SOK-2011-mappeinnlevering 2a

Kandidatnr 23

Innhold

0.1 Introduksjon

Jeg vil i denne oppgaven gjøre rede for Solows vekstteorier og anvende den på et datasett fra Verdensbanken for å analysere om og i hvilken grad disse teoriene kan bidra til å forstå hva økonomisk vekst er og hva som skaper økonomisk vekst.

Bruttonasjonalproduktet(BNP) for et land er lik summen av alle varer og tjenester som produseres i et år minus varene og tjenestene som brukes i produksjonen. For å kunne sammenlikne land med hensyn til BNP brukes ofte BNP per innbygger. Vi får da et bilde av en verden med veldig store forskjeller. Samtidig er det jo ikke slik at BNP per innbygger faktisk angir hvor mye hver innbygger mottar av BNP. Det er ikke et begrep som forteller noe om fordelingen av produksjonen, bare om størrelsen. For å måle fordeling av et lands inntekter kan vi bruke Lorenz-kurve og Gini-indeks.(Mer om dette)

Selv om BNP per innbygger ikke er et fordelingsbegrep, vil det være slik at nivået er viktig for velferden til innbyggerne i et land. Også med en veldig skjev fordeling av de totale inntektene, vil det være mulig å tenke seg at jo høyere inntekter, jo mer brukes på hver innbygger. I en slik sammenheng er derfor økonomisk vekst viktig fordi det skaper større inntekter som muliggjør økt velferd selv med en skjev inntektsfordeling i et land.

I teoridelen vil jeg ta utgangspunkt i Solow BAS vekstmodell for å vise hvilke faktorer som er bestemmende for vekstnivå og vekstrate i en land. Deretter vil jeg utvide modellen til å omfatte teknologi, kvaliteten til produksjonsfaktorene og naturressurser og gjøre tilsvarende utledninger.

Den empiriske analysen vil være regresjonsanalyse av data fra World Development Indicators fra Verdensbanken som søker å besvare hva bestemmer nivå på og vekst i materiell velferd.

Det må til slutt understrekes at det som er gjort ikke representerer det endelige produktet.

0.2 Teori: Solow-modellen

Vekstmodellene til Solow er av ulik kompleksitet fra en enkel modell med kun produksjonsfaktorene kapital og arbeid til den mest avanserte som også har med total faktorproduktivitet og naturressurser. Jeg vil starte med å beskrive den enkle modellen og resultatene vi kommer fram til.

0.2.1 Solow BAS modellen

Produksjonen(Y) skjer ved hjelp av to innsatsfaktor, Arbeidskraft(L) og Kapital(K). Produktfunksjonen kan skrives generelt som $Y(t) = F(K(t), L(t))$.

0.2.1.1 Antakelser i modellen:

- Alle bedrifter produserer et homogent gode
- Det er fullkommen konkurranse. Dette innebærer at profitten er lik 0, altså at $\Pi = F(K, L) - w \cdot L - r \cdot K = 0$ der w er lønn og r er avkastning til kapitalen.
- Produksjonen har konstant skalautbytte. Dette innebærer at hvis innsatsfaktorene øker med 1 %, vil produksjonen øke med 1%.
- Produksjonsfaktorene har positiv, men avtakende grenseproduktivitet. Dette betyr at:

  $\frac{\partial Y(t)}{\partial K(t)} = \frac{\partial F(K(t),L(t))}{\partial K(t)} > 0$ og at: $\frac{\partial^2 Y(t)}{\partial K(t)^2} = \frac{\partial^2 F(K(t),L(t))}{\partial K(t)^2} < 0$

  Det samme gjelder for L(t):

  $\frac{\partial Y(t)}{\partial L(t)} = \frac{\partial F(K(t),L(t))}{\partial L(t)} > 0$ og at: $\frac{\partial^2 Y(t)}{\partial L(t)^2} = \frac{\partial^2 F(K(t),L(t))}{\partial L(t)^2} < 0$

- Alle i befolkningen er i arbeid $L = P$
- Veksten i befolkningen skjer med konstant, og eksogent gitt rate $n : L(t) = L_0 \cdot e^{n \cdot t}$

- Netto sparerate er konstant lik en andel s av total produksjon $Y(t)$, dvs, $I(t) = s \cdot Y(t)$ Et annet uttrykk for det samme er endringer i kapitalen over tid: $\frac{\partial K(t)}{\partial t}$

- Det er ingen utenrikshandel, dvs, at landet er en lukket økonomi.

0.2.2 Hva bestemmer nivå og vekst i materiell velferd

0.2.2.1 Hva bestemmer nivået på BNP per arbeider i langsiktig likevekt

Jeg omformer først produktfunksjonen i Solow BAS slik at den gir oss produksjon per arbeider:

Generell produktfunksjon: $Y(t) = F(K(t), L(t))$
For å finne produksjon per arbeider deler vi på L:

$y = \frac{Y(t)}{L(t)} = \frac{F(K(t),L(t))}{L(t)}$

$y = F(\frac{K(t)}{L(t)}, 1) \rightarrow y = F(\frac{K(t)}{L(t)}) = f(k(t))$

Vi ser av uttrykket at produksjon per arbeider(y) er lik kapital(K) per arbeider(L). Dette forholdet ($\frac{K(t)}{L(t)}$) kaller vi kapitalintensiteten og benevner det k.

Spesifikk produktfunksjon: $Y(t) = K(t)^{\alpha} \cdot L(t)^{1-\alpha}$ der $0 < \alpha < 1$

$y = \frac{Y(t)}{L(t)} = \frac{K(t)^{\alpha} \cdot L(t)^{1-\alpha}}{L(t)} = K(t)^{\alpha} \cdot L(t)^{1-\alpha-1} = (\frac{K(t)}{L(t)})^{\alpha} = k(t)^{\alpha}$

Vi ser altså at produksjonen per arbeider $y(t)$ er avhengig av kapitalintensiviteten $k(t)$.

0.2.2.2 Forholdet mellom produksjon per arbeider og kapitalintensiteten

La oss nå se på hvordan produksjonen per arbeider($y(t)$) endres når kapitalintensiteten($k(t)$) endres. Jeg vil i den videre analysen bruke den spesifikke produktfunksjonen.

$y(t) = k(t)^{\alpha}$

$\frac{\partial y(t)}{\partial k(t)} = \alpha \cdot k(t)^{\alpha-1} > 0$
som er positiv fordi $\alpha > 0$.

Dette betyr at når mengden kapital vi har i forhold til arbeid øker, vil produksjonen per arbeider øke.

Produktfunksjonen er avtakende når $k(t)$ øker:

$\frac{\partial^2 y(t)}{\partial k(t)^2} = \alpha(\alpha - 1) \cdot k(t)^{\alpha-2} < 0$

Vi har altså funnet at produksjonen per arbeider øker med økende kapitalintensivitet, men effekten den har på produksjon per innbygger bli stadig mindre. Vi ser av figuren at når k øker, vil bidraget til y være positivt, men til en avtakende rate.

Dette kan framstilles grafisk på denne måten:

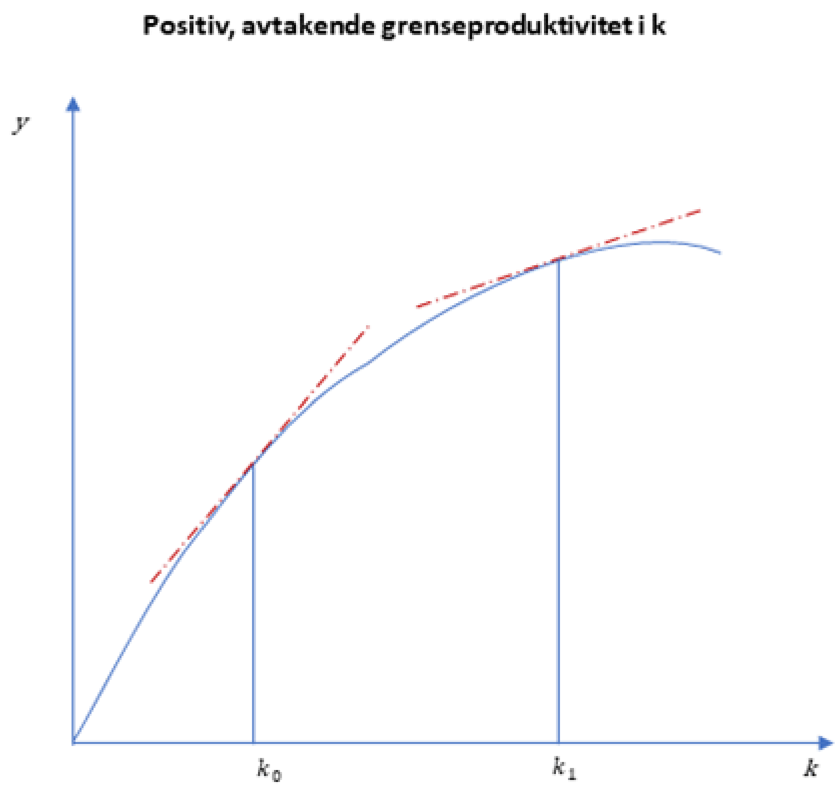

Figure 1: Grenseproduktiviteten til kapitalintensiviteten(k)

0.2.2.3 Vekst i produksjonen per arbeider

For å finne ut dette må vi se på hvordan $y(t)$ endrer seg når tiden går. Vi deriverer derfor $y(t)$ med hensyn på t og får:

$\frac{\partial y(t)}{\partial t} = \alpha \cdot k^{\alpha-1} \cdot \frac{\partial k(t)}{\partial t}$

Vi deler dette på $y(t)$ for å få veksten i produksjonen pr arbeider:
$\frac{\frac{\partial y(t)}{\partial t}}{y(t)} = \frac{\alpha \cdot k^{\alpha-1}}{k(t)^{\alpha}} \cdot \frac{\partial k(t)}{\partial t} = \alpha \cdot k^{\alpha-1-\alpha} \cdot \frac{\partial k(t)}{\partial t} = \alpha \cdot \frac{1}{k(t)} \cdot \frac{\partial k(t)}{\partial t}$

Vi setter vekstraten i $y(t) = g_y = \frac{\frac{\partial y(t)}{\partial t}}{y(t)}$ og vekstraten til $k(t) = g_k = \frac{1}{k(t)} \cdot \frac{\partial k(t)}{\partial t}$

Vi får da at:

$g_y = \alpha \cdot g_k$

som betyr at vekstraten i produksjonen per arbeider er lik produksjonselastisiteten til kapital ganget med veksten i kapitalintensiteten. Når vi samtidig vet at grenseproduktiviteten til kapitalintensisiteten er positiv og avtakende, vil også effekten av vekst i kapitalen være avtakende.

0.2.2.4 Kapital per arbeider

Vi ønsker å finne ut hvordan kapitalintensiteten utvikler seg over tid og tar utgangspunkt i $k(t) = \frac{K(t)}{L(t)}$ som jeg først logaritmerer og deretter deriverer med hensyn på t:

$ln(k(t)) = ln(\frac{K(t)}{L(t)})$

$ln(k(t)) = ln(K(t)) - ln(L(t))$

Deriverer med hensyn på t:

$\frac{\partial k(t)}{\partial t} \cdot \frac{1}{k(t)} = \frac{1}{K(t)} \cdot \frac{\partial K(t)}{\partial t} - \frac{1}{L(t)} \cdot \frac{\partial L(t)}{\partial t}$

Vi ser at veksten i kapitalintensiviteten avhenger av veksten i kapitalen og veksten i arbeidskraften.

Vi har tidligere definert at

Arbeidskraften: $L(t) = L_0 \cdot e^{n \cdot t}$

Vekstraten vil være: $\frac{\partial L(t)}{\partial t} = L_0 \cdot n$

Vi har også at
$\frac{\partial K(t)}{\partial t} = I(t) = s \cdot Y(t),$

altså at kapitalens utvikling over tid er det samme som investeringene som igjen er definert som andel av total produksjon, der s er spareraten.
Vi setter inn for disse:

$\frac{\partial k(t)}{\partial t} \cdot \frac{1}{k(t)} = \frac{s \cdot Y(t)}{K(t)} - L_0 \cdot n$

Ganger med $\frac{1}{L(t)}$ oppe og nede og får

$\frac{\partial k(t)}{\partial t} \cdot \frac{1}{k(t)} = s \cdot \frac{\frac{Y(t)}{L(t)}}{\frac{K(t)}{L(t)}} - \frac{1}{L(t)} \cdot L_0 \cdot n$

og får at:

$\frac{\partial k(t)}{\partial t} \cdot \frac{1}{k(t)} = s \cdot \frac{y(t)}{k(t)} - n$

Ganger med $k(t)$ på begge sider som da gir at:

$\frac{\partial k(t)}{\partial t} = s \cdot y(t) - n \cdot k(t)$

Vi ser at utviklingen av kapitalintensiteten er avhengig av forholdet mellom faktiske nettoinvesteringer $(s \cdot y(t))$ og nødvendige investeringer for å erstatte arbeidere med kapital $(n \cdot k(t))$.

0.2.2.5 Langsiktig likevekt i produksjon per arbeider og kapitalintensivitet

Vi definerer langsiktig likevekt (Steady-state) som en situasjon der all automatisk tilpasning har skjedd og at vi har enten stabilt nivå på BNP per arbeider, eller stabil vekstrate i BNP per arbeider. Av gjennomgangen har vi at likevekt er oppnådd når $s \cdot y(t) = n \cdot k(t)$, altså at det er samsvar mellom de faktiske nettoinvesteringene og de nødvendige investeringene for å erstatte arbeidere med kapital.

Figuren viser bevegelsen mot en steady state likevekt.

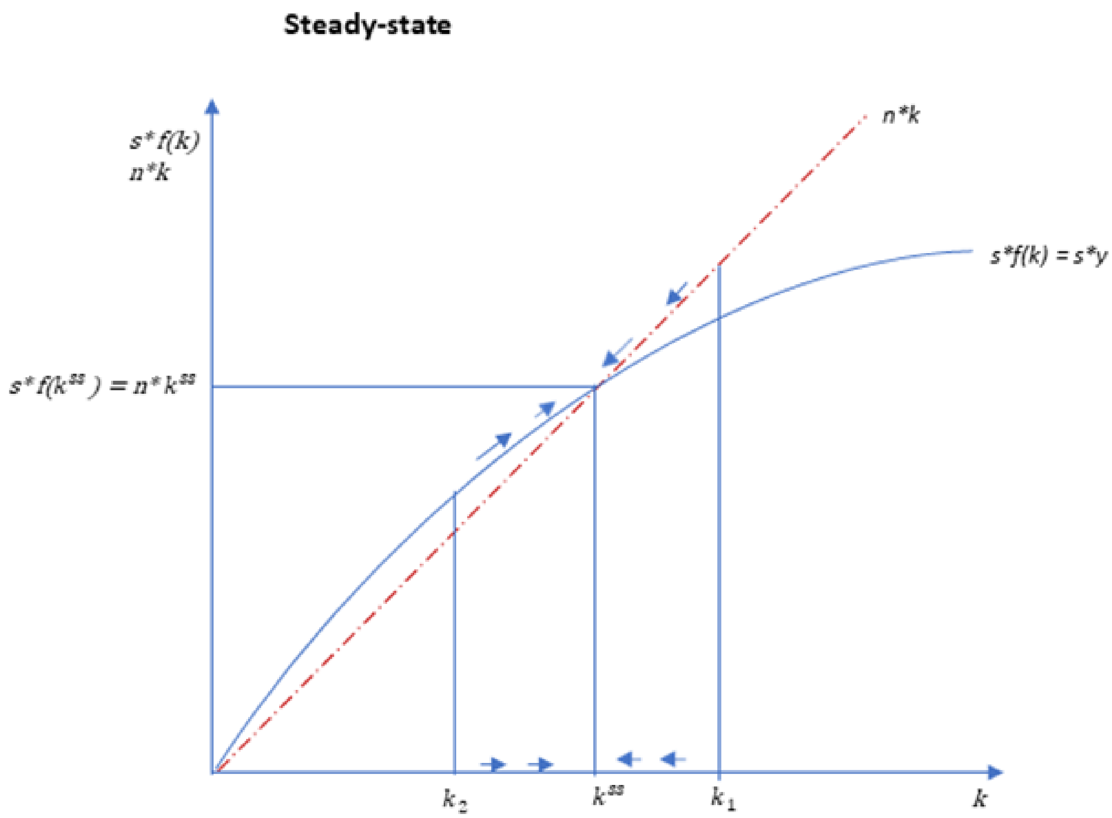

Figure 2: Solow BAS steady-state

La oss ta utgangspunkt i nivå k_1.Her vil $s \cdot y(t) > n \cdot k(t)$ som betyr at de faktiske investeringene er større enn de som er nødvendig for å erstatte arbeidskraft. Dette betyr at kapitalintensiviteten øker og da vil også produksjonen per innbygger øke. Vi får en bevegelse utover i planet til k^{ss} i figuren.

Tar vi utgangspunkt i nivå k_2 vil $s \cdot y(t) < n \cdot k(t)$. Her er de faktiske investeringene mindre enn det som er nødvendig for å erstatte arbeidskraft. Kapitalintensiviteten vil avta og dermed også produksjonen per innbygger. I figuren får vi en bevegelse innover i planet til k^{ss}.

Dette betyr at vi har en langsiktig likevekt når kapitalintensiviteten er konstant.

Matematisk løsning:

Nivå på kapitalintensivitet i likevekt(steady-state): I steady-state har vi altså at: $\frac{\partial k(t)}{\partial t} = s \cdot y(t) - n \cdot k(t) = 0$

Vi bruker at

$y(t) = k(t)^{\alpha}$ (linje 107) og setter dette inn i uttrykket:

$s \cdot k(t)^{\alpha} - n \cdot k(t) = 0$

Vi deler på $k(t)$:

$\frac{s \cdot k(t)^{\alpha}}{k(t)} - n = 0$

som gir:

$s \cdot k(t)^{\alpha - 1} = n$

Deler på begge sider med $k(t)^{\alpha-1}$ $\frac{s \cdot k(t)^{\alpha-1}}{k(t)^{\alpha-1}} = \frac{n}{k(t)^{\alpha-1}}$ Dette er det samme som: $s = n \cdot k(t)^{1-\alpha}$ Deler på n: $\frac{s}{n} = k(t)^{1-\alpha}$ Ganger eksponenten på begge sider med $\frac{1}{1-\alpha}$
Dette gir oss: $k(t)^{ss} = (\frac{s}{n})^{\frac{1}{1-\alpha}}$ som er kapitalintensiviteten i langsiktig likevekt(steady state)

Nivå på produksjon per arbeider i likevekt(steady-state):

Dette finner vi ved å ta utgangspunkt i $y(t) = k(t)^{\alpha}$ og setter inn uttrykket vi har funnet for kapitalintensiviteten i steady state:

$y(t)^{ss} = (\frac{s}{n})^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}$

0.2.3 Solow-modellen med teknologisk utvikling og naturressurser.

Jeg vil nå ta for meg den utvidete modellen og utlede hva som påvirker vekst i produksjonen per arbeider i og utenom steady-state.

Produktfunksjonen til denne modellen kan generelt framstilles på følgende måte:

(1) $Y(t) = A(t) \cdot F(\underline{K}(t), \underline{L}(t), \underline{R}(t))$ der

(2) Effektiv mengde kapital er: $\underline{K}(t) = q_K \cdot K(t)$

(3) Effektiv mengde arbeidskraft er: $\underline{L}(t) = q_L \cdot L(t)$

(4) Effektiv mengde ressurser er: $\underline{R}(t) = q_R \cdot R(t)$

og q_K, q_L og q_R er kvalitetsindeks for de tre innsatsfaktorene.

Denne produktfunksjonen kan spesifiseres med en Cobb-Douglas produktfunksjon på følgende måte:

(5) $Y(t) = A(t) \cdot (q_K \cdot K(t))^{\alpha} \cdot (q_L \cdot L(t))^{\beta} \cdot (q_R \cdot R(t))^{\gamma}$

$0 < \alpha + \beta + \gamma < 1$ og $\alpha + \beta + \gamma = 1$

Følgende sammenhenger er definert:

(6) Total faktorproduktivitet: $A(t) = A_0 \cdot e^{g_A \cdot t}$, vekstrate:$g_A$

(7) Arbeidskraften: $L(t) = L_0 \cdot e^{n \cdot t}$, vekstrate: n

(8) Naturressurser: $R(t) = R_0 \cdot e^{-u \cdot t}$, vekstrate: $-u$

(9) Kvalitetsindeks til kapital: $q_{K(t)} = e^{j \cdot t}$, vekstrate: j, $j > 0$

(10) Kvalitetsindeks til arbeid: $q_{L(t)} = e^{m \cdot t}$, vekstrate: m, $m > 0$

(11) Kvalitetsindeks til naturressurser: $q_{R(t)} = e^{h \cdot t}$, vekstrate: h, $0 \geq h \geq 0$

Vi setter inn uttrykkene for kvalitetsindeksene inn i den spesifikke produktfunksjonen og får:
$Y(t) = A_0 \cdot e^{g_A \cdot t} \cdot (e^{j \cdot t} \cdot K(t))^{\alpha} \cdot (e^{m \cdot t} \cdot L(t))^{\beta} \cdot (e^{h \cdot t} \cdot R_0 \cdot e^{-u \cdot t})^{\gamma}$

Vi samler leddene for kvalitetsindeksene sammen med teknologivariablen:

$Y(t) = A(t) \cdot q_K^{\alpha} \cdot q_L^{\beta} \cdot q_R^{\gamma} \cdot K(t)^{\alpha} \cdot L(t)^{\beta} \cdot R(t)^{\gamma}$

Vi har tidligere funnet at langs en balansert vekstbane vil forholdet mellom total kapital og total produksjon, $\frac{K(t)}{Y(t)}$, være konstant.

Vi bruker dette og deler på $Y(t)^{\alpha}$:

$Y(t)^{1-\alpha} = A(t) \cdot q_K^{\alpha} \cdot q_L^{\beta} \cdot q_R^{\gamma} \cdot (\frac{K(t)}{Y(t)})^{\alpha} \cdot L(t)^{\beta} \cdot R(t)^{\gamma}$

For å fjerne eksponenten til $Y(t)$ opphøyes begge sider med $\frac{1}{1-\alpha}$ som gir:
$Y(t) = A(t)^{\frac{1}{1-\alpha}} \cdot q_K^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \cdot q_L^{\frac{\beta}{1-\alpha}} \cdot q_R^{\frac{\gamma}{1-\alpha}} \cdot (\frac{K(t)}{Y(t)})^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \cdot L(t)^{\frac{\beta}{1-\alpha}} \cdot R(t)^{\frac{\gamma}{1-\alpha}}$

Vi vil ha et uttrykk for produksjon per arbeider og deler derfor på $L(t)$:
$y(t) = \frac{Y(t)}{L(t)} = A(t)^{\frac{1}{1-\alpha}} \cdot q_K^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \cdot q_L^{\frac{\beta}{1-\alpha}} \cdot q_R^{\frac{\gamma}{1-\alpha}} \cdot (\frac{K(t)}{Y(t)})^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \cdot L(t)^{\frac{\beta}{1-\alpha}-1} \cdot R(t)^{\frac{\gamma}{1-\alpha}}$

Vi skal nå finne vekstraten i produksjon per arbeider og logaritmerer først:

$ln(y(t)) = \frac{1}{1-\alpha} \cdot ln(A(t)) + \frac{\alpha}{1-\alpha} \cdot ln(q_K) + \frac{\beta}{1-\alpha} \cdot ln(q_L) + \frac{\gamma}{1-\alpha} \cdot ln(q_R) + \frac{\alpha}{1-\alpha}(ln(K(t)) - ln(Y(t))) + (\frac{\beta}{1-\alpha} - 1) \cdot ln(L(t)) + \frac{\gamma}{1-\alpha} \cdot ln(R(t))$

Vi bruker uttrykkene for vekstratene fra tidligere(vise til nr på likningene) og får da:

$g_y = (\frac{1}{1-\alpha} \cdot g_A + \frac{\alpha}{1-\alpha} \cdot j + \frac{\beta}{1-\alpha} \cdot m + \frac{\gamma}{1-\alpha} \cdot h) + \frac{\alpha}{1-\alpha}(g_K - g_Y) + (\frac{\beta}{1-\alpha} - 1) \cdot n - \frac{\gamma}{1-\alpha} \cdot u$

Langs en balansert vekstbane må $g_K - g_Y$ være lik 0 fordi $\frac{K(t)}{Y(t)}$ er konstant. Denne delen av uttrykket vil derfor være lik 0. Vi benevner alle vekstratene knyttet til kvalitetsindeksene for θ og får da at vekstraten i steady state er: $g_y^{ss} = \theta + (\frac{\beta}{1-\alpha} - 1) \cdot n - \frac{\gamma}{1-\alpha} \cdot u$

Vi gjør en liten omregning: $\frac{\beta}{1-\alpha} - 1 = \frac{\beta}{1-\alpha} - \frac{1-\alpha}{1-\alpha} = \frac{\beta+\alpha-1}{1-\alpha}$
En av forutsetningene i modellen er konstant skalutbytte. Dette betyr at summen av produksjonselastisitetene er lik 1, altså at: $\alpha + \beta + \gamma = 1$ som innebærer at vårt uttrykk $\beta + \alpha - 1 = -\gamma$

Vi setter dette inn: $g_y^{ss} = \theta - \frac{\gamma}{1-\alpha} \cdot n - \frac{\gamma}{1-\alpha} \cdot u$ som da gir:
$g_y^{ss} = \theta - \frac{\gamma}{1-\alpha} \cdot (n+u)$

Dette uttrykket sier at:

Hvis kvaliteten på ressursene θ øker, så øker vekstraten i produksjonen per innbygger i steady state.

Den andre delen av uttrykket ser vi reduserer vekstraten.n er vekstraten i befolkningen og u er forbruket av naturressurser.Disse har hver for seg og i sum en effekt. For det første vil økt befolkningsvekst for gitt ressursuttak bidra til lavere vekstrate fordi man blir flere og fordi ressurs per arbeider blir mindre. For det andre vil økt ressursbruk for gitt befolkningsvekst bety at

Jo viktigere naturressursene er for produksjonen, jo større vil den negative effekten være på vekstraten, både direkte og via produksjonskoeffisientene.

Brukes ikke: $Y(t) = A_0 \cdot e^{(g_A+\alpha j+\beta m+\gamma h)\cdot t} \cdot K(t)^\alpha \cdot L(t)^\beta \cdot R_0^\gamma \cdot e^{-\gamma u\cdot t}$

Brukes ikke: Vi deler på $L(t)$ for å finne produksjon per arbeider:
$y(t) = A_0 \cdot e^{(g_A+\alpha j+\beta m+\gamma h)\cdot t} \cdot K(t)^\alpha \cdot L(t)^{\beta-1} \cdot R_0^\gamma \cdot e^{-\gamma u\cdot t}$

0.3 Metode og data

0.3.1 Data

Jeg har brukt data fra World Development Indicators som er en stor samling av data som er satt sammen av Verdensbanken. Det er laget en en "package" for R, WDI, for å forenkle analysemulighetene av de tilgjengelige data. Jeg har benyttet meg av denne i datauttaket. Her følger en oversikt over variablene i datasettet:

Table 1: Oversikt over variabler

Variabelnavn	Beskrivelse
country	Navn på land
region	Inndeling av verden i regioner(antall land i parentes): East-Asia & Pacific(11), Europe & Central-Asia(37), Latin-America & Caribbean(18), North-America(1), South-Asia(5), Middle-East & North-Africa(3), Sub-Saharan-Africa(23)

Variabelnavn	Beskrivelse
income	Inntektsgrupper: Landene er inndelt i fire kategorier etter gjennomsnittsinntekt(antall land i parentes): Low income(9), Lower middle income(29), Upper middle income(26), High income(34)
iso3c, iso2c	Landforkortelser
year	År for data
poptot	Befolkningsstørrelse i 2019
gdppc	BNP per innbygger i 2019
gdppc0	BNP per innbygger i 2000
avg_gdpgrowth	Gjennomsnittlig årlig vekstrate i BNP per innbygger for hvert land i perioden
avg_n	Gjennomsnittlig årlig vekstrate i arbeidskraften for hvert land i perioden
avg_p	Gjennomsnittlig årlig vekstrate i befolkningen for hvert land i perioden
avg_nsy	Gjennomsnittlig sparing for perioden 2000-2015 (forsinkelse fordi det kan ta litt tid før sparing blir til investering).
avg_nry	Gjennomsnittlig årlig vekstrate (negativ) i naturressurser for hvert land i perioden
avg_gi	Gjennomsnittlig årlig vekstrate i investeringer for hvert land i perioden
avg_gx	Gjennomsnittlig årlig vekstrate i eksport for hvert land i perioden
avg_educ	Gjennomsnittlig antall år i skole for tidsperioden 2000 - 2019 for hvert land, basert på tilgjenglig data (vil være 2000, 2005, 2010)
dppc	Sjekk med Andrea. Er lik gdppc
ln_gdppc	logaritmen av gdppc
ln_gdppc0	logaritmen av gdppc0

0.3.2 Metode

0.3.2.1 Deskriptiv statistikk

Her er en oversikt over noen parametre for alle variablene i datasettet.

0.3.2.2 Regresjonsmodeller

For å se nærmere på relasjonene mellom variablene, setter jeg opp en regresjonsmodell der utdanning er uavhengig variabel og bnp per capita er avhengig variabel.

```
Call:
lm(formula = ln_gdppc ~ avg_educ, data = df_growth2019)

Residuals:
    Min      1Q  Median      3Q     Max 
-1.6486 -0.3796  0.1042  0.3939  1.3634 

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)    
(Intercept)  6.93035    0.16951   40.88   <2e-16 ***
avg_educ     0.32826    0.02002   16.40   <2e-16 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.5692 on 96 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.7369,	Adjusted R-squared:  0.7342 
F-statistic: 268.9 on 1 and 96 DF,  p-value: < 2.2e-16
```

Vi ser av koeffisientene at denne sammenhengen er signifikant fordi p-verdien er veldig lav. Vi kan også lese at i gjennomsnitt vil et år ekstra utdanning øke bnp per capita med 5272.

0.4 Resultater

0.4.1 Deskriptiv statistikk

Den deskriptive statistikken har til formål å gi informasjon om datamaterialet og visualisere datamengden. I denne seksjonen vil du ikke teste om det er en statistisk signifikant sammenheng mellom ulike variabler, men du kan vise fram om det ser ut å finnes en korrelasjon.

Avsnittet skal inneholde en tabell som viser gjennomsnittlige verdier, samt min og maksverdier for alle de variabler som du bruker i den økonometriske analysen. Tabellen skal limes inn i manuskriptet og gis navnet «Tabell 1. Deskriptiv statistikk». Beskriv tabell 1 i teksten

	vars	n	mean	sd	min	max
gdppc	1	98	22937.57	21304.09	1059.89	114542.50
ln__gdppc	2	98	9.55	1.10	6.97	11.65
avg__gdpgrowth	3	98	2.46	1.72	-1.17	8.43
avg__n	4	98	0.02	0.03	-0.10	0.16
avg__p	5	98	1.19	1.13	-1.16	3.85
avg__nsy	6	98	9.22	7.81	-6.89	27.85
avg__nry	7	98	3.01	5.39	0.00	36.83
avg__gi	8	98	6.59	13.30	-10.90	131.31
avg__gx	9	98	5.89	3.62	-0.06	18.74
avg__educ	10	98	7.97	2.89	1.43	12.89
ln__gdppc0	11	98	9.08	1.18	6.44	11.51

LAG TABELL PÅ NYTT Velg ut de variabler du vil ha med i tabellen. Her er et eksempel (du skal ta med alle variabler som du har med i den empiriske analysen)

#“‘{r} #| label: Summary statistics

df <- subset(df_growth2019, select = c(‘ln__gdppc’, ‘avg__gdpgrowth’,‘avg__n’,‘avg__p’, ‘avg__nsy’, ‘avg__nry’,‘avg__gi’,‘avg__gx’,‘avg__educ’))

Navn på variablene labs <- c(“log BNP per innbygger i 2019 (ln__gdppc)”,“Gjennomsnitlig årlig vekstrate i BNP pc 2000-2019 (%) (avg__gdpgrowth)”, “Gjennomsnittlig årlig vekstrate i arbeidskraften (%) (avg__n)”,“Gjennomsnittlig årlig befolkningsvekst (%) (avg__p)”,“Gjennomsnittlig sparing for perioden 2000-2015 (%) (avg__nsy)”,“Gjennomsnittlig årlig vekstrate (negativ) i naturressurser (%) (avg__nry)”, “Gjennomsnittlig årlig vekstrate i investeringer (%) (avg__gi)”,“Gjennomsnittlig årlig vekstrate i eksport (%)(avg__gx)”,“Gjennomsnittlig antall år i skole (avg__educ)”)

#Lager tabellen st(df, labels=labs, summ = list(c(‘notNA(x)’,‘mean(x)’,‘sd(x)’,‘min(x)’,‘max(x)’), c(‘notNA(x)’,‘mean(x)’)), summ.names = list(c(‘N’,‘Gjennomsnitt’,‘SD’,‘Min’,‘Maks’)))

```
**Grafisk oversikt over noen sammenhenger**
Avsnitt 4.1 skal også skal inneholde grafer som visualiserer korrelasjoner mellom nivå på og
Legge inn reglinjer?
Lage noe per region

**Sammenhengen mellom sparing og BNP per innbygger**
::: {.cell}
::: {.cell-output-display}
![Forholdet mellom sparing og BNP per capita](sok-2011-Hovedoppgave_files/figure-pdf/fig-sav
:::
:::
**Kommentar**


**Sammenhengen mellom gjennomsnittlig årlig vekstrate i befolkningen og BNP per innbygger**
```

::: {.cell}
::: {.cell-output-display}
![Forholdet mellom befolkningsvekst og BNP per capita](sok-2011-Hovedoppgave_files/figure-pd
:::
:::

Kommentar

Sammenhengen mellom utdanningsnivå og BNP per capita

::: {.cell}
::: {.cell-output-display}
![Forholdet mellom utdanning og BNP per capita](sok-2011-Hovedoppgave_files/figure-pdf/fig-e
:::
:::

Kommentar

Sammenhengen mellom sparing og årlig vekstrate i BNP per capita

::: {.cell}
::: {.cell-output-display}
![Forholdet mellom sparing og vekst i BNP per capita](sok-2011-Hovedoppgave_files/figure-pdf
:::
:::

Kommentar

Sammenhengen mellom utdanningsnivå og årlig vekstrate i BNP per capita

::: {.cell}
::: {.cell-output-display}
![Forholdet mellom utdanning og vekst i BNP per capita](sok-2011-Hovedoppgave_files/figure-p
:::
:::

Kommentar

Denne trengs ikke:
suppressPackageStartupMessages(library(scales))
# Her tar jeg vekk land som mangler observasjoner. Dette gjør grafen penere.
df_growth2019_n <- df_growth2019[complete.cases(df_growth2019$region,df_growth2019$poptot, d

plot1 <- ggplot(df_growth2019_n, aes(x = avg_p , y = ln_gdppc, na.rm = TRUE)) + xlab("Befolkningsvekst") + ylab("BNP per innbygger 2019") + theme_minimal(base_size = 14, base_family = "Georgia") + geom_point(aes(size = poptot, color = region), alpha = 0.8) + scale_x_continuous(labels = dollar) + scale_size_area(guide = "none", max_size = 14) + theme(legend.text = element_text(size = 10,color="black"))+ scale_colour_manual(values = rainbow(9)) + theme(panel.grid.major = element_blank(), panel.grid.minor = element_blank(), panel.background = element_rect(fill = 'white'))+ scale_y_continuous(trans = 'log2', labels = dollar, breaks=c(500, 2000, 8000, 32000, 120000)) + # logaritmere BNP pc og velg hvilke "ticks" som skal vises scale_x_continuous(breaks=c(-1, -0.5, 0, 0.5, 1, 1.5, 2, 2.5, 3, 3.5, 4, 4.5, 5)) # Velg vilke "ticks" som skal vises på x-akselen plot1

```
### Økonometrisk analyse
Fra gjennomgangen av Solow-modellen med teknologi og naturressurser fant vi at vekstraten i

I avsnitt 4.2 skal du presentere resultatene av din regresjonsanalyse. Lag i en tabell som v

NB 1: Det kan være en god ide å starte med en modell der du har med de variabler som den teo

Lim inn tabellen med regresjonsresultatene i manuskriptet. Her nede har jeg brukt pakken "ta

**Vi skal bruke minste kvadraters metode(OLS):**
Antakelser:
- Den avhengige variabelen er kontinuerlig, kardinal og har en normalfordeling
- Funksjonen er linjer i parameterne $y_i = {\alpha_1} \cdot X_{1,i}+{\alpha_1} \cdot X_{2,i
- Utvalget er tilfeldig (variablene er i.i.d - uavhengig og identisk fordelte)
- De forklarende variablene er ikke (perfekt) korrelerte med hverandre
- Feiltermene er homoskedastiske
- Det er usannsynlig at det er ekstreme observasjoner (outliers) i utvalget
```

```
::: {.cell}
::: {.cell-output-display}
`````{=html}
<table style="border-collapse:collapse; border:none;">
<tr>
<th style="border-top: double; text-align:center; font-style:normal; font-weight:bold; paddi
<th colspan="3" style="border-top: double; text-align:center; font-style:normal; font-weight
</tr>
```
```

```
<tr>
<td style=" text-align:center; border-bottom:1px solid; font-style:italic; font-weight:norma
<td style=" text-align:center; border-bottom:1px solid; font-style:italic; font-weight:norma
<td style=" text-align:center; border-bottom:1px solid; font-style:italic; font-weight:norma
<td style=" text-align:center; border-bottom:1px solid; font-style:italic; font-weight:norma
</tr>
<tr>
<td style=" padding:0.2cm; text-align:left; vertical-align:top; text-align:left; ">(Intercep
<td style=" padding:0.2cm; text-align:left; vertical-align:top; text-align:center;  ">6.93</
<td style=" padding:0.2cm; text-align:left; vertical-align:top; text-align:center;  ">6.59&n
<td style=" padding:0.2cm; text-align:left; vertical-align:top; text-align:center;  "><stron
</tr>
<tr>
<td style=" padding:0.2cm; text-align:left; vertical-align:top; text-align:left; ">avg educ<
<td style=" padding:0.2cm; text-align:left; vertical-align:top; text-align:center;  ">0.33</
<td style=" padding:0.2cm; text-align:left; vertical-align:top; text-align:center;  ">0.29&n
<td style=" padding:0.2cm; text-align:left; vertical-align:top; text-align:center;  "><stron
</tr>
<tr>
<td style=" padding:0.2cm; text-align:left; vertical-align:top; text-align:left; padding-top
<td style=" padding:0.2cm; text-align:left; vertical-align:top; padding-top:0.1cm; padding-b
</tr>
<tr>
<td style=" padding:0.2cm; text-align:left; vertical-align:top; text-align:left; padding-top
<td style=" padding:0.2cm; text-align:left; vertical-align:top; padding-top:0.1cm; padding-b
</tr>

</table>
```

::: :::

Kommentar
Vi ser at det er en positiv sammenheng mellom utdanning og nivå på BNP. Sammenhengen er signifikant på 1 % nivå og variablen forklarer 73.4 % av sammenhengen.

	ln gdppc		
Predictors	Estimates	CI	p
(Intercept)	10.28	10.03 – 10.53	**<0.001**
avg p	-0.62	-0.77 – -0.47	**<0.001**
Observations	98		
R^2 / R^2 adjusted	0.404 / 0.398		

Kommentar
Vi ser at befolkningsøkning påvirker BNP negativt

	ln gdppc		
Predictors	Estimates	CI	p
(Intercept)	7.28	6.73 – 7.84	**<0.001**
avg educ	0.30	0.25 – 0.35	**<0.001**
avg p	-0.11	-0.24 – 0.03	0.120
Observations	98		
R^2 / R^2 adjusted	0.744 / 0.738		

Model med eksport - ikke i tråd med antakelsen om lukket økonomi:

	ln gdppc		
Predictors	Estimates	CI	p
(Intercept)	7.50	7.08 – 7.91	**<0.001**
avg educ	0.30	0.26 – 0.34	**<0.001**
avg nry	-0.04	-0.06 – -0.02	**<0.001**
avg gx	-0.04	-0.07 – -0.01	**0.009**
Observations	98		
R^2 / R^2 adjusted	0.783 / 0.776		

Kommentar

	ln gdppc		
Predictors	Estimates	CI	p
(Intercept)	7.21	6.66 – 7.76	**<0.001**
avg n	0.67	-4.28 – 5.61	0.790
avg p	-0.05	-0.21 – 0.10	0.500
avg nsy	0.01	-0.00 – 0.03	0.070
avg nry	-0.04	-0.06 – -0.01	**0.003**
avg gi	-0.01	-0.01 – 0.00	0.232
avg educ	0.30	0.25 – 0.35	**<0.001**
Observations	98		

	ln gdppc
R^2 / R^2 adjusted	0.783 / 0.768

NB 2: Datamaterialet inneholder noen ekstreme observasjoner (outliers). Du kan identifisere disse ved å bruke koden her nede. Koden lager et datasett der outliers har blitt tatt vekk. Du kan bruke dette datasettet til å estimere nye modeller og sammenligne dine resultater.

```
[1] 91 19
```

Beskriv effekten av de ulike variablene på vekst i BNP per innbygger. Er f.eks. en høyere sparerate knyttet til en høyere eller lavere vekst i BNP per innbygger? Er effekten signifikant? Beskriv i tillegg i hvor godt dine forklaringsvariabler klarer å forklare vekstraten i BNP per innbygger.

0.5 Diskusjon

I diskusjonen skal du tolke og diskutere dine resultater. I diskusjonen skal du besvare følgende spørsmål: Støtter resultatene prediksjonene fra Solow-modellen? Hva betyr resultatene? Hvilke konklusjoner kan vi dra fra den empiriske analysen? Finnes det noen problemer med analysen eller datamaterialet som fører til at vi kanskje ikke burde dra for sterke konklusjoner?

Til slutt skal du diskutere implikasjoner for policy (politiske inngrep). Basert på din analyse, hva ville du anbefale at politiker, som ønsker å oppnå bærekraftig vekst, skal føre for politikk?

0.6 Referanser

I referanseavsnittet skal du oppgi de referanser du har brukt til å skrive oppgaven. Alle referanser i teksten skal være med i referanselisten og vice versa. UiT Norges arktiske universitet har valgt EndNote som sitt referanseverktøy og stilen APA som sin referansestil. Det fins en egne norsk versjon av APA. Universitetsbibliotekets (UBs) EndNote-sider finner du her. Bruk stilen APA eller en annen anerkjent referansestil (Harvard, Chicago etc.). Valgt referansestil skal anvendes konsekvent. For å kunne gjøre dette enkelt, kan du laste ned EndNote-programmet. Eksempler på referanser basert på UBs norske variant av APA finner du her. Det er også mulig å integrere referanser i for eksempel Quarto, slik jeg har gjort her nede.

Hess, Peter. N. 2016. Economic Growth and Sustainable Development. Routledge. https://www.routledge.com/Economic-Growth-and-Sustainable-Development/Hess/p/book/9781138853935.

0.7 Appendiks

I appendiks skal du legge inn en lenke til dine R-skript på GitHub. Du kan i tillegg legge inn figurer og tabeller som du ikke ønsker å ha med i hovedteksten. Om appendiks inneholder både kode, figurer og tabeller må du lage ulike avsnitt i appendiks.