1. מבוא לקומבינטוריקה - עקרון החיבור ועקרון הכפל

שאלה מס׳ 1.

א) כמה מספרים שלמים יש בין 32 ל- 87 -

1) לא כולל שני מספרים הנ״ל?

2) כולל שני מספרים הנ״ל?

ב) כמה מספרים שלמים יש בין המספרים השלמים n_1 ו- $(n_1 > n_2)$ n_2. כולל שני מספרים אלה?

ג) מהו מספר האיברים בסדרה $m, m+1, m+2, \dots, m+k$?

תשובה:

א.1) 54

א.2) 56

ב) $n_1 - n_2 + 1$

ג) $(m+k) - m + 1 = k + 1$

שאלה מס׳ 2.

א) המספר הגדול ביותר בין 312 מספרים שלמים עוקבים הוא 747. מהו המספר הקטן ביותר ביניהם?

ב) מהו המספר ה- 47 בסדרה ,75, 76, 77....?

תשובה:

א) בהמשך לסעיף ג׳ משאלה קודמת: $\left.\begin{matrix} k+1=312 \\ m+k=747 \end{matrix}\right\} \Rightarrow m = 747 - 311 = 436$

ב) בהמשך לסעיף ג׳ משאלה קודמת: $\left.\begin{matrix} m=75 \\ k+1=47 \end{matrix}\right\} \Rightarrow m+k = 75+46 = 121$

שאלה מס׳ 3.

א) כמה מספרים שלמים, שמתחלקים ב- 13, יש בין 7 ל- 3000?

ב) כמה מבין המספרים האלה אינם מתחלקים ב- 5?

תשובה:

א) $3000/13 = 230\tfrac{10}{13}$ (אין חשיבות להתחלה מ-7, כמו 0), לכן קיימים 230 מספרים המתחלקים ב-13.

ב) בגלל ש-13 ו-5 הם מספרים זרים, רק מספרים שהם כפולות של $13 \cdot 5 = 65$ מתחלקים בשניהם. בסה״כ $3000/65 = 46\tfrac{10}{65}$, כלומר יש 46 מספרים כאלה, לכן נותרו $230 - 46 = 184$ מספרים שמתחלקים ב-13 ולא ב-5.

שאלה מס' 4.

בליגה מסוימת של כדורגל יש 12 קבוצות. מהו מספר המשחקים בכל מחזור? מהו מספר המשחקים שכל קבוצה תשחק בעונה, אם היא משחקת פעמיים עם כל קבוצת אחרת? מהו המספר הכולל של משחקים שיתקיימו בעונה?

תשובה:

כל קבוצה תשחק בכל מחזור נגד אחת מ-11 הקבוצות האחרות. בסה"כ יהיו לכל קבוצה 22 משחקים. לכן בסה"כ יתקיימו 22 מחזורים, ובכל אחד מהם יהיו 6 משחקים, ובכל העונה יתקיימו $22\cdot 6=132$ משחקים.

שאלה מס' 5.

לאיש אחד 7 זוגות גרביים שחורות ו- 9 זוגות גרביים חומות. הוא מוציא גרב מהמגרה באופן אקראי. מהו מספר הגרביים המינימלי שעליו להוציא מהמגרה כדי להיות בטוח שיהיו בינהם:

א) שתי גרביים שחורות.

ב) שתי גרביים חומות.

ג) שתי גרביים מאותו צבע?

תשובה:

א) במקרה הגרוע ביותר הוא יוציא קודם את 18 הגרביים החומות, ואז 2 גרביים שחורות, לכן כדי להבטיח הוצאת 2 גרביים שחורות הוא צריך להוציא 20 גרביים. בכל מקרה אחר שיוציא פחות מ-20 גרביים, הוא עלול להוציא פחות מ-2 גרביים שחורות.

ב) במקרה הגרוע ביותר הוא יוציא קודם את 14 הגרביים השחורות, ואז 2 גרביים חומות, לכן כדי להבטיח הוצאת 2 גרביים חומות הוא צריך להוציא 16 גרביים. בכל מקרה אחר שיוציא פחות מ-16 גרביים, הוא עלול להוציא פחות מ-2 גרביים חומות.

ג) כאן ניתן להוציא 3 גרביים בלבד, ובהכרח 2 מהם יהיו מאותו צבע, כי יש רק שני צבעים (בהמשך נכיל תכונה זו בעיקרון שובך היונים).

שאלה מס' 6.

בחדר 4 דלתות. מה מספר האפשרויות השונות להיכנס לחדר בדלת אחת ולצאת בדלת אחרת?

תשובה:

נניח שנכנסנו בדלת מסוימת, אזי יש 3 אפשרויות שלא נצא מאותה דלת. כלומר לכל דלת יש 3 אפשרויות לקיום התנאי. בסה"כ יש 4 דלתות דרכן ניתן להיכנס, לכן יש 12 אפשרויות בסה"כ המקיימות את התנאי הנדרש.

שאלה מס' 7.

חנות מוכרת חולצות של שלושה יצרנים, ב- 7 מידות וב- 6 צבעים (המידות והצבעים זהים עבור כל היצרנים). כמה סוגים שונים של חולצות ניתן לקנות בחנות זו? כמה זוגות שונים של חולצות מסוגים שונים אפשר לקנות בחנות זו?

תשובה:

מכל יצרן ניתן לקנות 7 מידות שונות, ומכל מידה ניתן לקנות 6 צבעים, לכן ניתן ליצור 126 צירופים שונים של מידה וצבע.

בסה"כ כדי ליצור זוג של חולצות מסוגים שונים, יש לקחת חולצה מסוג מסוים, ולהתאים לה חולצה מסוג אחר (יש 125 חולצות מסוג אחר). בסה"כ ניתן ליצור $126\cdot125=15750$ אפשרויות שילוב כאלה, אבל יש לשים לב כי אנו מונים כל זוג $\{a,b\}$ פעמיים: כאשר לוקחים קודם את a ואח"כ את b, ולהיפך, ובשתי האפשרויות נוצר אותו זוג. לכן נקבל בפועל רק $15750/2=7875$ זוגות יחודיים.

שאלה מס' 8.

בכיתה מסוימת 20 תלמידים לומדים פיסיקה, ו- 14 תלמידים לומדים כימיה. 5 תלמידים אינם לומדים אף אחד משני המקצועות. קבע את מספר התלמידים בכיתה בכל אחד מהמקרים הבאים:

א) אין תלמידים הלומדים פיסיקה וכימיה גם יחד.

ב) 6 תלמידים לומדים את שני המקצועות.

ג) כל תלמיד הלומד כימיה, לומד גם פיסיקה.

תשובה:

א) כדי שבכיתה לא יהיו תלמידים הלומדים את שני המקצועות, צריך שלא יהיה חיתוך בין האוכלוסיות השונות, כלומר 20 התלמידים הלומדים פיסיקה הם קבוצה אחת, 14 התלמידים הלומדים כימיה הם קבוצה שניה, ובלי קשר 5 התלמידים שלא לומדים פיסיקה וכימיה הם קבוצה שלישית. בגלל שהקבוצות זרות, בכיתה יהיו $20+14+5=39$ תלמידים בכיתה.

ב) בדומה לסעיף א', אך כאן יש 6 תלמידים השייכים לקבוצה הראשונה וגם לשניה, לכן כשמנינו 39 תלמידים בשלוש הקבוצות, מנינו את אותם תלמידים פעמיים, כך שבפועל יש רק 33 תלמידים.

ג) בדומה ל-ב' כאן יש 14 תלמידים שלומדים את שני המקצועות, לכן יש בסה"כ 25 תלמידים בכיתה.

שאלה מס' 9.

כמה מספרים תלת-ספרתיים שונים זה מזה אפשר לרשום בעזרת הספרות 1,2,3, כאשר במספר אין 2 ספרות שוות. (הצעה: רשום את כל המספרים האלה, וספור).

תשובה:

כאן נרצה לבדוק מהו מספר הסידורים האפשריים של 3 הספרות משמאל לימין. דרך החישוב: לספרה השמאלית ביותר יש 3 אפשרויות, לספרה האמצעית נותרו 2 אפשרויות מהמספרים שנותרו, ולספרה הימנית נותרה אפשרות אחת של המספר שנותר אחרי שתי ההצבות הקודמות. בסה"כ יש $3\cdot2\cdot1=6$ סידורים שונים (123, 132, 213, 231, 312, 321).

שאלה מס׳ 10.

א) נתונות שתי קבוצות: A = { 1,2,3,4,5,6,7,8,9 }

B = { 2,4,6,8,10,12,14,16,18 }

מהו מספר האיברים בכל אחת מהקבוצות $A-B, A\cup B, A\cap B, B-A$?

ב) רשום את כל התת-קבוצות, בנות 5 איברים, של הקבוצה. C = { 1,2,3,4,5,6 }

ג) רשום את כל התת-קבוצות, בנות 2 איברים, של הקבוצה C לעיל.

תשובה:

א)

$$A-B=\{1,3,5,7,9\}\Rightarrow |A-B|=5$$
$$A\cup B=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,12,14,16,18\}\Rightarrow |A\cup B|=14$$
$$A\cap B=\{2,4,6,8\}\Rightarrow |A\cap B|=4$$
$$B-A=\{10,12,14,16,18\}\Rightarrow |B-A|=5$$

ב) כאן נקבל 6 תתי-קבוצות, כי מה שמאפיין כל תת-קבוצה כזו הוא אותו איבר שאינו נמצא בה.

$$\{2,3,4,5,6\},\{1,3,4,5,6\},\{1,2,4,5,6\},\{1,2,3,5,6\},\{1,2,3,4,6\},\{1,2,3,4,5\}$$

ג) כאן יש 6 אפשרויות לבחירת האיבר הראשון ו-5 אפשרויות לבחירת האיבר השני, אבל בגלל שאין חשיבות לסדר הבחירה נצטרך לחלק ב-2 (להימנע מספירה כפולה של זוגות). לכן נקבל $6\cdot 5/2=15$ תתי-קבוצות: $\{1,2\},\{1,3\},\{1,4\},\{1,5\},\{1,6\},\{2,3\},\{2,4\},\{2,5\},\{2,6\},\{3,4\},\{3,5\},\{3,6\},\{4,5\},\{4,6\},\{5,6\}$

שאלה מס׳ 11.

בכיתה 18 בנים ו- 16 בנות. מהו מספר המשלחות השונות בנות 2 תלמידים שאפשר לבחור בכיתה זו:

א) אם בוחרים רק בנים.

ב) אם בוחרים רק בנות.

ג) אם בוחרים בן אחת ובת אחת.

ד) אם בוחרים 2 תלמידים בלי להתייחס למינם.

תשובה:

א) 18 אפשרויות לבחירת הבן הראשון ו-17 לבן השני, ונחלק ב-2 בגלל אי חשיבות הסדר $18\cdot 17/2=153$.

ב) 16 אפשרויות לבחירת הבת הראשונה ו-15 לבת השניה, ונחלק ב-2 ונקבל $16\cdot 15/2=120$.

ג) 18 אפשרויות לבחירת הבן ו-16 לבחירת הבת, $18\cdot 16=288$ (כאן אין צורך לחלק ב-2 כי אין ספירה כפולה כמו במקרים הקודמים).

ד) כאן נקבל את סכום הסעיפים הקודמים שמכסים את כל האפשרויות - $153+120+288=561$. באופן חישובי ניקח 34 עצמים ונבחר 2 מהם – 34 אפשרויות לבחירת העצם הראשון, 33 לבחירת השני, ונחלק ב-2 כי ניתן לקבל אותו זוג בשני אופנים, ונרצה למנות אותו רק פעם אחת: $34\cdot 33/2=561$.

שאלה מס׳ 12.

א) רשום את כל האפשרויות להושיב ארבעה אנשים a, b, c, d על ספה. מה מספרן?

ב) רשום את כל האפשרויות לחלק את ארבעת האנשים הללו סביב שולחן עגול. מהו מספר האפשרויות?

ג) מהו מספר האפשרויות לשלוח 2 אנשים מהקבוצה הזו לביצוע משימה מסוימת, ואת השניים האחרים לביצוע משימה אחרת, שונה מקודמתה?

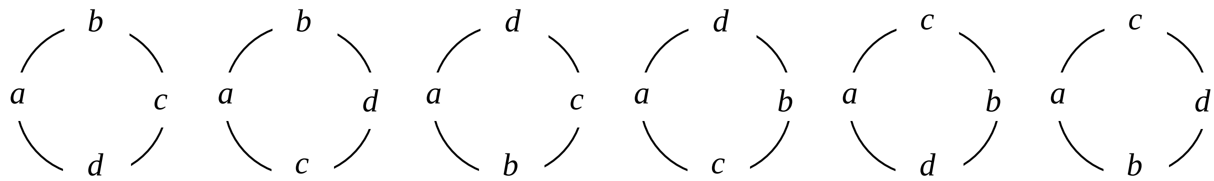
ד) מהו מספר האפשרויות לחלק את ארבעת האנשים לשתי קבוצות בנות 2 אנשים כל אחת?

תשובה:

א) יש בסה״כ $4\cdot3\cdot2\cdot1=24$ אפשרויות.

$$\{a,b,c,d\},\{a,b,d,c\},\{a,d,c,b\},\{a,d,b,c\},\{a,c,b,d\},\{a,c,d,b\}$$
$$\{b,a,c,d\},\{b,a,d,c\},\{b,d,c,a\},\{b,d,a,c\},\{b,c,a,d\},\{b,c,d,a\}$$
$$\{c,b,a,d\},\{c,b,d,a\},\{c,d,a,b\},\{c,d,b,a\},\{c,a,b,d\},\{c,a,d,b\}$$
$$\{d,b,c,a\},\{d,b,a,c\},\{d,a,c,b\},\{d,a,b,c\},\{d,c,b,a\},\{d,c,a,b\}$$

ב) כאן משנה מי יושב ליד מי (מימין ומשמאל). בגלל שהשולחן עגול, ניתן להציב מישהו מסוים בנקודת יחוס מסוימת (נניח a), ולסדר את כל השאר ביחס אליו. כלומר שיש לבחור מי ישב מימינו, מי ישב מימין למי שמימינו, ומי ישב מימין לימין שלימינו (שלמעשה ישב משמאלו). כלומר יש לסדר את 3 האחרים ובעצם נקבל את השורה העליונה של הסידורים מסעיף א׳ – לכן יש 6 סידורים שכאלה:



ג) כאן יש לבחור 2 מהנציגים לביצוע המשימה הראשונה, ומאליו אותה בחירה תיצור את הזוג השני למשימה השניה. מספר האפשרויות לבחור את הזוג למשימה הראשונה - $4\cdot3/2=6$ וזה מספר האפשרויות העונות לתנאי השאלה.

ד) בשונה מסעיף ג׳, כאן אם נמנה את 6 האפשרויות, נקבל ספירה כפולה של חלוקות זהות, לכן יש רק 3 אפשרויות חלוקה.

שאלה מס׳ 13.

א) בכיתה אחת 30 תלמידים, ובאחרת 28. מהו מספר התלמידים בשתי הכיתות?

ב) מה מספר האפשרויות לבחור תלמיד אחת מבין תלמידי שתי הכיתות האלה, לביצוע תפקידמסוימת?

תשובה:

א) 58.

ב) 58.

שאלה מס' 14.

ממשאל שנערך באספה מסוימת של דוברי אנגלית ודוברי צרפתית עלה, כי 40 אנשים מדברים אנגלית ו- 30 אנשים מדברים צרפתית. כמה אנשים נוכחו באספה לכל היותר? לכל הפחות?

תשובה:

לכל הפחות 40, ולכל היותר 70.

שאלה מס' 15.

א) כמה מספרים בני 2 ספרות שונות, המתחילים ב- 5 או ב- 7, אפשר ליצור מהספרות: 1, 2, 4, 5, 7, 8, 9?

ב) כמה מספרים בני 2 ספרות שונות, הקטנים מ- 50, אפשר ליצור מהספרות הנ"ל?

תשובה:

א) אם מתחילים ב-5, נותרו 6 אפשרויות לספרה השניה. אם מתחילים ב-7, נותרו 6 אפשרויות לספרה השניה. סה"כ 12 אפשרויות.

ב) כאן הספרה הראשונה יכולה להיות 1,2,4, לכן, בחישוב דומה לסעיף קודם, יש 18 אפשרויות.

שאלה מס' 16.

מתוך 250 תלמידים, 220 משתתפים בשיעורי התעמלות ו- 90 משתתפים בשיעורי מוסיקה. כמה תלמידים משתתפים גם בשיעורי התעמלות וגם בשיעורי מוסיקה, אם ידוע כי כל תלמיד חייב ללמוד לפחות אחד משני מקצועות אלה?

תשובה:

אם 220 משתתפים בהתעמלות, אז 30 משתתפים רק במוסיקה, לכן 60 משתתפים בשניהם.

שאלה מס' 17.

כמה מספרים שלמים, שלא מתחלקים ב- 5 ולא ב- 7, יש בין 1 ל- 100 (כולל 100)?

תשובה:

יש 20 מספרים שמתחלקים ב-5, 14 שמתחלקים ב-7, ו-2 שמתחלקים בשניהם. לכן 32 מספרים מתחלקים ב-5 ו/או 7, לכן 68 לא מתחלקים ב- 5 ולא ב- 7.

שאלה מס' 18.

בקופסה יש 70 כדורים: 20 לבנים, 20 כחולים, 20 אדומים, 8 ירוקים ו- 2 צהובים. מוציאים באקראי כדורים מן הקופסה, בלי להחזירם. מהו המספר הקטן ביותר של כדורים שיש להוציא, כדי להיות בטוח שיהיו ביניהם לפחות 10 כדורים מאותו צבע?

תשובה:

ניקח את המקרה הגרוע ביותר: הוצאנו 8 ירוקים, 2 צהובים, 9 לבנים, 9 אדומים, 10 כחולים = 38.

שאלה מס׳ 19.

A, B ו- C הן קבוצות. נתון:

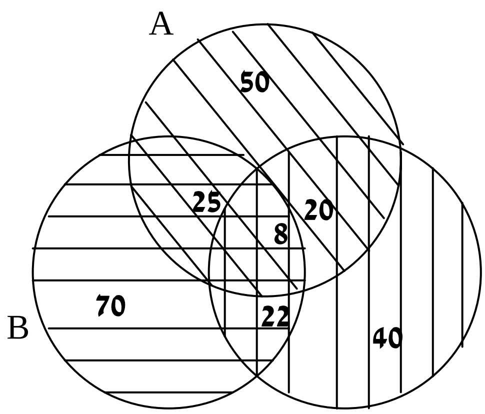
$|A| = 50,\ |B| = 70,\ |C| = 40,\ |A \cap B| = 25,\ |A \cap C| = 20,\ |B \cap C| = 22,$

$|A \cap B \cap C| = 8.$

מצא את $|A \cup B \cup C|$.

תשובה:

$$|A\cup B\cup C| = |A| + |B| + |C| - |A\cap B| - |A\cap C| - |B\cap C| + |A\cap B\cap C| = 50+70+40-25-20-22+8 = 101$$



מהציור רואים את הפרטים הבאים:

פריטים שנמצאים רק ב-A ו-B - 17

פריטים שנמצאים רק ב-A ו-C - 12

פריטים שנמצאים רק ב-C ו-B - 14

פריטים שנמצאים רק ב-A - 13

פריטים שנמצאים רק ב-B - 31

פריטים שנמצאים רק ב-C - 6

פריטים שנמצאים בשלושתם – 8

בסה״כ - 101

שאלה מס׳ 20.

מתוך 10 ספרי אלגברה ו- 6 ספרי גיאומטריה יש לבחור שני ספרים, אחד מכל מקצוע. כמה זוגות שונים כאלה אפשר לבחור?

תשובה:

$10 \cdot 6 = 60$

שאלה מס׳ 21.

בכיתה של 30 תלמידים בוחרים ועד, המורכב משני תלמידים. מהו מספר הועדים האפשרי?

תשובה:

$30 \cdot 29 / 2 = 435$

שאלה מס' 22.

כמה מלים בנות שתי אותיות, שלפחות אחת מהן היא א', אפשר ליצור מהאותיות א', ב', ג', ו- ד'?

הערה: מלה היא סדרה סופית של אותיות (ולא דוקא שונות) מתוך האלפבית הנתון.

תשובה:

אם א' בהתחלה – יש 3 אפשרויות לבחור את האות השניה.

אם א' בסוף – יש 3 אפשרויות לבחור את האות השניה.

בנוסף יש אפשרות למילה אא.

קיבלנו 7 אפשרויות.

שאלה מס' 23.

על מדף מונחים 10 ספרים שונים באנגלית, 8 ספרים שונים בצרפתית ו- 12 ספרים שונים בעברית. יש לבחור 2 ספרים, כך שיהיו בשפות שונות. בכמה אופנים ניתן לבצע זאת?

תשובה:

יש 3 אפשרויות של שילוב 2 שפות שונות – (אנגלית, צרפתית), (עברית, צרפתית), (אנגלית, עברית). באפשרות הראשונה יש $10\cdot 8=80$ שילובים, בשניה $12\cdot 8=96$, ובשלישית $10\cdot 12=120$. סה"כ 296.

שאלה מס' 24.

בכמה אופנים אפשר להעמיד שני צריחים מאותו צבע על לוח שחמט, כך שהאחד לא יכול להכות את האחר?

תשובה:

בלוח שחמט 8 משבצות אורך על 8 רוחב (סה"כ 64). כדי שצריח לא יכה את השני, אסור שיהיו באותה שורה או אותה עמודה. אם צריח מסוים נמצא במקום מסוים בלוח, לצריח השני ישארו $64-15=49$ משבצות שיקיימו את הדרישה (7 השורות האחרות ו-7 העמודות האחרות).בסה"כ יש 49 אפשרויות לכל אחת מההצבות ב-64 משבצות הלוח, ונחלק ב-2 כדי למנוע ספירה כפולה של מצבים זהים - $64\cdot 49/2=1568$.

שאלה מס' 25.

בבית מסוים 7 כניסות. בכמה אופנים שונים אפשר להיכנס ולצאת מהבית, בלי לעבור פעמיים באותה כניסה? מהו מספר האופנים להיכנס ולצאת, אם מסירים הגבלה זו?

תשובה:

לכל כניסה יש 6 אפשרויות יציאה אחרות – לכן $7\cdot 6=42$ אפשרויות. אם אין מגבלה על שוני בין כניסה ליציאה – $7\cdot 7=49$.

שאלה מס' 26.

א) כמה מלים שונות באורך 4 אפשר להרכיב מ- 4 אותיות a, b, c, d, כאשר כל אות יכולה להופיע יותר מפעם אחת במלה?

ב) כמה מלים שונות מתחילות ב- a או ב- b?

ג) כמה מלים שונות אפשר ליצור, אם כל אות יכולה להופיע רק פעם אחת במלה?

ד) כמה מלים שונות מתחילות ב- a או ב- b, עם ההגבלה ב- ג'?

תשובה:

א) כל מיקום של אות יכול להיות מאויש ע"י אחת מארבע האותיות. לכן יש בסה"כ $4\cdot4\cdot4\cdot4=256$.

ב) אם המילה מתחילה ב-a, יש $4\cdot4\cdot4=64$ אפשרויות לבחור את שאר 3 האותיות. כנ"ל גם לגבי התחלה ב-b, ובסה"כ 128 מילים.

ג) $4\cdot3\cdot2\cdot1=24$

ד) אם המילה מתחילה ב-a, יש $3\cdot2\cdot1=6$ אפשרויות לבחור את שאר 3 האותיות. כנ"ל גם לגבי התחלה ב-b, ובסה"כ 12 מילים.

שאלה מס' 27.

בחנות נעליים יש 21 סוגי נעלי נשים, כל אחד ב- 8 מידות וב- 6 צבעים, ו- 7 סוגים של נעלי גברים, כל אחד ב- 9 מידות וב- 3 צבעים. כמה סוגי נעלים שונים בחנות הנ"ל?

תשובה:

$21\cdot8\cdot6+7\cdot9\cdot3=1197$

שאלה מס' 28.

א) בכמה מספרים בין 1,000 ל- 10,000 מופיעות הספרות 3, 5, 7, 8 בלבד?

ב) בכמה מספרים בתחום הזה מופיעות הספרות 0, 3, 5, 7, 8 בלבד?

תשובה:

א) מחפשים את כל המספרים ה-4 ספרתיים בהם ניתן להשתמש ב-4 הספרות הנ"ל - $4\cdot4\cdot4\cdot4=256$.

ב) מחפשים את כל המספרים ה-4 ספרתיים בהם ניתן להשתמש ב-5 הספרות הנ"ל - $4\cdot5\cdot5\cdot5=500$ (יש לשים לב שלספרה השמאלית יש רק 4 אפשרויות כי לא ניתן להציב בה 0).

שאלה מס' 29.

א) כמה מספרים, בני 4 ספרות לכל היותר, אפשר ליצור מהספרות 1, 2, 3, 4, 5?

ב) כמה מספרים אלו הם אי-זוגיים?

תשובה:

א) ספרה אחת – 5, שתי ספרות 25, שלוש ספרות – 125, 4 ספרות 625. סה"כ – 780.

ב) מסתיימים ב-1 או 3 או 5 : 3/5 מהאפשרויות – 468 אפשרויות.

שאלה מס' 30.

כמה מלים בנות 4 אותיות אפשר ליצור מהאותיות a,b,c,d,e,f,g,h, כאשר:

א) כל אות יכולה להופיע יותר מפעם אחת במלה (בחירת האותיות עם החזרה).

ב) כל אות יכולה להופיע לכל היותר פעם אחת במלה (בחירת האותיות בלי החזרה).

הערות:

- את בנית המלים ב- א' אפשר לתאר כך: בוחרים אות, מתוך 8 האותיות הנתונות, ורושמים אותה בתחילת המלה (במקום הראשון). מחזירים את האות לקבוצת האותיות, ובוחרים שוב אות (אפשר כמובן גם לבחור את האות שהוחזרה). זו תהיה האות השניה במלה. וכך האלה. בניה כזו של מלים מכונה בשם בחירה (של האותיות) עם החזרה.
- את בנית המלים ב- ב' אפשר לתאר באופן הבא: בוחרים אות עבור המקום הראשון במלה, ואין מחזירים אותה לקבוצת האותיות. מתוך האותיות שנותרו בוחרים אות עבור המקום השני, וכך הלאה. בחירה כזו של אותיות נקראת בחירה בלי החזרה.

תשובה:

א) $8\cdot8\cdot8\cdot8=4096$

ב) $8\cdot7\cdot6\cdot5=1680$