

Quinta e Sesta esperienza di laboratorio

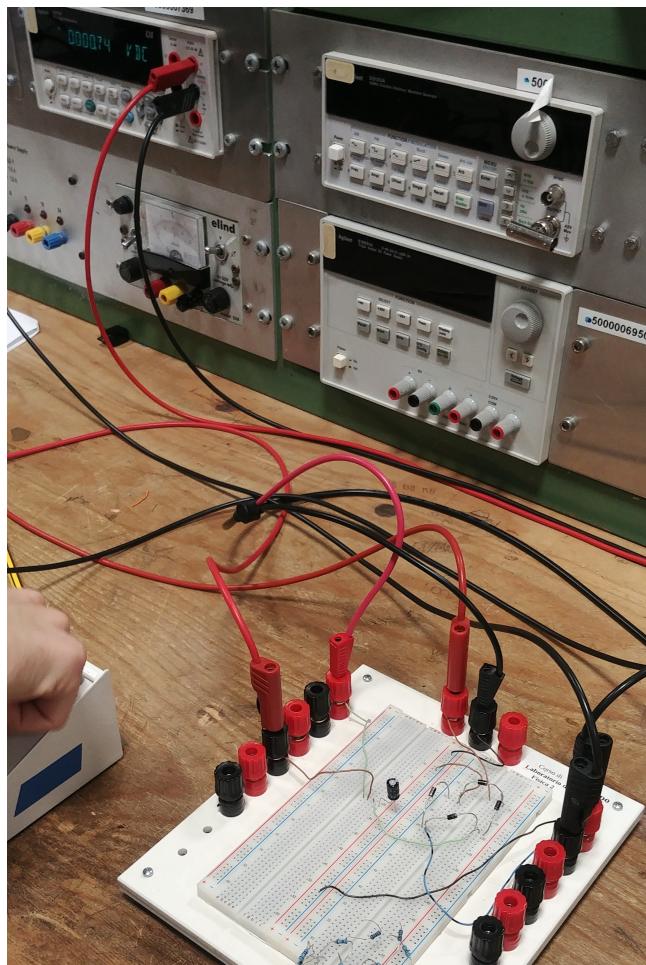
Diodi e ponte di Graetz - Relazione

Gruppo A12

a.a 2018/2019

Brognoli Roberto, Garbi Luca

7 Gennaio 2018



Contents

1	Introduzione	2
2	Materiali e metodi	2
2.1	Materiali	2
2.2	Procedure di misura	2
2.2.1	Studio i - V dei diodi	2
2.2.2	Allestimento ponte di Graetz con e senza Zener	4
3	Analisi dei dati	6
3.1	Caratterizzazione i - V	7
3.2	Ponte di Graetz senza stabilizzatore Zener	10
3.2.1	Confronto con la tensione di <i>ripple</i> teorica	10
3.2.2	Confronto con la tensione massima in uscita teorica	12
3.3	Ponte di Graetz con stabilizzatore Zener	15
3.3.1	Confronto con la tensione di <i>ripple</i> teorica	15
3.3.2	Confronto con la tensione massima in uscita teorica	18
3.3.3	Confronto e calcolo della resistenza in uscita R_{out}	19
A	Appendice	21

1 Introduzione

Nella seguente relazione viene descritto il comportamento del *ponte di Graetz* con e senza stabilizzatore Zener. Viene innanzitutto presentato lo studio delle caratteristiche *i-V* dei diodi 1N4007 e del diodo Zener BZX85C 5V1 svolto tramite un generatore di tensione DC; i primi vengono studiati in polarizzazione diretta mentre lo Zener in polarizzazione inversa. Essi vengono poi utilizzati per costruire il ponte di Graetz, per il quale utilizziamo come input il segnale 7.5 V RMS dato da un trasformatore e raccogliamo i dati utili all'analisi dall'oscilloscopio. I valori sperimentali verranno poi confrontati con quelli ottenuti da un modello teorico.

2 Materiali e metodi

2.1 Materiali

- Breadboard;
- resistori vari (i valori di resistenza e incertezza sono specificati in seguito);
- multimetro digitale (DMM) *Agilent 34410A*;
- condensatore elettrolitico (capacità nominale $220 \mu F$, incertezza garantita dal costruttore 20%);
- trasformatore di tensione, segnale in uscita 7.5 V RMS a 50 Hz;
- generatore di tensione continua *Agilent E3631A*;
- oscilloscopio *Agilent DSOX2002A*;
- 4 diodi raddrizzatori 1N4007;
- diodo Zener *BZX85C 5V1*;
- tester ICE (fondo scala variabile, incertezza di lettura pari a 1/50 del valore di fondo scala);
- Instek LCR-6002
- cavi banana-banana, cavo coassiale BNC-banana, fili conduttori, clip a coccodrillo.

2.2 Procedure di misura

2.2.1 Studio *i-V* dei diodi

Lo scopo di questa prima parte dell'esperienza è quello di dare una caratterizzazione *i-V* dei diodi in nostro possesso che ci servirà per la seconda parte, nella quale impiegheremo

i diodi per la costruzione di un ponte di Graetz. Per i diodi raddrizzatori montiamo il circuito nella figura (Fig.1).

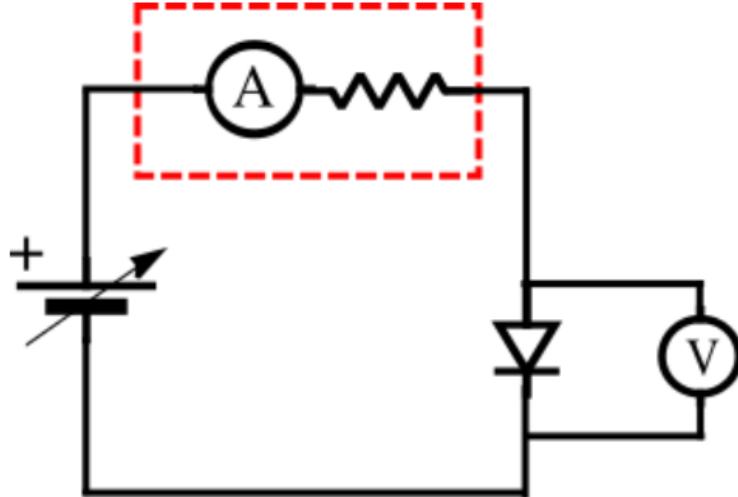


Figure 1: Schema del circuito con amperometro (tester ICE), diodo raddrizzatore e voltmetro (DMM). Il voltmetro viene collegato direttamente alle estremità del diodo in modo da evitare resistenze di contatto.

Come amperometro utilizziamo un tester analogico ICE, mentre usiamo il DMM come voltmetro. Variamo il valore di tensione (in *DC*) in entrata sul generatore in modo da prendere 18 coppie di dati di corrente e caduta di potenziale su un diodo. Prendiamo valori di corrente fra 1 *mA* e 300 *mA* in polarizzazione diretta.

Utilizziamo tre fondo scala differenti dell'amperometro in modo da avere una maggior precisione di lettura; per le misure da 1 *mA* a 5 *mA* abbiamo uno scarto tipo dovuto alla risoluzione di lettura pari a

$$\sigma_{ris}[i_5] = \frac{5 \text{ mA}}{50\sqrt{12}} = 0.03 \text{ mA}$$

per quelle da 5 *mA* a 50 *mA*

$$\sigma_{ris}[i_{50}] = \frac{50 \text{ mA}}{50\sqrt{12}} = 0.3 \text{ mA}$$

mentre per quelle da 50 *mA* a 300 *mA*

$$\sigma_{ris}[i_{500}] = \frac{500 \text{ mA}}{50\sqrt{12}} = 3 \text{ mA}.$$

Poiché il valore di tensione misurato ai capi dei diodi è nel range tra 100 *mV* e 1 *V* l'incertezza sulla differenza di potenziale V_m misurata con il DMM si calcola come

$$\sigma_{ris}[V_{dmm}] = \frac{V_m \times 0.005}{100} + \frac{1 \text{ V} \times 0.0035}{100}.$$

Svolgiamo una procedura identica per i restanti 3 diodi, prendendo però solo 6 coppie di misure di corrente e tensione per ognuno.

Per il diodo Zener costruiamo invece il circuito rappresentato nella figura seguente (Fig.2).

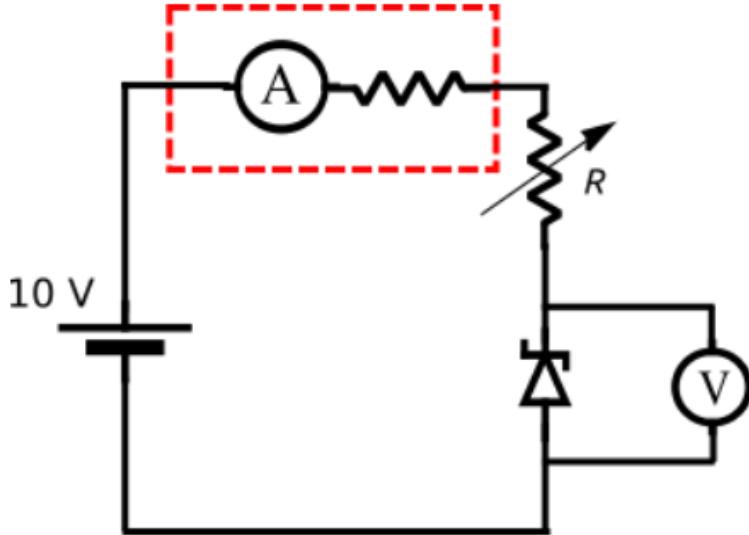


Figure 2: Schema del circuito con amperometro (tester ICE), resistenza variabile, diodo Zener e voltmetro (DMM). Il voltmetro viene collegato direttamente alle estremità del diodo in modo da evitare resistenze di contatto.

Fissiamo la tensione a 10 V e variamo la resistenza (in serie col diodo) tramite una *scatola decade*. In questa parte la misura esatta della resistenza, e la sua incertezza, non ci interessano; il nostro fine è infatti quello di costruire un grafico i - V che possa descrivere il comportamento del diodo. Prendiamo un set di 30 misure di tensione e intensità di corrente. Anche in questo caso prendiamo valori di corrente fra 1 mA e 150 mA . Le incertezze sull'intensità di corrente sono le stesse calcolate precedentemente, mentre per le misure di tensione V_m cambia il range passando a quello da 1 V a 10 V , pertanto avremo

$$\sigma_{ris}[V_{dmm}z] = \frac{V_m \times 0.0035}{100} + \frac{10V \times 0.0007}{100}.$$

2.2.2 Allestimento ponte di Graetz con e senza Zener

Con i diodi di cui abbiamo studiato la caratterizzazione costruiamo il *ponte di Graetz* come in figura seguente.

Oltre ai diodi raddrizzatori sono stati utilizzati un condensatore elettrolitico C , una resistenza R_L variabile e un trasformatore. La resistenza R_L viene fatta variare grazie all'utilizzo di una scatola decade; per avere misure più accurate sul valore di resistenza, misuriamo questo con il DMM. L'incertezza su R_L è calcolata a partire dal range di misura del DMM, noi abbiamo utilizzato $R_{range} = 1\text{ K}\Omega, 10\text{ K}\Omega, 100\text{ K}\Omega$; per resistenze misurate a 2 terminali è:

$$\sigma[R_L] = \frac{0.01 \times R_L}{100} + \frac{0.01 \times R_{range}}{100} + 0.2\text{ }\Omega.$$

Utilizziamo 26 valori di resistenza facendola variare da un minimo di $100\text{ }\Omega$ a un massimo di $29964\text{ }\Omega$ valutando anche il comportamento del circuito a circuito aperto. Il trasformatore ci permette invece di poter utilizzare un onda sinusoidale con ampiezza diversa da quella della linea, che fornisce tensione alternata con un valore di tensione efficace pari a 230 V RMS .

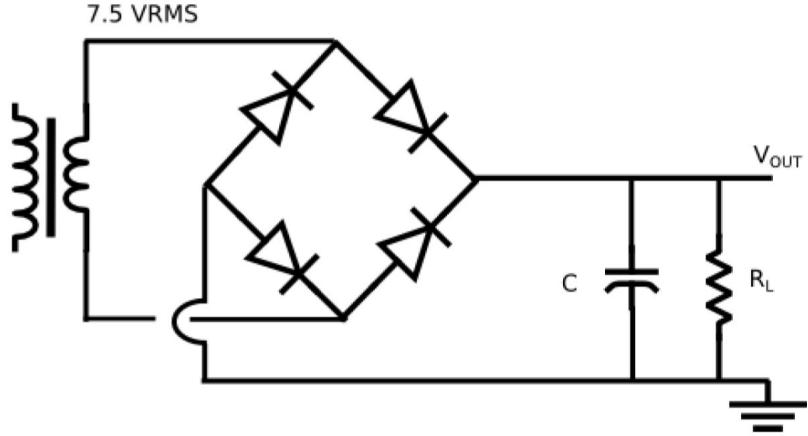


Figure 3: Ponte di Graetz senza diodo Zener.

Il trasformatore riduce questo valore a $V_{rms} = 7.5 V$, corrispondente ad un valore picco picco di circa 10.6 V. Prima di studiare il comportamento del circuito però, abbiamo preso 15 acquisizioni di un periodo d'onda in uscita dal trasformatore, in modo da poter utilizzare un valore di V_{trasf} più fedele a quello reale (nell'analisi verrà spiegato come sono state utilizzate queste acquisizioni). Riportiamo, per completezza, l'acquisizione di una forma d'onda contenente più di un periodo (poi non utilizzata nell'analisi):

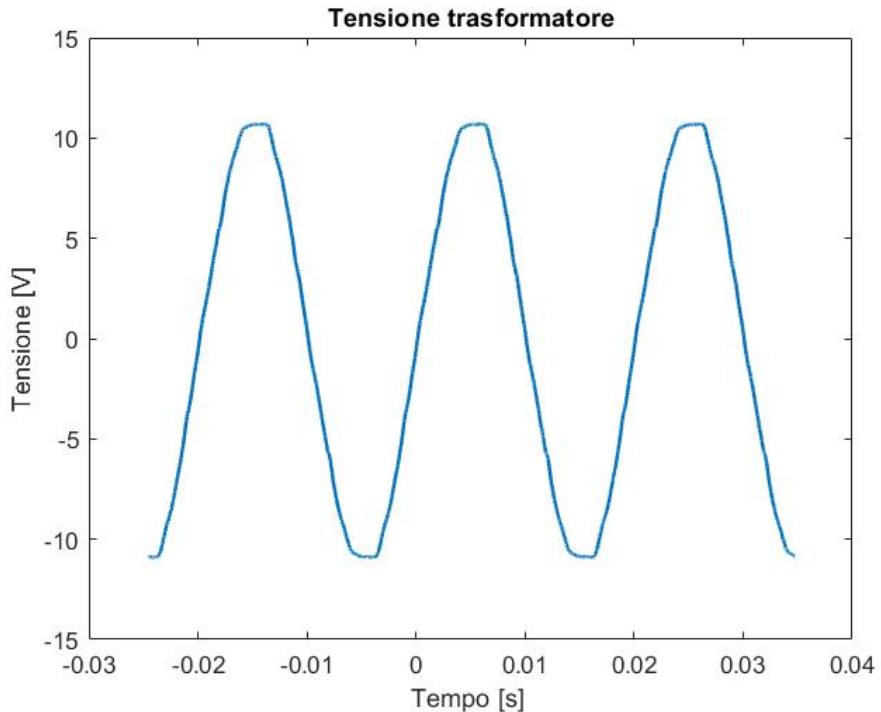


Figure 4: Onda fornita dal trasformatore, notiamo che non è un sinusoide perfetto.

Il condensatore elettrolitico utilizzato ha una capacità di $220 \mu F$ nominali, essendo questo valore fuori dal range di misura del DMM, dobbiamo utilizzare l'incertezza fornita dal costruttore (20 % del valore nominale), quindi $C = (220 \pm 44) \mu F$.

Dall'oscilloscopio estraiamo i valori di V_{ripple} in accoppiamento con corrente alternata e V_{max} in DC. Chiamato $V_{FS}/$ il valore di fondo scala per sezione dell'oscilloscopio nel momento della misura, l'errore sui valori di tensione si calcola come:

$$\sigma[V_{osc}] = \frac{V_{FS}/ \times 8 \times 1.5}{100}. \quad (1)$$

Successivamente aggiungiamo al circuito costruito il diodo Zener, inserito in polarizzazione inversa (Fig.5).

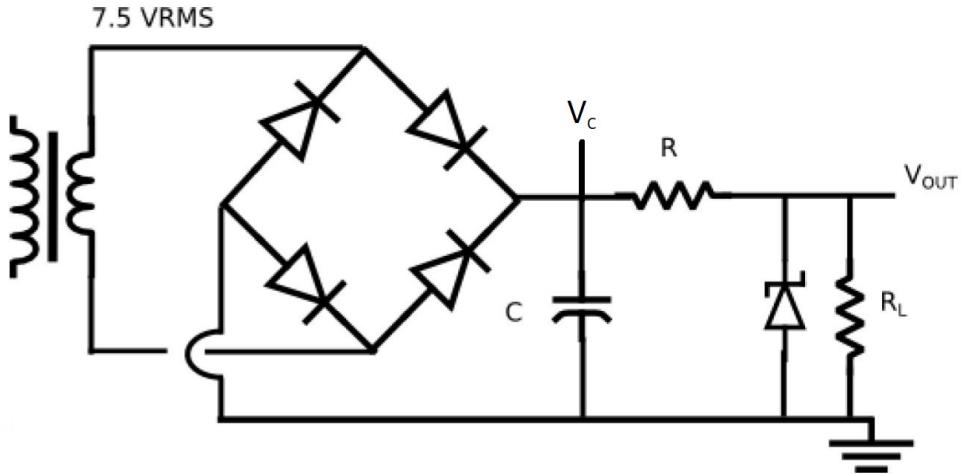


Figure 5: Ponte di Graetz con diodo Zener *BZX85C 5V1*

R è una resistenza dal valore di $100 \Omega \pm 0.02 \Omega$ mentre R_L è stata modificata analogamente a quanto fatto per il circuito precedente. Anche stavolta estraiamo dall'oscilloscopio i valori di V_{ripple} in accoppiamento AC e di V_{max} in DC. Questa volta però raccogliamo questi dati sia per il V_{out} ai capi dello zener, sia per quello ai capi del condensatore. L'incertezza su questi valori si calcola come in (1). Utilizziamo 24 valori di resistenza, da 99.72Ω a 29944Ω a cui aggiungiamo la misura a circuito aperto. Come misura aggiuntiva prendiamo, anche il valore medio V_{out}^{mean} ai capi del diodo, le incertezze sono quelle esposte in precedenza per V_{osc} .

3 Analisi dei dati

L'analisi dati viene suddivisa in tre sotto sezioni. Nella prima vengono esposti e commentati i grafici delle curve $i - V$ dei diodi utilizzati; nella seconda parte ci sarà l'analisi del ponte di Graetz senza stabilizzatore Zener ed il confronto del modello teorico dello stesso con le evidenze sperimentali ottenute durante l'esperienza. Nell'ultima sotto sezione invece verrà fatta un analisi analoga per il ponte raddrizzatore con il diodo Zener oltre ad un confronto finale tra i due circuiti.

Non viene riportata una conclusione in quanto i risultati vengono già esaminati e commentati in questa sezione.

3.1 Caratterizzazione i - V

Presentiamo di seguito la curva i - V ottenuta dalle misure sul diodo 1N4007 in polarizzazione diretta.

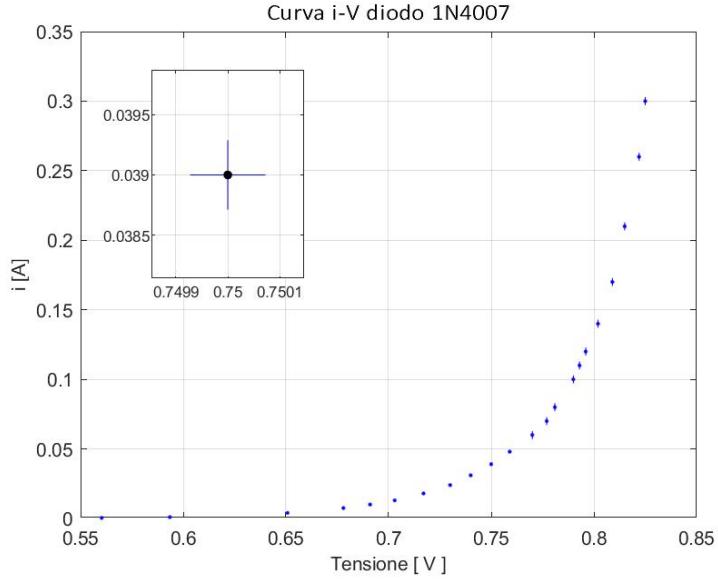


Figure 6: Curva i - V ottenuta tramite i dati sperimentali con zoom sul decimo punto per mettere in evidenza le barre d'errore.

Per poter confrontare la curva i - V data dai nostri dati con la curva fornita dal *datasheet* rappresentiamo gli stessi valori utilizzando in ordinata una scala logaritmica (Fig.7).

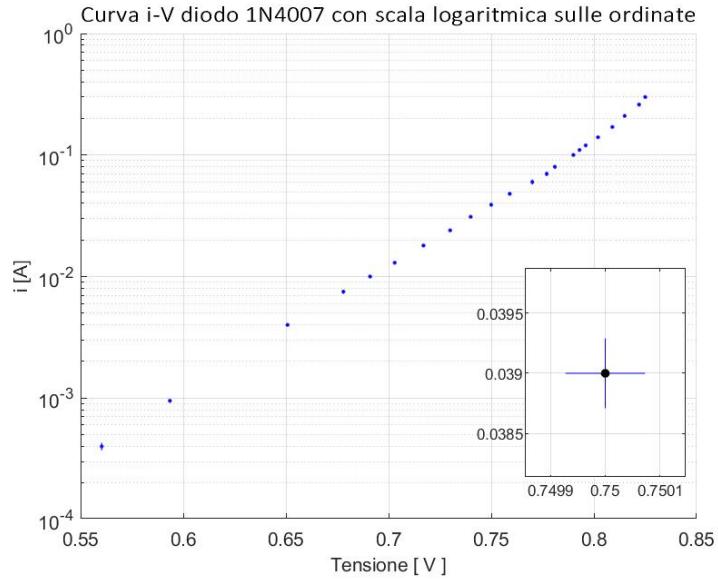


Figure 7: Curva i - V ottenuta tramite i dati sperimentali con zoom sul decimo punto e scala semi-log.

Riportiamo di seguito la curva fornita dal datasheet per il comportamento del diodo utilizzato.

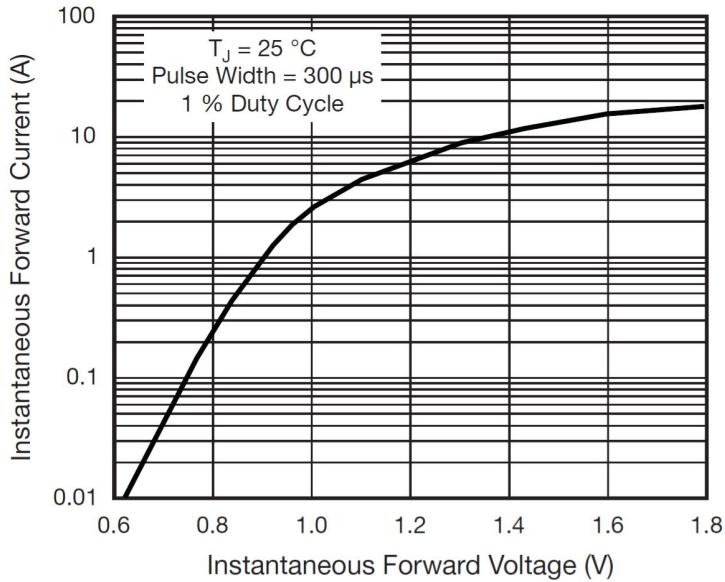
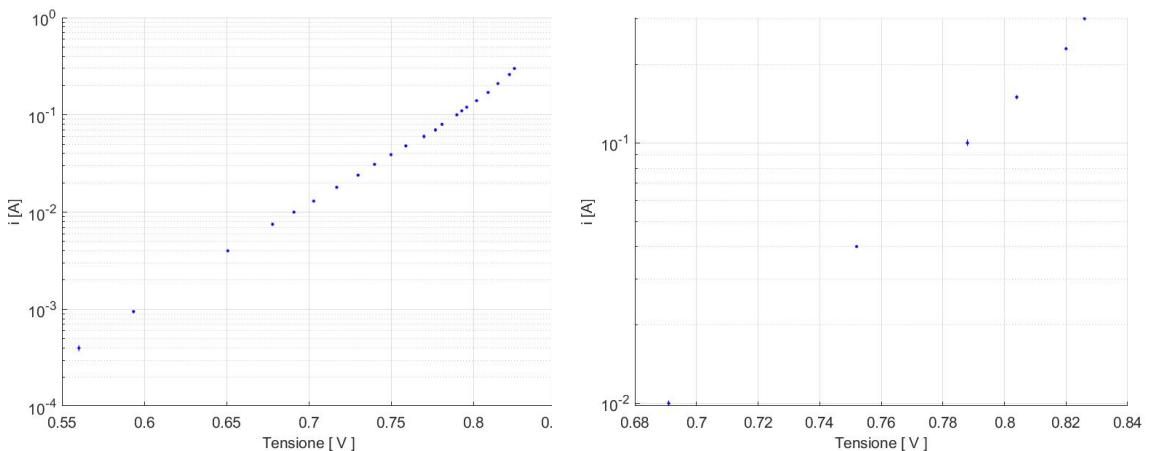


Figure 8: Curva $i - V$ di un diodo 1N4007 fornita dal *datasheet*.

Confrontiamo la figura 7 con quella presente nel datasheet concentrando sui valori di corrente minori di 300 mA. Ricordiamo che l'andamento dell'intensità di corrente in funzione della differenza di potenziale ai capi del diodo dovrebbe seguire la *legge di Shockley*:

$$i \approx i_0 \left(\exp\left(\frac{e\Delta V_D}{kT}\right) - 1 \right) \quad (2)$$

dove i_0 è la corrente di saturazione. Rappresentando i dati in scala semi-logaritmica si dovrebbe ottenere una retta. Notiamo che l'andamento della curva in entrambi i grafici è circa lineare. La formula è tuttavia solo un'approssimazione del reale comportamento del diodo; basti notare che la (2) descrive il comportamento della corrente che scorre in esso a una temperatura costante, non tenendo conto dell'effetto Joule dato dalla resistenza del diodo. Presentiamo inoltre le curve degli altri tre diodi utilizzati nel *ponte di Graetz* per i quali però abbiamo preso solo 6 coppie di dati.



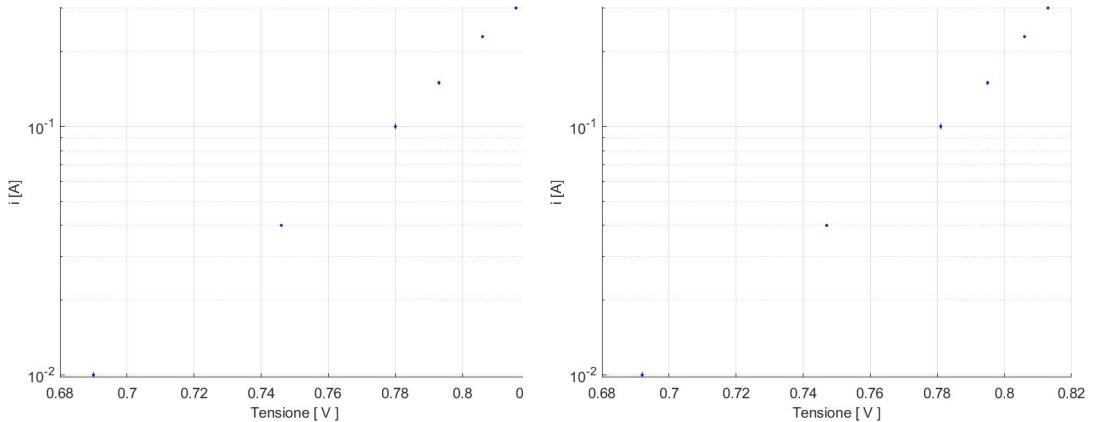


Figure 9: Caratterizzazione i-V dei 4 diodi usati successivamente nel ponte di Graetz. La prima figura è quella esposta e commentata sopra.

Notiamo in questi grafici delle leggere differenze tra diodi dello stesso modello, a riprova del fatto che la caratterizzazione trovata sul *datasheet* è approssimativa (anche perché presentata senza incertezze).

Presentiamo ora la curva ottenuta per il diodo Zener *BZX85C 5V1* in polarizzazione inversa. Possiamo valutare se i risultati ottenuti sono in accordo con alcune informazioni

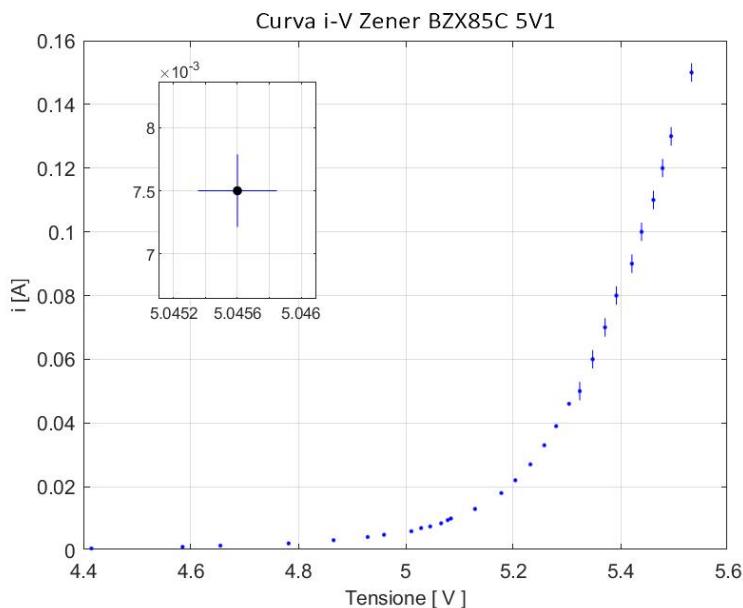


Figure 10: Curva $i - V$ del diodo *BZX85C 5V1* utilizzato successivamente nel ponte.

fornite dal *datasheet* per questo tipo di diodo. Secondo questo la differenza di potenziale ai capi del diodo per una corrente di 45 mA può variare tra un minimo di 4.8 V e un massimo di 5.4 V ; i dati ottenuti, visibili nel grafico, confermano questa caratteristica. Possiamo poi studiare la resistenza dinamica R_Z dello zener. Essa può essere calcolata

tramite la relazione

$$R_Z = \frac{\partial V_z}{\partial i}. \quad (3)$$

Siccome noi non abbiamo una curva continua ma un insieme discreto di punti possiamo approssimare la (3) prendendo due punti successivi e calcolare R_Z come:

$$R_{Zj-1} = \frac{V_j - V_{j-1}}{i_j - i_{j-1}}.$$

Otteniamo quindi 29 valori di resistenza dinamica che sono riportati, con le rispettive incertezze, nella tabella (1) in appendice. Il datasheet fornisce un valore massimo di R_Z pari a 500Ω per una corrente di $1 mA$ e di 10Ω per una corrente di $45 mA$. Dalla tabella possiamo notare che con correnti pari a $0.9 mA$ ($R_Z = 339 \Omega$) e a $43.0 mA$ ($R_Z = 3.4 \Omega$) la resistenza R_Z è già minore del valore massimo, quindi in accordo con il modello del datasheet.

3.2 Ponte di Graetz senza stabilizzatore Zener

3.2.1 Confronto con la tensione di *ripple* teorica

Il V_{ripple} in questo circuito è dato dalla scarica del condensatore in un tempo $T = 10 ms$, corrispondente ad una frequenza di $100 Hz$, ovvero il doppio della frequenza in entrata nel nostro circuito $f = 50 Hz$, questo avviene poiché il segnale in ingresso viene positivizzato grazie ai 4 diodi, realizzando un segnale a doppia semionda positiva. Effettivamente notiamo subito che stiamo effettuando un'approssimazione, infatti il condensatore non si scarica per l'intero periodo T , ma per un po' meno, infatti prima che passino i $10 ms$ il condensatore viene di nuovo caricato. Quest'approssimazione è conservativa nel senso che il *ripple* calcolato con essa dovrebbe essere maggiore di quello misurato. Possiamo, effettuando un'ulteriore approssimazione, calcolare il *ripple* come

$$V_{ripple}^{teo} \approx \frac{dV_c}{dt} T \approx \frac{V_c}{\tau} T,$$

con $\tau = CR_L$. La differenza di potenziale ai capi del condensatore V_c prima della scarica, non è altro che la V_{max}^{exp} in uscita che abbiamo misurato, allora avremo

$$V_{ripple}^{teo} \approx \frac{V_{max}^{exp}}{2fR_L C}. \quad (4)$$

L'incertezza tipo su questa stima teorica sarà data da

$$\sigma[V_{ripple}^{teo}] = \sqrt{\left(\frac{\sigma[V_{max}^{exp}]}{2fR_L C}\right)^2 + \left(\frac{\sigma[R_L]V_{max}^{exp}}{2fR_L^2 C}\right)^2 + \left(\frac{\sigma[C]V_{max}^{exp}}{2fR_L C^2}\right)^2},$$

notiamo *en passant* che la componente che più contribuisce all'errore su V_{ripple}^{teo} è dato dall'incertezza sulla capacità del condensatore. Di seguito è riportata una coppia di grafici (Fig.11) in cui è rappresentato il V_{ripple} in funzione delle resistenze di carico, sia dei punti

sperimentali che del modello teorico. Sulla sinistra il grafico è con scala lineare, sulla destra invece è con quella logaritmica per entrambi gli assi, per una migliore visualizzazione. Per quanto riguarda gli errori sulle resistenze e sul $V_{\text{ripple}}^{\text{exp}}$ sperimentale sono state utilizzate le incertezze descritte nelle procedure di misura (rispettivamente $\sigma[R_L]$ e $\sigma[V_{\text{osc}}]$), con l'unica accortezza che l'oscilloscopio nel calcolo del voltaggio *peak-to-peak* effettua due misure di tensione e le sottrae, quindi l'errore sul V_{ripple} sperimentale sarà $\sigma[V_{\text{ripple}}^{\text{exp}}] = \sqrt{2}\sigma[V_{\text{osc}}]$.

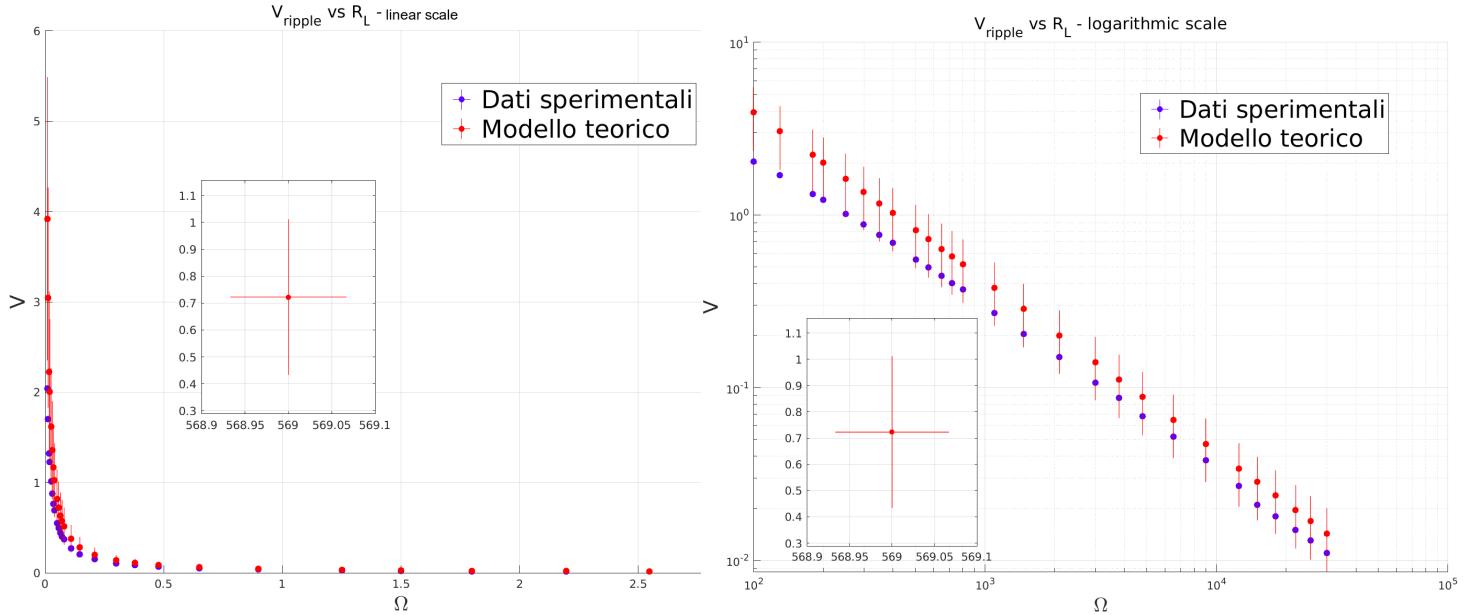


Figure 11: In entrambi i grafici in blu le misure sperimentali del *ripple*, in rosso la stima teorica. Inoltre all'interno di ogni grafico, uno zoom sul decimo punto ($R_L = 569 \Omega$) dei dati teorici.

Possiamo subito notare come, con l'eccezione dei primi quattro dati, $V_{\text{ripple}}^{\text{teo}}$ sia in accordo con le evidenze sperimentali, e laddove non è così comunque i punti non distano più di due scarti tipo. È comunque evidente una deviazione sistematica del modello, che assume per ogni resistenza un valore maggiore di quello misurato, questa deviazione è tanto più grande quanto più le resistenze di carico sono piccole. Possiamo spiegare questo fatto a partire dal procedimento seguito per la stima di $V_{\text{ripple}}^{\text{teo}}$, infatti l'assunzione conservativa che il tempo di scarica sia 10 ms è tanto più buona quanto il *ripple* diminuisce. E questo avviene per resistenze di carico alte, quando invece il V_{ripple} è grande, l'approssimazione è meno valida in quanto il tempo di scarica è significativamente minore. Possiamo dare una spiegazione quantitativa di questo fatto partendo dalla schematizzazione seguente della differenza di potenziale nel circuito (Fig.12). Per ω si intende la pulsazione del circuito che nel nostro caso vale $\omega = 2\pi f$. Nel grafico la linea tratteggiata rappresenta la doppia semionda positiva in uscita dai 4 diodi nel caso in cui non ci fosse il condensatore, invece la linea continua è un'approssimazione del voltaggio in uscita ai capi del condensatore, la scarica (e carica) del quale è stata approssimata come lineare nel tempo. Da questo grafico notiamo che più $\omega t_1 + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$ è grande, o meglio, più $(\omega t_2 + k\pi - (\omega t_1 + k\pi))$

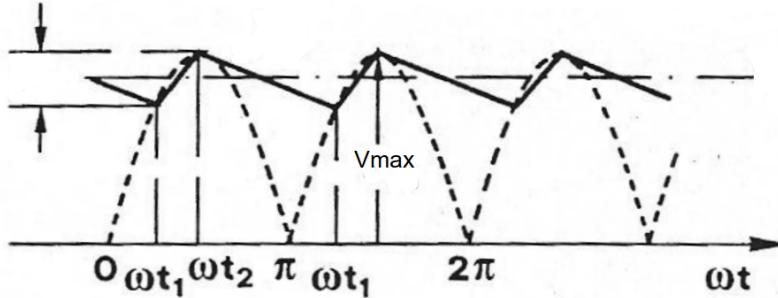


Figure 12: Schema del voltaggio in funzione di ωt all'interno del circuito.

è piccolo, minore sarà il *ripple*. Si può dimostrare¹ valere la relazione $\operatorname{tg}(\omega t_2) = -\omega R_L C$, dalla quale, per i nostri dati, otteniamo dei valori di ωt_2 in funzione di R_L , che vanno (in gradi) da 90.03° a 98.3° per la resistenza più piccola da 100Ω . Per la maggior parte dei dati comunque il valore si attesta attorno ai $90^\circ - 91^\circ$, una tabella completa di tutti i valori può essere trovata in appendice (Tab.2). Per quanto riguarda ωt_1 abbiamo invece l'equazione trascendente

$$\sin(\omega t_1 + \pi) = \sin(\omega t_2) \exp - \frac{(\omega t_1 + \pi - \omega t_2)}{\omega R_L C},$$

la quale è stata risolta numericamente ottenendo i valori riportati in appendice, Tab.3. A partire da questa possiamo subito notare che per piccoli valori di resistenza ωt_1 è molto basso, fino ad arrivare a 28.3° , anziché i 90° che si avrebbero se il circuito raddrizzasse perfettamente il segnale in entrata. Possiamo ora calcolarci il periodo effettivo di scarica del condensatore che sarà dato da

$$T_{eff} = \frac{(\omega t_1 + \pi - \omega t_2)}{\omega},$$

il valore minimo di tempo è ovviamente raggiunto da $R_L = 100 \Omega$ per il quale $T_{eff}^{100} = 6.1 \text{ ms}$. Vediamo a questo punto che le osservazioni fatte in precedenza sono corrette infatti il periodo effettivo di scarica trovato è meno di $2/3$ del valore assunto.

3.2.2 Confronto con la tensione massima in uscita teorica

Anche in questo caso per effettuare una stima teorica del voltaggio massimo in uscita V_{max}^{teo} dobbiamo fare un'assunzione, ovvero che nel momento in cui viene misurata V_{max}^{exp} non passi corrente nel condensatore che viene supposto carico, quindi al posto di C viene considerato un circuito aperto.

Effettuando l'analisi del circuito (Fig.3), e supponendo che i 4 diodi 1N4007 siano uguali, la tensione massima in uscita risulta essere

$$V_{max}^{teo} = V_{max}^{trasf} - 2V_D(i), \quad (5)$$

¹Il procedimento per giungere a questo risultato e quelli citati di seguito si possono trovare nel libro di Aldo Fontana, *Appunti del corso di esperimentazione Fisica II*, (Trento), PARTE III^a, cap. 21.

dove V_D è la caduta di potenziale su ogni diodo, la quale dipende dalla corrente che passa attraverso lo stesso, mentre $V_{max}^{trasf} = 10.704 V$ è il valor medio, calcolato sulle 15 acquisizioni, della differenza di potenziale massima in uscita dal trasformatore.

Considerando che le acquisizioni delle forme d'onda del trasformatore sono state prese con un fondo scala per divisione di 2.8 V, l'incertezza su V_{max}^{trasf} è quindi data da

$$\sigma[V_{max}^{trasf}] = \sqrt{\left(\frac{1.5 \times 8 \times 2.8 V}{100}\right)^2 + \left(\frac{\sigma[V_{max}^{trasf_i}]}{\sqrt{15}}\right)^2} = 0.336 V,$$

dove $\sigma[V_{max}^{trasf_i}]$ è lo scarto quadratico medio sui 15 dati di tensione.

L'errore sulla stima del voltaggio massimo in uscita è dato invece da

$$\sigma[V_{max}^{teo}] = \sqrt{\sigma[V_{max}^{trasf}]^2 + 4\sigma[V_D(i)]^2}.$$

Per il calcolo di $V_D(i)$ dobbiamo utilizzare la caratterizzazione dei diodi effettuata nella prima parte dell'esperienza e l'approssimazione di C come circuito aperto. Grazie a quest'ultima infatti possiamo schematizzare il nostro circuito come nella seguente figura (Fig.13a) sulla sinistra, con l'unica accortezza che V_{2D} è la caduta di potenziale dei due diodi (e nel nostro caso $V_{in} = V_{max}^{trasf}$). A partire dalle leggi di Kirchhoff di questo circuito otteniamo subito

$$i = \frac{V_{in} - V_{2D}}{R_L} = i(V_{2D}) \iff \begin{cases} V_{in} = V_{2D} \Leftrightarrow V_{in}/2 = V_D & \text{per } i=0 \\ i = \frac{V_{in}}{R_L} & \text{per } V_D = V_{2D} = 0 \end{cases}$$

Avendo questi due punti possiamo allora tracciare la linea di carico sul grafico della

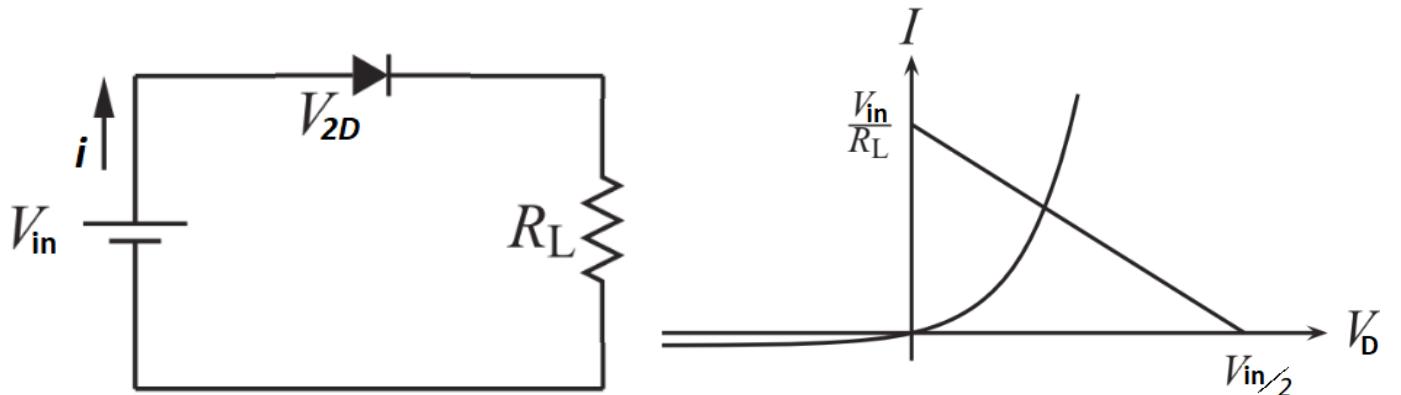


Figure 13: Sulla sinistra il circuito approssimato preso in considerazione, mentre sulla destra curva i - V del diodo e load line.

caratterizzazione i - V del diodo (Fig.13b a destra), l'intersezione tra le due curve sarà in prossimità della coppia di valori di tensione ai capi del diodo e di corrente che vi scorre.

Nel nostro caso però non disponiamo di una curva continua per quanto riguarda la curva i - V degli 1N4007, allora effettuiamo un'interpolazione lineare tra i punti successivi e verifichiamo dove la load line interseca questa interpolazione.

Effettuiamo questa procedura per ogni valore di R_L , riuscendo così a trovarci V_D , la cui incertezza è difficile da calcolare in quanto frutto di errori correlati, pertanto per essere conservativi utilizziamo l'incertezza sul voltaggio del punto sperimentale della caratterizzazione del diodo più vicino all'intersezione. Nel grafico seguente mostriamo a titolo di esempio la linea di carico e l'intersezione con la curva i - V del diodo per la resistenza di carico più piccola (sulla destra uno zoom). Ora possiamo quindi confrontare i dati teorici

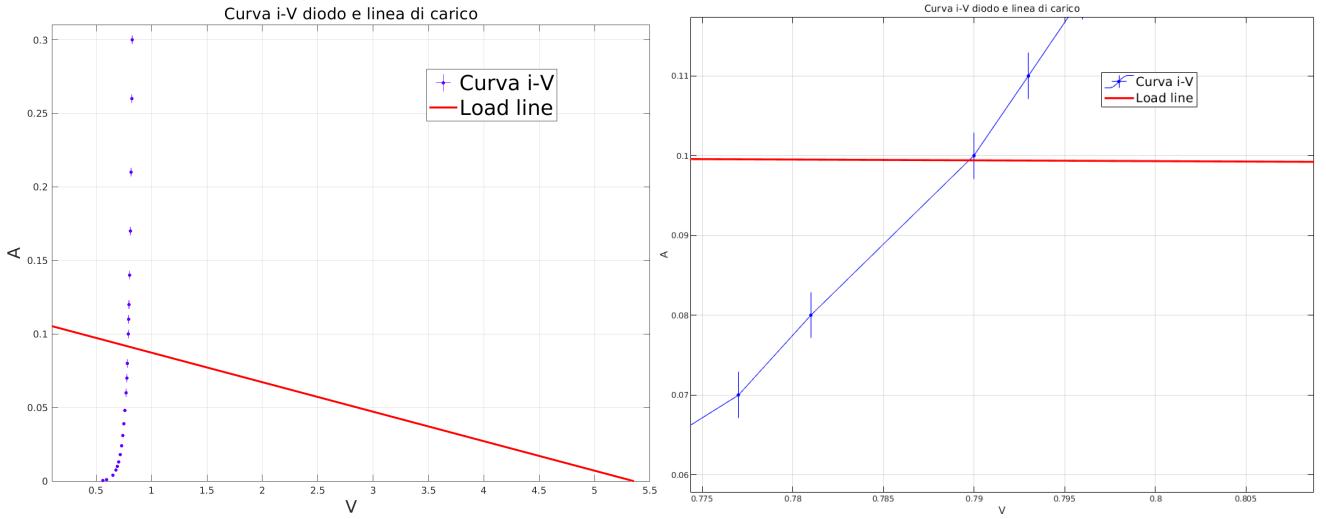


Figure 14: Sulla sinistra la curva discreta i - V del diodo (in blu) e load line (in rosso), sulla destra uno zoom dell'intersezione.

ottenuti dalla (5) con il V_{max}^{exp} misurato, qua sotto (Fig.15) è riportato un grafico V_{max} vs R_L con la scala dell'ascissa logaritmica dei due dati, in blu i dati sperimentali, mentre in rosso il modello teorico.

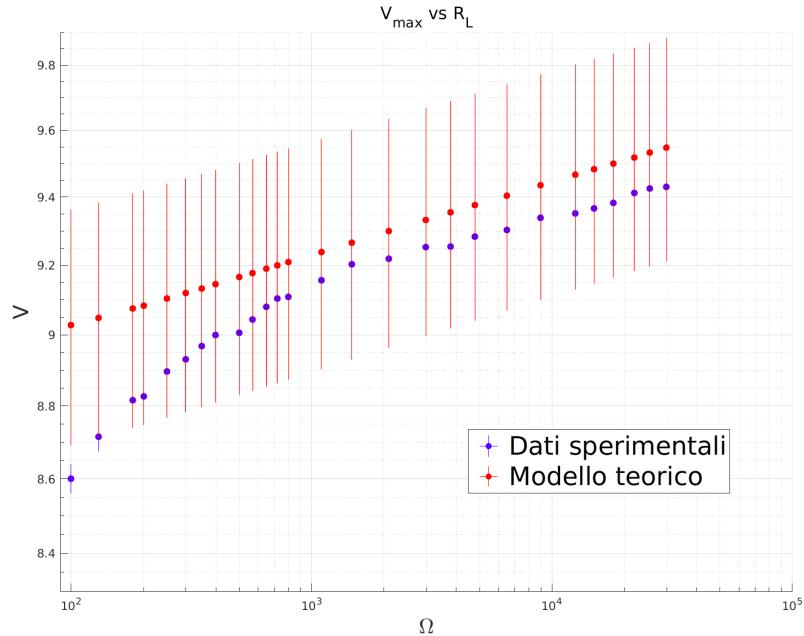


Figure 15: Nel grafico in blu le misure sperimentali V_{max}^{exp} , in rosso la stima teorica V_{max}^{teo} .

Ancora una volta, come per il *ripple*, vediamo che, eccetto un paio di punti a resistenze basse, il modello è in accordo con le evidenze sperimentali, fatto dovuto soprattutto alla grande incertezza sulla tensione del trasformatore. Ciononostante non si può non notare una certa sistematicità nel fatto che i dati sperimentali assumano sempre valori più bassi di quelli stimati con il modello. Inoltre questo effetto è più marcato per le resistenze minori. Per giustificare questa deviazione possiamo come sempre riflettere sulle approssimazioni fatte per il modello. In questo caso abbiamo assunto che nel condensatore non passasse corrente, ma che il circuito potesse essere rappresentato come in Fig.13a: evidentemente invece il condensatore non è completamente carico nel momento in cui la tensione è massima e della corrente va a caricare ulteriormente il condensatore, che quindi non può essere considerato come circuito aperto. Ma questa corrente non era contemplata nel nostro circuito secondo il quale la corrente era solamente quella che scorreva in R_L , pertanto la linea di carico dovrebbe intersecare la curva $i-V$ di caratterizzazione del diodo ad un punto di corrente (e quindi voltaggio) più alto di quello trovato con l'approssimazione di C a circuito aperto. Come conseguenza finale V_D dovrebbe essere maggiore e quindi i dati della stima teorica V_{max}^{teo} più piccoli.

3.3 Ponte di Graetz con stabilizzatore Zener

3.3.1 Confronto con la tensione di *ripple* teorica

Per trovare un modello teorico del *ripple* ai capi dello Zener prendiamo in considerazione il seguente circuito (Fig.16) che non è altro che una maglia del nostro circuito di partenza

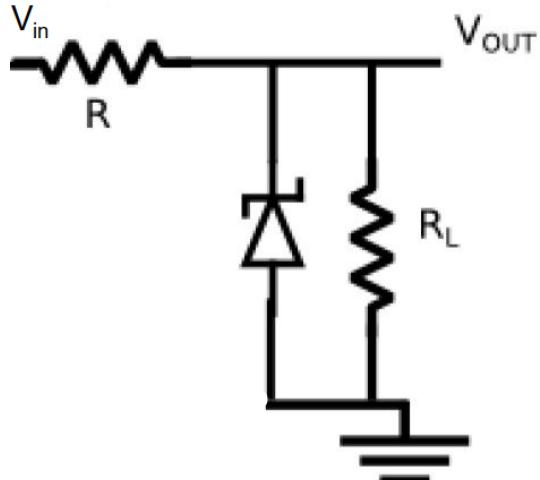


Figure 16: Circuito con $V_{in} = V_C$.

con $V_{in} = V_{ripple}^C$ e $V_{out} = V_{ripple}^{z-teo}$. La corrente iniziale i si divide nei due rami del circuito, scorrendo nello Zener e nella resistenza in modo tale che $i = i_L + i_Z$. Sostituendo $i_L = V_{ripple}^{z-teo}/R_L = \frac{R_Z}{R_L}i_Z$ possiamo sfruttare la seguente legge di Kirchhoff:

$$V_{ripple}^C - iR - R_Z i_Z = 0$$

$$V_{ripple}^C - \left(1 + \frac{R_Z}{R_L}\right) R i_Z - R_Z i_Z = 0$$

Si può approssimare la corrente che passa nello zener come

$$i_Z \approx \frac{V_{ripple}^C}{R_Z + R(1 + \frac{R_Z}{R_L})}$$

e quindi V_{ripple}^{z-teo} come

$$V_{ripple}^{z-teo} \approx V_{ripple}^C \frac{R_Z}{R_Z + R + \frac{R_Z R}{R_L}}. \quad (6)$$

Poiché R_Z varia in funzione della corrente che passa nello Zener non ne conosciamo il valore, ma possiamo effettuare una sua stima a partire dalla caratterizzazione $i-V$ del diodo e dalla linea di carico. Chiaramente quest'ultima non si trova con il metodo utilizzato per determinare il V_D della sezione precedente cambiando il circuito. Consideriamo quindi il circuito seguente (Fig. 17) Applicando le leggi di Kirchhoff otteniamo $V_{in} - iR - V_Z = 0$

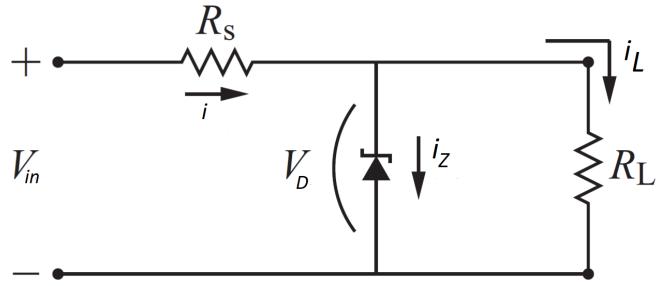


Figure 17: Circuito con Zener.

e $i = i_Z + i_L$ con $V_Z = i_L R_L$. Combinando queste otteniamo:

$$\frac{V_{in} - V_Z}{R} = i = i_Z + \frac{V_Z}{R}$$

da cui

$$\frac{V_{in}}{R} - \left(\frac{R_L + R}{R R_L}\right) V_Z = i_Z.$$

Ponendo $V_Z = 0$ e $i_Z = 0$ troviamo la linea di carico (Fig.19).

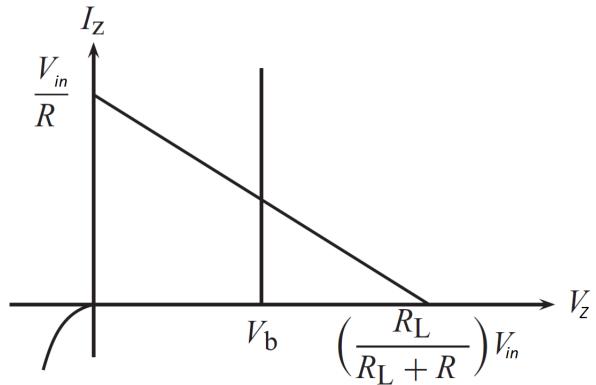


Figure 18: Linea di carico Zener con approssimazione lineare di V_Z

Mostriamo invece di seguito la linea di carico costruita a partire dai dati raccolti (in rosso) sovrapposta alla caratterizzazione i - V dello Zener, in blu (Fig.19).

Una volta trovata la linea di carico la procedura è del tutto analoga a quella della

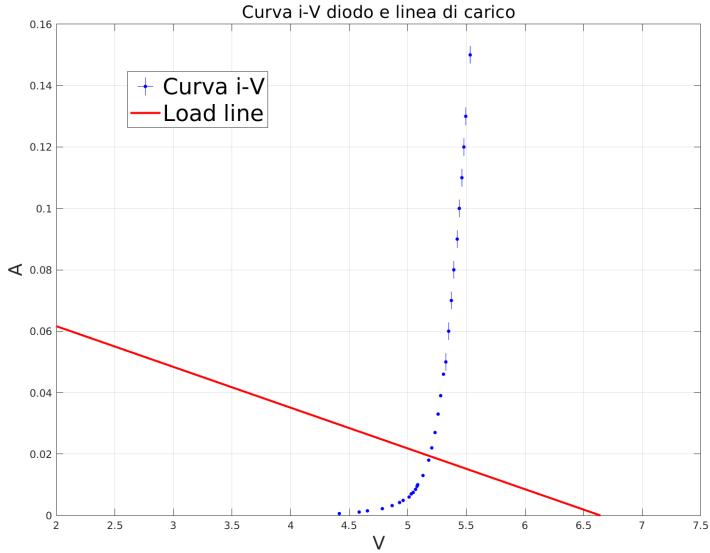


Figure 19: Linea di carico Zener ottenuta dai dati sperimentali

sezione precedente, con l'unica differenza che ora abbiamo bisogno della resistenza dinamica. Quindi, una volta trovata l'intersezione tra linea di carico e caratterizzazione dello Zener, utilizziamo la R_Z relativa al segmento intersecato. L'incertezza totale sulla stima teorica di V_{ripple}^{z-teo} , una volta chiamato $A = R_Z + R + \frac{R_Z R}{R_L}$, è

$$\sigma[V_{ripple}^{z-teo}] = \left[\left(\sigma[V_{ripple}^C] \frac{R_Z}{A} \right)^2 + \left(\sigma[R_Z] \frac{V_{ripple}^C R}{A^2} \right)^2 + \left(\sigma[R_L] \frac{V_{ripple}^C \frac{R_Z^2 R}{R_L^2}}{A^2} \right)^2 + \left(\sigma[R] \frac{V_{ripple}^C (R_Z \frac{1+R_Z}{R_L})}{A^2} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

Ora possiamo quindi i dati teorici ottenuti con il V_{ripple}^{z-exp} misurato, qua sotto (Fig.20) è riportato un grafico V_{ripple} vs R_L con scala logaritmica dei due dati, in blu quelli sperimentali, mentre in rosso il modello teorico.

Come si può apprezzare dal grafico il V_{ripple}^{z-teo} è compatibile con le misure sperimentali per tutti i dati entro al massimo una deviazione standard. Notiamo però che il modello teorico, soprattutto per resistenze alte, ha dei gruppi di dati che hanno circa lo stesso valore di $ripple$ per resistenze di carico differenti. Questo avviene poiché la caratterizzazione del diodo è fatta di punti discreti, quindi la resistenza R_Z utilizzata è uguale per valori di resistenza R_L differenti, un miglior modello si avrebbe con una caratterizzazione i - V dello Zener più fitta o addirittura continua.

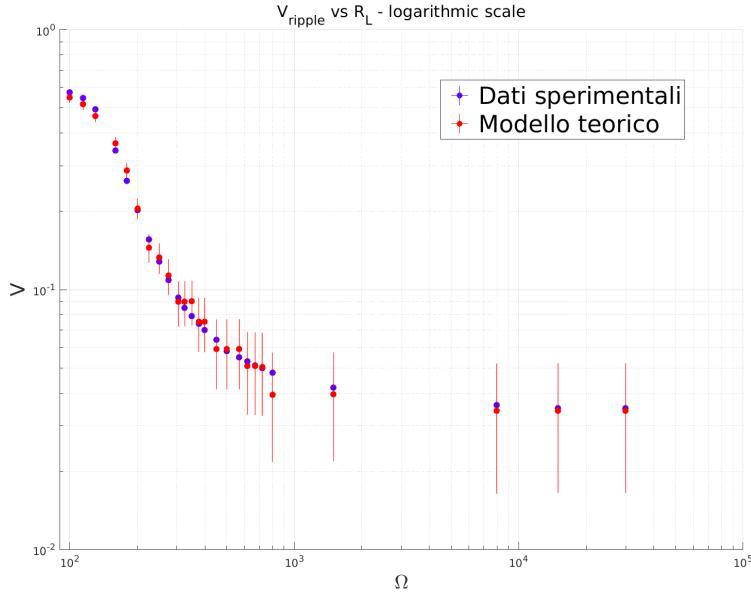


Figure 20: Nel grafico in blu le misure sperimentali V_{max}^{z-exp} , in rosso la stima teorica V_{max}^{z-teo} .

3.3.2 Confronto con la tensione massima in uscita teorica

Una volta calcolato il *ripple* abbiamo già tutto quello che ci serve per trovare la stima V_{max}^{z-teo} . Infatti la tensione massima in uscita è quella che abbiamo ai capi dello Zener, e per la quale abbiamo trovato l'identità

$$\frac{V_{max}^C}{R} - \left(\frac{R_L + R}{RR_L} \right) V_{max}^{z-teo} = i_Z$$

attraverso l'analisi del circuito in Fig.17.

A questo punto è sufficiente, per ogni resistenza di carico, tracciare la load line sul grafico della caratterizzazione *i-V* dello Zener e prendere l'ascissa dell'intersezione delle due curve. Nel grafico seguente (Fig.21) troviamo i dati V_{max}^{z-teo} così calcolati (in rosso)

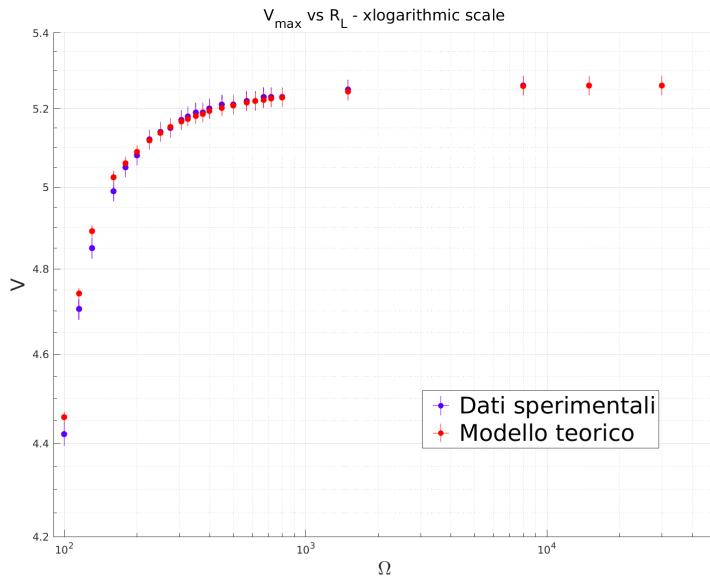


Figure 21: Nel grafico in blu le misure sperimentali V_{max}^{z-exp} , in rosso la stima teorica V_{max}^{z-teo} .

e quelli misurati sperimentalmente (in blu), la scala è logaritmica per l'asse delle x . L'errore sulla stima teorica di V_{max} è stato calcolato come in precedenza. Vediamo che la compatibilità entro uno scarto tipo è presente per tutti i dati quindi le misure sperimentali sono in accordo con il modello teorico utilizzato anche se notiamo che per resistenze basse i dati sperimentali risultano più distanti da quelli previsti dalla stima teorica.

3.3.3 Confronto e calcolo della resistenza in uscita R_{out}

Possiamo ora confrontare i risultati del valore di picco V_{max} e di picco V_{ripple} ottenuti nei due casi. Prendendo ad esempio il caso di una resistenza di carico $R_L \approx 1500 \Omega$, vediamo che il valore di V_{max} per il circuito senza zener è pari a $9.2 V$ mentre per quello con lo zener è pari a $5.2 V$. La caratteristica dello zener è infatti proprio quella di mantenere una differenza di potenziale costante ai suoi capi indipendentemente dalla corrente che scorre nel circuito, se messo in polarizzazione inversa e sottoposto a una differenza di potenziale maggiore di quella di *breakdown*. Il diodo zener è cioè un componente attivo che modifica la sua resistenza interna per mantenere una differenza di potenziale costante ai suoi capi.

Anche per i valori di V_{ripple} notiamo che nel caso del ponte senza il diodo zener esso risulta essere maggiore dell'altro. Prendendo la stessa resistenza considerate precedentemente, il valore di ripple corrispondente è di $0.27 V$ nel primo e $0.07 V$ nel secondo. Questo è dovuto anche alla presenza, nel secondo caso, di una resistenza R da 100Ω in serie con il parallelo di R_L e dello zener che causa una caduta di potenziale prima del diodo. In entrambi i casi V_{ripple} diminuisce all'aumentare di R_L . Per il ponte senza zener si può subito capire dalla (4); per il ponte con zener invece, dalla (6), sembrerebbe che l'aumento di R_L comporti un aumento di V_{ripple} . Tuttavia all'aumentare della resistenza di carico, diminuisce la differenza di potenziale ai capi del condensatore ed essendo questa diminuzione maggiore dell'aumento del termine frazionario presente nella formula, risulta che V_{ripple} diminuisce aumentando il carico.

Notiamo che per valori di R_L vicini ai 100Ω (e presumibilmente anche per valori minori, che però non abbiamo utilizzato in questa esperienza) lo Zener non "regola bene" la tensione, ovvero non stabilizza la differenza di potenziale ai suoi capi in maniera ottimale. Questo perché grazie alla caratterizzazione del diodo abbiamo notato che lo Zener stabilizza meglio quando al suo interno passa molta corrente. Infatti la curva $i-V$ ha pendenza maggiore, più si aumenta la corrente, arrivando ad essere quasi una retta. Per valori di R_L più piccoli di 100Ω la resistenza di carico diventa così piccola che pochissima corrente passa per il diodo, il quale funziona in *reverse* anziché *breakdown*. Una soluzione per migliorare la stabilità è quella di utilizzare un R minore di 100Ω , in questo modo passerebbe più corrente nel diodo il quale aumenterebbe la sua funzione di stabilizzatore. In laboratorio abbiamo effettivamente notato una diminuzione del *ripple* ed un aumento di V_{max} utilizzando $R = 70 \Omega$. Un ulteriore metodo per aumentare la stabilità potrebbe essere quello di utilizzare un condensatore più grande, oppure altri condensatori in parallelo con quello

già presente nel circuito, aumentando così il τ di scarica.

Procediamo ora al calcolo della resistenza in uscita del circuito, per fare ciò grazie al teorema di Thévenin ci riconduciamo ad un circuito equivalente al nostro. Il teorema ci dice che la tensione in uscita del circuito, calcolata a due capi A e B , vale

$$V_{AB} = E_{eq} - i_{AB}R_{eq},$$

dove $E_{eq} = V_{AB}^{c.a.}$ e $R_{eq} = E_{eq}/i_{AB}^{c.c.}$, nel nostro caso quindi, una volta chiamata $i_L = V_{out}^{mean}/R_L$, abbiamo

$$V_{out}^{mean} = V_{out}^{mean-c.a.} - i_L R_{out} \iff R_{out} = \frac{V_{out}^{mean-c.a.} - V_{out}^{mean}}{i_L}.$$

L'incertezza su questa stima è

$$\sigma[R_{out}] = \sqrt{\left(\frac{\sigma[R_L](V_{out}^{mean-c.a.} - V_{out}^{mean})}{V_{out}^{mean}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma[V_{out}^{mean}]R_L V_{out}^{mean-c.a.}}{V_{out}^{mean^2}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma[V_{out}^{mean-c.a.}]}{i_L}\right)^2}.$$

Per ogni valore di resistenza in entrata otteniamo un valore di resistenza in uscita, a partire da 27Ω per la resistenza di carico più piccola (da 100Ω) a 0.001Ω per la resistenza maggiore da $8 K\Omega$, una tabella completa dei valori con incertezza si può trovare in appendice (Tab.4). La resistenza in uscita varia ovviamente perché nelle ipotesi del teorema di Thévenin c'è che il circuito di partenza sia composto solamente di resistenze ohmiche, cosa non vera nel nostro caso poiché lo Zener è un componente attivo.

A Appendice

Table 1: Resistenza dinamica con incertezza. La terza colonna è solamente indicativa: prendiamo come intensità di corrente corrispondente a un valore di R_Z il punto medio tra i due punti considerati per calcolare la resistenza.

$R_Z [\Omega]$	$\sigma R_Z [\Omega]$	$\frac{i_j + i_{j-1}}{2} [mA]$
339	28	0.9
176	18	1.3
181	11	1.9
84	3	2.7
63	3	3.7
43	3	4.6
46	12	5.5
18	7	6.5
34	28	7.2
20	8	8.0
12	5	9.0
11	9	9.8
15	2	11.5
9.8	0.8	15.5
6.5	0.7	20.0
5.6	0.5	24.5
4.3	0.3	30.0
3.7	0.3	36.0
3.4	0.2	43.0
5	4	48.0
2.4	1.0	55.0
2.3	0.9	65.0
2.1	0.9	75.0
2.9	1.2	85.0
1.8	0.7	95.0
2.2	0.9	105.0
1.7	0.7	115.0
1.6	0.7	125.0
1.9	0.4	140.0

Table 2

R_L [Ω]	$360^\circ \omega t_2 / 2\pi$ [°]
100	98.3
130	96.4
180	94.6
200	94.1
250	93.3
299	92.8
349	92.4
399	92.1
501	91.7
569	91.5
649	91.3
719	91.2
802	91.0
1097	90.8
1467	90.6
2095	90.4
2992	90.3
3791	90.2
4789	90.2
6504	90.1
8980	90.1
12503	90.1
14997	90.1
17992	90.0
21967	90.0
25459	90.0
29964	90.0

Table 3

R_L [Ω]	$360^\circ \omega t_1 / 2\pi$ [°]
100	28.3
130	33.9
180	40.5
200	42.5
250	46.7
299	49.8
349	52.4
399	54.6
501	58.0
569	59.8
649	61.5
719	62.9
802	64.2
1097	67.7
1467	70.6
2095	73.6
2992	76.2
3791	77.7
4789	79.0
6504	80.6
8980	82.0
12503	83.2
14997	83.8
17992	84.3
21967	84.8
25459	85.2
29964	85.6

Table 4

R_L [Ω]	R_{out} [Ω]	$\sigma[R_{out}]$ [Ω]
100	26.8	0.9
115	21.0	0.9
130	18.1	1.0
160	14.1	1.2
179	11.8	1.3
200	10.6	1.4
225	9.0	1.6
250	8.3	1.8
275	8.0	1.9
305	7.2	2.1
325	6.7	2.3
350	6.4	2.4
375	6.6	2.6
399	6.1	2.8
450	5.7	3.1
501	6.1	3.4
569	5.6	3.9
619	6.0	4.2
669	5.1	4.6
719	5.4	4.9
799	5.8	5.5
1497	4.3	10.2
7984	3.0	54.1
14977	4.3	101.6
29944	8.6	203.1