Кур №2

№1

$$\frac{y''}{y'^2 \cdot \ln y'} = \frac{1}{y}$$

$F(y, y', y'') = 0$

$y' = u \quad y'' = uu'$

$$\frac{u'}{u \ln u} = \frac{1}{y}$$

$$\int \frac{du}{u \ln u} = \int \frac{dy}{y}$$

$\ln(\ln u) = \ln y + \ln C_1$

$\ln u = y C_1$

$y' = y C_1$

$$\frac{y'}{y} = C_1$$

$$\int \frac{dy}{y} = \int C_1 dx$$

$\ln y = C_1 x + C_2$

№2

$(y'' + y'^2)(x^2+1) + 4xy' + 2 = 0$

$\mu = e^t$

$y = \ln(C_1 + x) + C_2 - \ln(x^2+1)$

(Решал на коллоквиуме, решение потеряно, но т.к. потратил на него кучу времени — запомнил ответ)

№3

$[1][1 \pm 3x]$

$y'' - 8y' + 17y = (5x+8) \cdot e^x \cos 3x$

1) $k^2 - 8k + 17 = 0$

$D = 64 - 4 \cdot 17 = -4$

$k_{1,2} = 4 \pm i$

$y_{oo} = C_1 e^{4x} \sin x + C_2 e^{4x} \cos x$

2) $y_{чн} = e^x((Cx+D)\sin 3x + (Ax+B)\cos 3x)$

$y' = ((C-3A)x + D + C - 3B)e^x \sin 3x + ((3C-A)x + 3D + B + A)e^x \cos 3x$

$y'' = ((-8C-6A)x - 8D + 2C - 6B - 6A)e^x \sin 3x + ((6C-8A)x + 6D + 6C - 8B + 2A)e^x \cos 3x$

$(C+18A)xe^x \sin 3x + (D - 6C + 18B - 6A)e^x \sin 3x + (A - 18C)xe^x \cos 3x + (-18D + 6C + B - 6A)e^x \cos 3x = (5x+8)e^x \cos 3x$

$$\begin{cases} -18D + 6C + B - 6A = 8 \Rightarrow -18D - \frac{108}{65} + B - \frac{6}{65} = 8 \Rightarrow B = 8 + 18D + \frac{114}{65} \Rightarrow B = -\frac{1202}{21125} \\ A - 18C = 5 \Rightarrow A + 324A = 5 \Rightarrow A = \frac{5}{325} = \frac{1}{65} \\ C + 18A = 0 \Rightarrow C = -18A \Rightarrow C = -\frac{18}{65} \\ D - 6C + 18B - 6A = 0 \Rightarrow D - \frac{108}{65} + 18\left(8 + 18D + \frac{114}{65}\right) - \frac{6}{65} = 0 \Rightarrow \end{cases}$$

$\Rightarrow D + 324D = \frac{114}{65} - 144 - \frac{2052}{65}$

$D = -\frac{11514}{21125}$

$$y = e^x\left(\left(-\frac{18x}{65} - \frac{11514}{21125}\right)\sin 3x + \left(\frac{x}{65} - \frac{1202}{21125}\right)\cos 3x\right) + C_1 e^{4x} \sin x + C_2 e^{4x} \cos x$$

№4

$y'' - y = \operatorname{th} x$

1) $k^2 - 1 = 0$

$(k-1)(k+1) = 0$

$k_{1,2} = \pm 1$

$y_{oo} = C_1 e^x + C_2 e^{-x}$

2) $y_{чн} = e^{-x} \operatorname{tg}^{-1}(e^x) + e^x \operatorname{tg}^{-1}(e^x)$

$y = C_1 e^x + C_2 e^{-x} + e^{-x} \operatorname{tg}^{-1}(e^x) + e^x \operatorname{tg}^{-1}(e^x)$

?

№5

$2yy'' + y'^2 + y'^4 = 0 \qquad y(0) = 0;\ y'(0) = 2$