שכחתם אותה, עליכם ליצור קשר עם מוקד הפניות והמידע בטלפון 09-7782222, באמצעות דואר אלקטרוני: infodesk@openu.ac.il או תוכלו להשתמש גם בשירותי קול האו״פ בטלפון 09-7781111.
שימו לב! מטעמי סודיות לא ניתן לקבל את הסיסמה בטלפון. בכל מקרה של דרישת סיסמה, היא תישלח בדואר לכתובת המעודכנת במחשב האוניברסיטה הפתוחה.

שליחת ממ״נים באמצעות מערכת המטלות

בחלק מקבוצות הלימוד קיימת אפשרות **לשלוח מטלות (ממ״נים) באמצעות האינטרנט**. מערכת שליחת המטלות קלה להפעלה וחוסכת את הצורך במילוי טפסים או במשלוח דואר. כל שיידרש מכם יהיה להתחבר לאינטרנט לאתר הבית של הקורס, להצביע על מספר המטלה ולצרף קובץ (או מס׳ קבצים) מהמחשב האישי שלכם (שאר הפרטים, פרטיכם האישיים או תאריך המשלוח, יילקחו אוטומטית מהמערכת). המטלה המתוקנת והציון יוחזרו אף הם באמצעות האינטרנט.
הודעה נפרדת תישלח לסטודנטים מקבוצות לימוד שבהן מתאפשרת שליחת המטלות בדרך זו.

תמיכה טכנית ובירורים

מוקד הפניות והמידע
טלפון רב קווי 09-7782222, דואר אלקטרוני: infodesk@openu.ac.il
שעות הפעילות של מוקד הפניות הן:
בימי ראשון עד חמישי בין השעות: 8:30 - 19:00
בימי שישי וערבי חג בין השעות: 8:30 - 12:30
בעת הפנייה למוקד, הנכם מתבקשים להצטייד במספר ת״ז וקוד אישי.
<u>יש לפנות למוקד בנושאים</u>:

- סיסמת המשתמש (לקבלה או שחזור סיסמה. ניתן גם להשתמש גם בשירותי קול האו״פ בטלפון 09-7781111)
- הודעת שגיאה המודיעה כי אינכם מורשים לגשת לדף כלשהו באתר
- קשיים בהפעלת מערכת שליחת מטלות (במידה שקיבלתם הודעה שבקורס נעשה שימוש במערכת)
- שאלות כלליות על אתרי הקורסים ודיווח על תקלות טכניות באתר (למשל דף משובש או כתובת URL שגויה)

בכל הנושאים הקשורים לתכנים באתר הקורס, עליכם לפנות לצוות ההוראה בקורס.

מטלות הקורס

פירוט המטלות בקורס

בקורס אלגברה לינארית I, 3 ממ"חים ו-7 ממ"נים.

בטבלה שלפניך מופיעה רשימת הממ"נים והממ"חים, סימוליהם, היחידות בהן הם עוסקים ומשקליהם.

אין מטלות העוסקות ביחידת ההכנה - יחידה 1 (ראה פרטים נוספים בעמ' VII של היחידה).

	נושא המטלה	משקל המטלה
ממ"ח 01	יחידות 2 - 5	2 נקודות
ממ"ח 02	יחידות 6 - 8	2 נקודות
ממ"ח 03	יחידות 9- 12	2 נקודות
ממ"ן 11	יחידות 2, 3	3 נקודות
ממ"ן 12	יחידות 4, 5	3 נקודות
ממ"ן 13	יחידות 6, 7	3 נקודות
ממ"ן 14	יחידות 7, 8	4 נקודות
ממ"ן 15	יחידות 9, 10	4 נקודות
ממ"ן 16	יחידה 11	4 נקודות
ממ"ן 17	יחידה 12	3 נקודות

תאריכי הגשת המטלות מופיעים בלוח זמנים ופעילויות וכן על גבי המטלות עצמן. שים לב כי תאריכים אלה הם תאריכים אחרונים למשלוח. מטלות שיישלחו לאחר המועד שנקבע בלוח הזמנים של הקורס, לא תילקחנה בחשבון בחישוב הציון הסופי. המטלות תיבדקנה על ידי המנחים כדי שהסטודנט יוכל לקבל משוב על עבודתו. במקרים מיוחדים של אי עמידה בלוח הזמנים, ניתן לפנות אל מרכז ההוראה.

נוהל הגשת המטלות ומשלוחן

מטלות מנחה - ממ"ן

כיצד להגיש את המטלה?

לכל מטלת מנחה עלייך לצרף טופס מלווה אחד.

הקפד למלא את כל הפרטים בחלק א' של הטופס. הכנס את הטופס (על כל חלקיו הצבעוניים) יחד עם המטלה למעטפה המיועדת לכך ורשום בכתב יד ברור את כתובתך (כולל מיקוד!) במקום המיועד לכך.

רשום את שם המנחה וכתובתו באופן מדויק. (דוגמא לטופס מלווה לממ"ן ראה בהמשך).

השאר עותק של המטלה בידך!

מועדי הגשה ומשלוח מטלות בדואר

בעמוד הראשון של כל מטלה מצוין מועד הגשתה. שלח אותה בדואר עד ל"תאריך האחרון למשלוח" המצוין עבורה. בכל מקרה, אסור שחותמת הדואר על המעטפה תישא תאריך מאוחר מה"תאריך האחרון" למשלוח הממ"ן.

שים לב: **אין לשלוח מטלות בדואר רשום!** **הקפד לרשום את כתובת המנחה בצורה** **מדויקת כולל מיקוד**

את הממ"ן עליך לשלוח לבדיקה **רק למנחה שלקבוצתו אתה משובץ**. ממ"ן שיישלח למנחה אחר ללא אישור מראש של מרכז ההוראה ציונו לא ייחשב.

הממ"ן ייבדק ויוחזר לך תוך שלושה שבועות מהתאריך האחרון להגשת הממ"ן. אם הממ"ן לא יוחזר אליך במועד זה, אנא התקשר עם המנחה לברר סיבת העיכוב.

דחייה בהגשת מטלות

במקרים מיוחדים, כגון שירות מילואים, תוכל לפנות למנחה שלך לקבלת אישור לדחיית מועד ההגשה. לכל מטלה המוגשת באיחור צרף מכתב/אישור המנמק את סיבת האיחור.

בסמכותו של המנחה לאשר לך איחור של עד שבוע בהגשת ממ"ן (אלא אם קיבל הנחיות אחרות ממרכז ההוראה). במקרה חריג ביותר שנדרש איחור בהגשה של למעלה מזה יש לבקש אישור של מרכז ההוראה בקורס. מטלות שתגענה באיחור וללא אישור תיבדקנה על-ידי המנחה אך לא יינתן להן ציון והן לא תובאנה בחשבון המטלות המוגשות.

ערעור על ציון בממ"ן

אם יש לך השגות על הציון שקיבלת בממ"ן תוכל להגיש ערעור מנומק בכתב למנחה שלך בצירוף הממ"ן והטופס המלווה (ההעתק הצהוב), תוך שבוע ימים מיום קבלת הממ"ן.

אם המנחה לא יקבל את ערעורך, הרשות בידך לערער בפני מרכז ההוראה בקורס בצירוף הממ"ן והטופס המלווה, תוך שבוע מיום קבלת תשובת המנחה על ערעורך. החלטת מרכז ההוראה היא סופית.

שימו לב!

את התשובות לממ"נים הנכם מתבקשים לכתוב על דפי פוליו (שורות). כתבו על צדו האחד של העמוד והשאירו שוליים רחבים להערות המנחה (לפחות 5 ס"מ).

האוניברסיטה הפתוחה
הקריה ע"ש דורותי דה רוטשילד
רח' רבוצקי 108 ת.ד. 808 רעננה 43104

לשימוש פנימי

611		21
8-10	3-7	1-2

טופס מלווה למטלה לבדיקה מנחה (ממ"ן)

מטלה	קורס	מספר הזהות
11	10125	123456789
27-28	22-26	11-19

חלק א - ימולא על-ידי התלמיד
מלא נא את כל הפרטים בעט כדורי בכל המלבנים הכהים וכן למטה.
מספר הקורס והמטלה העתק מתוך השאלון.
כן הקפד לרשום את כל תשע הספרות של מספר הזהות (גם אפסים וסיפרת ביקורת)
שלח את כל העתקים בצירוף המטלה אל מנחה קבוצתך.

חלק ג - ציונים
יש לרשום מספרים שלמים
סכום ציוני השאלות צריך להיות שווה ציון המטלה.

31

ישראל ישראלי
שם התלמיד

החשמונאים 19 ת"א
כתובת התלמיד

03-5269710
טלפון

73332
מיקוד

דב ארב
שם המנחה

1.1.02
נשלח ביום

01
קבי לימוד

ת"א 610
מרכז לימוד

ציון שאלה 1	34
ציון שאלה 2	37
ציון שאלה 3	39
ציון שאלה 4	41
ציון שאלה 5	43
ציון שאלה 6	45
ציון שאלה 7	47
ציון שאלה 8	49
ציון שאלה 9	51
ציון שאלה 10	53
ציון שאלה 11	55
ציון שאלה 12	57
ציון שאלה 13	59
ציון שאלה 14	61
ציון שאלה 15	63
ציון שאלה 16	65
ציון שאלה 17	67
ציון שאלה 18	69
ציון שאלה 19	71
ציון שאלה 20	73
ציון שאלה 21	75
ציון שאלה 22	77
ציון שאלה 23	79
ציון שאלה 24	81
ציון שאלה 25	83

חלק ב - ימולא על-ידי המנחה
מלא נא את כל הפרטים (בעט כדורי). שמור את העותק האחרון בידך.
שלח את שאר העותקים בצירוף המטלה למרכז שירות לאוניברסיטה (מש"ל).

התקבל ביום   נשלח ביום   שם המנחה

חלק ד - הערות המנחה לתלמיד (נא כתוב ברור)

מק"ט 9-830-1-9500 יוסף ורלף ושות' בע"מ

דוגמה למילוי טופס מלווה לממ"ן

מטלות מחשב - ממ"ח

הממ"ח הוא "מבחן רב-ברירה" ("מבחן אמריקאי"), הנבדק באמצעות מחשב.
יש להקפיד לשלוח את התשובות לממ"ח במועד שנקבע. אל תקדים במשלוח התשובות יותר משבוע לפני התאריך הנקוב בלוח הזמנים לאותו ממ"ח.
בתוך שלושה שבועות מהתאריך האחרון, המצוין בלוח הזמנים, תקבל לביתך הודעה שתכלול:

א. התשובות הנכונות לממ"ח לעומת תשובותיך.
ב. הערות (אם תהיינה כאלה) המתייחסות לתשובותיך.
ג. ציונך בממ"ח ומשקלו של ממ"ח זה בחישוב הציון הסופי בקורס.

הנחיות לפתרון הממ"ח

יש לקרוא כל שאלה פעמים מספר ולהתייחס לכל מלה בה. קריאה זהירה והבנה מדויקת של משמעות כל משפט בשאלה הן תנאי ראשון להצלחתך בממ"ח.
לכל שאלה יש רק תשובה נכונה אחת. קרא תחילה את כל האפשרויות הנתונות, החלט מהי האפשרות הנכונה ביותר מבין כל האפשרויות ואז סמן אפשרות זו.

אם נדמה לך שיש לשאלה אחת שתי תשובות נכונות, או אף שלוש, ייתכן כי תגלה, לאחר קריאת כל התשובות, תשובה אחת האומרת "שלוש התשובות הקודמות נכונות". במקרה כזה, מובן שתסמן תשובה זו ואותה בלבד כנכונה. אם לא מופיע משפט מסוג זה, הרי רק אחת התשובות נכונה.
קיימת גם אפשרות שאין כל תשובה נכונה, ובמקרה כזה תינתן לך אפשרות לסמן כנכונה את התשובה: "אין אף תשובה נכונה".

משלוח הממ"ח

ניתן לשלוח את התשובות לממ"ח בשני אופנים:

א. באמצעות מערכת **שאילתא** (שירותים אינטראקטיביים לסטודנטים באמצעות תקשורת ואינטרנט).
הסבר על המערכת ניתן למצוא בחוברת הקורס וכן באתר האו"פ באינטרנט בכתובת:
www.openu.ac.il/sheilta
מומלץ לשלוח את התשובות באמצעות מערכת שאילתא. אופן סימון התשובות והעברתן לאו"פ הוא קל והמשוב על קליטת התשובות באו"פ הוא מיידי.
במערכת ניתן לראות את תוצאות בדיקת הממ"ח מיד עם פרסומן.

ב. משלוח טופס הממ"ח בדואר.

הוראות למילוי תשובות ומשלוח ממ"ח באמצעות מערכת שאילתא

1. היכנס למערכת שאילתא. (הכניסה היא מאתר הבית של האו"פ בכתובת www.openu.ac.il/sheilta באמצעות שם המשתמש והסיסמה שנשלחה אליך.)
2. היכנס לתפריט "קורסים".
3. בדף הקורסים, בחר ב"פירוט" הקורס המבוקש.
4. בפירוט הקורס, היכנס לקישור "מטלת מחשב".
5. בחר בממ"ח שברצונך לשלוח ע"י הקלקה על הכפתור שמימין לממ"ח ולחץ על "הזנת תשובות".
6. הזן את התשובות לכל השאלות. (לבחירת התשובה לחץ על החץ שבכל תיבה).
7. שלח את תשובותיך על-ידי לחיצה על לחצן "שלח".
8. בתפריט "פניות" תוכל לראות את פרטי הממ"ח ששלחת.

הוראות לשימוש בטופסי ממ"ח (דוגמת טופס ממ"ח ראה בהמשך)

א. עליך להשתמש אך ורק בטופס המיוחד שקיבלת.

ב. רשום בכתב יד וסמן X **בעט בלבד**.

ג. שמור על הטפסים שקיבלת, הם ישמשוך במהלך הקורס כולו.

ד. אתה רשאי לשלוח טופס אחד בלבד לכל מטלה.

ה. מילוי לא נכון של טופס הממ"ח יגרום לשיבושים.

ו. כדי למנוע שיבושים, מומלץ לפתור תחילה את הממ"ח בחוברת הקורס, ורק לאחר-מכן למלא את טופס הממ"ח. במקרה שסימנת משבצת שגויה ואתה רוצה לבטל בחירה זו, השחר את כל המשבצת.

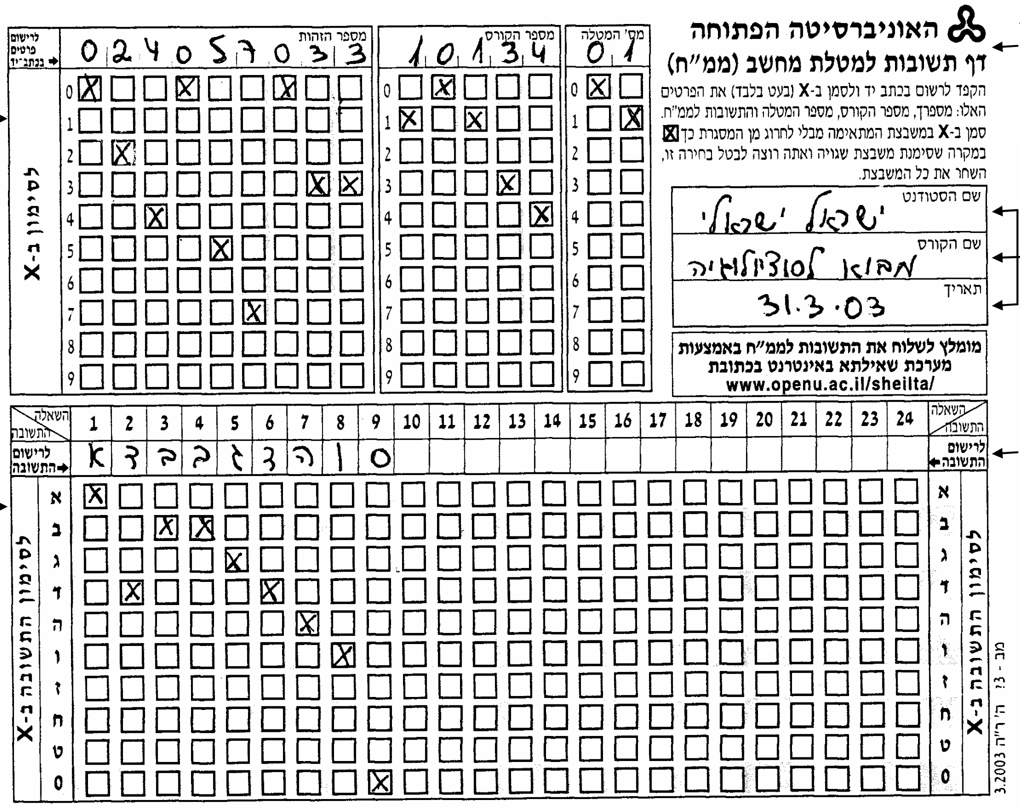
ז. אל תקמט את הטופס. כל קמט בטופס עלול להיקלט כסימון ולגרום שיבושים.

ח. אם אינך יודע את התשובה – סמן 0 ("אפס"). אל תסמן יותר מתשובה אחת לשאלה (אם תעשה כן – יהיה ציונך לשאלה זו 0). אין להשאיר טור (שנדרש מידע לגביו) ללא סימון (אם יישאר טור ריק – יהיה ציונך לשאלה זו 0).

ערעור על ציון בממ"ח

ערעור על ציון שקיבלת בממ"ח יוגש למרכז ההישגים הלימודיים תוך שבוע מיום קבלת תוצאות הממ"ח, ובצירוף ההודעה על הציון שקיבלת מהמחשב (או צילומה).
אין ערעור נוסף על ההחלטה בערעור זה.

הוראות למילוי טופס ממ"ח - **בעט בלבד**



בדוק: האם רשמת וסימנת את מספר הזהות, מספר הקורס, מספר המטלה ותשובותיך למטלה?

רשום את מספר הזהות המלא – 9 ספרות.

מספר הקורס ומספר המטלה רשומים בדף שאלון המטלה.

זכור! מילוי נכון של פרטים אלו מביא לייעול הטיפול במטלה שלך.

חשוב לדעת!

- **יחידה מס' 1** (שיעור ראשון) היא יחידת הכנה לקורס והיא מיועדת ללימוד עצמי. לא יהיה תרגול על החומר הזה במסגרת המפגש.
באתר הקורס תמצאו תדריך לימוד ליחידה זו ותוכלו לבדוק את עצמכם בשאלון "בחנו את עצמכם " (גם באתר).

- **למפגש הראשון** יש לקרוא באופן מעמיק את **יחידה 2.**

- **פתרון המטלות** הוא מרכיב מרכזי בתהליך הלמידה, לכן מומלץ שתשתדל להגיש מטלות רבות ככל האפשר, כולל מטלות שעליהן אתה מצליח להשיב רק באופן חלקי.

כדי לעודדך להגיש לבדיקה מספר רב של מטלות הנהגנו הקלה כדלהלן :
בחישוב הציון הסופי נשקלל את כל המטלות שציוניהן גבוהים מהציון בבחינת הגמר.
ציוני מטלות כאלה תורמים לשיפור הציון הסופי.
ליתר המטלות נתייחס במידת הצורך בלבד. מתוכן נבחר רק את הטובות ביותר עד להשלמת המינימום ההכרחי לעמידה בתנאי הגשת מטלות. משאר המטלות נתעלם.

זכור! ציון סופי מחושב רק לסטודנטים שעברו את בחינת הגמר בציון 60 ומעלה והגישו מטלות כנדרש באותו קורס.

שים לב,
עליך להשאיר לעצמך העתק של המטלה.

אין האוניברסיטה הפתוחה אחראית
למטלה שתאבד בשל תקלות בדואר.

מטלת מנחה (ממ"ן) 11

הקורס: 20109 – אלגברה לינארית 1

חומר הלימוד למטלה: יחידות 2, 3

מספר השאלות: 5   **משקל המטלה:** 3 נקודות

סמסטר: **2007ב**   **מועד אחרון להגשה:** 6.4.07

הפצת קובץ הפתרון: 8.04.07

אנא שים לב: מלא בדייקנות את הטופס המלווה לממ"ן בהתאם לדוגמה שלפני המטלות.   העתק את מספר הקורס ומספר המטלה הרשומים לעיל.

שאלה 1 (20 נקודות)

א. פתור את המערכת הבאה:

$$\begin{cases} -3x + y + 4z = -5 \\ x + y + z = 2 \\ -2x + z = -3 \\ x + y - 2z = 5 \end{cases}.$$

ב. מצא פולינום $f(x) = a + bx + cx^2 + dx^3 + ex^4$ ממעלה 4, כאשר a,b,c,d,e ממשיים,

שמקיים $f(1) = 1$, $f(2) = -1$, $f(-1) = 5$, $f(3) = -59$, $f(-2) = -29$.

<u>הערה</u>: הגדרתו של פולינום נמצאת בעמ' 43 ביחידה 1.

שאלה 2 (20 נקודות)

נתונה מערכת המשוואות בארבעה משתנים:

$$\begin{cases} 4x + 8y + 7z + 3cw = 3b \\ x + 2y + 2z + cw = b \\ 2x + 4y + 2z + (c-1)w = b \end{cases}$$, כאשר c,b פרמטרים ממשיים.

עבור אילו ערכים של b ו- c יש למערכת:

(i) אין פתרון?

(ii) פתרון יחיד? רשום אותו.

(iii) אינסוף פתרונות? רשום את הפתרון הכללי.

שאלה 3 (20 נקודות)

תהי L מערכת של k משוואות ב- 3 נעלמים. הוכח:

א. אם $(-1,-2,-3)$ ו- $(2,4,6)$ פותרים את המערכת, אז L הומוגנית.

ב. אם $(1,-2,1)$, $(1,-2,-1)$ ו- $(1,-4,0)$ הם פתרונות של L ו- L היא מערכת אי-הומוגנית, אז $(1,0,0)$ אינו פתרון של המערכת ההומוגנית בעלת אותה מטריצת מקדמים מצומצמת.

ג. אם יש ל- L פתרון יחיד אז $k \geq 3$.

שאלה 4 (20 נקודות)

נתונים הווקטורים $v_1 = (2,1,-1)\,, v_2 = (-m,-1,3)\,, v_3 = (-3,2,m+1)\,, v_4 = (1,2,1)$ ב- $\mathbf{R}^3$.

א. קבע את כל ערכי m עבורם הקבוצה $\{v_1, v_2, v_3, v_4\}$ פורשת את $\mathbf{R}^3$.

ב. נתון הווקטור $w = (m+1, m-1, 1)$ ב- $\mathbf{R}^3$.
קבע את כל ערכי m עבורם יש פתרון למשוואה $x_1v_1 + x_2v_2 + x_3v_3 + x_4v_4 = w$.

ג. ללא חישוב נוסף, קבע האם קיים m כך שלמשוואה $x_1v_1 + x_2v_2 + x_3v_3 + x_4v_4 = \underline{0}$ יש הפתרון הטריוויאלי בלבד. נמק את תשובתך.

שאלה 5 (20 נקודות)

תהיינה $D\,, C$ תת-קבוצות של $\mathbf{R}^n$.

נניח שהקבוצה C בלתי תלויה לינארית והקבוצה D פורשת. נניח גם שכל וקטור ב- D הוא צרוף לינארי של וקטורי C.

א. הוכח שהקבוצה C היא בסיס של $\mathbf{R}^n$.

ב. תן דוגמה לתת-קבוצות $D\,, C$ של $\mathbf{R}^n$ שמקיימות את ההנחות האלה וכך ש- D גם תלויה לינארית.
(שימו לב ש- n כללי כלשהו)

מטלת מנחה (ממ״ן) 12

הקורס: 20109 – אלגברה לינארית 1

חומר הלימוד למטלה: יחידות 4 , 5

מספר השאלות: 5   **משקל המטלה:** 3 נקודות

סמסטר: 2007ב   **מועד אחרון להגשה:** 4.5.07

הפצת קובץ הפתרון : 6.5.07

אנא שים לב :   מלא בדייקנות את הטופס המלווה לממ״ן בהתאם לדוגמה שלפני המטלות.   העתק את מספר הקורס ומספר המטלה הרשומים לעיל.

שאלה 1 (20 נקודות)

מטריצה ריבועית A נקראת נלפוטנטית אם קיים מספר טבעי $r \geq 1$ כך ש- $A^r = 0$.

תהיינה B, A מטריצות מאותו סדר נלפוטנטיות שמקיימות $AB = BA$.

הוכח שגם המטריצות AB ו- $A + B$ נלפוטנטיות.

רמז : ניתן להשתמש בבינום של ניוטון (פרק I.5) לאחר נימוק מתאים.

שאלה 2 (20 נקודות)

יהיו A מטריצה מסדר $m \times n$ ו- B מטריצה מסדר $n \times m$ המקיימות $AB = I_m$.

א. הוכח כי למערכת ההומוגנית $B\underline{x} = \underline{0}$ יש פתרון יחיד.

ב. הוכח כי $m \leq n$.

ג. הוכח כי אם יש מטריצה X המקיימת $BX = I_n$, אז $X = A$ ו- $m = n$.

שאלה 3 (20 נקודות)

א. יהיו A ו- B מטריצות מסדר $n \times n$.

הוכח כי אם $A^2 = AB$ ו- $B^2 = I + BA$, אז $A = 0$.

ב. תהי A מטריצה ריבועית מסדר n . נתון ש- $A(adjA) \neq 0$.

הוכיחו ש- $adjA$ הפיכה.

שאלה 4 (15 נקודות)

נדגיר את הדטרמיננטה הבאה מסדר n :

$$D_n = \begin{vmatrix} x+y & xy & 0 & . & . & . & 0 \\ 1 & x+y & xy & 0 & . & . & 0 \\ 0 & 1 & x+y & xy & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . & 0 \\ . & . & . & . & . & . & xy \\ 0 & . & . & . & 0 & 1 & x+y \end{vmatrix}$$, ז"א $$a_{ij} = \begin{cases} x+y & if \quad i=j \\ xy & if \quad j=i+1 \\ 1 & if \quad j=i-1 \\ 0 & if \quad j \neq i, i+1, i-1 \end{cases}$$

כלומר מופיע באלכסון $x+y$, מתחת לאלכסון 1 , מעל האלכסון xy ובשאר המקומות 0.

הוכח באינדוקציה שאם $x \neq y$ אז $D_n = \dfrac{x^{n+1} - y^{n+1}}{x-y}$.

שאלה 5 (25 נקודות)

יהי $n \geq 3$, ותהי $$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & . & . & . & . & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & & . & . & . & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . & . & . \\ 0 & . & . & . & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & . & . & . & . & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$ מטריצה מסדר $n \times n$.

א. חשב את $|A|$.

ב. מצא את ערכי n עבורם A הפיכה.

ג. יהי $B = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}$ בסיס ל- $\mathbf{R}^n$. היעזר בטענת סעיף ב' כדי למצוא תנאי הכרחי ומספיק כדי שהקבוצה $C = \{v_1 + v_2, v_2 + v_3, \ldots, v_n + v_1\}$ תהיה בסיס ל- $\mathbf{R}^n$.

מטלת מחשב (ממ"ח) 01

הקורס: **20109- אלגברה לינארית 1**

חומר הלימוד למטלה: יחידות 2-5

מספר השאלות: 19 **משקל המטלה:** 2 נקודות

סמסטר: **2007ב** **מועד אחרון להגשה:** 11.5.07

מומלץ לשלוח את התשובות לממ"ח באמצעות מערכת **שאילתא**
בכתובת www.openu.ac.il/sheilta

בכל אחת מן השאלות הבאות סמן:

א – אם רק טענה 1 נכונה.
ב – אם רק טענה 2 נכונה.
ג – אם שתי הטענות נכונות.
ד – אם שתי הטענות לא נכונות.

שאלה 1

נתונה מערכת המשוואות $\begin{cases} x_1 + \lambda x_2 + x_3 = 1 \\ \lambda x_1 + x_2 + \lambda x_3 = 0 \\ (\lambda+1)x_1 - x_2 + x_3 = \lambda \end{cases}$. ($\lambda$ קבוע, x_1, x_2, x_3 משתנים).

1. עבור $\lambda = -1$ אין פתרון.
2. עבור $\lambda \neq \pm 1$ יש פתרון יחיד למערכת.

שאלה 2

נתונה מערכת המשוואות $\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 = \alpha \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 = \beta \\ x_1 - 5x_2 + 8x_3 = \gamma \end{cases}$.

1. קיימים α, β, γ שעבורם יש למערכת פתרון יחיד.
2. קיימים α, β, γ שעבורם אין למערכת פתרון.

שאלות 3- 5 מתייחסות למערכת אי-הומוגנית (M) ולמערכת הומוגנית (O), שכל אחת מהן בעלת m משוואות ו-n נעלמים, ולשתיהן אותה מטריצת מקדמים מצומצמת.

שאלה 3

1. אם ל-(O) יש פתרון לא טריוויאלי אז $m \le n$.
2. אם ל-(M) אין פתרון אז $m > n$.

שאלה 4

1. אם ל-(O) יש פתרון יחיד, אז גם ל-(M) יש פתרון יחיד.
2. אם ל-(M) יש אינסוף פתרונות אז גם ל-(O) יש אינסוף פתרונות.

שאלה 5

תהי (M') מערכת אי- הומוגנית בעלת אותה מטריצת מקדמים מצומצמת כמו (M), ועמודת מקדמים חופשיים שונה מזו של (M).

1. אם ל-(M) יש אינסוף פתרונות אז ל- (M') יש אינסוף פתרונות.
2. אם ל-(M) יש פתרון יחיד אז ל-(M') יש פתרון יחיד.

שאלה 6

1. אם למערכת $A\underline{x} = \underline{b}$ יש פתרון יחיד אז המטריצה A ריבועית.
2. אם A היא מטריצה מסדר 4×3, אז קיים וקטור $\underline{b} \in \mathbf{R}^4$ כך שלמערכת $A\underline{x} = \underline{b}$ אין פתרון.

שאלה 7

תהי $A = \{(1,1,1,1) , (0,1,0,0) , (2,1,2,2) , (0,0,1,1) , (1,3,2,1)\}$ תת- קבוצה של $\mathbf{R}^4$.

1. A פורשת את $\mathbf{R}^4$.
2. קיימת תת-קבוצה של A שהיא בסיס של $\mathbf{R}^4$.

שאלה 8

יהי $\{\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}\}$ בסיס של $\mathbf{R}^3$.

1. הקבוצה $\{\underline{a} + \underline{b} , \underline{b} + \underline{c} , \underline{c} + \underline{a}\}$ פורשת את $\mathbf{R}^3$.
2. הקבוצה $\{-\underline{a} - \underline{b} , \underline{b} + \underline{c} , \underline{a} + 2\underline{b} + \underline{c}\}$ בסיס של $\mathbf{R}^3$.

שאלה 9

1. תהי $A = \{\underline{a}_1, \underline{a}_2, \underline{a}_3\}$ קבוצת וקטורים שונים מאפס ב- $\mathbf{R}^n$. אם A תלויה לינארית, אז קיימים λ_1, λ_2 כך ש- $\underline{a}_3 = \lambda_1 \underline{a}_1 + \lambda_2 \underline{a}_2$.
2. תהי $A = \{\underline{a}_1, \underline{a}_2, \underline{a}_3\}$ קבוצת וקטורים ב- $\mathbf{R}^n$, $n \geq 3$. אם הקבוצות $\{\underline{a}_1, \underline{a}_2\}, \{a_1, \underline{a}_3\}, \{a_2, \underline{a}_3\}$ בלתי תלויות לינארית, אז גם A בלתי תלויה לינארית.

בשאלות 19-10 A, B, D, X ו- Y הן מטריצות ריבועיות מסדר $n \times n$.

שאלה 10

1. $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}^{100} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
2. $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & -2 \end{pmatrix}^{2007} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & -2 \end{pmatrix}$.

שאלה 11

1. $(A+B)(A-B) = A^2 - B^2$.
2. $\frac{1}{4}\left[(A+I)^2 - (A-I)^2\right] = A$.

שאלה 12

1. אם D אלכסונית אז $(DA)^t = DA^t$.
2. אם $(AB)^t = A^t B^t$ אז $AB = BA$.

שאלה 13

1. אם $A^2 - A + I = 0$ אז A רגולרית.
2. אם $A^2 - A = 0$ אז A סינגולרית.

שאלה 14

1. אם A, B רגולריות אז $A + B$ רגולרית.
2. אם AB סינגולרית אז גם A וגם B סינגולריות.

שאלה 15

נתונה מטריצה A.

1. אם לכל מטריצה B יש מטריצה X כך ש- $AX = B$ אז A רגולרית.
2. אם A רגולרית ו- $AX = B$ אז לכל מטריצה $Y \neq X$, מתקיים $AY \neq B$.

שאלה 16

1. $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \end{vmatrix} = 0$.
2. המטריצה $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & k & -1 \\ 1 & k^2 & 1 \end{pmatrix}$ הפיכה אם ורק אם $k \neq 1, -1, 0$.

שאלה 17

נתון כי $\begin{vmatrix} \alpha_1 & \beta_1 & \gamma_1 \\ \alpha_2 & \beta_2 & \gamma_2 \\ \alpha_3 & \beta_3 & \gamma_3 \end{vmatrix} = a$

1. $\begin{vmatrix} \beta_1+\gamma_1 & \gamma_1+\alpha_1 & \alpha_1+\beta_1 \\ \beta_2+\gamma_2 & \gamma_2+\alpha_2 & \alpha_2+\beta_2 \\ \beta_3+\gamma_3 & \gamma_3+\alpha_3 & \alpha_3+\beta_3 \end{vmatrix} = 2a$.
2. $\begin{vmatrix} \alpha_1+2\beta_1-3\gamma_1 & \alpha_2+2\beta_2-3\gamma_2 & \alpha_3+2\beta_3-3\gamma_3 \\ 3\beta_1 & 3\beta_2 & 3\beta_3 \\ 2\gamma_1 & 2\gamma_2 & 2\gamma_3 \end{vmatrix} = 216a$.

שאלה 18

1. אם $\lambda \in R$ אז $\mathrm{adj}(\lambda A) = \lambda^{n-1}\mathrm{adj}A$.
2. $\mathrm{adj}(A^t) = (\mathrm{adj}A)^t$.

שאלה 19

1. יהי $\underline{b} \in \mathbf{R}^n$ וקטור שכל רכיביו הם מספרים שלמים זוגיים. אם כל איברי A שלמים ו- $|A| = 2$, אז למשוואה $A\underline{x} = \underline{b}$ יש פתרון שכל רכיביו שלמים.
2. אם n אי-זוגי ו- $A^t = -A$, אז למערכת $A\underline{x} = \underline{0}$ יש פתרון יחיד.

מטלת מנחה (ממ"ן) 13

הקורס: 20109 – אלגברה לינארית 1

חומר הלימוד למטלה: יחידות 7,6

מספר השאלות: 5 **משקל המטלה:** 3 נקודות

סמסטר: **2007ב** **מועד אחרון להגשה:** 18.5.07

הפצת קובץ הפתרון: 21.5.07

אנא שים לב: מלא בדייקנות את הטופס המלווה לממ"ן בהתאם לדוגמה שלפני המטלות.   העתק את מספר הקורס ומספר המטלה הרשומים לעיל.

שאלה 1 (20 נקודות)

א. פתור ב- $\mathbf{C}$ את המשוואה $z^3 = \bar{z}$.

ב. תהי A מטריצה הפיכה מסדר 5×5 מעל שדה המספרים המרוכבים.
מצא את כל הערכים של $\det A$ עבורם מתקיים $adj(adjA) = A$.

שאלה 2 (25 נקודות)

א. קבע אלו מהקבוצות הבאות הן מרחבים לינאריים מעל השדה הרשום, ביחס לפעולות הרגילות.נמק את תשובותיך.

1. $K = \left\{ \left(z_1, z_2, z_3\right) \in \mathbf{C}^3 \mid (1+i)z_1 - 2z_2 + 5iz_3 = 0 \right\}$ מעל $\mathbf{C}$.

2. $L = \left\{ \left(x_1, x_2, x_3, x_4\right) \in \mathbf{R}^4 \mid x_1 \geq x_2 \right\}$ מעל $\mathbf{R}$.

3. $M = \left\{ A \in \mathrm{M}_{n\times n}^{\mathbf{C}} \middle| A = -\overline{A} \right\}$ מעל $\mathbf{C}$.

4. $P = \left\{ p(x) \in \mathbf{R}_4[x] \mid p(0) = 1 \right\}$ מעל $\mathbf{R}$.

ב. עבור כל אחד מהמרחבים הליניאריים שמופיע בסעיף קודם , מצא קבוצה פורשת.

שאלה 3 (15 נקודות)

יהיו u_1, u_2, u_3 וקטורים בלתי תלויים לינארית במרחב לינארי V.

נגדיר $v_1 = u_1 + u_2 + u_3$, $v_2 = u_1 - u_2 + u_3$, $v_3 = -u_1 + 3u_2 - u_3$.

האם מתקיים $Sp\{u_1, u_2, u_3\} = Sp\{v_1, v_2, v_3\}$? נמק היטב את תשובתך.

שאלה 4 (20 נקודות)

יהי $\alpha \in \mathbf{C}$. נגדיר $U = \mathrm{Sp}\{x^3 - 2i\alpha x, x^2 + 1\}$ ו- $W = \mathrm{Sp}\{x^3 + ix, (1-i)x^2 - \alpha x\}$

תת- מרחבים של $\mathbf{C}_4[x]$.

א. מצא את כל ערכי α ב- $\mathbf{C}$ שעבורם $W \cap U \neq \{0\}$.

ב. האם $\mathbf{C}_4[x] = W \oplus U$ עבור $\alpha = 0$? נמק!

שאלה 5 (20 נקודות)

יהיו U_1, U_2, W תת-מרחבים של מרחב לינארי V. נתון ש- $V = U_1 \oplus U_2$.

1. הוכיחו שאם מתקיים $U_1 \subseteq W$, אז $W = U_1 \oplus (U_2 \cap W)$.
2. תן דוגמה של מרחב לינארי V ותת-מרחבים U_1, U_2, W כך ש- $V = U_1 \oplus U_2$ ומתקיים $W \neq (U_1 \cap W) \oplus (U_2 \cap W)$.

מטלת מנחה (ממ"ן) 14

הקורס: 20109 – אלגברה לינארית 1

חומר הלימוד למטלה: יחידות 8, 7

מספר השאלות: 5 **משקל המטלה:** 4 נקודות

סמסטר: 2007ב **מועד אחרון להגשה:** 1.6.07

הפצת קובץ הפתרון: 3.6.07

אנא שים לב: מלא בדייקנות את הטופס המלווה לממ"ן בהתאם לדוגמה שלפני המטלות. העתק את מספר הקורס ומספר המטלה הרשומים לעיל.

שאלה 1 (15 נקודות)

יהיו $v_1, v_2, \ldots, v_n, v$ וקטורים במרחב לינארי V.

נתון כי $v \in Sp\{v_1, v_2, \ldots, v_n\}$ ו- $v \notin Sp\{v_1, v_2, \ldots, v_{n-1}\}$.

הוכח כי $v_n \in Sp\{v_1, v_2, \ldots, v_{n-1}, v\}$.

שאלה 2 (20 נקודות)

יהיו $U = Sp\left\{\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 11 \\ 7 & -2 \end{pmatrix}\right\}$ ו- $W = Sp\left\{\begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 5 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -4 \end{pmatrix}\right\}$

תת מרחבים של $M_{2\times 2}^{\mathbf{R}}$.

א. מצא בסיסים ל- U, W, $U+W$ ו- $U \cap W$.

ב. על-ידי הוספת וקטורים מתוך הבסיס הסטנדרטי של $M_{2\times 2}^{\mathbf{R}}$, השלם את הבסיס שמצאת ל-$U$ לבסיס B של $M_{2\times 2}^{\mathbf{R}}$.

ג. מצא את $\left[\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\right]_B$.

שאלה 3 (20 נקודות)

יהי V מרחב לינארי נוצר סופית, ויהיו W, U_1 ו- U_2 תת מרחבים של V.

א. הוכח שאם $U_1+W=U_2+W$, ואם $U_1 \subset U_2$ (הכלה ממש) אז $W \cap U_2 \neq \{0\}$.

ב. הוכח שאם $V=U_1 \oplus U_2$, $U_1 \subseteq W$ ו- $W \cap U_2 = \{0\}$, אז $U_1 = W$.

שאלה 4 (25 נקודות)

יהי $V = \{(z_1, z_2, z_3) \in \mathbf{C}^3 \mid z_1 + (1+i)z_2 - z_3 = 0\}$.

א. הוכח ש- V מרחב לינארי מעל $\mathbf{C}$ ומצא בסיס B עבורו. מצא את $[(-i,1,1)]_B$.

ב. הוכח ש- V מרחב לינארי מעל $\mathbf{R}$.

הוכח כי אם $B=\{v_1, v_2, \ldots, v_k\}$ הוא הבסיס שמצאת בסעיף הקודם,אז הקבוצה

$\hat{B}=\{v_1, v_2, \ldots, v_k, iv_1, iv_2, \ldots, iv_k\}$ היא בסיס של V כמרחב לינארי מעל $\mathbf{R}$.

מצא את $[(-i,1,1)]_{\hat{B}}$.

שאלה 5 (20 נקודות)

א. תהיינה B, A מטריצות מסדר $m \times n$.

הוכח שמרחב השורות W_{A+B} של המטריצה $A+B$ מוכל בתת-מרחב הנוצר על-ידי השורות של A והשורות של B.

ב. הוכח כי מתקיים האי-שיוויון הבא: $\rho(A+B) \leq \rho(A) + \rho(B)$.

ג. תן דוגמה לשתי מטריצות B, A מסדר 2×2 שמקיימות:

$\rho(A+B) > \rho(A)$ וגם $\rho(A+B) > \rho(B)$.

מטלת מחשב (ממ"ח) 02

הקורס: 20109- אלגברה לינארית 1

חומר הלימוד למטלה: יחידות 6- 8

מספר השאלות: 19 **משקל המטלה:** 2 נקודות

סמסטר: 2007ב **מועד אחרון להגשה:** 8.6.07

מומלץ לשלוח את התשובות לממ"ח באמצעות מערכת **שאילתא** בכתובת www.openu.ac.il/sheilta

בכל אחת מן השאלות הבאות סמן:

א – אם רק טענה 1 נכונה. **ב** – אם רק טענה 2 נכונה.

ג – אם שתי הטענות נכונות. **ד** – אם שתי הטענות לא נכונות.

שאלה 1

1. קבוצת כל המטריצות הסימטריות מסדר n מעל $\mathbf{R}$ היא שדה ביחס לפעולות החיבור והכפל של מטריצות.
2. קבוצת המספרים $K = \{a + b\sqrt{2} \mid a,b \in \mathbf{Q}\}$ היא שדה ביחס לפעולות החיבור והכפל הרגילות של המספרים הממשיים..

שאלה 2

1. $\operatorname{Re}\left(\dfrac{3+i}{5-12i}\right) = \dfrac{3}{13}$.
2. $\operatorname{Im}\left(\dfrac{3+i}{5-12i}\right) = \dfrac{41}{169}i$.

שאלה 3

1. $\left|\left(1+i\sqrt{2}\right)^3\right| = 3\sqrt{3}$.
2. $\left|\dfrac{\left(\sqrt{2}-8i\right)^3}{\left(1+i\sqrt{3}\right)^2}\right| = 10\sqrt{5}$.

שאלה 4

יהי $z \in \mathbf{C}$.

1. $z = \frac{z+\bar{z}}{2} + i\frac{z-\bar{z}}{2}$.
2. $\mathrm{Im}(iz) = \mathrm{Re}(-z)$.

שאלה 5

1. ההצגה הטריגונומטרית של $-1+i\sqrt{3}$ היא $-2\left(\cos\frac{5\pi}{3} + i\sin\frac{5\pi}{3}\right)$.
2. ההצגה הטריגונומטרית של $-1+i$ היא $\sqrt{2}(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4})$.

שאלה 6

1. כל פתרונות המשוואה $z^3 = 2+2i$ הם
$z_1 = \cos\frac{\pi}{12} + i\sin\frac{\pi}{12}$, $z_2 = \cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4}$, $z_3 = \cos\frac{17\pi}{12} + i\sin\frac{17\pi}{12}$.
2. כל פתרונות המשוואה $z^2 = -i$ הם
$z_1 = \cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4}$, $z_2 = \cos\frac{7\pi}{4} + i\sin\frac{7\pi}{4}$.

שאלה 7

1. אם γ ו- $\bar{\gamma}$ פתרונות למשוואה $z^2 + az + b = 0$ ו- γ אינו ממשי, אז a ו- b ממשיים.
2. קיים λ מרוכב כך ש- $\begin{bmatrix} 1 & -\lambda \\ \lambda & 1 \end{bmatrix}$ היא מטריצה סינגולרית.

שאלות 8 ו- 9 מתייחסות לפעולות הרגילות על המרחבים הנתונים.

שאלה 8

1. הקבוצה $U = \left\{A \in \mathbf{M}_{n\times n}^{\mathrm{R}} \mid \det A = 0\right\}$ היא תת מרחב של $\mathbf{M}_{n\times n}^{\mathrm{R}}$.
2. הקבוצה $W = \left\{P \in \mathbf{C}_n[x] \middle| P(1) = P(2)\right\}$ היא תת מרחב של $\mathbf{C}_n[x]$.

שאלה 9

1. $U=\{(z_1,\ldots,z_n)\in \mathbf{C}^n \mid z_n=0\}$ הוא תת מרחב של $\mathbf{C}^n$ כמרחב לינארי מעל $\mathbf{R}$.

2. הקבוצה $W=\left\{\begin{bmatrix}\alpha & \gamma\\ \bar{\gamma} & \beta\end{bmatrix} \middle| \alpha,\beta\in\mathbf{R},\gamma\in\mathbf{C}\right\}$ היא מרחב לינארי מעל $\mathbf{C}$.

בשאלות 10- 15 S ו- T הן קבוצות וקטורים במרחב לינארי V.

U, U_1 ו-U_2 הם תת מרחבים של V.

שאלה 10

1. אם $\mathrm{Sp}S \cap \mathrm{Sp}T = \{0\}$ אז $S \cap T = \phi$.

2. אם $S \cap T = \phi$ אז $Sp(S \cup T) = Sp(S) \oplus Sp(T)$.

שאלה 11

1. אם $v \in V$, $v \notin SpT$, ו-T בלתי תלויה לינארית, אז $T \cup \{v\}$ בלתי תלויה לינארית.

2. אם $u, v \in V$, $u \in \mathrm{Sp}(T \cup \{\mathrm{v}\})$ ו- $u \notin \mathrm{Sp}T$, אז $u \in \mathrm{Sp}(\{\mathrm{v}\})$.

שאלה 12

1. אם $U_1 \oplus U = U_2 \oplus U$ אז $U_1 = U_2$.

2. אם $U_1 \cap U = \{0\}$ ו- $U_2 \cap U = \{0\}$ אז $(U_1 + U_2) \cap U = \{0\}$.

שאלה 13

נניח ש- V נוצר סופית.

1. אם T בסיס של V אז קיימת קבוצה S, $S \subseteq T$, כך ש-S בסיס של U.

2. אם $U = \mathrm{Sp}S$ ו- S בלתי תלויה לינארית אז קיים בסיס T של V כך ש- $T \subseteq S$.

שאלה 14

1. $\{(1,0,0)\ ,\ (0,1,0)\ ,\ (0,0,1)\}$ הוא בסיס ל- $\mathbf{C}^3$ כמרחב לינארי מעל $\mathbf{C}$.

2. $\{(1,0,0)\ ,\ (0,1,0)\ ,\ (0,0,1)\}$ הוא בסיס ל- $\mathbf{C}^3$ כמרחב לינארי מעל $\mathbf{R}$.

שאלה 15

1. מימד התת-מרחב $\mathrm{Sp}(\{x^3-1\ ,\ x^2+1\ ,\ x^2-x\ ,\ x^3+x\})$ של $\mathbf{C}_4[x]$ הוא 3.

2. אם U ו- W הם תת-מרחבים של $\mathbf{R}^7$ ו- $\dim U = \dim W = 4$, אז יש ב- $U \cap W$ וקטור שונה מאפס.

שאלה 16

תהי B מטריצת מדרגות קנונית שהיא שקולת שורות למטריצה A.

1. מרחב העמודות של B שווה למרחב העמודות של A.
2. מימד מרחב העמודות של B שווה למימד מרחב העמודות של A.

שאלה 17

יהיו A ו-B מטריצות ריבועיות מסדר n, $B \neq 0$ ו- $\rho(A) = n-1$.

1. אם $AB = 0$ אז $\rho(B) = 1$.
2. אם $BA = 0$ אז $\rho(B) = 1$.

שאלה 18

יהי $B = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$ בסיס למרחב לינארי V.

אם $B' = (v_1 + v_2 \ , \ v_2 + v_3 \ , \ v_3 + v_4 \ , \ v_4)$ הוא בסיס אחר ל-V, אז

1. מטריצת המעבר מ- B' ל-B היא $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$.
2. $[v_1]_{B'} = (1,-1,1,-1)^t$.

שאלה 19

יהיו $B_1 = ((1,1,1), (0,1,1), (0,0,1))$ ו- $B_2 = ((1,2,3), (-1,0,1), (1,0,1))$ בסיסים של $\mathbf{R}^3$.

1. $[(-1,0,1)]_{B_1} = [(0,1,1)]_{B_2}$.
2. $[(1,2,3)]_{B_1} = (1,1,1)^t$.

מטלת מנחה (ממ"ן) 15

הקורס: **20109 – אלגברה לינארית 1**

חומר הלימוד למטלה: יחידות 10,9

מספר השאלות: 5 **משקל המטלה:** 4 נקודות

סמסטר: **2007ב** **מועד אחרון להגשה:** 15.6.07

הפצת קובץ הפתרון: 17.6.07

אנא שים לב:
מלא בדייקנות את הטופס המלווה לממ"ן בהתאם לדוגמה שלפני המטלות.
העתק את מספר הקורס ומספר המטלה הרשומים לעיל.

שאלה 1 (25 נקודות)

תהי $A \in M_{2\times 2}^{\mathbf{R}}$ ותהי $T\colon M_{2\times 2}^{\mathbf{R}} \to M_{2\times 2}^{\mathbf{R}}$ מוגדרת על-ידי: $T(X) = AX$ לכל $X \in M_{2\times 2}^{\mathbf{R}}$.

א. הוכח כי T היא טרנספורמציה לינארית.

ב. הוכח כי T היא איזומורפיזם אם ורק אם A היא הפיכה.

ג. הוכח שאם T אינה איזומורפיזם, אז $\dim\ker T \geq 2$.

רמז: מצא וקטור $\begin{bmatrix} s \\ t \end{bmatrix} \in \mathbf{R}^2$ כך ש- $\begin{bmatrix} s & 0 \\ t & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & s \\ 0 & t \end{bmatrix} \in \ker T$.

ד. נניח ש- $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. רשום את המטריצה של T^{-1} ביחס לבסיס הסטנדרטי של $M_{2\times 2}^{\mathbf{R}}$.

שאלה 2 (15 נקודות)

בכל אחד מהמקרים הבאים קבע האם קיימת העתקה לינארית שמקיימת את התנאים הנתונים. אם כן, מצא העתקה כזאת.

א. $T:\mathbf{R}^4 \to \mathbf{R}^5$ כך ש- $\ker T = Sp\{(0,1,1,0),(1,1,0,0)\}$ ו- $\operatorname{Im} T = Sp\{(2,3,4,0,0),(1,1,0,0,0),(0,1,1,0,0)\}$.

ב. $T:\mathbf{R}^4 \to \mathbf{R}^4$ כך $T(1,1,1,0) = (2,3,1,-1)$, $T(-1,1,0,1) = (1,-1,2,1)$ ו- $T(-1,5,2,3) = (3,7,0,-3)$.

שאלה 3 (20 נקודות)

יהי V מרחב לינארי ותהי $T:V \to V$ טרנספורמציה לינארית כך ש- $T^3 = 0$.

נתון שקיים $v \in V$ כך ש- $T^2(v) \neq 0$.

א. הוכח כי $I - T$ איזומורפיזם ומצא את $(I - T)^{-1}$. **רמז:** $1 - x^3 = (1 - x)(1 + x + x^2)$.

ב. הוכח כי הקבוצה $\{v, Tv, T^2v\}$ בלתי תלויה לינארית.

ג. הוכח שאם $\dim V = 3$ אז $\ker T \subset \operatorname{Im} T$ וקיים בסיס B של V כך ש- $[T]_B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

שאלה 4 (15 נקודות)

יהי V מרחב לינארי מעל שדה F. נניח כי $\dim V = n$.

תהיינה $T_1, T_2 : V \to F$ טרנספורמציות לינאריות כך ש- $T_1 \neq 0, T_2 \neq 0$

ונסמן $N_1 = KerT_1$, $N_2 = KerT_2$. נתון כי $N_1 \neq N_2$.

מצא $\dim(N_1 \cap N_2)$.

שאלה 5 (25 נקודות)

תהי $T : \mathbf{R}_3[x] \to \mathbf{R}_3[x]$ הטרנספורמציה לינארית הנתונה על ידי המטריצה $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 3 \\ 2 & 3 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix}$

ביחס לבסיס $B = (1 + x, 1 + x^2, x + x^2)$.

א. מצא בסיס ומימד עבור $\ker T$.

ב. מצא בסיס ומימד עבור $\operatorname{Im} T$.

ג. חשב את $T(ax^2 + bx + c)$.

ד. יהי $W = \{p(x) \in \mathbf{R}_3[x] \mid T(p(x)) = 2p(x)\}$.

הוכח כי W תת-מרחב של $\mathbf{R}_3[x]$ ומצא בסיס עבורו.

מטלת מנחה (ממ"ן) 16

הקורס: 20109 – אלגברה לינארית 1

חומר הלימוד למטלה: יחידה 11

מספר השאלות: 5 **משקל המטלה:** 4 נקודות

סמסטר: 2007ב **מועד אחרון להגשה:** 22.6.07

הפצת קובץ הפתרון: 24.6.07

אנא שים לב:
מלא בדייקנות את הטופס המלווה לממ"ן בהתאם לדוגמה שלפני המטלות.
העתק את מספר הקורס ומספר המטלה הרשומים לעיל.

שאלה 1 (20 נקודות)

תהי $A=\begin{pmatrix}1 & a & 1\\ 0 & 1 & b\\ 0 & 0 & c\end{pmatrix}$, כאשר c, b, a ממשיים.

א. עבור אילו ערכי c, b, a המטריצה A לכסינה? נמק היטב את תשובתך.

ב. לכל c,b,a שעבורם המטריצה לכסינה, מצא מטריצה הפיכה P ומטריצה אלכסונית D כך ש- $D = P^{-1}AP$.

שאלה 2 (20 נקודות)

תהי $T\colon M_{2\times2}^{\mathbf{R}} \to M_{2\times2}^{\mathbf{R}}$ הטרנספורמציה הלינארית המוגדרת על-ידי:

$T(A) = A - A^t$ לכל $A \in M_{2\times2}^{\mathbf{R}}$.

א. מצא בסיס ל- $\ker T$. מהו המימד של $\operatorname{Im}T$? רשום בסיס ל- $\operatorname{Im}T$.

ב. הוכח כי T היא טרנספורמציה לכסינה.

ג. מצא את כל המרחבים העצמיים של T ממימד גדול מ- 1.

שאלה 3 (20 נקודות)

נתונה מטריצה A סינגולרית מסדר 3×3 המקיימת $\rho\left(A+3I\right)=2$, $\det\left(A-I\right)=0$.

א. רשום את הפולינום האופייני של A .

ב. האם המטריצה $A-3I$ הפיכה? נמק.

ג. מצא את הדטרמיננטה ואת העקבה של A .

שאלה 4 (20 נקודות)

תהי $T:V \to V$ טרנספורמציה לינארית, כאשר V מרחב לינארי נוצר סופית.
נניח ש- u הוא וקטור עצמי של T עבור הערך העצמי λ ו- v וקטור עצמי של T עבור הערך העצמי μ .

א. הוכח שאם $u+v$ וקטור עצמי של T, אז $\lambda = \mu$.

ב. נניח שעבור כל בסיס B של V המטריצה $[T]_B$ המייצגת את T לפי הבסיס הזה אלכסונית.
הוכח שקיים סקלר c כך שלכל $v \in V$ מתקיים $T(v)=cv$.

שאלה 5 (20 נקודות)

יהי V מרחב לינארי ממימד סופי ויהיו $S,T \in \mathrm{Hom}(V,V)$.

א. הוכח כי אם $\lambda = 0$ הוא ערך עצמי של ST , אז הוא ערך עצמי של TS .

ב. הוכח כי אם $\lambda \neq 0$ הוא ערך עצמי של ST ואם v הוא וקטור עצמי של ST השייך ל- λ , אז Tv הוא וקטור עצמי של TS השייך ל- λ .

ג. הוכח כי ל- ST ול- TS יש אותם ערכים עצמיים.

מטלת מנחה (ממ"ן) 17

הקורס: 20109 – אלגברה לינארית 1

חומר הלימוד למטלה: יחידה 12

מספר השאלות: 5   **משקל המטלה:** 3 נקודות

סמסטר: **2007ב**   **מועד אחרון להגשה:** 29.6.07

הפצת קובץ הפתרון: 1.7.07

אנא שים לב:
מלא בדייקנות את הטופס המלווה לממ"ן בהתאם לדוגמה שלפני המטלות.
העתק את מספר הקורס ומספר המטלה הרשומים לעיל.

שאלה 1 (25 נקודות)

יהי $U = \mathrm{Sp}\{(1,1,1,1)\ ,\ (1,2,\text{-}1,1)\}$ תת מרחב של $\mathbf{R}^4$.

א. מצא בסיס אורתונורמלי ל-U.

ב. מצא בסיס אורתונורמלי ל-$U^{\perp}$.

ג. מצא את ההיטל האורתוגונלי של $v = (3,0,0,1)$ על U.

שאלה 2 (20 נקודות)

יהיו W,U תת-מרחבים של $\mathbf{R}^4$.

נתון ש- $(1,0,0,0),(0,0,0,1) \in U$ ו- $(1,1,0,0),(0,0,1,1) \in W$ וכי $\dim(U \cap W^{\perp}) \geq 2$.

מצא בסיסים עבור W, $W^{\perp}$, U.

שאלה 3 (15 נקודות)

תהי $T : \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}^5$ מיוצגת בבסיס הסטנדרטי על ידי המטריצה $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & -2 & 2 \\ 0 & 1 & -3 \\ 2 & 1 & -7 \\ 1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$.

מצא בסיס למשלים האורתוגונלי של $\mathrm{Im}T$.

שאלה 4 (20 נקודות)

יהיו W_1, W_2 תת-מרחבים של $\mathbf{R}^n$ כך ש- $\dim W_1 = \dim W_2$.

הוכח שקיימת טרנספורמציה אורתוגונלית $T : \mathbf{R}^n \to \mathbf{R}^n$ כך ש- $T(W_1) = W_2$.

שאלה 5 (20 נקודות)

תהי $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$.

מצא מטריצה אורתוגונלית P כך ש- $P^t AP$ אלכסונית.

מטלת מחשב (ממ"ח) 03

הקורס: 20109- אלגברה לינארית 1

חומר הלימוד למטלה: יחידות 9-12

מספר השאלות: 19 **משקל המטלה:** 2 נקודות

סמסטר: **2007ב** **מועד אחרון להגשה:** 29.6.07

מומלץ לשלוח את התשובות לממ"ח באמצעות מערכת **שאילתא** בכתובת www.openu.ac.il/sheilta

בכל אחת מן השאלות הבאות סמן:

א – אם רק טענה 1 נכונה. **ב** – אם רק טענה 2 נכונה.

ג – אם שתי הטענות נכונות. **ד** – אם שתי הטענות לא נכונות.

שאלה 1

1. $T:\mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2$ המוגדרת על-ידי $T(\alpha_1,\alpha_2) = (2\alpha_1+\alpha_2, |\alpha_2|)$ היא טרנספורמציה לינארית.
2. $T:\mathbf{C}^2 \to \mathbf{C}^2$ המוגדרת על-ידי $T(z_1,z_2) = (\bar{z}_1, \bar{z}_2)$ היא טרנספורמציה לינארית, כאשר מסתכלים על $\mathbf{C}^2$ כמרחב לינארי מעל $\mathbf{C}$.

שאלה 2

1. $T:\mathbf{R}_5[x] \to \mathbf{R}_6[x]$ המוגדרת על-ידי $T(f(x)) = xf(x)$ היא טרנספורמציה לינארית.
2. $T:\mathbf{M}^C_{n\times n} \to \mathbf{M}^C_{n\times n}$ המוגדרת על-ידי $T(X) = 2X + 3X^t$ היא טרנספורמציה לינארית.

שאלה 3

1. קיימת טרנספורמציה לינארית $T:\mathbf{C}^3 \to \mathbf{C}^2$ כך ש: $T(1,1,1) = (0,1)$, $T(1,2,3) = (0,1)$
$T(3,2,1) = (0,1)$
2. קיימת טרנספורמציה לינארית $T:\mathbf{R}_3[x] \to \mathbf{R}_3[x]$ כך ש- $\operatorname{Im}T = Sp\{x^2-1, x^2+2x+2\}$ וגם $\mathbf{R}_3[x] = KerT \oplus \operatorname{Im}T$.

שאלה 4

אם $S:\mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^5$ מוגדרת על-ידי $S(x, y, z) = (z,\ x + y,\ x + y + z,\ 2x + 2y + z,\ x + y - z)$. אז :

1. $\operatorname{Im} S = Sp\{(1,0,0,0,0),(0,1,0,0,0)\}$.
2. $KerT = Sp\{(1,1,0),(0,0,1)\}$.

בשאלות 5 ו- 6 $\{v_1, v_2, \ldots, v_k\}$ **היא קבוצת וקטורים במרחב לינארי** V **ו-** $T: V \rightarrow V$ **היא טרנספורמציה לינארית.**

שאלה 5

1. אם $\{Tv_1, \ldots, Tv_k\}$ בלתי תלויה אז $\{v_1, \ldots, v_k\}$ בלתי תלויה.
2. אם $\{Tv_1, \ldots, Tv_k\}$ פורשת את V אז $\{v_1, \ldots, v_k\}$ פורשת את V.

שאלה 6

תהי $T{:}\,\mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}^m$ טרנספורמציה לינארית.

1. אם $n \geq m$ אז $\operatorname{Im} T = \mathbf{R}^m$.
2. אם $n > m$ אז $\operatorname{Ker}T \neq \{0\}$.

בשאלות 7 ו- 8 $T{:}V \rightarrow V$ **ו-** $S{:}V \rightarrow V$ **הן טרנספורמציות לינאריות.**

שאלה 7

1. אם $\ker S = \ker T$ ו- $\operatorname{Im} S = \operatorname{Im} T$ אז $S = T$.
2. אם $\operatorname{Im} ST = \{0\}$ אז $\operatorname{Im} T \subseteq \operatorname{Ker}S$.

שאלה 8

1. אם $\ker S = \{0\}$ אז $\ker TS = \{0\}$.
2. אם $\ker T = \{0\}$ אז $\ker TS = \{0\}$.

בשאלות 9- 10 נתונה טרנספורמציה לינארית $T:\mathbf{R}^3\to\mathbf{R}^3$ המקיימת:

$T(1,0,0)=(3,1,2)\ ,\ \ T(0,1,0)=(1,0,0)\ ,\ \ T(0,0,1)=(1,1,1)$

כמו כן, נתונה טרנספורמציה לינארית $S:\mathbf{R}^3\to\mathbf{R}^3$ שהמטריצה שלה בבסיס הסטנדרטי של $\mathbf{R}^3$ היא $\begin{bmatrix}3&1&2\\1&0&0\\1&1&1\end{bmatrix}$.

נסמן ב- E **את הבסיס הסטנדרטי של** $\mathbf{R}^3$ **וב-** B **את הבסיס** $((1,1,1),(1,0,-1),(0,1,1))$.

שאלה 9

1. $[T]_E=([S]_E)^t$.
2. $[T]_B=([S]_B)^t$.

שאלה 10

1. $[T]_B=\begin{bmatrix}5&2&2\\2&0&1\\3&1&1\end{bmatrix}$.
2. $[ST]_E=\begin{bmatrix}9&3&7\\3&1&1\\3&1&3\end{bmatrix}$.

שאלה 11

1. כל מטריצה סינגולרית דומה למטריצה בעלת שורת אפסים.
2. כל מטריצה רגולרית דומה למטריצת היחידה.

שאלה 12

1. אם A ו-B דומות, אז A^2 ו- B^2 דומות.
2. אם A ו-B דומות, אז A^t ו- B^t דומות.

שאלה 13

יהיו A ו-B מטריצות מסדר 2×2.

1. אם $\mathrm{tr}A=\mathrm{tr}B$ ו- $|A|=|B|$, אז A ו-B בעלות אותו פולינום אופייני.
2. אם A ו-B בעלות אותו פולינום אופייני, אז A ו-B דומות.

שאלה 14

תהי A מטריצה ריבועית.

1. אם 3 הוא ערך עצמי של A אז 10 הוא ערך עצמי של $A^2 + I$.
2. אם 10 הוא ערך עצמי של $A^2 + I$, אז 3 הוא ערך עצמי של A או -3 הוא ערך עצמי של A.

שאלה 15

תהי A מטריצה ריבועית.

1. אם $P(t)$ הוא הפולינום האופייני של A אז $P(t^2)$ הוא הפולינום האופייני של A^2.
2. אם $P(t)$ הוא הפולינום האופייני של A אז $P(t-2)$ הוא הפולינום האופייני של $A+2I$.

שאלה 16

1. המטריצות $\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ ו- $\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ דומות.

2. המטריצות $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ ו- $\begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ דומות.

שאלה 17

יהיו $u, v \in \mathbf{R}^n$ וקטורים שונים מאפס.

1. אם $\|u+v\|^2 = \|u\|^2 + \|v\|^2$ אז u ו-v אורתוגונליים.
2. $u-v$ ו- $u+v$ אורתוגונליים אם ורק אם $\|u\| = \|v\|$.

שאלה 18

יהיו U ו-W תת מרחבים של $\mathbf{R}^n$.

1. אם $U^\perp \subseteq W$ אז $U \subseteq W^\perp$.
2. $(U \cap W)^\perp = U^\perp \cap W^\perp$.

שאלה 19

1. המשלים האורתוגונלי של התת-מרחב $\{(x,y,z) \mid x - y = 0\}$ הוא תת-מרחב ממימד 1.
2. קיים תת מרחב U של $\mathbf{R}^{15}$ כך ש- $\dim U = \dim U^\perp$.