SOK-2011-mappeinnlevering 1a

Kandidatnr 23

Innhold

1 Introduksjon **1**

2 Teori: Solow-modellen **2**
2.1 Solow BAS modellen . . . 2
2.1.1 Antakelser i modellen: . . . 2
2.2 Hva bestemmer nivå og vekst i materiell velferd . . . 3
2.2.1 Hva bestemmer nivået på BNP per arbeider i langsiktig likevekt . . . 3
2.2.2 Forholdet mellom produksjon per arbeider og kapitalintensiteten . . . 4
2.2.3 Vekst i produksjonen per arbeider . . . 5
2.2.4 Kapital per arbeider . . . 5
2.2.5 Langsiktig likevekt i produksjon per arbeider og kapitalintensivitet . . 6
2.3 Solow-modellen med teknologisk utvikling og naturressurser. . . . 6

3 Metode og data **8**
3.1 Data . . . 8
3.2 Metode . . . 10
3.2.1 Deskriptiv statistikk . . . 10
3.2.2 Regresjonsmodeller . . . 11

4 Referanser **11**

1 Introduksjon

Jeg vil i denne oppgaven gjøre rede for Solows vekstteorier og anvende den på et datasett fra Verdensbanken for å analysere om og i hvilken grad disse teoriene kan bidra til å forstå hva økonomisk vekst er og hva som skaper økonomisk vekst.

Bruttonasjonalproduktet(BNP) for et land er lik summen av alle varer og tjenester som produseres i et år minus varene og tjenestene som brukes i produksjonen. For å kunne sammenlikne land med hensyn til BNP brukes ofte BNP per innbygger. Vi får da et bilde av en verden med veldig store forskjeller. Samtidig er det jo ikke slik at BNP per innbygger faktisk angir hvor mye hver innbygger mottar av BNP. Det er ikke et begrep som forteller noe om fordelingen av produksjonen, bare om størrelsen. For å måle fordeling av et lands inntekter kan vi bruke Lorenz-kurve og Gini-indeks.(Mer om dette)

Selv om BNP per innbygger ikke er et fordelingsbegrep, vil det være slik at nivået er viktig for velferden til innbyggerne i et land. Også med en veldig skjev fordeling av de totale inntektene, vil det være mulig å tenke seg at jo høyere inntekter, jo mer brukes på hver innbygger. I en slik sammenheng er derfor økonomisk vekst viktig fordi det skaper større inntekter som muliggjør økt velferd selv med en skjev inntektsfordeling i et land.

I teoridelen vil jeg ta utgangspunkt i Solow BAS vekstmodell for å vise hvilke faktorer som er bestemmende for vekstnivå og vekstrate i en land. Deretter vil jeg utvide modellen til å omfatte teknologi, kvaliteten til produksjonsfaktorene og naturressurser og gjøre tilsvarende utledninger.

Den empiriske analysen vil være regresjonsanalyse av data fra World Development Indicators fra Verdensbanken som søker å besvare hva bestemmer nivå på og vekst i materiell velferd.

Det må til slutt understrekes at det som er gjort ikke representerer det endelige produktet.

2 Teori: Solow-modellen

Vekstmodellene til Solow er av ulik kompleksitet fra en enkel modell med kun produksjonsfaktorene kapital og arbeid til den mest avanserte som også har med total faktorproduktivitet og naturressurser. Jeg vil starte med å beskrive den enkle modellen og resultatene vi kommer fram til.

2.1 Solow BAS modellen

Produksjonen(Y) skjer ved hjelp av to innsatsfaktor, Arbeidskraft(L) og Kapital(K). Produktfunksjonen kan skrives generelt som $Y(t) = F(K(t), L(t))$.

2.1.1 Antakelser i modellen:

- Alle bedrifter produserer et homogent gode
- Det er fullkommen konkurranse. Dette innebærer at profitten er lik 0, altså at $\Pi = F(K, L) - w \cdot L - r \cdot K = 0$ der w er lønn og r er avkastning til kapitalen.
- Produksjonen har konstant skalautbytte. Dette innebærer at hvis innsatsfaktorene øker med 1 %, vil produksjonen øke med 1%.

- Produksjonsfaktorene har positiv, men avtakende grenseproduktivitet. Dette betyr at:

  $\frac{\partial Y(t)}{\partial K(t)} = \frac{\partial F(K(t),L(t))}{\partial K(t)} > 0$ og at: $\frac{\partial^2 Y(t)}{\partial K(t)^2} = \frac{\partial^2 F(K(t),L(t))}{\partial K(t)^2} < 0$

  Det samme gjelder for L(t):

  $\frac{\partial Y(t)}{\partial L(t)} = \frac{\partial F(K(t),L(t))}{\partial L(t)} > 0$ og at: $\frac{\partial^2 Y(t)}{\partial L(t)^2} = \frac{\partial^2 F(K(t),L(t))}{\partial L(t)^2} < 0$

- Alle i befolkningen er i arbeid $L = P$
- Veksten i befolkningen skjer med konstant, og eksogent gitt rate $n : L(t) = L_0 \cdot e^{n \cdot t}$
- Netto sparerate er konstant lik en andel s av total produksjon $Y(t)$, dvs, $I(t) = s \cdot Y(t)$
  Et annet uttrykk for det samme er endringer i kapitalen over tid: $\frac{\partial K(t)}{\partial t}$

- Det er ingen utenrikshandel, dvs, at landet er en lukket økonomi.

2.2 Hva bestemmer nivå og vekst i materiell velferd

2.2.1 Hva bestemmer nivået på BNP per arbeider i langsiktig likevekt

Jeg omformer først produktfunksjonen i Solow BAS slik at den gir oss produksjon per arbeider:

Generell produktfunksjon: $Y(t) = F(K(t), L(t))$
For å finne produksjon per arbeider deler vi på L:

$y = \frac{Y(t)}{L(t)} = \frac{F(K(t),L(t))}{L(t)}$

$y = F(\frac{K(t)}{L(t)}, 1) \rightarrow y = F(\frac{K(t)}{L(t)}) = f(k(t))$

Vi ser av uttrykket at produksjon per arbeider(y) er lik kapital(K) per arbeider(L). Dette forholdet ($\frac{K(t)}{L(t)}$) kaller vi kapitalintensiteten og benevner det k.

Spesifikk produktfunksjon: $Y(t) = K(t)^\alpha \cdot L(t)^{1-\alpha}$ der $0 < \alpha < 1$

$y = \frac{Y(t)}{L(t)} = \frac{K(t)^\alpha \cdot L(t)^{1-\alpha}}{L(t)} = K(t)^\alpha \cdot L(t)^{1-\alpha-1} = (\frac{K(t)}{L(t)})^\alpha = k(t)^\alpha$

Vi ser altså at produksjonen per arbeider $y(t)$ er avhengig av kapitalintensiviteten $k(t)$.

2.2.2 Forholdet mellom produksjon per arbeider og kapitalintensiteten

La oss nå se på hvordan produksjonen per arbeider($y(t)$) endres når kapitalintensiteten($k(t)$) endres. Jeg vil i den videre analysen bruke den spesifikke produktfunksjonen.

$y(t) = k(t)^{\alpha}$

$\frac{\partial y(t)}{\partial k(t)} = \alpha \cdot k(t)^{\alpha-1} > 0$
som er positiv fordi $\alpha > 0$.

Dette betyr at når mengden kapital vi har i forhold til arbeid, vil produksjonen per arbeider øke.

Produktfunksjonen er avtakende når $k(t)$ øker:

$\frac{\partial^2 y(t)}{\partial k(t)^2} = \alpha(\alpha - 1) \cdot k(t)^{\alpha-2} < 0$

Vi har altså funnet at produksjonen per arbeider øker med økende kapitalintensivitet, men effekten den har på produksjon per innbygger bli stadig mindre. Vi ser av figuren at når k øker, vil bidraget til y være positivt, men til en avtakende rate.

Dette kan framstilles grafisk på denne måten:

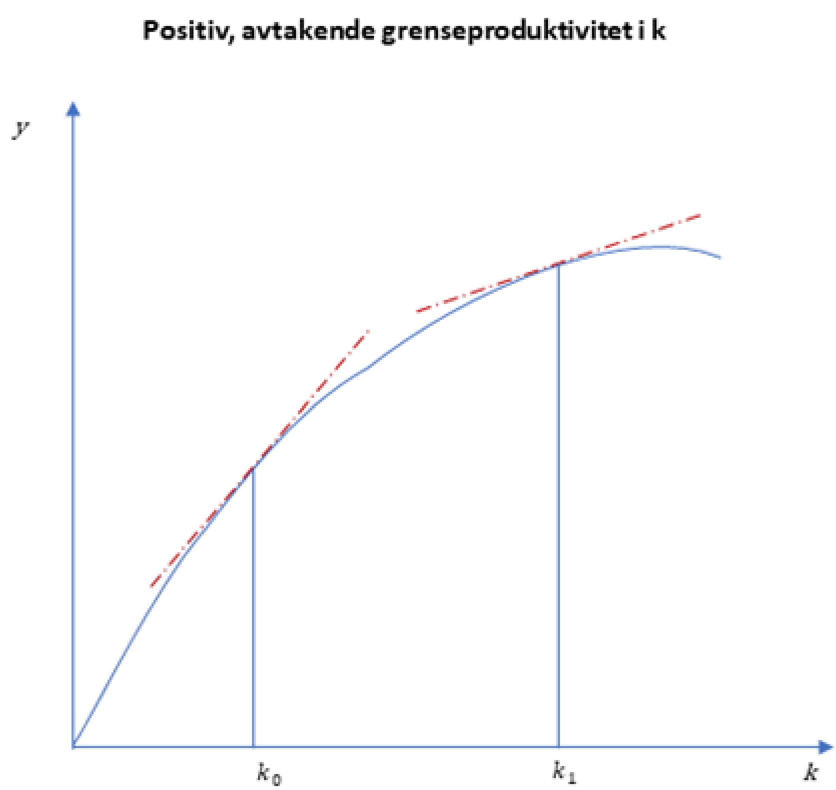

Figure 1: Grenseproduktiviteten til kapitalintensiviteten(k)

2.2.3 Vekst i produksjonen per arbeider

For å finne ut dette må vi se på hvordan $y(t)$ endrer seg når tiden forløper. Vi deriverer derfor $y(t)$ med hensyn på t og får:

$\frac{\partial y(t)}{\partial t} = \alpha \cdot k^{\alpha-1} \cdot \frac{\partial k(t)}{\partial t}$

Vi deler dette på $y(t)$ for å få veksten i produksjonen pr arbeider:
$\frac{\frac{\partial y(t)}{\partial t}}{y(t)} = \frac{\alpha \cdot k^{\alpha-1}}{k(t)^{\alpha}} \cdot \frac{\partial k(t)}{\partial t} = \alpha \cdot k^{\alpha-1-\alpha} \cdot \frac{\partial k(t)}{\partial t} = \alpha \cdot \frac{1}{k(t)} \cdot \frac{\partial k(t)}{\partial t}$

Vi setter vekstraten i $y(t) = g_y = \frac{\frac{\partial y(t)}{\partial t}}{y(t)}$ og vekstraten til $k(t) = g_k = \frac{1}{k(t)} \cdot \frac{\partial k(t)}{\partial t}$

Vi får da at:

$g_y = \alpha \cdot g_k$

som betyr at vekstraten i produksjonen per innbygger er lik produksjonselastisiteten til kapital ganget med veksten i kapitalintensiteten.Når vi samtidig vet at grenseproduktiviteten til kapitalintensisiteten er positiv og avtakende, vil også effekten av vekst i kapitalen være avtakende.

2.2.4 Kapital per arbeider

Vi ønsker å finne ut hvordan kapitalintensiteten utvikler seg over tid og tar utgangspunkt i $k(t) = \frac{K(t)}{L(t)}$ som jeg først logaritmerer og deretter deriverer med hensyn på t:

$ln(k(t)) = ln(\frac{K(t)}{L(t)})$

$ln(k(t)) = ln(K(t)) - ln(L(t))$

Deriverer med hensyn på t:

$\frac{\partial k(t)}{\partial t} \cdot \frac{1}{k(t)} = \frac{1}{K(t)} \cdot \frac{\partial K(t)}{\partial t} - \frac{1}{L(t)} \cdot \frac{\partial L(t)}{\partial t}$

Vi ser at veksten i kapitalintensiviteten avhenger av veksten i kapitalen og veksten i arbeidskraften.

Vi har tidligere definert at

Arbeidskraften: $L(t) = L_0 \cdot e^{n \cdot t}$

Vekstraten vil være: $\frac{\partial L(t)}{\partial t} = L_0 \cdot n$

Vi har også at
$\frac{\partial K(t)}{\partial t} = I(t) = s \cdot Y(t),$

altså at kapitalens utvikling over tid er det samme som investeringene som igjen er definert som andel av total produksjon, der s er sparerateen.
Vi setter inn for disse:

$\frac{\partial k(t)}{\partial t} \cdot \frac{1}{k(t)} = \frac{1}{K(t)} \cdot s \cdot Y(t) - L_0 \cdot n$

Ganger med $\frac{1}{L(t)}$ oppe og nede og får

$\frac{\partial k(t)}{\partial t} \cdot \frac{1}{k(t)} = s \cdot \frac{\frac{Y(t)}{L(t)}}{\frac{K(t)}{L(t)}} - \frac{1}{L(t)} \cdot L_0 \cdot n$

og får at:

$\frac{\partial k(t)}{\partial t} \cdot \frac{1}{k(t)} = s \cdot \frac{y(t)}{k(t)} - n$

Ganger med $k(t)$ på begge sider som da gir at:

$\frac{\partial k(t)}{\partial t} = s \cdot y(t) - n \cdot k(t)$

Vi ser at utviklingen av kapitalintensiteten er avhengig av forholdet mellom faktiske nettoinvesteringer $(s \cdot y(t))$ og nødvendige investeringer for å erstatte arbeidere med kapital $(n \cdot k(t))$.

2.2.5 Langsiktig likevekt i produksjon per arbeider og kapitalintensivitet

Vi definerer langsiktig likevekt (Steady-state) som en situasjon der all automatisk tilpasning har skjedd og at vi har enten stabilt nivå på BNP per arbeider, eller stabil vekstrate i BNP per arbeider.

Figuren viser bevegelsen mot en steady state likevekt.

La oss ta utgangspunkt i nivå k_1.Her vil $s \cdot y(t) > n \cdot k(t)$ som betyr at de faktiske investeringene er større enn de som er nødvendig for å erstatte arbeidskraft. Dette betyr at kapitalintensiviteten øker og da vil også produksjonen per innbygger øke. Vi får en bevegelse utover i planet til k^{ss} i figuren.

Tar vi utgangspunkt i nivå k_2 vil $s \cdot y(t) < n \cdot k(t)$. Her er de faktiske investeringene mindre enn det som er nødvendig for å erstatte arbeidskraft. Kapitalintensiviteten vil avta og dermed også produksjonen per innbygger. I figuren får vi en bevegelse innover i planet til k^{ss}.

Matematisk løsning:

Nivå på kapitalintensivitet i likevekt(steady-state):

Nivå på produksjon per arbeider i likevekt(steady-state):

2.3 Solow-modellen med teknologisk utvikling og naturressurser.

Jeg vil nå ta for meg den utvidete modellen og utlede hva som påvirker vekst i produksjonen per arbeider i og utenom steady-state.

Produktfunksjonen til denne modellen kan generelt framstilles på følgende måte:

(1) $Y(t) = A(t) \cdot F(\underline{K}(t), \underline{L}(t), \underline{R}(t))$ der

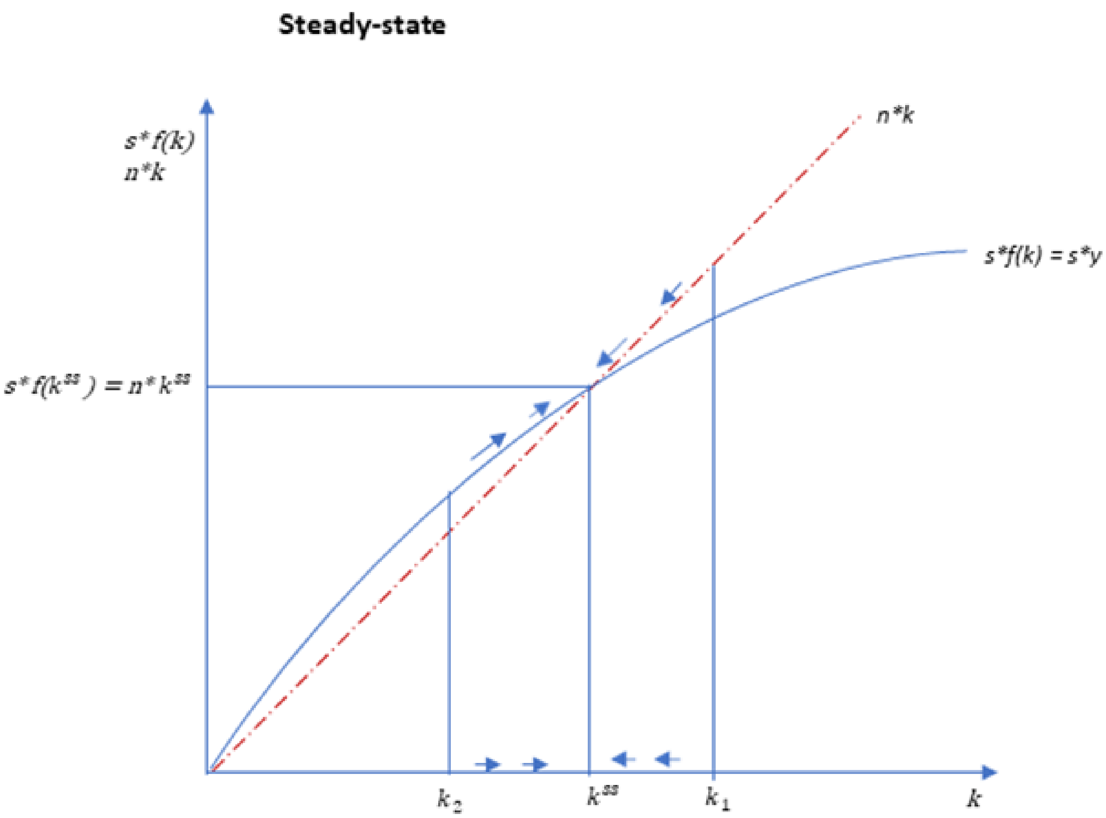

Figure 2: Solow BAS steady-state

(2) Effektiv mengde kapital er: $\underline{K}(t) = q_K \cdot K(t)$

(3) Effektiv mengde arbeidskraft er: $\underline{L}(t) = q_L \cdot L(t)$

(4) Effektiv mengde ressurser er: $\underline{R}(t) = q_R \cdot R(t)$

og q_K, q_L og q_R er kvalitetsindeks for de tre innsatsfaktorene.

Denne produktfunksjonen kan spesifiseres med en Cobb-Douglas produktfunksjon på følgende måte:

(5) $Y(t) = A(t) \cdot (q_K \cdot K(t))^\alpha \cdot (q_L \cdot L(t))^\beta \cdot (q_R \cdot R(t))^\gamma$

$0 < \alpha + \beta + \gamma < 1$ og $\alpha + \beta + \gamma = 1$

Følgende sammenhenger er definert:

(6) Total faktorproduktivitet: $A(t) = A_0 \cdot e^{g_A \cdot t}$, vekstrate:$g_A$

(7) Arbeidskraften: $L(t) = L_0 \cdot e^{n \cdot t}$, vekstrate: n

(8) Naturressurser: $R(t) = R_0 \cdot e^{-u \cdot t}$, vekstrate: $-u$

(9) Kvalitetsindeks til kapital: $q_K(t) = e^{j \cdot t}$, vekstrate: j

(10) Kvalitetsindeks til arbeid: $q_L(t) = e^{m \cdot t}$, vekstrate: m

(11) Kvalitetsindeks til naturressurser: $q_R(t) = e^{h \cdot t}$, vekstrate: h,
$0 \geq h \geq 0$

3 Metode og data

3.1 Data

Jeg har brukt data fra World Development Indicators som er en stor samling av data som er satt sammen av Verdensbanken. Det er laget en en "package" for R, WDI, for å forenkle analysemulighetene av de tilgjengelige data. Jeg har benyttet meg av denne i datauttaket. Her følger en oversikt over variablene i datasettet:

Table 1: Oversikt over variabler

Variabelnavn	Forklaring
country	Navn på land
region	Inndeling av verden i regioner(antall land i parentes): East-Asia & Pacific(11), Europe & Central-Asia(37), Latin-America & Caribbean(18), North-America(1), South-Asia(5), Middle-East & North-Africa(3), Sub-Saharan-Africa(23)

Variabelnavn	Forklaring
income	Inntektsgrupper: Landene er inndelt i fire kategorier etter gjennomsnittsinntekt(antall land i parentes): Low income(9), Lower middle income(29), Upper middle income(26), High income(34)
iso3c, iso2c	Landforkortelser
year	År for data
poptot	Befolkningsstørrelse i 2019
gdppc	BNP per innbygger i 2019
gdppc0	BNP per innbygger i 2000
avg_gdpgrowth	Gjennomsnittlig årlig vekstrate i BNP per innbygger for hvert land i perioden
avg_n	Gjennomsnittlig årlig vekstrate i arbeidskraften for hvert land i perioden
avg_p	Gjennomsnittlig årlig vekstrate i befolkningen for hvert land i perioden
avg_nsy	Gjennomsnittlig sparing for perioden 2000-2015 (forsinkelse fordi det kan ta litt tid før sparing blir til investering).
avg_nry	Gjennomsnittlig årlig vekstrate (negativ) i naturressurser for hvert land i perioden
avg_gi	Gjennomsnittlig årlig vekstrate i investeringer for hvert land i perioden
avg_gx	Gjennomsnittlig årlig vekstrate i eksport for hvert land i perioden
avg_educ	Gjennomsnittlig antall år i skole for tidsperioden 2000 - 2019 for hvert land, basert på tilgjenglig data (vil være 2000, 2005, 2010)
dppc	Sjekk med Andrea. Er lik gdppc
ln_gdppc	logaritmen av gdppc
ln_gdppc0	logaritmen av gdppc0

Grafisk oversikt over noen sammenhenger

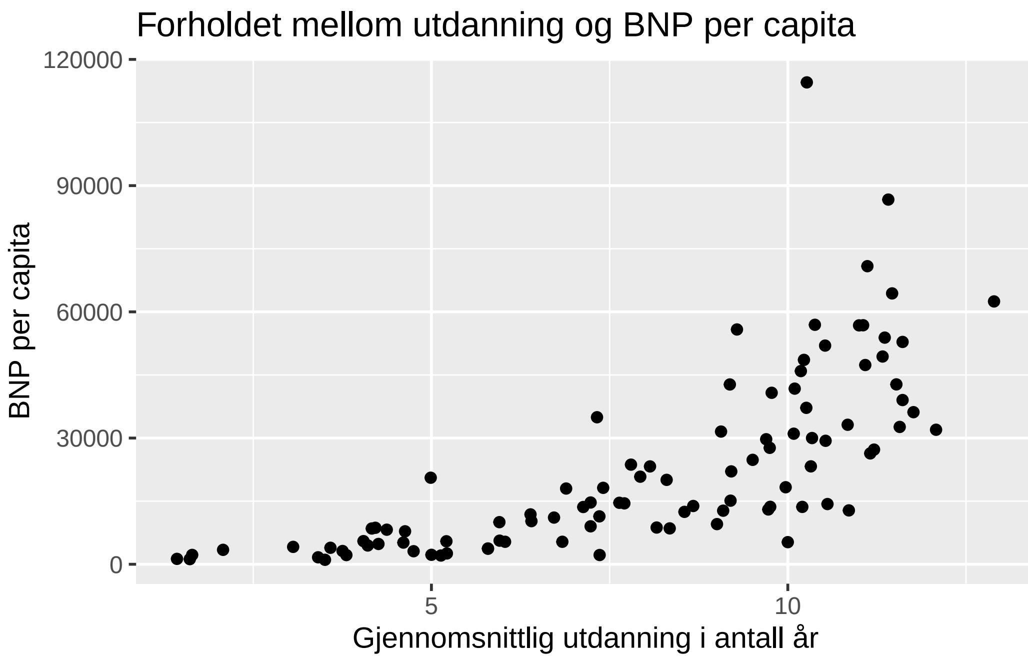

Figure 3: Forholdet mellom utdanning og BNP per capita

3.2 Metode

3.2.1 Deskriptiv statistikk

Her er en oversikt over noen parametre for alle variablene i datasettet.

	vars	n	mean	sd	min	max
poptot	1	98	34919821.65	56910167.43	360563.00	328329953.00
gdppc	2	98	22937.85	21304.18	1059.89	114542.50
avg_gdpgrowth	3	98	2.46	1.72	-1.17	8.43
avg_n	4	98	0.02	0.03	-0.10	0.16
avg_p	5	98	1.19	1.13	-1.16	3.85
avg_nsy	6	98	9.22	7.81	-6.89	27.85
avg_nry	7	98	3.01	5.39	0.00	36.83
avg_gi	8	98	6.59	13.30	-10.90	131.31
avg_gx	9	98	5.89	3.62	-0.06	18.74
avg_educ	10	98	7.97	2.89	1.43	12.89
dppc	11	98	22937.85	21304.18	1059.89	114542.50
ln_gdppc	12	98	9.55	1.10	6.97	11.65
ln_gdppc0	13	98	9.08	1.18	6.44	11.51

3.2.2 Regresjonsmodeller

For å se nærmere på relasjonene mellom variablene, setter jeg opp en regresjonsmodell der utdanning er uavhengig variabel og bnp per capita er avhengig variabel.

```
Call:
lm(formula = gdppc ~ avg_educ, data = df_growth2019)

Residuals:
   Min     1Q Median     3Q    Max
-28402  -7646  -2555   7448  79476

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value             Pr(>|t|)
(Intercept) -19061.5     4461.7  -4.272            0.0000456 ***
avg_educ      5272.2      526.9  10.007 < 0.0000000000000002 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 14980 on 96 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.5105,    Adjusted R-squared:  0.5054
F-statistic: 100.1 on 1 and 96 DF,  p-value: < 0.00000000000000022
```

Vi ser av koeffisientene at denne sammenhengen er signifikant fordi p-verdien er veldig lav. Vi kan også lese at i gjennomsnitt vil et år ekstra utdanning øke bnp per capita med 5272.

4 Referanser