

1. Lite predikatlogik och kvantorer

Betrakta mängden av alla paket som ligger under julgranen.

(a) Skriv följande utsagor på symbolisk logisk form och illustrera dem med hjälp av Venndiagram.

- Minst ett gult paket är till mig
- Alla gula paket är tomma
- Inget stort paket är tomt

(b) Vad kan du dra för ytterligare slutsatser med hjälp av ovanstående utsagor?

2. Lite tautologier

Vilka av följande logiska formler är tautologier?

- (a) $(P \rightarrow Q) \vee (Q \rightarrow P)$
- (b) $(P \wedge (P \rightarrow Q)) \rightarrow Q$
- (c) $(P \wedge Q \wedge \neg R) \rightarrow (R \rightarrow \neg(P \wedge Q))$

Tips: Använd sanningstabeller!

3. Lite utsagor

Betrakta följande predikat: $Q(x, y, z) : x^2 + y^2 \geq z^2$.

Vilka av följande utsagor är sanna? Motivera varje svar.

- (a) $\forall x : \forall y : \forall z : Q(x, y, x)$
- (b) $\forall x : \forall y : \exists z : Q(x, y, x)$
- (c) $\exists x : \exists y : \forall z : Q(x, y, x)$
- (d) $\forall x : \exists y : \exists z : Q(x, y, x)$
- (e) $\forall x : \forall y : \exists z : Q(x, y, x)$

I samtliga fall gäller: $x, y, z \in \mathbb{R}$.

4. Lite däggdjur

Antag att vårt universum är mängden av alla djur.

Betrakta följande predikat:

- $D(x) : x$ är ett däggdjur
- $H(x) : x$ är en hund
- $A(x) : x$ är en anka
- $T(x, y) : x$ är tyngre än y

Formulera följande påståenden med hjälp av kvantorer och ovanstående predikat:

- (a) Alla hundar är däggdjur
- (b) Inga hundar är ankor
- (c) Det finns ett däggdjur som är tyngre än alla hundar
- (d) Det finns en anka som är lättare än alla hundar