

1. Lite repetition

Givet mängden av alla smurfar, betrakta följande predikat:

$$P(x) : x \text{ gillar smurfbär}$$

$$Q(x) : x \text{ spelar trumpet}$$

Beskriv innebörden av följande logiska utsagor med ord:

(a) $\forall x : (P(x) \rightarrow \neg Q(x))$

(b) $\neg \forall x : (P(x) \rightarrow Q(x))$

(c) $\neg \exists x : (P(x) \wedge Q(x))$

(d) $\forall x : (P(x) \wedge Q(x))$

(e) $\exists x : (P(x) \wedge Q(x))$

(f) $\exists x : (P(x) \rightarrow Q(x))$

Exempel: $\forall x : (P(x) \rightarrow Q(x))$

Alla smurfar som gillar smurfbär spelar trumpet.

2. Lite påståenden

Avgör om följande 8 utsagor är sanna eller falska, inklusive motivering!

Universum är \mathbb{R} , mängden av alla reella tal.

(a) $\forall x, \forall y : (x > 0 \wedge y > 0) \Rightarrow (y > x \vee y = x)$

(b) $\forall x, \forall y : (x > 0 \wedge y > 0) \Rightarrow (xy > 0)$

(c) $\forall x, \forall y : (x > 0 \wedge y > x) \Rightarrow (xy \geq x)$

(d) $\forall x, \forall y : (x > 0 \wedge y > 0) \Rightarrow (\exists z : xy > z \wedge z > 0)$

(e) $\forall x, \exists y : (xy > x)$

(f) $\exists x, \forall y : (xy > x)$

(g) $\forall x, \forall y : (x > 0 \wedge y < 0) \Rightarrow (\exists z : xz = y)$

(h) $\forall x, \exists z : (x > 0) \Rightarrow (\forall y : xz = y)$

3. Lite mängdlära

Givet följande mängder:

$$A = \{1, 2\}$$

$$B = \{2, 3, 4\}$$

(a) Ange innehållet i följande mängder:

$$A \times A$$

$$B \times B$$

$$A \times B$$

$$B \times A$$

(b) En relation R från mängden X till mängden Y är en delmängd till $X \times Y$. ($R \subseteq X \times Y$)

Ange mängden R , där xRy om $x = y$ på följande mängder:

A till A

B till B

A till B

B till A

4. Lite klurighet

Givet följande mängd:

$$A = \{a, b, c, d\}$$

- (a) Hitta och definera en relation R på A som är både en ekvivalensrelation och en partiell ordning.
- (b) Finns det fler unika sådana relationer? Varför?
- (c) Vilka är ekvivalensklasserna?

5. Lite klurigare klurighet

Låt M vara mängden av alla de 10 siffrorna 0 till 9.

Sätt A till delmängden av potensmängden av M som innehåller de mängder som innehåller siffran 3 och som högst innehåller 4 siffror.

Till exempel så innehåller A mängderna $\{1, 3, 7, 8\}$ och $\{3, 5\}$, men inte $\{1, 3, 7, 8, 9\}$ och $\{5, 6\}$.

Betrakta relationen "delmängd till" på A .

- (a) Är det en partiell ordning? Varför?
- (b) Är det en total ordning? Varför?
- (c) Ange alla minimala respektive maximala element.
- (d) Ange alla största respektive minsta element.