

Q-læring

INF100

Odin Hoff Gardå

UNIVERSITY OF BERGEN



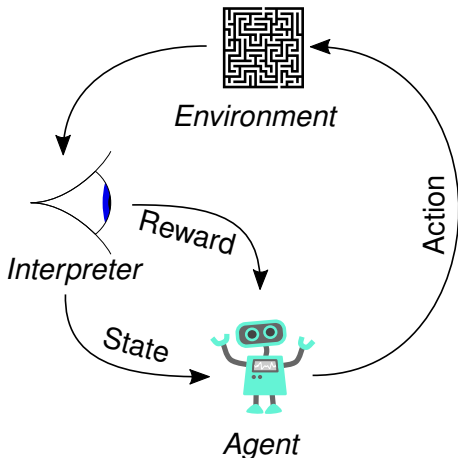
Plan

- 1 Kort introduksjon til Q-læring.
- 2 Workshop: Implementer Q-læring for å løse en labyrint.



Forsterkende Læring¹

- Vi har en **agent** som **handler** i et **miljø**.
- Agenten lærer gjennom **belønning** basert på **tilstand** og **handling**.
- **Q-læring** er en form for forsterkende læring.



¹ Engelsk: Reinforcement Learning

Q-læring: Oppsett

- Vi starter med:
 - En mengde \mathcal{S} av mulige **tilstander**
 - En mengde \mathcal{A} av mulige **handlinger**
 - Et par $(s, a) \in \mathcal{S} \times \mathcal{A}$ kalles et **tilstand-handlings-par**
 - En **belønningsfunksjon** $R: \mathcal{S} \times \mathcal{A} \rightarrow \mathbb{R}$



Q-læring: Oppsett

- Vi starter med:
 - En mengde \mathcal{S} av mulige **tilstander**
 - En mengde \mathcal{A} av mulige **handlinger**
 - Et par $(s, a) \in \mathcal{S} \times \mathcal{A}$ kalles et **tilstand-handlings-par**
 - En **belønningsfunksjon** $R: \mathcal{S} \times \mathcal{A} \rightarrow \mathbb{R}$
- Ved å la agenten utforske miljøet ønsker vi å lære **Q-funksjonen**

$$Q: \mathcal{S} \times \mathcal{A} \rightarrow \mathbb{R}$$

som gir oss en **Q-verdi** $Q(s, a)$ til hvert par $(s, a) \in \mathcal{S} \times \mathcal{A}$.



Q-læring: Oppsett

- Vi starter med:
 - En mengde \mathcal{S} av mulige **tilstander**
 - En mengde \mathcal{A} av mulige **handlinger**
 - Et par $(s, a) \in \mathcal{S} \times \mathcal{A}$ kalles et **tilstand-handlings-par**
 - En **belønningsfunksjon** $R: \mathcal{S} \times \mathcal{A} \rightarrow \mathbb{R}$
- Ved å la agenten utforske miljøet ønsker vi å lære **Q-funksjonen**

$$Q: \mathcal{S} \times \mathcal{A} \rightarrow \mathbb{R}$$

som gir oss en **Q-verdi** $Q(s, a)$ til hvert par $(s, a) \in \mathcal{S} \times \mathcal{A}$.

- **Endelig mål:** For en $s \in \mathcal{S}$ så ønsker vi at $\arg \max_{a \in \mathcal{A}} Q(s, a)$ er den optimale handlingen for å maksimere forventet belønning.



Gjennomgående Eksempel: 3×3 Labyrint

(0,0)	(1,0)	(2,0)
(0,1)	(1,1)	(2,1)
(0,2)	(1,2)	(2,2)



Åpen rute



Vegg



Agent



Mål



Gjennomgående Eksempel: 3×3 Labyrint

(0,0)	(1,0)	(2,0)
(0,1)	(1,1)	(2,1)
(0,2)	(1,2)	(2,2)

	Åpen rute
	Vegg
	Agent
	Mål

Mulige tilstander (agentens posisjon):

$$\mathcal{S} = \{(0,0), (1,0), (2,0), (0,1), (1,1), (2,1), (0,2), (1,2), (2,2)\}$$



Gjennomgående Eksempel: 3×3 Labyrint

(0,0)	(1,0)	(2,0)
(0,1)	(1,1)	(2,1)
(0,2)	(1,2)	(2,2)

	Åpen rute
	Vegg
	Agent
	Mål

Mulige tilstander (agentens posisjon):

$$\mathcal{S} = \{(0,0), (1,0), (2,0), (0,1), (1,1), (2,1), (0,2), (1,2), (2,2)\}$$

Mulige handlinger (retninger å gå):

$$\mathcal{A} = \{\text{venstre, høyre, opp, ned}\}$$



Eksempel: Belønningsfunksjonen

La s' være posisjonen vi treffer ved å gå i retning a fra posisjon s .

Definer belønningsfunksjonen $R: \mathcal{S} \times \mathcal{A} \rightarrow \mathbb{R}$ ved

$$R(s, a) = \begin{cases} -1.0 & \text{hvis } s' \text{ er en veggrote,} \\ -0.1 & \text{hvis } s' \text{ er en åpen rute og} \\ 1.0 & \text{hvis } s' \text{ er målruten.} \end{cases}$$

(0,0)	(1,0)	(2,0)
(0,1)	(1,1)	(2,1)
(0,2)	(1,2)	(2,2)

■ **Q:** Hva er $R((1, 0), \text{høyre})$?



Eksempel: Belønningsfunksjonen

La s' være posisjonen vi treffer ved å gå i retning a fra posisjon s .

Definer belønningsfunksjonen $R: \mathcal{S} \times \mathcal{A} \rightarrow \mathbb{R}$ ved

$$R(s, a) = \begin{cases} -1.0 & \text{hvis } s' \text{ er en veggrote,} \\ -0.1 & \text{hvis } s' \text{ er en åpen rute og} \\ 1.0 & \text{hvis } s' \text{ er målruten.} \end{cases}$$

(0,0)	(1,0)	(2,0)
(0,1)	(1,1)	(2,1)
(0,2)	(1,2)	(2,2)

■ **Q:** Hva er $R((1, 0), \text{høyre})$?

■ **A:** $R((1, 0), \text{høyre}) = 1.0$



Eksempel: Belønningsfunksjonen

La s' være posisjonen vi treffer ved å gå i retning a fra posisjon s .

Definer belønningsfunksjonen $R: \mathcal{S} \times \mathcal{A} \rightarrow \mathbb{R}$ ved

$$R(s, a) = \begin{cases} -1.0 & \text{hvis } s' \text{ er en veggrote,} \\ -0.1 & \text{hvis } s' \text{ er en åpen rute og} \\ 1.0 & \text{hvis } s' \text{ er målruten.} \end{cases}$$

(0,0)	(1,0)	(2,0)
(0,1)	(1,1)	(2,1)
(0,2)	(1,2)	(2,2)

- **Q:** Hva er $R((1, 0), \text{høyre})$?
- **A:** $R((1, 0), \text{høyre}) = 1.0$
- **Q:** Hva er $R((1, 1), \text{venstre})$?



Eksempel: Belønningsfunksjonen

La s' være posisjonen vi treffer ved å gå i retning a fra posisjon s .

Definer belønningsfunksjonen $R: \mathcal{S} \times \mathcal{A} \rightarrow \mathbb{R}$ ved

$$R(s, a) = \begin{cases} -1.0 & \text{hvis } s' \text{ er en veggrute,} \\ -0.1 & \text{hvis } s' \text{ er en åpen rute og} \\ 1.0 & \text{hvis } s' \text{ er målruten.} \end{cases}$$

(0,0)	(1,0)	(2,0)
(0,1)	(1,1)	(2,1)
(0,2)	(1,2)	(2,2)

- **Q:** Hva er $R((1, 0), \text{høyre})$?
- **A:** $R((1, 0), \text{høyre}) = 1.0$
- **Q:** Hva er $R((1, 1), \text{venstre})$?
- **A:** $R((1, 1), \text{venstre}) = -1.0$



Eksempel: Belønningsfunksjonen

La s' være posisjonen vi treffer ved å gå i retning a fra posisjon s .

Definer belønningsfunksjonen $R: \mathcal{S} \times \mathcal{A} \rightarrow \mathbb{R}$ ved

$$R(s, a) = \begin{cases} -1.0 & \text{hvis } s' \text{ er en veggrute,} \\ -0.1 & \text{hvis } s' \text{ er en åpen rute og} \\ 1.0 & \text{hvis } s' \text{ er målruten.} \end{cases}$$

(0,0)	(1,0)	(2,0)
(0,1)	(1,1)	(2,1)
(0,2)	(1,2)	(2,2)

- **Q:** Hva er $R((1, 0), \text{høyre})$?
- **A:** $R((1, 0), \text{høyre}) = 1.0$
- **Q:** Hva er $R((1, 1), \text{venstre})$?
- **A:** $R((1, 1), \text{venstre}) = -1.0$
- **Q:** Hva er $R((1, 1), \text{opp})$?



Eksempel: Belønningsfunksjonen

La s' være posisjonen vi treffer ved å gå i retning a fra posisjon s .

Definer belønningsfunksjonen $R: \mathcal{S} \times \mathcal{A} \rightarrow \mathbb{R}$ ved

$$R(s, a) = \begin{cases} -1.0 & \text{hvis } s' \text{ er en vegggrute,} \\ -0.1 & \text{hvis } s' \text{ er en åpen rute og} \\ 1.0 & \text{hvis } s' \text{ er målruten.} \end{cases}$$

(0,0)	(1,0)	(2,0)
(0,1)	(1,1)	(2,1)
(0,2)	(1,2)	(2,2)

- **Q:** Hva er $R((1, 0), \text{høyre})$?
- **A:** $R((1, 0), \text{høyre}) = 1.0$
- **Q:** Hva er $R((1, 1), \text{venstre})$?
- **A:** $R((1, 1), \text{venstre}) = -1.0$
- **Q:** Hva er $R((1, 1), \text{opp})$?
- **A:** $R((1, 1), \text{opp}) = -0.1$



Q-tabell

Hvis vi har endelig mange tilstander og handlinger, kan vi representere Q-funksjonen som en tabell (**Q-tabell**):

$s \backslash a$	venstre	høyre	opp	ned
(0, 0)	1.0	-0.5	0.1	-0.3
(1, 0)	0.2	-0.3	-1.0	0.6
(2, 0)	-0.4	-0.1	0.3	0.7
(0, 1)	0.4	-0.9	1.0	0.2
(1, 1)	0.6	-0.1	0.4	0.8
(2, 1)	1.0	0.5	0.8	-0.5
(0, 2)	-0.2	0.5	-0.3	-0.7
(1, 2)	0.7	-1.0	0.1	-0.5
(2, 2)	0.1	0.0	0.8	0.1

Spørsmål:

- **Q:** Hva er $Q((0, 0), \text{høyre})$?



Q-tabell

Hvis vi har endelig mange tilstander og handlinger, kan vi representere Q-funksjonen som en tabell (**Q-tabell**):

$s \backslash a$	venstre	høyre	opp	ned
(0,0)	1.0	-0.5	0.1	-0.3
(1,0)	0.2	-0.3	-1.0	0.6
(2,0)	-0.4	-0.1	0.3	0.7
(0,1)	0.4	-0.9	1.0	0.2
(1,1)	0.6	-0.1	0.4	0.8
(2,1)	1.0	0.5	0.8	-0.5
(0,2)	-0.2	0.5	-0.3	-0.7
(1,2)	0.7	-1.0	0.1	-0.5
(2,2)	0.1	0.0	0.8	0.1

Spørsmål:

- **Q:** Hva er $Q((0,0), \text{høyre})$?
- **A:** -0.5



Q-tabell

Hvis vi har endelig mange tilstander og handlinger, kan vi representere Q-funksjonen som en tabell (**Q-tabell**):

$\begin{array}{c} a \\ \backslash \\ s \end{array}$	venstre	høyre	opp	ned
(0, 0)	1.0	-0.5	0.1	-0.3
(1, 0)	0.2	-0.3	-1.0	0.6
(2, 0)	-0.4	-0.1	0.3	0.7
(0, 1)	0.4	-0.9	1.0	0.2
(1, 1)	0.6	-0.1	0.4	0.8
(2, 1)	1.0	0.5	0.8	-0.5
(0, 2)	-0.2	0.5	-0.3	-0.7
(1, 2)	0.7	-1.0	0.1	-0.5
(2, 2)	0.1	0.0	0.8	0.1

Spørsmål:

- **Q:** Hva er $Q((0, 0), \text{høyre})$?
- **A:** -0.5
- **Q:** Hva er $Q((1, 1), \text{ned})$?



Q-tabell

Hvis vi har endelig mange tilstander og handlinger, kan vi representere Q-funksjonen som en tabell (**Q-tabell**):

$\begin{array}{c} a \\ \backslash \\ s \end{array}$	venstre	høyre	opp	ned
(0, 0)	1.0	-0.5	0.1	-0.3
(1, 0)	0.2	-0.3	-1.0	0.6
(2, 0)	-0.4	-0.1	0.3	0.7
(0, 1)	0.4	-0.9	1.0	0.2
(1, 1)	0.6	-0.1	0.4	0.8
(2, 1)	1.0	0.5	0.8	-0.5
(0, 2)	-0.2	0.5	-0.3	-0.7
(1, 2)	0.7	-1.0	0.1	-0.5
(2, 2)	0.1	0.0	0.8	0.1

Spørsmål:

- **Q:** Hva er $Q((0, 0), \text{høyre})$?
- **A:** -0.5
- **Q:** Hva er $Q((1, 1), \text{ned})$?
- **A:** 0.8



Q-tabell

Hvis vi har endelig mange tilstander og handlinger, kan vi representere Q-funksjonen som en tabell (**Q-tabell**):

$\begin{array}{c} a \\ \backslash \\ s \end{array}$	venstre	høyre	opp	ned
(0, 0)	1.0	-0.5	0.1	-0.3
(1, 0)	0.2	-0.3	-1.0	0.6
(2, 0)	-0.4	-0.1	0.3	0.7
(0, 1)	0.4	-0.9	1.0	0.2
(1, 1)	0.6	-0.1	0.4	0.8
(2, 1)	1.0	0.5	0.8	-0.5
(0, 2)	-0.2	0.5	-0.3	-0.7
(1, 2)	0.7	-1.0	0.1	-0.5
(2, 2)	0.1	0.0	0.8	0.1

Spørsmål:

- **Q:** Hva er $Q((0, 0), \text{høyre})$?
- **A:** -0.5
- **Q:** Hva er $Q((1, 1), \text{ned})$?
- **A:** 0.8
- **Q:** Hva er $\max_{a \in \mathcal{A}} Q(s, a)$ når $s = (1, 2)$?



Q-tabell

Hvis vi har endelig mange tilstander og handlinger, kan vi representere Q-funksjonen som en tabell (**Q-tabell**):

$\begin{array}{c} a \\ \backslash \\ s \end{array}$	venstre	høyre	opp	ned
(0, 0)	1.0	-0.5	0.1	-0.3
(1, 0)	0.2	-0.3	-1.0	0.6
(2, 0)	-0.4	-0.1	0.3	0.7
(0, 1)	0.4	-0.9	1.0	0.2
(1, 1)	0.6	-0.1	0.4	0.8
(2, 1)	1.0	0.5	0.8	-0.5
(0, 2)	-0.2	0.5	-0.3	-0.7
(1, 2)	0.7	-1.0	0.1	-0.5
(2, 2)	0.1	0.0	0.8	0.1

Spørsmål:

- **Q:** Hva er $Q((0, 0), \text{høyre})$?
- **A:** -0.5
- **Q:** Hva er $Q((1, 1), \text{ned})$?
- **A:** 0.8
- **Q:** Hva er $\max_{a \in \mathcal{A}} Q(s, a)$ når $s = (1, 2)$?
- **A:** 0.7



Q-tabell

Hvis vi har endelig mange tilstander og handlinger, kan vi representere Q-funksjonen som en tabell (**Q-tabell**):

$\begin{array}{c} a \\ \backslash \\ s \end{array}$	venstre	høyre	opp	ned
(0, 0)	1.0	-0.5	0.1	-0.3
(1, 0)	0.2	-0.3	-1.0	0.6
(2, 0)	-0.4	-0.1	0.3	0.7
(0, 1)	0.4	-0.9	1.0	0.2
(1, 1)	0.6	-0.1	0.4	0.8
(2, 1)	1.0	0.5	0.8	-0.5
(0, 2)	-0.2	0.5	-0.3	-0.7
(1, 2)	0.7	-1.0	0.1	-0.5
(2, 2)	0.1	0.0	0.8	0.1

Spørsmål:

- **Q:** Hva er $Q((0, 0), \text{høyre})$?
- **A:** -0.5
- **Q:** Hva er $Q((1, 1), \text{ned})$?
- **A:** 0.8
- **Q:** Hva er $\max_{a \in \mathcal{A}} Q(s, a)$ når $s = (1, 2)$?
- **A:** 0.7
- **Q:** Hva er $\max_{a \in \mathcal{A}} Q(s, a)$ når $s = (2, 2)$?



Q-tabell

Hvis vi har endelig mange tilstander og handlinger, kan vi representere Q-funksjonen som en tabell (**Q-tabell**):

$\begin{array}{c} a \\ \backslash \\ s \end{array}$	venstre	høyre	opp	ned
(0, 0)	1.0	-0.5	0.1	-0.3
(1, 0)	0.2	-0.3	-1.0	0.6
(2, 0)	-0.4	-0.1	0.3	0.7
(0, 1)	0.4	-0.9	1.0	0.2
(1, 1)	0.6	-0.1	0.4	0.8
(2, 1)	1.0	0.5	0.8	-0.5
(0, 2)	-0.2	0.5	-0.3	-0.7
(1, 2)	0.7	-1.0	0.1	-0.5
(2, 2)	0.1	0.0	0.8	0.1

Spørsmål:

- **Q:** Hva er $Q((0, 0), \text{høyre})$?
- **A:** -0.5
- **Q:** Hva er $Q((1, 1), \text{ned})$?
- **A:** 0.8
- **Q:** Hva er $\max_{a \in \mathcal{A}} Q(s, a)$ når $s = (1, 2)$?
- **A:** 0.7
- **Q:** Hva er $\max_{a \in \mathcal{A}} Q(s, a)$ når $s = (2, 2)$?
- **A:** 0.8



Eksempel: Handling basert på Q-tabell

La $\pi^*: \mathcal{S} \rightarrow \mathcal{A}$ være funksjonen gitt ved $\pi^*(s) = \arg \max_{a \in \mathcal{A}} Q(s, a)$.

$\begin{array}{c} a \\ \backslash \\ s \end{array}$	venstre	høyre	opp	ned
(0, 0)	1.0	-0.5	0.1	-0.3
(1, 0)	0.2	-0.3	-1.0	0.6
(2, 0)	-0.4	-0.1	0.3	0.7
(0, 1)	0.4	-0.9	1.0	0.2
(1, 1)	0.6	-0.1	0.4	0.8
(2, 1)	1.0	0.5	0.8	-0.5
(0, 2)	-0.2	0.5	-0.3	-0.7
(1, 2)	0.7	-1.0	0.1	-0.5
(2, 2)	0.1	0.0	0.8	0.1

Spørsmål:

■ **Q:** Hva er $\pi^*((0, 1))$?



Eksempel: Handling basert på Q-tabell

La $\pi^*: \mathcal{S} \rightarrow \mathcal{A}$ være funksjonen gitt ved $\pi^*(s) = \arg \max_{a \in \mathcal{A}} Q(s, a)$.

$\begin{matrix} a \\ s \end{matrix}$	venstre	høyre	opp	ned
(0, 0)	1.0	-0.5	0.1	-0.3
(1, 0)	0.2	-0.3	-1.0	0.6
(2, 0)	-0.4	-0.1	0.3	0.7
(0, 1)	0.4	-0.9	1.0	0.2
(1, 1)	0.6	-0.1	0.4	0.8
(2, 1)	1.0	0.5	0.8	-0.5
(0, 2)	-0.2	0.5	-0.3	-0.7
(1, 2)	0.7	-1.0	0.1	-0.5
(2, 2)	0.1	0.0	0.8	0.1

Spørsmål:

- **Q:** Hva er $\pi^*((0, 1))$?
- **A:** opp



Eksempel: Handling basert på Q-tabell

La $\pi^*: \mathcal{S} \rightarrow \mathcal{A}$ være funksjonen gitt ved $\pi^*(s) = \arg \max_{a \in \mathcal{A}} Q(s, a)$.

$\begin{array}{c} a \\ \backslash \\ s \end{array}$	venstre	høyre	opp	ned
(0, 0)	1.0	-0.5	0.1	-0.3
(1, 0)	0.2	-0.3	-1.0	0.6
(2, 0)	-0.4	-0.1	0.3	0.7
(0, 1)	0.4	-0.9	1.0	0.2
(1, 1)	0.6	-0.1	0.4	0.8
(2, 1)	1.0	0.5	0.8	-0.5
(0, 2)	-0.2	0.5	-0.3	-0.7
(1, 2)	0.7	-1.0	0.1	-0.5
(2, 2)	0.1	0.0	0.8	0.1

Spørsmål:

- **Q:** Hva er $\pi^*((0, 1))$?
- **A:** opp
- **Q:** Hva er $\pi^*((2, 1))$?



Eksempel: Handling basert på Q-tabell

La $\pi^*: \mathcal{S} \rightarrow \mathcal{A}$ være funksjonen gitt ved $\pi^*(s) = \arg \max_{a \in \mathcal{A}} Q(s, a)$.

$\begin{array}{c} a \\ \backslash \\ s \end{array}$	venstre	høyre	opp	ned
(0, 0)	1.0	-0.5	0.1	-0.3
(1, 0)	0.2	-0.3	-1.0	0.6
(2, 0)	-0.4	-0.1	0.3	0.7
(0, 1)	0.4	-0.9	1.0	0.2
(1, 1)	0.6	-0.1	0.4	0.8
(2, 1)	1.0	0.5	0.8	-0.5
(0, 2)	-0.2	0.5	-0.3	-0.7
(1, 2)	0.7	-1.0	0.1	-0.5
(2, 2)	0.1	0.0	0.8	0.1

Spørsmål:

- **Q:** Hva er $\pi^*((0, 1))$?
- **A:** opp
- **Q:** Hva er $\pi^*((2, 1))$?
- **A:** venstre



Eksempel: Handling basert på Q-tabell

La $\pi^*: \mathcal{S} \rightarrow \mathcal{A}$ være funksjonen gitt ved $\pi^*(s) = \arg \max_{a \in \mathcal{A}} Q(s, a)$.

$\begin{array}{c} a \\ \backslash \\ s \end{array}$	venstre	høyre	opp	ned
(0, 0)	1.0	-0.5	0.1	-0.3
(1, 0)	0.2	-0.3	-1.0	0.6
(2, 0)	-0.4	-0.1	0.3	0.7
(0, 1)	0.4	-0.9	1.0	0.2
(1, 1)	0.6	-0.1	0.4	0.8
(2, 1)	1.0	0.5	0.8	-0.5
(0, 2)	-0.2	0.5	-0.3	-0.7
(1, 2)	0.7	-1.0	0.1	-0.5
(2, 2)	0.1	0.0	0.8	0.1

Spørsmål:

- **Q:** Hva er $\pi^*((0, 1))$?
- **A:** opp
- **Q:** Hva er $\pi^*((2, 1))$?
- **A:** venstre
- **Q:** Hva er $\pi^*((0, 2))$?



Eksempel: Handling basert på Q-tabell

La $\pi^*: \mathcal{S} \rightarrow \mathcal{A}$ være funksjonen gitt ved $\pi^*(s) = \arg \max_{a \in \mathcal{A}} Q(s, a)$.

$\begin{matrix} a \\ s \end{matrix}$	venstre	høyre	opp	ned
(0, 0)	1.0	-0.5	0.1	-0.3
(1, 0)	0.2	-0.3	-1.0	0.6
(2, 0)	-0.4	-0.1	0.3	0.7
(0, 1)	0.4	-0.9	1.0	0.2
(1, 1)	0.6	-0.1	0.4	0.8
(2, 1)	1.0	0.5	0.8	-0.5
(0, 2)	-0.2	0.5	-0.3	-0.7
(1, 2)	0.7	-1.0	0.1	-0.5
(2, 2)	0.1	0.0	0.8	0.1

Spørsmål:

- **Q:** Hva er $\pi^*((0, 1))$?
- **A:** opp
- **Q:** Hva er $\pi^*((2, 1))$?
- **A:** venstre
- **Q:** Hva er $\pi^*((0, 2))$?
- **A:** høyre



Hvordan lære Q-funksjonen?

Vi starter med $Q(s, a) = 0$ for alle par $(s, a) \in \mathcal{S} \times \mathcal{A}$. (En Q-tabell hvor alle verdiene er 0.)

Hvordan lære Q-funksjonen?

Vi starter med $Q(s, a) = 0$ for alle par $(s, a) \in \mathcal{S} \times \mathcal{A}$. (En Q-tabell hvor alle verdiene er 0.)

Vi har to **læringsparametere** (begge tall mellom 0 og 1):

- α : **læringsrate** (learning rate) og
- γ : **rabattfaktor** (discount factor).

Hvordan lære Q-funksjonen?

Vi starter med $Q(s, a) = 0$ for alle par $(s, a) \in \mathcal{S} \times \mathcal{A}$. (En Q-tabell hvor alle verdiene er 0.)

Vi har to **læringsparametere** (begge tall mellom 0 og 1):

- α : **læringsrate** (learning rate) og
- γ : **rabattfaktor** (discount factor).

Q-læringsalgoritmen (én episode):

- 1 Agenten er i posisjon s_t ved tid t . Velg en handling a_t . Ved å utføre a_t i s_t treffer vi s_{t+1} .

Hvordan lære Q-funksjonen?

Vi starter med $Q(s, a) = 0$ for alle par $(s, a) \in \mathcal{S} \times \mathcal{A}$. (En Q-tabell hvor alle verdiene er 0.)

Vi har to **læringsparametere** (begge tall mellom 0 og 1):

- α : **læringsrate** (learning rate) og
- γ : **rabattfaktor** (discount factor).

Q-læringsalgoritmen (én episode):

- 1 Agenten er i posisjon s_t ved tid t . Velg en handling a_t . Ved å utføre a_t i s_t treffer vi s_{t+1} .
- 2 Vi oppdaterer $Q(s_t, a_t)$ med følgende regel:

$$Q(s_t, a_t) \leftarrow (1 - \alpha)Q(s_t, a_t) + \alpha \left(R(s_t, a_t) + \gamma \max_{a \in \mathcal{A}} Q(s_{t+1}, a) \right).$$

Hvordan lære Q-funksjonen?

Vi starter med $Q(s, a) = 0$ for alle par $(s, a) \in \mathcal{S} \times \mathcal{A}$. (En Q-tabell hvor alle verdiene er 0.)

Vi har to **læringsparametere** (begge tall mellom 0 og 1):

- α : **læringsrate** (learning rate) og
- γ : **rabattfaktor** (discount factor).

Q-læringsalgoritmen (én episode):

- 1 Agenten er i posisjon s_t ved tid t . Velg en handling a_t . Ved å utføre a_t i s_t treffer vi s_{t+1} .
- 2 Vi oppdaterer $Q(s_t, a_t)$ med følgende regel:

$$Q(s_t, a_t) \leftarrow (1 - \alpha)Q(s_t, a_t) + \alpha \left(R(s_t, a_t) + \gamma \max_{a \in \mathcal{A}} Q(s_{t+1}, a) \right).$$

- 3 Gjenta fra steg 1 med s_{t+1} (stopp hvis s_{t+1} er en terminaltilstand).

Oppdatering av Q-funksjonen

$$(1 - \alpha) \underbrace{Q(s_t, a_t)}_{\text{nåværende Q-verdi}} + \alpha \left(\overbrace{R(s_t, a_t)}^{\text{Umiddelbar belønning}} + \gamma \underbrace{\max_{a \in \mathcal{A}} Q(s_{t+1}, a)}_{\text{estimert høyeste fremtidig belønning}} \right).$$

- Gammel og ny kunnskap kombineres (α bestemmer balansen mellom de).
- Belønningen for å utføre a_t i tilstand s_t påvirker den nye Q-verdien.
- Hvor mye vi bryr oss om fremtiden bestemmes av γ .

ϵ -grådig Q-læring: Hvordan velge a_t ?

La ϵ være et tall mellom 0 og 1. I tilstand s_t , velg a_t på følgende måte:

- 1 Med sannsynlighet ϵ , velg a_t tilfeldig.
- 2 Med sannsynlighet $1 - \epsilon$, velg $a_t = \pi^*(s_t) = \arg \max_{a \in \mathcal{A}} Q(s, a)$.

Vi reduserer vanligvis verdien av ϵ gjennom læringen slik at agenten utforsker mest i starten men gradvis baserer valgene på lært kunnskap.

Eksempel: Læringsteg 1

Sett $\alpha = 0.8$ og $\gamma = 0.5$. La $s_t = (1, 2)$ og $a_t = \text{opp}$.

(0,0)	(1,0)	(2,0)
(0,1)	(1,1)	(2,1)
(0,2)	(1,2)	(2,2)

$s \backslash a$	venstre	høyre	opp	ned
(1,0)	0.1	1.0	-0.8	0.2
(1,1)	-0.6	-0.8	0.9	0.2
(1,2)	-0.4	-1.0	0.3	-0.9

$$Q(s_t, a_t) \leftarrow \underbrace{(1 - \alpha)}_{0.2} \underbrace{Q(s_t, a_t)}_{0.3} + \underbrace{\alpha}_{0.8} \left(\underbrace{R(s_t, a_t)}_{-0.1} + \underbrace{\gamma \max_{a \in \mathcal{A}} Q(\overbrace{s_{t+1}}^{(1,1)}, a)}_{0.9} \right).$$

Ny Q-verdi: $Q((1, 2), \text{opp}) = 0.2 \cdot 0.3 + 0.8(-0.1 + 0.5 \cdot 0.9) = \mathbf{0.34}$

Eksempel: Læringsteg 2

Nå er $s_t = (1, 1)$. La $a_t = \text{venstre}$.

(0,0)	(1,0)	(2,0)
(0,1)	(1,1)	(2,1)
(0,2)	(1,2)	(2,2)

$s \backslash a$	venstre	høyre	opp	ned
\vdots				
(1,0)	0.1	1.0	-0.8	0.2
(1,1)	-0.6	-0.8	0.9	0.2
(1,2)	-0.4	-1.0	0.34	-0.9
\vdots				

$$Q(s_t, a_t) \leftarrow \underbrace{(1 - \alpha)}_{0.2} \underbrace{Q(s_t, a_t)}_{-0.6} + \underbrace{\alpha}_{0.8} \left(\underbrace{R(s_t, a_t)}_{-1.0} + \underbrace{\gamma \max_{a \in \mathcal{A}} Q(\overset{(0,1)}{\overbrace{s_{t+1}}, a})}_{0.0} \right).$$

Ny Q-verdi: $Q((1, 1), \text{venstre}) = \mathbf{-0.92}$

Eksempel: Læringsteg 3

Nå er $s_t = (1, 1)$. La $a_t := \pi^*(s_t) = \text{opp}$.

(0,0)	(1,0)	(2,0)
(0,1)	(1,1)	(2,1)
(0,2)	(1,2)	(2,2)

$\begin{array}{c} a \\ s \end{array}$	venstre	høyre	opp	ned
\vdots				
(1,0)	0.1	1.0	-0.8	0.2
(1,1)	-0.92	-0.8	0.9	0.2
(1,2)	-0.4	-1.0	0.34	-0.9
\vdots				

$$Q(s_t, a_t) \leftarrow \underbrace{(1 - \alpha)}_{0.2} \underbrace{Q(s_t, a_t)}_{0.9} + \underbrace{\alpha}_{0.8} \left(\underbrace{R(s_t, a_t)}_{-0.1} + \underbrace{\gamma \max_{a \in \mathcal{A}} Q(\overbrace{s_{t+1}}^{(1,0)}, a)}_{1.0} \right).$$

Ny Q-verdi: $Q((1, 1), \text{opp}) = \mathbf{0.5}$

Eksempel: Læringsteg 4

Nå er $s_t = (1, 0)$. La $a_t := \pi^*(s_t) = \text{høyre}$.

(0,0)	(1,0)	(2,0)
(0,1)	(1,1)	(2,1)
(0,2)	(1,2)	(2,2)

$\begin{smallmatrix} a \\ s \end{smallmatrix}$	venstre	høyre	opp	ned
\vdots				
(1,0)	0.1	1.0	-0.8	0.2
(1,1)	-0.92	-0.8	0.5	0.2
(1,2)	-0.4	-1.0	0.34	-0.9
\vdots				

$$Q(s_t, a_t) \leftarrow \underbrace{(1 - \alpha)}_{0.2} \underbrace{Q(s_t, a_t)}_{1.0} + \underbrace{\alpha}_{0.8} \left(\underbrace{R(s_t, a_t)}_{1.0} + \underbrace{\gamma}_{0.5} \underbrace{\max_{a \in \mathcal{A}} Q(\overset{(2,0)}{s_{t+1}}, a)}_{0.0} \right).$$

Ny Q-verdi: $Q((1, 0), \text{høyre}) = 1.0$

Workshop

Nå er det din tur til å implementere Q-læring!

- Gå til <https://github.com/odinhg/Q-Learning-Tutorial> (eller skann QR-koden).



- Spør en gruppeleder eller meg dersom du har spørsmål.