

חֵישוב מַחֲוֶשֶׁב

גיל כהן

הקדמה

במאמר הקצר שלפניכם כמסתי כמה מהטריקים אותם למדתי או גיליתי העוזרים לי לחשב פעולות מתמטיות ללא מחשבון. השאלה הראשונה הנשאלת היא למה יש צורך בכך שהרי בעזרת המחשבון אפשר לבצע פעולות מתמטיות מבלי להשקיע כל מאמץ, ואת עיקר המאמץ המחשבתי שלנו כדאי להשקיע בפעולות שאינן טכניות. אני מסכים עם הטענה האחרונה וכל הטכניקות שהוזכרו לעיל, שימושן נובע רק מהחיבה האישית שלי לחישוב "בראש".

הרעיון הכללי במציאת טכניקות לחישוב בראש היא להמיר פעולה מורכבת אחת בפעולה או פעולות פשוטות ממנה כמו המרת כפל לחיבור (שבדרך כלל קל יותר לבצע), ואז בכל בעיה נתונה לנסות ולמצוא מקום מבטחים אליו ניתן לברוח – פעולה או סדרת פעולות שאותן קל לבצע ביחס לפעולה הנתונה ואז לשלם את מחיר ההמרה, שבדרך כלל אף הוא מהווה פעולה או סדרת פעולות פשוטות. הדברים עדיין באוויר אבל אחרי קריאת ההסברים והדוגמאות שבהמשך המאמר אני בטוח שהכוונה תובהר.

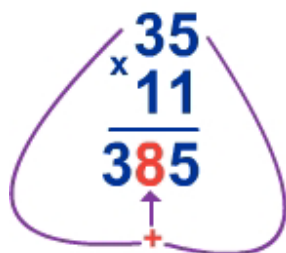
הכפלת מספר דו ספרתי ב-11

כמה זה 35 כפול 11? 385

כמה זה 41 כפול 11? 451

ו 61 כפול 11? 671

המכנה המשותף בכל הכפולות לעיל הוא העובדה שסכום הספרות של המספר הדו ספרתי המקורי שווה לספרה האמצעית (ספרת העשרות) בכפולה. לדוגמא ב 35 כפול



11, החיבור של 3 ו-5 הוא 8 ובדיוק את הספרה הזו אנו "נשחיל" בין ה-3 ל-5, התוצאה היא אם כן 385. באותו אופן, בכדי לחשב כמה הם 72 פעמים 11 נחבר 7 ל 2 ונקבל 9, ואת ה-9 שקיבלנו "נשחיל" בין ה 7 ל-2 ונקבל את התוצאה – 792.

נשאלת השאלה מה קורה כאשר סכום הספרות במספר הדו-ספרתי המקורי גדול מ-9, לדוגמא – 86. במקרה זה $8+6=14$, במקרה כזה ה-1" של ה-14 מתווסף ל-8, ספרת העשרות של המספר המקורי, ויוצר 9, בעוד ה-4 שוב מושחל בין ה-6 מימין לו וה-9 שהרכבנו זה עתה משמאלו – התוצאה – 946. דוגמא נוספת – 74 פעמים 11 – נחבר 7 ל-4 ונקבל 11, המספר גדול מ-9 ולכן ה-1" של ה-11 יתווסף ל-7 ו"יהפוך" את ה-7 ל-8, התוצאה היא אם כן – 814.

דוגמא נוספת – כמה הם 68 כפול 55? ובכן ראשית נשים לב ש-55 זה 11 פעמים 5, לכן נכפיל את 68 ב-11 ואת התוצאה נכפיל ב-5. 68 פעמים 11 לפי השיטה השלנו ניתן לחישוב על ידי חיבור ה-6 וה-8, התוצאה היא 14, ה-1" של ה-14 עובר ל-6 וממיר אותו ל-7, את ה-4" של ה-14 נשחיל אם כן בין ה-7 משמאל ובין ה-8 מימין ונקבל את התוצאה - 748. עד אתה הכפלנו את 68 ב-11, נותר להכפיל את התוצאה ב-5, גם הפעם לא נפעל ישירות ונעזר בטריק טריוויאלי מדי מכדי לכלול אותו במאמר – נחלק את המספר ב-2 ונכפיל את התוצאה ב-10, 748 חלקי 2 הוא 374 והכפלה של המספר הזה ב-10 כמוה כהוספת 0 בסוף המספר, לכן 68 כפול 55 הם 3740.

נביט בדוגמא נוספת – כמה הם 134 פעמים 11? הטריק שלנו פועל אך ורק על מספרים דו-ספרתיים ולכן לא נוכל להפעיל אותו באופן ישיר, אך אם נשים לב ש-134 חלקי 2 הם 67 נוכל להכפיל בעזרת השיטה שלנו את ה-67 ב-11 ואז את התוצאה להכפיל ב-2, שוב הרעיון הוא תמיד לסגת למקום מבטחים, למצב בו אנו יכולים להמיר פעולה מורכבת בפעולה פשוטה ואז לשלם בחזרה את מחיר ההמרה, במקרה שלנו התשלום הוא הכפלה ב-2. אז – 67 פעמים 11 הם 737 (שוב $6+7=13$, ה-1 מתווסף ל-6 של ה-67 ומתקבל 7, ה-3 מושחל בין ה-7 שייצא לבין ספרת האחדות של המספר המקורי – 67, אף הוא 7 והתוצאה היא 737). נכפיל את 737 ב-2, בהחלט פעולה פשוטה יחסית, והתוצאה של 134 פעמים 11 היא 1474.

ודוגמא אחרונה לסיום – כמה הם 275 פעמים 64? טוב זה אגוז קשה יותר לפיצוח, ומשהו אחד שכדאי לזכור הוא כי 11 חלקי 4 הוא 2.75. אם כך להכפיל 275 ב-64 כמוהו כלהכפיל 1,100 ב-16 (כי חילקתי את 64 ב-4 והכפלתי את 275 באותו 4 ובכך לא שיניתי את התוצאה). אם נחלק את 1,100 ב-100 נקבל בדיוק 11, 11 כפול 16 אנחנו כבר יודעים לחשב ללא כל קושי – 176, כל שנשאר לעשות עכשיו הוא להכפיל ב-100 והתוצאה של

275 פעמים 64 היא 17,600. באותה נשימה אומר שכדאי לזכור כי 5.5 הוא חצי של 11, פיסת מידע שעשויה לעזור אם נתקבל בכפולה של 5.5, 55, 550 וכו'.

לפניכם מספר תרגילים אותם כדאי שתתרגלו "בראש", כתבו את התוצאה ולאחר מכן בדקו במחשבון, בכדי לראות אם הוא צודק. בסוף המאמר יש רמזים לשאלות הקשות יותר. חשוב לציין שהתרגול פה הוא הלימוד העיקרי שהרי התיאוריה מאוד פשוטה ויש צורך לתרגל בכדי להתרגל ולמצוא את ה-"נתיב לבריחה", אותו נתיב שיוביל אותנו להמרה של פעולה מורכבת בפעולות פשוטות יותר.

תרגול

1. 24 פעמים 11.
2. 63 פעמים 11.
3. 55 פעמים 11.
4. 99 פעמים 11.
5. 21 פעמים 33.
6. 44 בריבוע.
7. 275 פעמים 148.
8. 348 פעמים 274.
9. 264 פעמים 16.
10. 54 פעמים 36.
11. 56 בריבוע.

העלאת "משהו וחצי" בריבוע

הטריק הזה הוא ללא ספק האהוב עליי מבין כל אלו שמצאתי – נתחיל עם דוגמא. כמה זה 3.5 בריבוע? ובכן כולם יודעים ש-3 בריבוע זה 9, נחבר לזה את ה-3 שלנו, ייצא 12 ונוסיף, תמיד, רבע אם כך – 3.5 בריבוע זה 12.25. נסתכל על דוגמא נוספת – 11.5 בריבוע. 11 בריבוע זה 121 (על פי הטריק שלמדת קודם לכן), ל-121 נוסיף 11 ואז נוסיף רבע – התוצאה 132.25.

האלגוריתם באופן כללי הוא כזה, אם אנו רוצים לחשב את הריבוע של $x+0.5$, כל שנדרש לעשות הוא לחשב את x^2 , להוסיף את x ואז לקנח ברבע. כעיקרון הטריק הזה נובע ישירות מהפיתוח של $(a+b)^2$ כאשר a הוא המספר שלנו ו- b הוא חצי. נעבור למספר דוגמאות:

כמה הם 6.5 בריבוע? ובכן 6 בריבוע זה 36, נוסיף את ה-6 המקורי ונקבל 42, ונקנח ברבע – 6.5 בריבוע אם כן הוא 42.25.

כמה הם 55 בריבוע? ובכן נוכל להיעזר בטריק שלמדנו קודם שהרי 55 הוא 5 פעמים 11 אך קל יותר הפעם יהיה לחשב את 5.5 בריבוע ואז להכפיל ב-100. 5.5 בריבוע קל לחשב – 5 בריבוע + 5 + רבע, 5 בריבוע זה 25, נחבר לזה 5 ייצא 30 ונקנח ברבע, אם כך $5.5^2 = 30.25$. נכפיל ב-100 ונקבל כי $55^2 = 3025$.

נסתכל על דוגמא נוספת – כמה הם 65.5^2 ? ובכן נעבור לחישוב 65.5^2 , בכדי לעשות זאת אנו צריכים לחשב כמה הם 65^2 , שוב קל יותר לחשב את 6.5^2 ולהכפיל ב-100. 6.5^2 על פי הטריק שלמדנו הוא $6^2 + 6 + 0.25$, ז"א $6.5^2 = 42.25$ ולכן $65^2 = 4225$. נוסף לכך את המספר עצמו – 65 ולסיום 0.25 ונקבל כי $65.5^2 = 4290.25$, נכפיל ב-100 בכדי להמיר את התוצאה ל 655^2 ונקבל כי $655^2 = 429,025$. בדוגמא זו נעזרנו בעצם בשימוש כפול בשיטה שלמדנו.

ודוגמא לסיום – מהו הסכום של $1.5^2 + 2.5^2 + 3.5^2 + 4.5^2$? יש לנו כאן ארבעה מחוברים שכל אחד מהם מסתיים ב 0.25 ולכן הסכום כולו יהיה מספר שלם. בכדי לחשב את

ערכו יש לחשב כמה הם $1+2+3+4$ ואז נחבר לכך את הסכום $1^2+2^2+3^2+4^2$, הסכום הראשון הוא 10, השני 30, לאלו נחבר את ה-1 המתקבל מחיבור ארבעת הרבעים ונקבל כי הסכום המבוקש הוא 41. אני מאמין שאחרי קצת תרגול תוכל לפתור את התרגיל הזה "בראש" מהר יותר מאשר מישהו אחר יקיש אותו במחשבון.

תרגול

12. כתוב את לוח ה"חזקה וחצי" עבור כל המספרים מ-1 עד 20 תוך כדי שאתה ממלא את הלוח "בראש", הווה אומר – חשב את $1.5^2, 2.5^2, \dots, 20.25^2$ (השתדל שלא להיעזר בעובדה שקל יחסית לחשב את ההפרש בין כל שני מספרים עוקבים).

13. חשב את 155^2 .

רמזים לשאלות

9. $275-11=264$.

10. 54 קרוב מספיק ל-55 שמהווה חצי של 110.

11. 56 בריבוע קרוב מספיק ל 55 פעמים 56 ששווה ל 110 פעמים 28.