

# QTA Week 2 答案汇总

2025 年 12 月 6 日

## 问题一

答案：

$$\mathbb{E}[N_{HH}] = 6, \quad \mathbb{E}[N_{HT}] = 4$$

简析：

根据前后缀匹配原理， $N_{HH} = 2^1 + 2^2 = 6$ ； $N_{HT} = 2^2 = 4$ 。

---

## 问题二

答案： 18

简析：

模式  $HTHH$  在  $k = 1$  (H) 和  $k = 4$  (HTHH) 时前后缀匹配。因此：

$$\mathbb{E}[N_{HTHH}] = 2^1 + 2^4 = 2 + 16 = 18$$

---

## 问题三

答案： 0.75 (或 75%)

简析：

Bob 的模式为  $TH$ 。分析如下：

- 若第一枚是 T：Bob 必胜（概率 0.5）
- 若第一枚是 H，第二枚是 T：Bob 胜（概率  $0.5 \times 0.5 = 0.25$ ）

总概率为  $P(\text{Bob 胜}) = 0.5 + 0.25 = 0.75$ 。

---

## 问题四

答案：利用  $P(T) = 0.4$  和冯·诺依曼构造法组合

算法流程：

1. 抛一次硬币：

- 若为 H（概率 0.6）：失败，重新开始
- 若为 T（概率 0.4）：进入步骤 2

2. 连续抛两次硬币，使用冯·诺依曼方法：

- 若结果为  $HT$ ：返回成功（总概率  $0.4 \times 0.5 = 0.2$ ）
  - 若结果为  $TH$ ：返回失败
  - 若结果为  $HH$  或  $TT$ ：重复步骤 2，直到出现  $HT$  或  $TH$
- 

## 问题五

答案： 498

简析：

考虑数字  $\{0, 0, 1, 2, 3, 4\}$  的全排列：

- 全排列去重后：606 个
  - 减去以 0 开头的非法数字：108 个
  - 最终结果： $606 - 108 = 498$
- 

## 问题六

答案： C

简析：

外层装饰器 `log_execution` 未使用 `@wraps(func)`，导致被装饰函数的 `__name__` 和 `__doc__` 属性被覆盖为装饰器内部函数 `wrapper_log` 的属性。

---

## 问题七

答案：Python 动态规划解法

核心思路：

使用动态规划维护两个状态数组：`hold`（持有股票）和 `sold`（已卖出）。考虑冷冻期  $D$  天的约束。

```
1 def maxProfit(prices, D, fee):
2     n = len(prices)
3     if n == 0:
4         return 0
5
6     # hold[i]: 第i天持有股票的最大收益
7     # cool[i]: 第i天不持有股票的最大收益
8     hold = [-float('inf')] * n
9     cool = [0] * n
10
11     hold[0] = -prices[0]
12
13     for i in range(1, n):
14         # 今天持有 = max(昨天持有, 从冷冻期结束后买入)
15         if i > D:
16             hold[i] = max(hold[i-1], cool[i-D-1] - prices[i])
17         else:
18             # 冷冻期内只能从初始状态买入
19             hold[i] = max(hold[i-1], -prices[i])
20
21         # 今天不持有 = max(昨天不持有, 今天卖出)
22         cool[i] = max(cool[i-1], hold[i-1] + prices[i] - fee)
23
24     return max(0, cool[n-1])
```

时间复杂度：  $O(n)$ ；空间复杂度：  $O(n)$