

QTA 笔面试刷题 week5

QTA

December 2025

1. 相关系数为 p 的取值范围

设随机变量 X, Y, Z 两两相关系数均为 p ，则其相关矩阵为

$$R = \begin{pmatrix} 1 & p & p \\ p & 1 & p \\ p & p & 1 \end{pmatrix}.$$

要求联合随机变量的相关矩阵（或协方差矩阵）为半正定，即 $R \succeq 0$ ，求 p 取值范围？

2. 掷出连续 6 个 6 的期望投掷次数

一个均匀的骰子掷出 6 个连续的 6 的期望次数是多少？

3. 随机落座

有一辆汽车有 N 个座位，编号为 1 到 N ，有 N 个人买票拿号上车，正常人按照自己的座位号对号入座，但是有一个精神病患者，在空座位中随机选择一个空着的座位就坐，正常人的座位如果被占，也将随机选择一个空着就坐，假如第一个上车的是精神病患者，其他人都是正常人，问最后一个人能坐到自己的座位的概率是多少？

4. 外星生物

实验室有红绿蓝三种外星生物各 20, 21, 22 个，俩种不同颜色的外星生物相遇会变成第三种颜色。（如 1 红 + 1 绿相遇会变成 2 蓝。）外星生物总数量不会增多。请问是否有可能最后全部为一种颜色的外星生物？请证明。

5. 比较排序的时间复杂度

证明任何基于比较的排序算法，其最坏情况下的时间复杂度下界为 $O(n \log n)$

6. 交易逆序对总数

在股票交易中，如果前一天的股价高于后一天的股价，则可以认为存在一个「交易逆序对」。请设计一个程序，输入一段时间内的股票交易记录 `record`，返回其中存在的「交易逆序对」总数。

示例 1：输入：`record = [9, 7, 5, 4, 6]`

输出：8

解释：交易中的逆序对为 (9, 7), (9, 5), (9, 4), (9, 6), (7, 5), (7, 4), (7, 6), (5, 4)。

提示： $0 \leq \text{record.length} \leq 50000$