

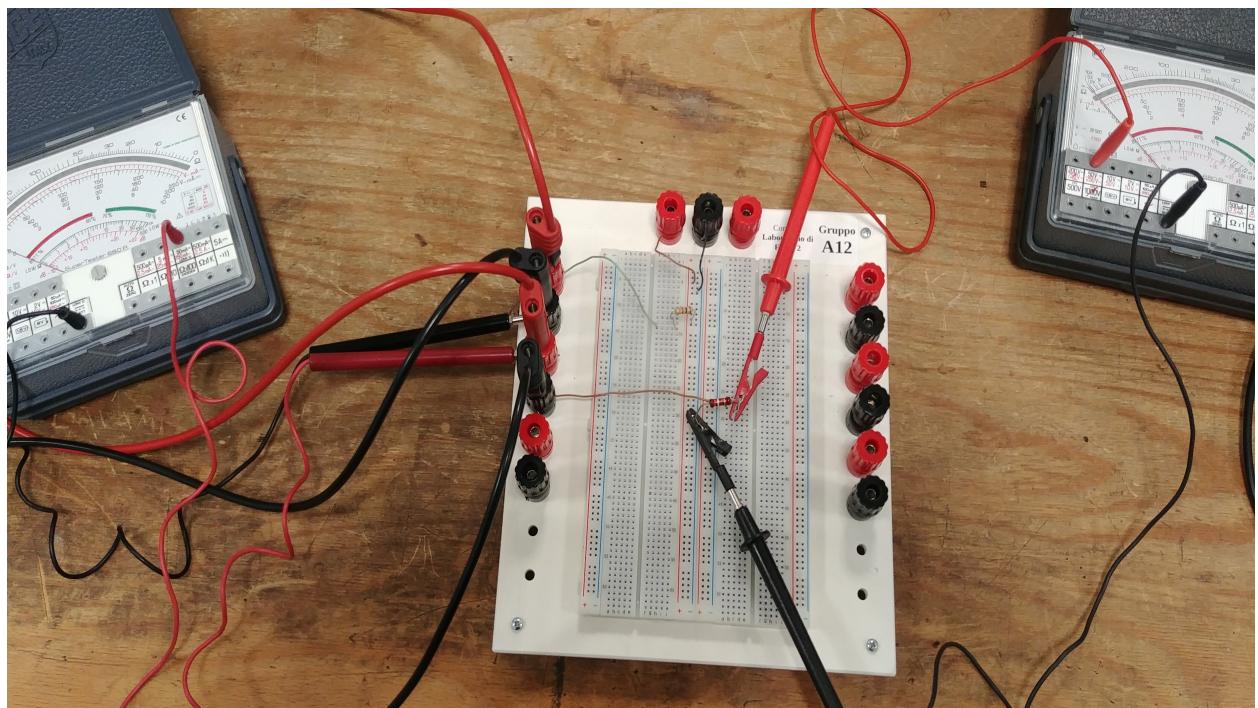
Prima esperienza di laboratorio

Misure di resistenza

Gruppo A12

Brognoli Roberto, Garbi Luca

24 ottobre 2018



## Contents

<b>1</b>	<b>Introduzione</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Materiali e metodi</b>	<b>3</b>
2.1	Materiali . . . . .	3
2.2	Procedure di misura . . . . .	3
<b>3</b>	<b>Analisi dei dati</b>	<b>6</b>
3.1	Configurazione con amperometro a monte . . . . .	6
3.2	Configurazione con amperometro a valle . . . . .	9
3.3	Confronto tra le due configurazioni e considerazioni finali . . . . .	12
3.4	Misurazione della resistenza della bobina . . . . .	13

# 1 Introduzione

L'esperienza ha lo scopo di determinare un valore di resistenza tramite misure volt-amperometriche con tester ICE, in configurazione "a monte" e "a valle", andando a valutare l'influenza dei due dispositivi come elementi del circuito. Infatti, usare il tester ICE come amperometro (il quale non ha una resistenza nulla, come nel caso ideale) comporta una caduta di potenziale che non può essere trascurata nel calcolo della resistenza incognita. Viceversa, utilizzarlo come voltmetro significa sottrarre della corrente al resistore. Sono state fatte misure ripetute con due scale diverse di tensione e intensità di corrente per ciascuna delle due configurazioni, verificando la compatibilità dei risultati ottenuti con le rispettive incertezze. Abbiamo poi valutato il comportamento ohmico della resistenza tramite le tecniche della regressione lineare e del chi quadrato. Infine è stata calcolata la resistenza di una bobina di rame verniciato sempre utilizzando dei tester ICE nella configurazione con amperometro "a monte".

## 2 Materiali e metodi

### 2.1 Materiali

Per realizzare l'esperienza sono stati utilizzati:

- due Tester ICE (fondo scala variabile, incertezza di lettura pari a 1/50 del valore di fondo scala);
- breadboard;
- generatore di tensione ( $V_{max} = 25 V$ ) ;
- cavi a banana, fili conduttori, clip a coccodrillo;
- resistore (resistenza nominale di  $3900 \Omega \pm 195 \Omega$ );
- multimetro digitale Agilent 34410A;
- bobina di rame verniciato (resistenza con dmm 4-wire  $R_{bob} = 0.544 \Omega \pm 0.004 \Omega$ , densità di corrente massima  $J = 4 A/mm^2$ , diametro filo  $\phi = 315 \mu m$ ).

### 2.2 Procedure di misura

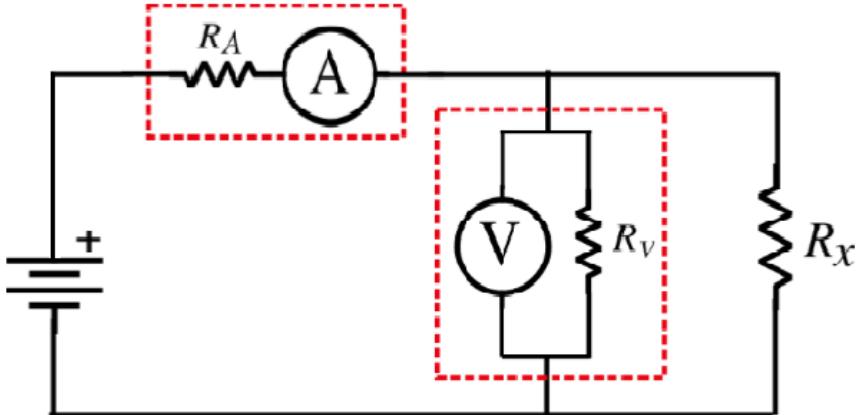
Lo scopo della prima parte dell'esperienza consiste nel calcolo della resistenza di un resistore tramite misure effettuate con tester ICE.

Il valore nominale di resistenza (color-code) è di  $R_{nom} = 3900 \Omega \pm 195 \Omega$  mentre il valore misurato tramite un collegamento a due fili con multimetro digitale è di  $R_{dmm} = 3809.1 \Omega \pm 0.6 \Omega$ . Quest'ultimo verrà utilizzato per il confronto con i valori ottenuti sperimentalmente, verificandone la compatibilità. Per misurare il valore della resistenza ci serviamo di un circuito costruito grazie alla breadboard, fili conduttori, cavi a banana, generatore di corrente e tester ICE; essi devono essere collegati in due configurazioni: una con amperometro a monte e una con amperometro a valle. Per ciascuna configurazione sceglieremo due intervalli di tensione (e quindi di intensità di corrente) entro cui svolgere le misure. A tal fine sfruttiamo le relazioni seguenti:

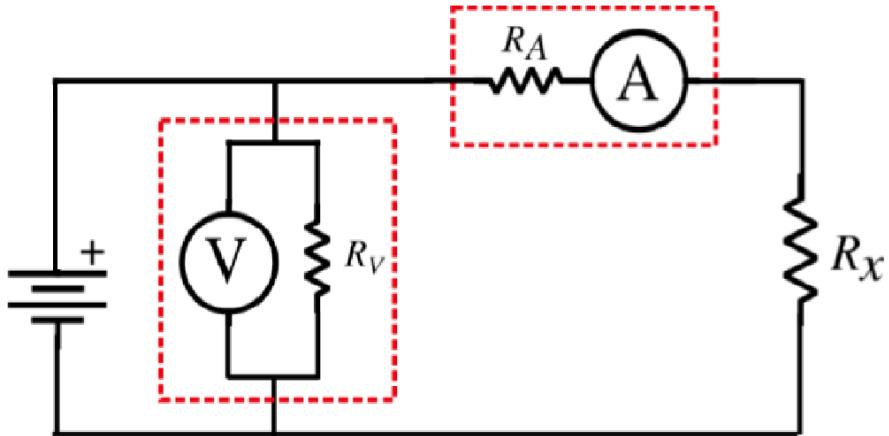
$$\Delta V = R_i, \quad P = i\Delta V = i^2 R = \frac{(\Delta V)^2}{R} \quad (1)$$

dove  $P$  è la potenza massima dissipabile dalla resistenza. Per il nostro resistore vale  $P_{max} = 0.5 W$ . A questa potenza corrispondono una corrente e un voltaggio massimi di  $0.015 A$  e  $45 V$ . Tuttavia la tensione massima erogabile dal generatore è di  $25 V$  che corrisponderebbe ad una corrente massima di  $7 mA$ . Per misurare un tale valore di corrente bisognerebbe impostare l'amperometro con un fondo scala di  $50 mA$  (e risoluzione di lettura  $1mA$ ); in pratica sfrutteremmo solo una piccola parte della scala di valori disponibili, facendo misure poco accurate. Decidiamo allora di diminuire il voltaggio in modo tale da poter utilizzare un fondo scala per l'amperometro di  $5 mA$  (e risoluzione di lettura  $0.1 mA$ ) corrispondente ad una tensione massima di  $19.04 V$  (fondo scala del voltmetro pari a  $50 V$  e risoluzione di lettura  $1 V$ ). Per la seconda scala di valori utilizziamo il voltmetro con un fondo scala di  $2 V$  (e risoluzione  $0.04 V$ ) e l'amperometro con fondo scala di  $0.5 mA$  (e risoluzione  $0.1 mA$ ). Raccogliamo quindi 4 set da 15 misure ovvero 15 misure per ogni combinazione descritta precedentemente.

Nella configurazione con amperometro "a monte", l'amperometro è posizionato prima del voltmetro (Fig.1) viceversa invece per la configurazione con amperometro "a valle" (Fig.2).



**Figure 1:** Amperometro a monte,  $R_x$  è la resistenza incognita,  $R_v$  è la resistenza interna del voltmetro e  $R_a$  quella dell'amperometro.



**Figure 2:** Amperometro a valle,  $R_x$  è la resistenza incognita,  $R_v$  è la resistenza interna del voltmetro e  $R_a$  quella dell'amperometro.

Le due configurazioni sarebbero indifferenti solo nel caso ideale, in cui l'amperometro ha resistenza nulla (non provoca quindi una caduta di tensione) e il voltmetro una resistenza infinita (non assorbe corrente). Nel caso reale però il voltmetro ha una resistenza interna grande, ma non infinita, mentre l'amperometro ha una resistenza interna piccola ma non nulla.

Studiamo i due casi senza tener conto degli effetti delle altre componenti del circuito. Consideriamo il caso dell'amperometro a monte. Chiamiamo  $V_m$  la tensione misurata e  $i_m$  la corrente misurata. Il valore di resistenza misurato  $R_m$  è dato da  $R_m = \frac{V_m}{i_m}$ . La tensione misurata coincide effettivamente con quella ai capi della resistenza:  $V_x = V_m$ . Al contrario, la corrente misurata dall'amperometro è pari a quella che scorre attraverso il resistore sommata a quella che scorre nel voltmetro (i due sono in parallelo):  $i_m = i_x + i_v$ . Utilizzando queste relazioni otteniamo:

$$R_m = \frac{V_m}{i_m} = \frac{V_x}{i_x + i_v} = \frac{1}{\frac{i_x}{V_x} + \frac{i_v}{V_x}} = \frac{R_x R_v}{R_x + R_v}$$

Al contrario, nella configurazione con amperometro "a valle" abbiamo che  $i_m = i_x$  mentre  $V_m = V_x + V_a$ . La resistenza misurata sarà quindi:

$$R_m = \frac{V_x + V_a}{i_x} = R_x + R_a$$

Per la misura della resistenza della bobina verrà utilizzata la configurazione con amperometro a monte per motivi che verranno spiegati nella sezione di analisi dei dati. Stimiamo la resistenza della bobina tramite la relazione

$$R = \frac{L}{S\sigma} \approx 0.54\Omega$$

dove  $L$  è la lunghezza del filo che costituisce la bobina ( $\approx 2.50\text{ m}$ ),  $S$  è la sezione del filo e  $\sigma$  è la condutività del materiale ( $\sigma_{rame} = 59.6 \times 10^6 \frac{1}{\Omega\text{m}}$ ). Troviamo la corrente massima per la bobina come:

$$i_{max} = JS = 0.3\text{ A}$$

dove  $S$  è la sezione del filo che la compone. Con la resistenza calcolata tramite il DMM determiniamo la tensione massima che possiamo applicare alla bobina; utilizzando la (1) otteniamo  $V_{max} = 0.17\text{ V}$ . Decidiamo tuttavia di impostare un fondo scala di  $100\text{ mV}$  per il voltmetro e di  $50\text{ mA}$  per l'amperometro in modo da non far passare troppa corrente all'interno della bobina. Raccogliamo un set di 15 dati con amperometro "a monte".

Al fine di evitare errori sistematici decidiamo valori di tensione distribuiti in modo casuale rispetto alla periodicità degli intervalli di  $V/i$  in entrambe le parti dell'esperienza. Facciamo questo grazie a un generatore di numeri random realizzato in Python.

### 3 Analisi dei dati

I risultati raccolti durante l'esperienza verranno esposti e discussi in quattro sottosezioni. Nella prima verranno studiati i dati presi con la configurazione che vede l'amperometro a monte, nella seconda invece ci sarà un'analisi su quelli presi con il circuito con amperometro a valle. Nella terza sezione ci sarà un confronto tra le due configurazioni ed alcune osservazioni finali. Infine nell'ultima sezione verranno esposti i dati raccolti durante la misurazione della resistenza della bobina. Non viene riportata una conclusione in quanto i risultati vengono già esaminati e commentati in questa parte.

#### 3.1 Configurazione con amperometro a monte

Gli errori di lettura di  $i$  e  $\Delta V$  dei multimetri analogici sono dovuti interamente all'errore di quantizzazione dovuto alla scala dell'ICE. Infatti, poiché quest'ultima è divisa in 50 intervalli, chiamato  $FS_x$  il fondo scala del tester per la misura della grandezza  $x$ , l'incertezza di risoluzione sarà  $\Delta x = FS_x / 50$ . La distribuzione di valori all'interno dell'intervallo  $\Delta x$  è uniforme, quindi l'incertezza tipo di risoluzione vale  $\sigma_{ris}[x] = \Delta x / \sqrt{12}$ .

La prima misurazione effettuata con amperometro a monte è quella con fondo scala del voltmetro impostato a 50 V e dell'amperometro a 5 mA. Di conseguenza le incertezze tipo sui valori calcolati con i tester analogici saranno

$$\sigma_{ris}[V_{50}] = \frac{50 \text{ V}}{50\sqrt{12}} = 0.29 \text{ V}; \quad \sigma_{ris}[i_5] = \frac{5 \text{ mA}}{50\sqrt{12}} = 0.029 \text{ mA}.$$

Effettuiamo ora una regressione lineare con metodo dei minimi quadrati sui dati acquisiti, per verificare se vale una legge del tipo  $\Delta V = A_1 + B_1 i$ . Notiamo però che per il calcolo delle incertezze sui parametri  $A_1$  e  $B_1$  non possiamo trascurare gli errori dati dall'ICE per la misura di intensità di corrente. Quindi, dopo aver calcolato il valore di  $B_1$  con la regressione utilizzando  $\sigma_{ris}[V_{50}]$  come incertezza, propaghiamo le incertezze di ascissa dei dati in incertezze in ordinata:  $\sigma_{prop}[V_{50}] = |B_1| \sigma_{ris}[i_5]$ . Per il fit utilizziamo quindi l'incertezza totale  $\sigma[V_{50}]$  data da

$$\sigma[V_{50}] = \sqrt{(\sigma_{ris}[V_{50}])^2 + (\sigma_{prop}[V_{50}])^2} = 0.31 \text{ V}.$$

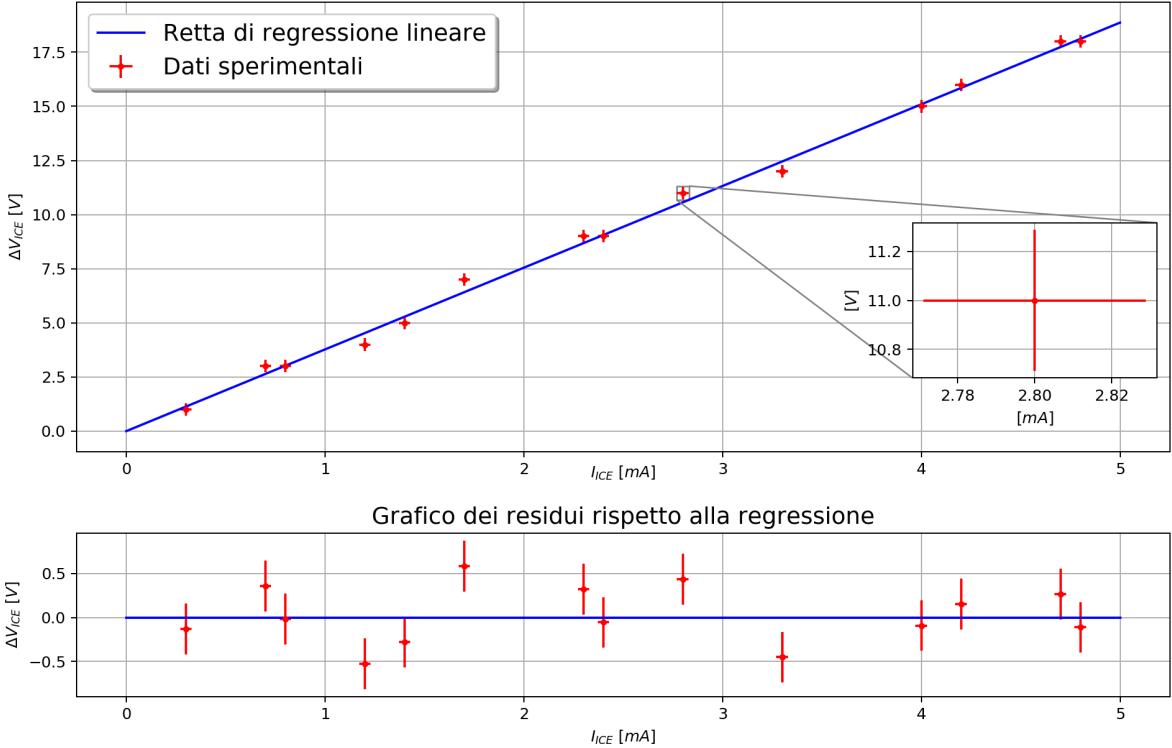
Otteniamo i valori riportati nella tabella seguente

Parametro	Valore
$A_1$	-0.0005 V
$\sigma[A_1]$	0.1609 V
$B_1$	3773 Ω
$\sigma[B_1]$	55 Ω

Nella coppia di grafici seguente (Fig.3), sono rappresentati i risultati della misurazione oltre che alla retta di regressione data dai parametri appena trovati. Inoltre nella parte inferiore è presente un grafico dei residui tra modello e dati sperimentali.

Notiamo che i punti sembrano decisamente distribuiti secondo una legge lineare nel grafico superiore, ipotesi che sembra essere avvalorata dal fatto che i residui sono distribuiti in maniera casuale. A conferma di questa ipotesi possiamo calcolarci la grandezza chi quadrato, sappiamo che i gradi di libertà sono  $\#dati - \#parametri = 15 - 2 = 13$ . Il valore da noi trovato per il  $\chi^2_{oss}$  ridotto è 1.346, che, riferito ai nostri gradi di libertà, corrisponde ad una probabilità cumulativa

### Tensione misurata in funzione della corrente misurata - monte 50 V



**Figure 3:** Il grafico superiore rappresenta in ordinata la differenza di potenziale misurata con l'ICE in funzione della corrente misurata. In rosso abbiamo i dati sperimentali con barre d'errore date dall'incertezza tipo di risoluzione, in blu invece la retta di regressione ( $\Delta V = A_1 + B_1 i$ ). Nel grafico inferiore invece sono rappresentati i residui tra i dati sperimentali e il modello dato dalla retta.

$\mathcal{P}(\chi^2 < 17.5)$  di 0.82. Notiamo quindi un accordo tra le misure sperimentali e la legge teorica, la quale prevede un andamento della tensione proporzionale a quello della corrente. La costante di proporzionalità non è altro che il coefficiente angolare  $B_1$ . Stando alla legge di Ohm, questo parametro della retta dovrebbe essere proprio la resistenza  $R_x$  ai capi della quale abbiamo misurato voltaggio e corrente. Questo però sarebbe vero nel caso in cui voltmetro e amperometro fossero ideali e chiaramente non è il nostro caso. Per i motivi esposti nelle procedure di misura, per trovare la resistenza incognita bisogna tenere conto del fatto che il voltmetro misura la differenza di potenziale della resistenza incognita in parallelo con la sua resistenza interna  $R_v$ , quindi

$$\frac{1}{R_m} = \frac{1}{R_x} + \frac{1}{R_v} \Rightarrow R_x = \left( \frac{1}{R_m} - \frac{1}{R_v} \right)^{-1}. \quad (2)$$

L'ultimo ingrediente necessario per trovare il valore di  $R_x$  a partire dai dati sperimentali è  $R_v$ . Il valore della resistenza interna del voltmetro analogico varia in base al fondo scala scelto e può essere calcolato con semplicità a partire dagli schemi dei circuiti interni all'ICE. Per la scelta del fondo scala a 50 V si trova che  $R_v = 1 M\Omega$ , assumiamo questo valore privo di errore, poiché le incertezze su questo valore sono piccole da non turbare la stima del valore finale di  $R_x$ , valendo  $R_v \gg R_m$ . Dalla (2) otteniamo allora un valore per la resistenza incognita pari a  $R_{M50} = 3787 \Omega$ , i pedici indicano rispettivamente il fatto che la misura sia stata fatta con amperometro a monte e con 50 V di fondo scala. Venendo considerata  $R_v$  senza incertezza, l'incertezza di  $R_{M50}$  è pari a quella di  $R_m = \sigma[B1]$ , ovvero 55  $\Omega$ . Notiamo che il valore di resistenza derivante da questo set

di misure è compatibile entro una deviazione standard con quello misurato dal multimetro digitale.

Per la misura con fondo scala inferiore, ovvero 2 V per il voltmetro e 0.5 mA per l'amperometro, valgono molte delle osservazioni e considerazioni fatte nel caso del fondo scala più ampio. Tanto per cominciare le incertezze tipo di risoluzione sono distribuite in maniera uniforme e valgono

$$\sigma_{ris}[V_2] = \frac{2 V}{50\sqrt{12}} = 0.012 V; \quad \sigma_{ris}[i_{0.5}] = \frac{0.5 mA}{50\sqrt{12}} = 0.0029 mA.$$

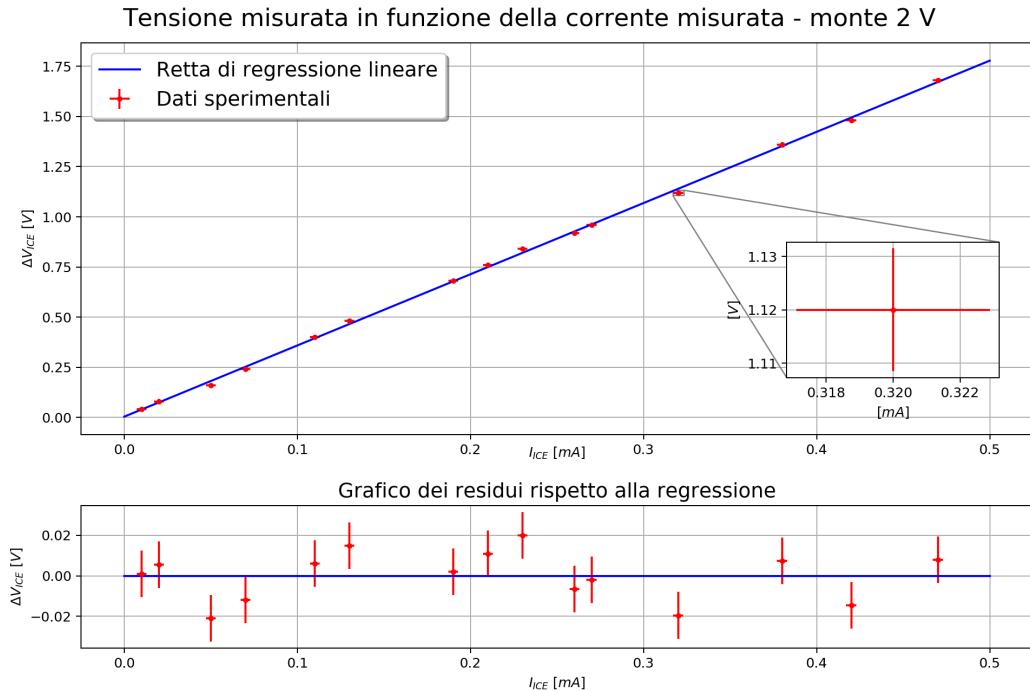
Con i minimi quadrati troviamo i valori dei parametri  $A_2$  e  $B_2$  tale che  $\Delta V = A_2 + B_2 i$  sia la retta di regressione che meglio descrive la distribuzione dei nostri dati. Analogamente a prima effettuiamo una propagazione di incertezze dall'ascissa all'ordinata:  $\sigma_{prop}[V_2] = |B_2| \sigma_{ris}[i_{0.5}]$  e ci calcoliamo l'incertezza totale  $\sigma[V_2]$  data da

$$\sigma[V_2] = \sqrt{(\sigma_{ris}[V_2])^2 + (\sigma_{prop}[V_2])^2} = 0.016 V.$$

Dalla regressione otteniamo i valori riportati nella tabella seguente

Parametro	Valore
$A_2$	0.003 V
$\sigma[A_2]$	0.007 V
$B_2$	3498 $\Omega$
$\sigma[B_2]$	29 $\Omega$

I dati con la retta data dai parametri della regressione sono rappresentati nel grafico sottostante (Fig.4), nella parte inferiore si trova invece il grafico dei residui tra punti sperimentali e modello.



**Figure 4:** Il grafico superiore rappresenta in ordinata la differenza di potenziale misurata con l'ICE in funzione della corrente misurata. In rosso abbiamo i dati sperimentali con barre d'errore date dall'incertezza tipo di risoluzione, in blu invece la retta di regressione ( $\Delta V = A_2 + B_2 i$ ). Nel grafico inferiore invece sono rappresentati i residui tra i dati sperimentali e il modello dato dalla retta.

Come prima i residui sembrano distribuiti casualmente e i dati sembrano seguire un andamento lineare, a questo punto allora possiamo calcolare il chi quadrato ridotto. Il  $\chi_{oss}^2$  vale 0.654, che corrisponde ad una probabilità cumulativa  $\mathcal{P}(\chi^2 < 8.5)$  di 0.19, quindi anche in questo caso notiamo una buona consistenza dei dati con la legge di Ohm. Analogamente al caso con fondo scala più grande, possiamo trovare il valore di resistenza incognita a partire dalla (2). In questo caso il valore della resistenza interna del voltmetro con il fondo scala impostato a 2 V è pari a 40  $K\Omega$ , ne consegue che  $R_{M2} = 3833 \Omega \pm 29 \Omega$ . Di nuovo il valore di resistenza dato da questo set di misure è compatibile con quello misurato dal DMM (oltre che con il set di misure con fondo scala più ampio) entro una deviazione standard.

### 3.2 Configurazione con amperometro a valle

Per quanto riguarda gli errori di lettura degli strumenti valgono tutti i risultati trovati nella sottosezione precedente. Infatti con la configurazione a valle le due coppie di fondo scala utilizzati per voltmetro e amperometro sono identici a quelli utilizzati con la configurazione con amperometro a monte.

Abbiamo quindi i valori

$$\begin{aligned}\sigma_{ris}[V_{50}] &= \frac{50 \text{ V}}{50\sqrt{12}} = 0.29 \text{ V}; & \sigma_{ris}[i_5] &= \frac{5 \text{ mA}}{50\sqrt{12}} = 0.029 \text{ mA}; \\ \sigma_{ris}[V_2] &= \frac{2 \text{ V}}{50\sqrt{12}} = 0.012 \text{ V}; & \sigma_{ris}[i_{0.5}] &= \frac{0.5 \text{ mA}}{50\sqrt{12}} = 0.0029 \text{ mA}.\end{aligned}$$

Quello che cambierà rispetto alla configurazione con amperometro a monte però è l'incertezza propagata (e quindi quella totale) poiché cambia il coefficiente angolare della retta di regressione che viene utilizzato per fare il trasferimento di incertezze da corrente a tensione. Per i dati presi con fondo scala del voltmetro a 50 V e dell'amperometro a 5 mA, calcoliamo allora i parametri della retta di regressione  $\Delta V = A_3 + B_3 i$  e le loro incertezze considerando l'incertezza propagata  $\sigma_{prop}[V_{50}] = |B_3| \sigma_{ris}[i_5]$ . Lo scarto tipo totale vale

$$\sigma[V_{50}] = \sqrt{(\sigma_{ris}[V_{50}])^2 + (\sigma_{prop}[V_{50}])^2} = 0.31 \text{ V},$$

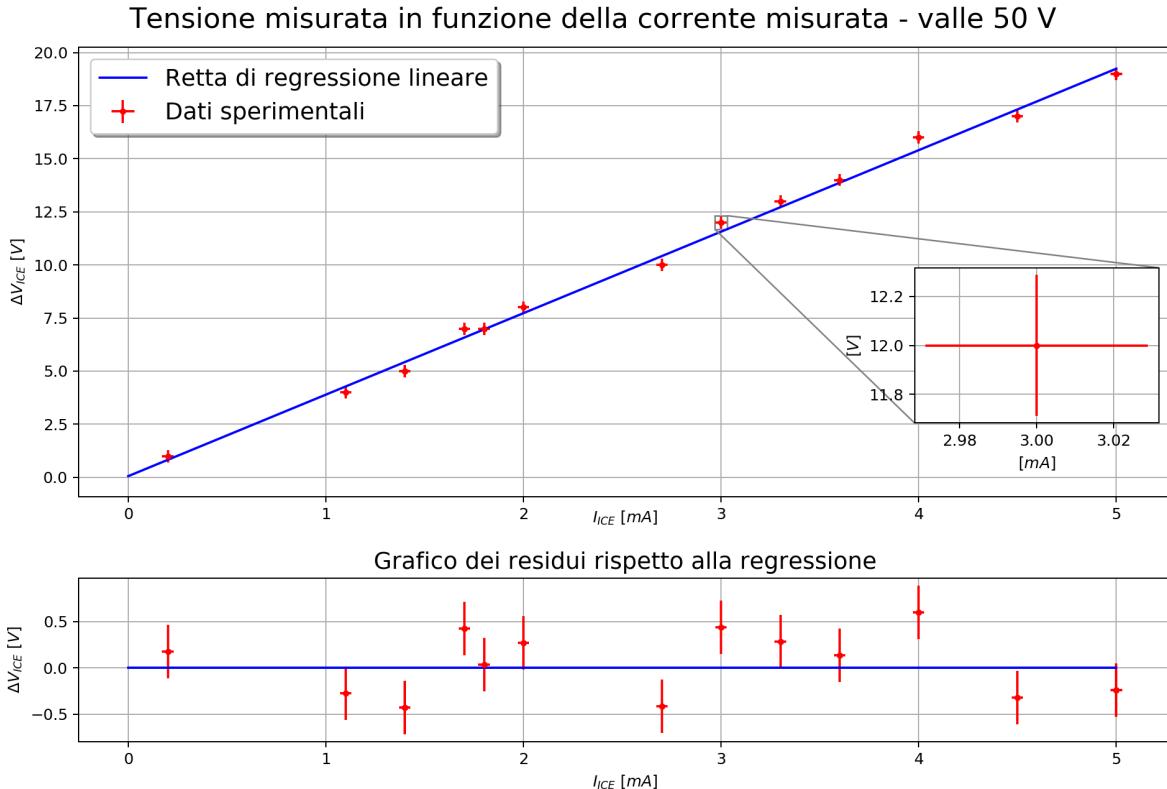
come con la configurazione con amperometro a monte.

I valori con incertezze dei parametri sono espressi nella tabella seguente

Parametro	Valore
$A_3$	0.06 V
$\sigma[A_3]$	0.17 V
$B_3$	3836 $\Omega$
$\sigma[B_3]$	55 $\Omega$

Nella coppia di grafici seguente (Fig.5) sono rappresentati i dati misurati sperimentalmente e la retta data dai parametri appena trovati, inoltre nella parte sottostante è presente il grafico dei residui tra i due. Anche in questo caso calcoliamo il chi quadrato ridotto, troviamo  $\chi_{oss}^2 = 1.423$ , questo valore, rispetto alla distribuzione del  $\chi^2$  a 13 gradi di libertà, corrisponde ad una probabilità cumulativa  $\mathcal{P}(\chi^2 < 18.5)$  di 0.86.

Ora per il calcolo della resistenza incognita a partire dai parametri del fit non possiamo più procedere in maniera analoga a come abbiamo fatto con la configurazione con amperometro a monte.



**Figure 5:** Il grafico superiore rappresenta in ordinata la differenza di potenziale misurata con l'ICE in funzione della corrente misurata. In rosso abbiamo i dati sperimentali con barre d'errore date dall'incertezza tipo di risoluzione, in blu invece la retta di regressione ( $\Delta V = A_3 + B_3 i$ ). Nel grafico inferiore invece sono rappresentati i residui tra i dati sperimentali e il modello dato dalla retta.

Infatti ora la corrente misurata dall'amperometro è proprio quella che passa per la resistenza incognita ( $i_m = i_x$ ) e non valgono più le considerazioni fatte nella sottosezione precedente. Questo però non vuol dire che il coefficiente  $B_3$  sia il valore della resistenza incognita, infatti con questa configurazione sorge un altro tipo di problema. A differenza di prima il voltmetro non misura più solamente la caduta di potenziale data da  $R_x$ , ma misura la differenza di potenziale creata da una resistenza equivalente, data dalla resistenza dell'amperometro in serie con quella incognita. Se l'amperometro fosse ideale ciò non sarebbe un problema perché la sua resistenza interna sarebbe nulla, ma non è così e non possiamo trascurare gli effetti di non idealità. Vale quindi

$$R_m = R_x + R_A \Rightarrow R_x = R_m - R_A. \quad (3)$$

Come per il voltmetro possiamo ricavarci la resistenza interna dell'amperometro a partire dagli schemi dei circuiti interni ai multimetri ICE. Per la scelta del fondo scala a 5 mA si trova  $R_A = 63 \Omega$ , assumiamo questo valore ancora privo di incertezze. Il valore della resistenza incognita che troviamo è  $R_{V50} = 3773 \Omega \pm 55 \Omega$ , in accordo entro un  $\sigma[R_{V50}]$  con il valore di resistenza del multmetro digitale.

Chiamata  $\Delta V = A_4 + B_4 i$  la retta di regressione trovata facendo un fit lineare dei dati presi con fondo scala a 2 V per il voltmetro e 0.5 mA per l'amperometro, calcoliamo l'incertezza propagata

dalle ascisse sulle ordinate:  $\sigma_{prop}[V_2] = |B_4| \sigma_{ris}[i_{0.5}]$ . Lo scarto tipo totale vale

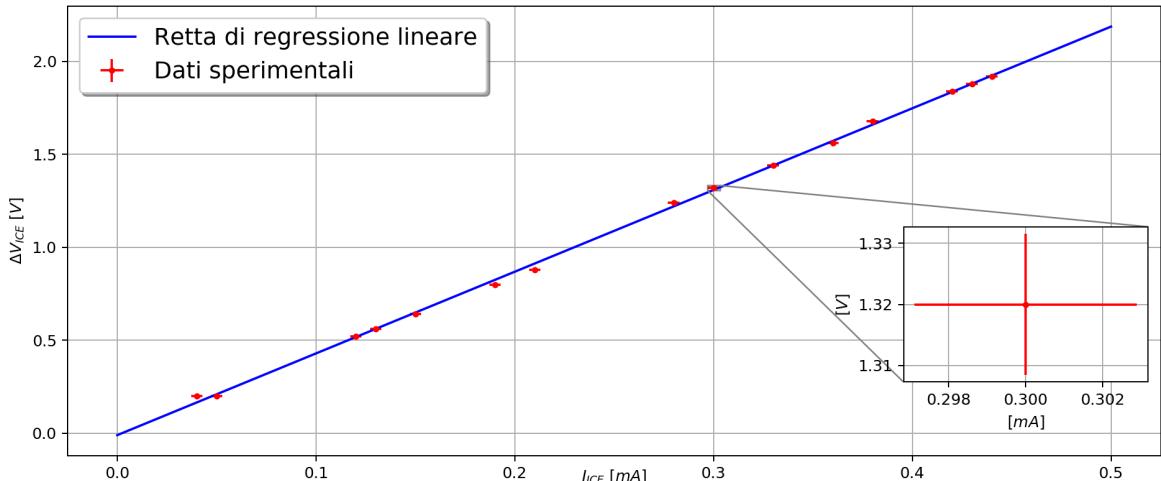
$$\sigma[V_2] = \sqrt{(\sigma_{ris}[V_2])^2 + (\sigma_{prop}[V_2])^2} = 0.016 \text{ V},$$

come per la configurazione con amperometro a monte. I dati trovati con la regressione sono riassunti nella seguente tabella

Parametro	Valore
$A_4$	-0.01 V
$\sigma[A_4]$	0.01 V
$B_4$	4398 $\Omega$
$\sigma[B_4]$	33 $\Omega$

Di seguito un grafico (Fig.6) dei dati e della retta del fit con residui.

Tensione misurata in funzione della corrente misurata - valle 2 V



**Figure 6:** Il grafico superiore rappresenta in ordinata la differenza di potenziale misurata con l'ICE in funzione della corrente misurata. In rosso abbiamo i dati sperimentali con barre d'errore date dall'incertezza tipo di risoluzione, in blu invece la retta di regressione ( $\Delta V = A_4 + B_4 i$ ). Nel grafico inferiore invece sono rappresentati i residui tra i dati sperimentali e il modello dato dalla retta.

Il chi quadrato ridotto vale  $\chi^2_{oss} = 1.078$ , questo valore per 13 *DOF* corrisponde ad una probabilità cumulativa  $\mathcal{P}(\chi^2 < 14)$  di 0.63. Concludiamo ancora una volta che il comportamento del resistore è compatibile con la legge di Ohm.

Per trovare il valore supposto della resistenza incognita utilizziamo la (3) sapendo che per amperometro con fondo scala a 0.5 mA la resistenza interna dell'ICE vale 589  $\Omega$ . Otteniamo il valore  $R_{V2} = 3809 \Omega \pm 33 \Omega$ , il cui valore centrale corrisponde proprio con il valore di resistenza misurato dal DMM, quindi anche in questo caso le misure sono in accordo entro, al massimo, uno scarto tipo.

### 3.3 Confronto tra le due configurazioni e considerazioni finali

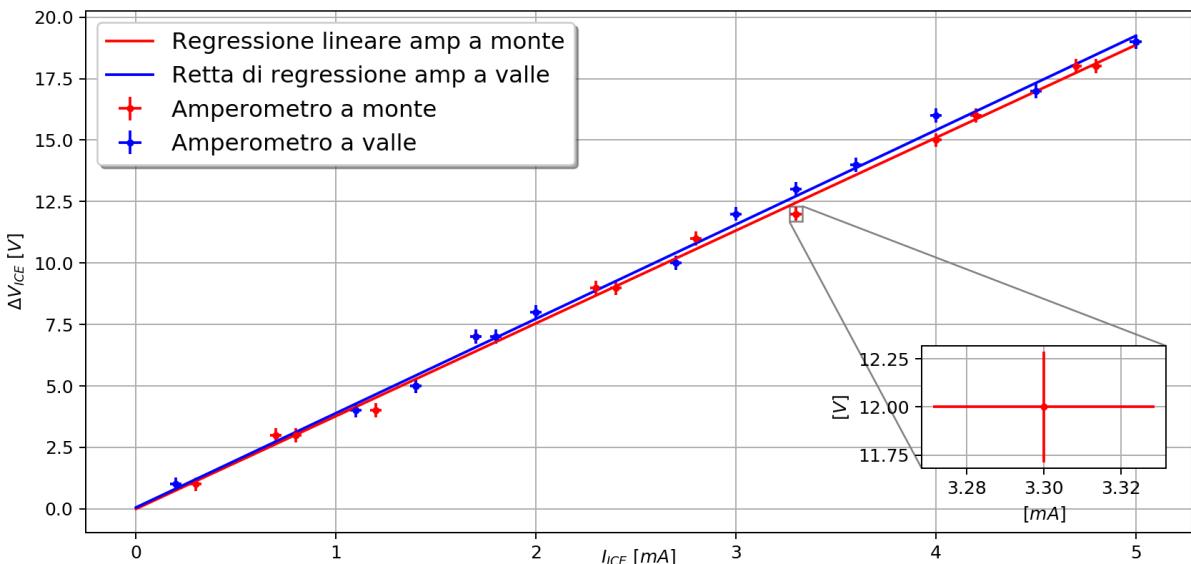
Possiamo riassumere i risultati ottenuti nelle sottosezioni precedenti nella seguente tabella

Configurazione amperometro	Fondo s. voltm.	Fondo s. amperom.	Resistenza misurata	$\chi^2_{\text{ooss}}$ (13 DOF)
A monte	50 V	5 mA	$R_{M50} = 3787 \Omega \pm 55 \Omega$	1.346
A monte	2 V	0.5 mA	$R_{M2} = 3833 \Omega \pm 29 \Omega$	0.654
A valle	50 V	5 mA	$R_{V50} = 3773 \Omega \pm 55 \Omega$	1.423
A valle	2 V	0.5 mA	$R_{V2} = 3809 \Omega \pm 33 \Omega$	1.078

Come già notato precedentemente tutti i valori di resistenza incognita ottenuti sono in accordo con il valore di riferimento preso con il multimetro digitale ( $R_{dmm} = 3809 \Omega$ ).

Per le motivazioni espresse nelle procedure di misura e nell'analisi precedente, la distribuzione dei dati sperimentali di una configurazione non può essere compatibile con quella dell'altra configurazione. Questo fatto si può chiaramente vedere dal grafico seguente (Fig.7) che rappresenta su un piano  $\Delta V - i$  i dati con fondo scala maggiore delle due configurazioni.

Tensione misurata in funzione della corrente misurata - monte e valle 50 V



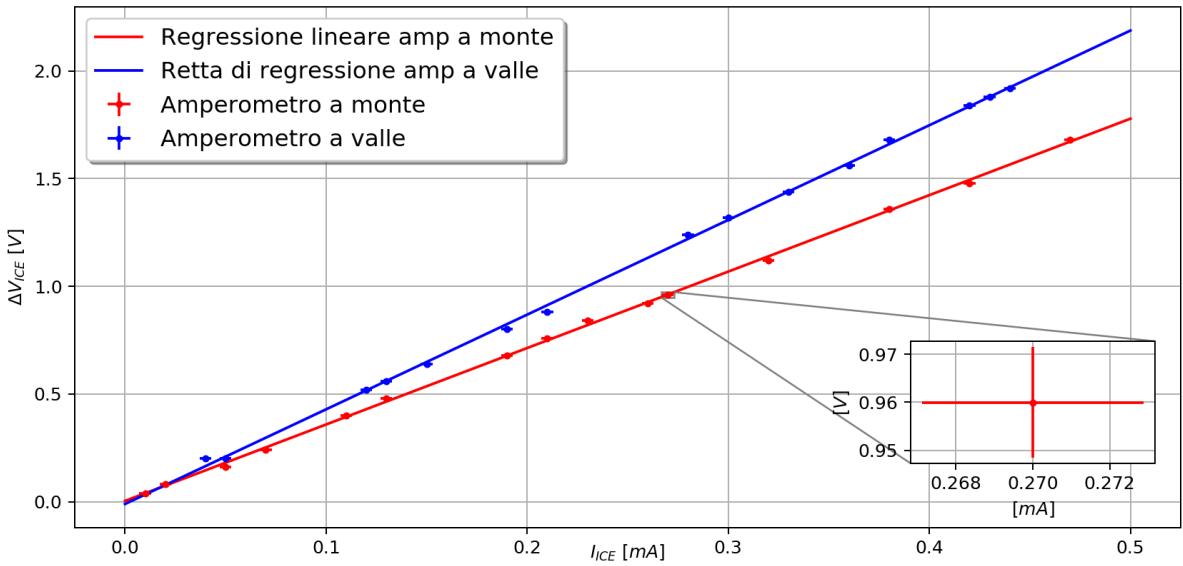
**Figure 7:** Nel piano  $\Delta V - i$  in rosso abbiamo i dati presi con il circuito con amperometro a monte mentre in blu quelli con amperometro a valle. Seguendo gli stessi colori sono state tracciate le rispettive rette di regressione.

L'effetto è ancora più visibile se prendiamo i due set di misure, con amperometro a monte e valle, con fondo scala del voltmetro a 2 V e dell'amperometro a 0.5 mA (Fig.8).

L'effetto evidente, soprattutto nella seconda figura, è che in un caso (amperometro a monte) la retta ha pendenza minore di quello aspettato dalla legge di Ohm, mentre nell'altro (amperometro a valle) avviene il contrario. Effettivamente quando vengono effettuate le correzioni per non idealità dei tester, date dalle formule (2) e (3), nel primo caso si va ad aumentare il valore del coefficiente angolare al fine di ottenere il valore di resistenza e, viceversa, si diminuisce per il secondo caso.

In generale ci possiamo calcolare l'errore di misura commesso utilizzando le due configurazioni.

## Tensione misurata in funzione della corrente misurata - monte e valle 2 V



**Figure 8:** Nel piano  $\Delta V - i$  in rosso abbiamo i dati presi con il circuito con amperometro a monte mentre in blu quelli con amperometro a valle. Seguendo gli stessi colori sono state tracciate le rispettive rette di regressione.

Per il circuito con amperometro a monte l'errore assoluto che si commette è

$$E_R = |R_m - R_x| = \frac{R_x^2}{R_x + R_v},$$

quello relativo è invece

$$e_r = \frac{E_R}{R_x} = \frac{R_x}{R_x + R_v}.$$

Notiamo che per poter commettere errori relativamente piccoli, è necessario che, in questa configurazione, la resistenza da misurare sia piccola. Per questo motivo la configurazione con amperometro a monte è stata utilizzata nella misura della resistenza della bobina.

Per la configurazione con amperometro a valle invece l'errore nella misura vale

$$E_R = R_m - R_x = R_a,$$

e l'errore relativo diventa

$$\frac{R_a}{R_x}.$$

Vediamo quindi che la configurazione con amperometro a valle è quella più adatta per misurare resistenze grandi.

### 3.4 Misurazione della resistenza della bobina

Per il calcolo degli errori sulla stima di resistenza della bobina agiamo analogamente al caso con il resistore, con la differenza che in questo caso abbiamo utilizzato un fondo scala da 100 mV per il voltmetro e 50 mA per l'amperometro.

$$\sigma_{ris}[V_{0.1}] = \frac{0.1 \text{ V}}{50\sqrt{12}} = 0.0006 \text{ V}; \quad \sigma_{ris}[i_{50}] = \frac{50 \text{ mA}}{50\sqrt{12}} = 0.29 \text{ mA}.$$

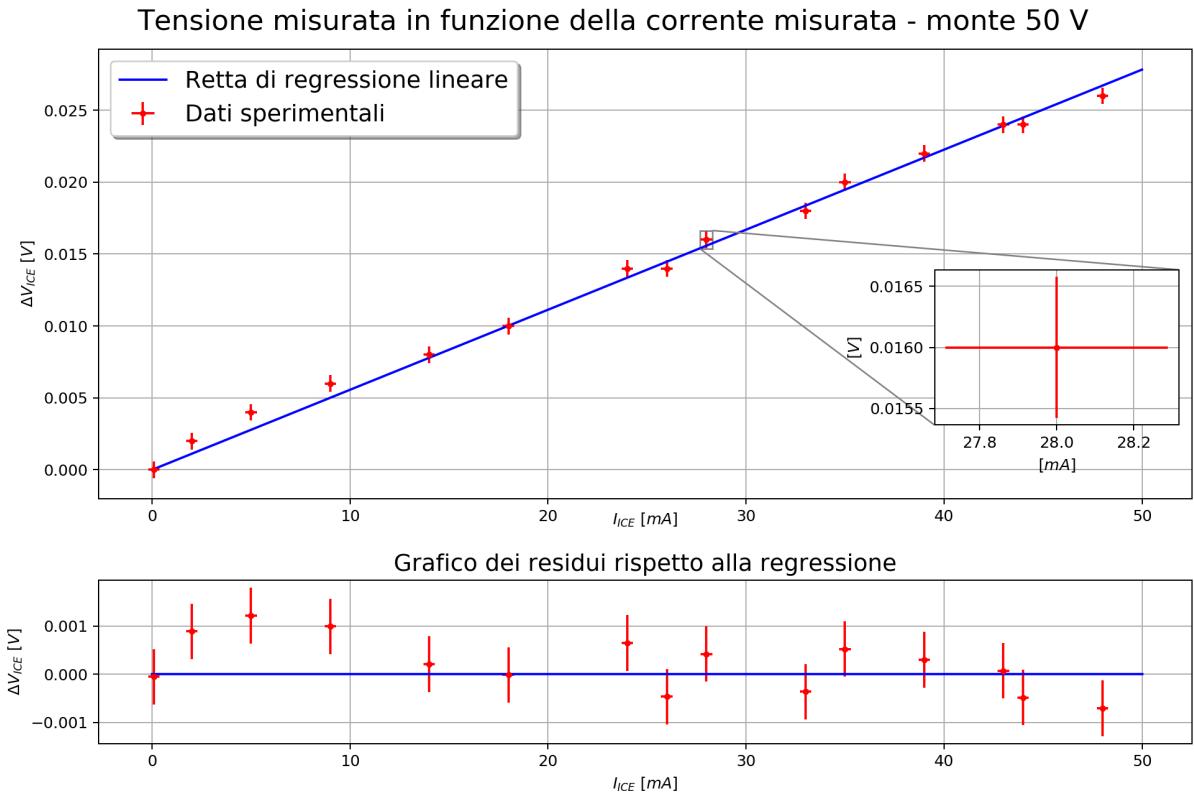
Come prima effettuiamo un fit lineare per ottenere una retta di regressione  $\Delta V = A_b + B_b i$  e per calcolare le incertezze su questi parametri utilizziamo

$$\sigma[V_{0.1}] = \sqrt{(\sigma_{ris}[V_{0.1}])^2 + (\sigma_{prop}[V_{0.1}])^2} = 0.006 \text{ V},$$

dove  $\sigma_{prop}[V_{0.1}] = |B_b| \sigma_{ris}[i_{50}]$  è l'incertezza propagata che in questo caso dà contributo trascurabile all'incertezza totale. Otteniamo la tabella di valori seguente

Parametro	Valore
$A_b$	0.00022 V
$\sigma[A_b]$	0.00029 V
$B_b$	0.556 $\Omega$
$\sigma[B_b]$	0.005 $\Omega$

Facciamo anche un grafico  $\Delta V - i$  dei dati acquisiti con la retta di regressione (Fig.9), nella parte inferiore della figura invece plottiamo i residui di dati e modello.



**Figure 9:** Il grafico superiore rappresenta in ordinata la differenza di potenziale misurata con l'ICE in funzione della corrente misurata. In rosso abbiamo i dati sperimentali con barre d'errore date dall'incertezza tipo di risoluzione, in blu invece la retta di regressione ( $\Delta V = A_b + B_b i$ ). Nel grafico inferiore invece sono rappresentati i residui tra i dati sperimentali e il modello dato dalla retta.

Anche per la bobina i dati sembrano seguire una legge lineare, ipotesi avvalorata dalla distribuzione casuale dei residui. Il chi quadrato ridotto vale  $\chi^2_{oss} = 1.154$ , questo valore per 13 gradi di libertà corrisponde ad una probabilità cumulativa  $\mathcal{P}(\chi^2 < 15)$  di 0.69. Concludiamo anche per la bobina che valga un rapporto di proporzionalità diretta tra tensione e corrente misurata.

Avendo utilizzato la configurazione con amperometro a monte, anche in questo caso per trovarci

il valore di resistenza della bobina dobbiamo utilizzare la (2). Ci aspettiamo che la variazione del valore trovato da  $B_b$  sia molto piccola in quanto la bobina ha una resistenza relativamente piccola, di conseguenza per i motivi già espressi nella sottosezione precedente l'errore relativo dovrebbe essere piccolo. Per il fondo scala a  $100 \text{ mV}$  la resistenza interna del voltmetro analogico vale  $2 \text{ K}\Omega$ , otteniamo quindi per la bobina un valore di resistenza  $R_{b100} = 0.556 \Omega \pm 0.005 \Omega$ . Questo valore è pari a quello del coefficiente angolare della retta di regressione poiché la correzione per la non idealità dell'ICE fa variare  $B_b$  di un decimo di milliVolt, che è una variazione del tutto trascurabile se consideriamo che lo scarto tipo della  $B_b$  sono 5 milliVolt, proprio come ci aspettavamo.

Notiamo però che il valore che abbiamo trovato di resistenza è compatibile solamente entro 2 deviazioni standard con il valore di riferimento del multimetro  $R_{bob} = 0.544 \Omega \pm 0.004 \Omega$ . Il fatto è comprensibile se teniamo conto del fatto che per la misura effettuata con i multimetri analogici sono stati fatti dei collegamenti, attraverso la breadboard, tra le sonde degli ICE e i pin del supporto sul quale è saldata la bobina. Di conseguenza avremo delle resistenze di contatto in ogni punto della pista della breadboard utilizzato, evidentemente per la misurazione di una valore di resistenza così basso questi effetti non possono essere trascurati. Questi invece sono più ridotti nella misura di resistenza effettuata con il multimetro digitale, infatti per effettuare quest'ultima le 4 pinze a coccodrillo, collegate con altrettanti cavi banana-banana, sono state poste direttamente sulle estremità senza rivestimento del filo della bobina. In conclusione quindi il fatto che la resistenza misurata dagli ICE sia maggiore di quella misurata con il DMM è spiegata dal fatto che ci siano meno resistenze di contatto.