1. **Lite repetition**

   Låt $A = \{1, 2, 3\}$ och $B = P(A)$

   (a) Visa att $(B, \subseteq)$ är en partiell ordning. $B = P(A) = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{2, 3\}, \{1, 3\}, \{1, 2, 3\}\}$

   För att relationen ska vara en partiell ordning gäller det att de tre följande kraven är uppfyllda:
   Reflexivitet: Alla mängder i potensmängden är delmängder till sig själva.

   Antisymmetri: För alla mängder i potensmängden gäller att om $A \subseteq B, \forall$ mängd A och B, så finns det EJ B så att $B \subseteq A$

   Transitivitet: Om A $\subseteq B$ och B $\subseteq C$ så gäller det A$\subseteq C$ (Detta gäller även för tomma mängden)

   (b) Är det en total ordning? Varför?

   För att en partiell ordning ska vara en total ordning gäller det att alla x,y $\in$ A (i detta fall mängder A och B i P(A)) så gäller det att det finns en relation mellan alla x,y $\in$ A, alltså i detta fall ska det finnas en relation mellan alla mängder i P(A). Man kan titta på motsägelsen av detta och försöka motbevisa med ett exempel men det kommer inte finnas något motexempel då potensmängden är mängden av alla delmängder till A.

   (c) Ange alla minimala respektive maximala element. Minimala element: {1},{2},{3} Maximala element:{1,2,3}

   (d) Om det finns, ange det minsta elementet respektive det största elementet.

   Det minsta elementet: { $\emptyset$}

   Det största elementet: {1,2,3}

2. **Induktion i mängder**

   Ge induktiv definition av den naturliga talmängden $\mathbb{N}$

   (*Tips*: Börja med ett basfall och sedan ett induktionssteg)

3. **Induktion i summor av talföljder**

   Bevisa med induktion att detta gäller för alla positiva heltal $\mathbb{Z}_+$:

   (a)
   $$\sum_{i=0}^{n} 2^i = 2^{n+1} - 1$$

   (b)
   $$\sum_{k=1}^{n} k = \frac{1}{2}n(n+1)$$

   (c)
   $$\sum_{k=1}^{n} k(k+1) = \frac{1}{3}n(n+1)(n+2)$$

   (d)
   $$\sum_{k=1}^{n} k(k+1)(k+2) = \frac{1}{4}n(n+1)(n+2)(n+3)$$

4. **Om ni hinner**

Titta på de tre senaste uppgifterna ovan, gissa en formel och bevisa denna med hjälp av induktion.

$$\sum_{k=1}^{n} k(k+1)(k+2)(k+3), n \in \mathbb{N}$$