

QTA Week 2 答案汇总

2025 年 12 月 6 日

问题一

答案:

$$\mathbb{E}[N_{HH}] = 6, \quad \mathbb{E}[N_{HT}] = 4$$

简析:

根据前后缀匹配原理, $N_{HH} = 2^1 + 2^2 = 6$; $N_{HT} = 2^2 = 4$ 。

问题二

答案: 18

简析:

模式 $HTHH$ 在 $k = 1$ (H) 和 $k = 4$ (HTHH) 时前后缀匹配。因此:

$$\mathbb{E}[N_{HTHH}] = 2^1 + 2^4 = 2 + 16 = 18$$

问题三

答案: 0.75 (或 75%)

简析:

Bob 的模式为 TH 。分析如下:

- 若第一枚是 T: Bob 必胜 (概率 0.5)
- 若第一枚是 H, 第二枚是 T: Bob 胜 (概率 $0.5 \times 0.5 = 0.25$)

总概率为 $P(\text{Bob 胜}) = 0.5 + 0.25 = 0.75$ 。

问题四

答案：利用 $P(T) = 0.4$ 和冯·诺依曼构造法组合

算法流程：

1. 抛一次硬币：

- 若为 H (概率 0.6)：失败，重新开始
- 若为 T (概率 0.4)：进入步骤 2

2. 连续抛两次硬币，使用冯·诺依曼方法：

- 若结果为 HT：返回成功（总概率 $0.4 \times 0.5 = 0.2$ ）
 - 若结果为 TH：返回失败
 - 若结果为 HH 或 TT：重复步骤 2，直到出现 HT 或 TH
-

问题五

答案：498

简析：

考虑数字 $\{0, 0, 1, 2, 3, 4\}$ 的全排列：

- 全排列去重后：606 个
 - 减去以 0 开头的非法数字：108 个
 - 最终结果： $606 - 108 = 498$
-

问题六

答案：C

简析：

外层装饰器 `log_execution` 未使用 `@wraps(func)`，导致被装饰函数的 `__name__` 和 `__doc__` 属性被覆盖为装饰器内部函数 `wrapper_log` 的属性。

问题七

答案： Python 动态规划解法

核心思路：

使用动态规划维护两个状态数组：`hold`（持有股票）和 `sold`（已卖出）。考虑冷冻期 D 天的约束。

```
1 def maxProfit(prices, D, fee):
2     n = len(prices)
3     if n == 0:
4         return 0
5
6     # hold[i]: 第 i 天持有股票的最大收益
7     # cool[i]: 第 i 天不持有股票的最大收益
8     hold = [-float('inf')] * n
9     cool = [0] * n
10
11    hold[0] = -prices[0]
12
13    for i in range(1, n):
14        # 今天持有 = max(昨天持有, 从冷冻期结束后买入)
15        if i > D:
16            hold[i] = max(hold[i-1], cool[i-D-1] - prices[i])
17        else:
18            # 冷冻期内只能从初始状态买入
19            hold[i] = max(hold[i-1], -prices[i])
20
21        # 今天不持有 = max(昨天不持有, 今天卖出)
22        cool[i] = max(cool[i-1], hold[i-1] + prices[i] - fee)
23
24    return max(0, cool[n-1])
```

时间复杂度： $O(n)$ ； 空间复杂度： $O(n)$