

מבנה הבחינה :

- * יש לענות על 4 מתוך 5 השאלות.
- * משקל כל שאלה 25% .
- * אם תשיב/י על יותר מ- 4 שאלות, יחושב הציון לפי 4 התשובות הראשונות.

משך המבחן: 3 שעות.

חומר עזר: כל חומר עזר מותר, כולל מחשבון.

שימו לב:

- * יש לנמק כל תשובה, גם אם זה לא נדרש בפירוש בגוף השאלה, אלא אם נאמר בשאלה שאין צורך לנמק.
- * מותר להסתמך על כל טענה המופיעה בספרי הלימוד של הקורס, כולל התשובות לשאלות שבספרי הלימוד וכולל החוברת "אוסף תרגילים פתורים".
- * אפשר להסתמך גם על הפתרונות שפורסמו למטלות של הסמסטר הנוכחי.
- * אם ברצונך להסתמך על טענות ממפגשי הנחיה, כולל מפגשי אופק, עליך לחזור ולהוכיחן.
- * בפתרון סעיף של שאלה מותר להסתמך על סעיפים קודמים

אין צורך להחזיר את השאלון בתום הבחינה

אנא קרא/י בתשומת-לב את כל ההנחיות שבעמוד הקודם !

שאלה 1

(5 נק') א. תהי $A = \{1, 2, 3\}$. כמה יחסי שקילות מעל A קיימים ?

הדרכה: חשוב על חלוקות.

(10 נק') ב. תהי $A = \{1, 2, 3\}$. הוכח שלא קיימים יחסי שקילות E_1, E_2 מעל A ,

שונים זה מזה, ומקיימים את הדרישה הבאה:

אף אחד מהם אינו מוכל בשני, והאיחוד שלהם הוא יחס שקילות מעל A .

(10 נק') ג. תהי $A = \{1, 2, 3, 4\}$. תן דוגמא ליחסי שקילות, E_1, E_2 מעל A ,

שונים זה מזה, ומקיימים את הדרישה שתוארה בסעיף ב.

שאלה 2

מצאי מה לא תקין בהגדרה הבאה.

בדומה להגדרות של חיבור, כפל וחזקה של עוצמות, נגדיר פעולה של הפרש סימטרי בין

עוצמות: תהיינה k, m עוצמות, לא בהכרח שונות זו מזו.

תהיינה A, B קבוצות המקיימות $|A| = k$, $|B| = m$,

ונגדיר $k \oplus m = |A \oplus B|$.

הגדרה כזו אינה אפשרית. עליך להסביר מה הבעיה בהגדרה, ולהראות ע"י דוגמא שההגדרה אינה

תקינה. הדרכה: ראי ההגדרות של חיבור, כפל וחזקה של עוצמות.

שאלה 3

מהו מספר פתרונות המשוואה $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 7$ בשלמים,

כאשר $1 \leq x_1 \leq 5$, $2 \leq x_2 \leq 6$, $-2 \leq x_3 \leq 2$, $-5 \leq x_4 \leq -1$?

אפשר לפתור בעזרת פונקציה יוצרת ואפשר בדרכים אחרות.

יש להגיע לתשובה סופית מספרית.

שאלה 4

מצאי כמה מספרים שלמים n , בתחום $1 \leq n \leq 2100$, מקיימים:
 n מתחלק ב-4, ואינו מתחלק באף אחד משלושת המספרים 5, 6, 7.

שאלה 5

בשאלה זו בלבד אין צורך לנמק - די לרשום את התבניות.

נתבונן בשפה של תחשיב הפרדיקטים, שבה סימני משתנים x, y, z , סימן קבוע a , סימן פונקציה דו-מקומית f וסימן פרדיקט דו-מקומי E .
בשפה נמצאים כרגיל גם הקשרים הלוגיים: $\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow, \sim$, הכמתים \forall, \exists , הסוגריים והסימן ", " (פסיק).
פרט לסימנים הללו אין עוד סימנים בשפה.
תהי J אינטרפרטציה של השפה, שתחומה (העולם שלה) הוא $N - \{0\}$ (הטבעיים ללא 0), ובה a מתפרש כמספר 1, $f(x, y)$ מתפרש כמכפלה $x \cdot y$,
 E מתפרש כיחס השוויון: $E(x, y) : x = y$.

(6 נק') א. כתבו תבנית בשפה זו, המביעה באינטרפרטציה J את הטענה:
כל שני מספרים השונים מ-1, מכפלתם אינה שווה לאף אחד משניהם.

(6 נק') ב. כתבו תבנית בשפה זו, המביעה באינטרפרטציה J את הטענה:
 x מתחלק ללא שארית ב- y .

(6 נק') ג. כתבו תבנית בשפה זו, המביעה באינטרפרטציה J את הטענה:
 x הוא מספר ראשוני.

תזכורת: ראשוני הוא מספר טבעי **השונה מ-1**, ומתחלק רק בעצמו וב-1.

(7 נק') ד. כתבו תבנית בשפה זו, המביעה באינטרפרטציה J את הטענה:
האיבר היחיד בעולם, שמכפלתו בעצמו שווה לו עצמו, הוא המספר 1
(כלומר 1 הוא כזה, ואין אף איבר אחר בעולם בעל תכונה זו).

* שימו לב שלא כל התבניות הנדרשות הן פסוקים.

* אין להוסיף סימנים לשפה - יש להביע את המבוקש בעזרת הסימנים הנתונים!
* כתיב מקוצר - מותר. הקפידו על סוגריים שיאפשרו קריאה חד-משמעית של כל ביטוי.

בהצלחה!