

Analyse d'images hyperspectrales à l'aide d'un modèle de mélange de spectres aléatoires

Olivier ECHES, Nicolas DOBIGEON, Jean-Yves TOURNERET

Université de Toulouse, IRIT/INP-ENSEEIH/TéSA
2 rue Camichel, 31071 Toulouse cedex 7, France

{olivier.eches,nicolas.dobigeon,jean-yves.tourneret}@enseeiht.fr

Thème – 6.5 Télédétection et spatial, 4.1 Détection et estimation statistiques.

Problème traité – Cet article étudie un algorithme Bayésien permettant d'identifier les coefficients d'un mélange de spectres aléatoires. Les mélanges considérés supposent que les spectres sont Gaussiens de moyennes connues (issues par exemple d'une librairie comme ENVI) et de matrices de covariance à estimer.

Originalité – Nous étudions un nouvel algorithme Bayésien hiérarchique pour les mélanges de spectres aléatoires. L'estimation des paramètres de ce modèle est effectuée à l'aide d'un algorithme de Gibbs qui permet de générer des vecteurs distribués suivant la loi *a posteriori* d'intérêt. Les vecteurs générés sont ensuite utilisés pour estimer les paramètres inconnus du modèle.

Résultats – En l'absence de pixels purs dans l'image hyperspectrale, le fait de considérer un modèle avec spectres aléatoires permet d'obtenir de meilleurs résultats que les algorithmes classiques basés sur un modèle linéaire de spectres déterministes.

1 Introduction

Le problème du démixage spectral a fait l'objet d'une attention particulière dans la littérature de traitement du signal et de l'image (voir par exemple [1] et les références citées). Les algorithmes classiques de démixage linéaire d'images hyperspectrales supposent qu'un pixel de l'image est la combinaison linéaire d'un nombre donné de spectres purs (supposés déterministes) appelés *endmembers*, pondérée par des coefficients appelés *abondances*. Ce modèle, classiquement appelé modèle de mélange linéaire (modèle MML), a fait l'objet de nombreuses études dont certaines sont rappelées dans [1]. La plupart des algorithmes d'estimation adaptés à ce modèle MML commencent par estimer les composantes spectrales (endmembers) du modèle à l'aide d'algorithmes d'extraction comme l'algorithme N-finder (N-FINDR [2]) ou l'algorithme VCA (Vertex Component Analysis) (VCA [3]). Dans une seconde étape, les algorithmes estiment les coefficients du mélange (abondances) à l'aide d'une procédure qualifiée de démixage linéaire.

Le modèle MML a donné de bons résultats dans de nombreuses applications mais il est mal adapté aux images hyperspectrales contenant peu de pixels purs. Nous proposons d'étudier un modèle de mélange de spectres aléatoires Gaussiens introduit récemment dans [4] et appelé modèle NCM (pour « normal compositional model »). Ces spectres aléatoires ont des moyennes connues qui sont par exemple obtenues à l'aide des algorithmes d'extraction de spectres cités ci-dessus. Le fait de considérer des spectres aléatoires permet une plus grande flexibilité qui s'avère intéressante en l'absence de pixels purs dans l'image. Le modèle NCM suppose que le vecteur des observations associé à un pixel \mathbf{y} de l'image s'écrit :

$$\mathbf{y} = \sum_{r=1}^R \alpha_r \mathcal{E}_r, \quad (1)$$

où α_r est le coefficient d'abondance du r ième spectre, R est le nombre de spectres présents dans le pixel et $\mathcal{E}_1, \dots, \mathcal{E}_R$ sont des vecteurs Gaussiens indépendants de moyennes connues. La matrice de covariance de chaque spectre est égale à $\sigma^2 \mathbf{I}_L$, où \mathbf{I}_L est la matrice identité de taille $L \times L$ et où σ^2 est un paramètre inconnu. Les coefficients d'abondances $\alpha_1, \dots, \alpha_R$ sont inconnus mais soumis à des contraintes de positivité et d'additivité liées à la physique du modèle (ce sont des proportions). Cet article étudie un nouvel algorithme de démixage spectral basé sur une approche Bayésienne hiérarchique. Cet algorithme permet de respecter les contraintes de positivité et d'additivité concernant les coefficients d'abondance. Il suppose également que les spectres du mélange

sont aléatoires en vertu du modèle NCM défini ci-dessus. Afin d'estimer les paramètres inconnus du modèle NCM, nous proposons d'utiliser des méthodes de Monte Carlo par chaînes de Markov (MCMC) qui permettent de simuler des vecteurs suivant la loi *a posteriori* de ces paramètres. Ces vecteurs sont alors utilisés dans une procédure d'estimation statistique Bayésienne.

2 Modèle Bayésien hiérarchique

2.1 Vraisemblance

Les paramètres inconnus à estimer sont le vecteur des abondances $\alpha^+ = [\alpha_1, \dots, \alpha_R]^T$ et la variance σ^2 des spectres (qui est la même pour toutes les composantes spectrales comme dans la plupart des articles sur le sujet). Ces paramètres sont regroupés dans le vecteur $\theta = \{\alpha^+, \sigma^2\}$. Sachant que les vecteurs \mathcal{E}_r , $r = 1, \dots, R$ sont Gaussiens indépendants de moyennes respectives $\mathbf{m}_r = [m_{r,1}, \dots, m_{r,L}]^T$ ($r = 1, \dots, R$) et de matrice de covariance $\sigma^2 \mathbf{I}_L$, la vraisemblance s'écrit

$$f(\mathbf{y} | \alpha, \sigma^2) = \frac{1}{[2\pi c(\alpha)]^{L/2}} \exp\left(-\frac{\|\mathbf{y} - \boldsymbol{\mu}(\alpha)\|^2}{2c(\alpha)}\right),$$

où $\|\mathbf{x}\| = \sqrt{\mathbf{x}^T \mathbf{x}}$ est la norme ℓ^2 de \mathbf{x} , $\alpha = [\alpha_1, \dots, \alpha_{R-1}]^T$, $\boldsymbol{\mu}(\alpha) = \sum_{r=1}^R \mathbf{m}_r \alpha_r$ et $c(\alpha) = \sigma^2 \sum_{r=1}^R \alpha_r^2$. Les lois *a priori* des paramètres inconnus vont être définies avec soin dans ce qui suit.

2.2 Lois a priori des paramètres

Abondances : Comme le vecteur des abondances est soumis aux contraintes de positivité et d'additivité, il peut se réécrire suivant la forme $\alpha^+ = \left[\alpha, 1 - \sum_{r=1}^{R-1} \alpha_r\right]^T$. Le vecteur α appartient donc au simplexe défini par :

$$\mathbb{S} = \left\{ \alpha \left| \alpha_r \geq 0, \forall r = 1, \dots, R-1, \sum_{r=1}^{R-1} \alpha_r \leq 1 \right. \right\}. \quad (2)$$

Nous proposons de choisir une loi uniforme sur \mathbb{S} comme loi *a priori* pour le vecteur α (i.e. $f(\alpha) \propto \mathbf{1}_{\mathbb{S}}(\alpha)$) car aucune information autre que la positivité et l'additivité n'est connue pour ce vecteur de paramètres.

Variance des spectres : La loi *a priori* de σ^2 est une loi conjuguée Inverse-Gamma : $\sigma^2 | \delta \sim \mathcal{IG}(1, \delta)$, où δ est un hyperparamètre ajustable muni d'une loi non-informative de Jeffreys (i.e., $f(\delta) \propto \frac{1}{\delta} \mathbf{1}_{\mathbb{R}^+}(\delta)$). Ce choix est assez classique dans les problèmes d'estimation Bayésienne.

2.3 Loi a posteriori de θ

La vraisemblance et les lois *a priori* définies ci-dessus permettent de déterminer la loi *a posteriori* de $\theta = \{\alpha, \sigma^2\}$:

$$f(\theta | \mathbf{y}) \propto \frac{1}{\sigma^{2R} [c(\alpha)]^{L/2}} \exp\left(-\frac{\|\mathbf{y} - \boldsymbol{\mu}(\alpha)\|^2}{2c(\alpha)}\right) \mathbf{1}_{\mathbb{S}}(\alpha). \quad (3)$$

La forme de cette loi est trop complexe pour pouvoir calculer les estimateurs Bayésiens classiques MMSE et MAP (notons que le numérateur et le dénominateur de terme contenu dans l'exponentielle dépendent tous les deux de α). Dans ces conditions, il est alors très courant de faire appel aux méthodes MCMC pour générer des échantillons asymptotiquement distribués suivant (3). L'échantillonneur de Gibbs qui va nous permettre de faire cette génération sera détaillé dans l'article final. Il itère des étapes de simulation suivant $f(\alpha | \mathbf{y}, \sigma^2, \mathbf{m}_r)$, $f(\sigma^2 | \mathbf{y}, \alpha)$ et $f(\delta | \sigma^2)$.

3 Résultats de simulations sur des données synthétiques

Afin de tester notre algorithme, un pixel synthétique a été généré avec deux spectres, i.e. $R = 2$ (cet exemple est volontairement très simple pour limiter le nombre de lois *a posteriori* marginales des différentes abondances). Les moyennes des spectres \mathbf{m}_r supposées connues ont été extraites d'une bibliothèque spectrale fournie avec le logiciel ENVI [5] et représentent respectivement du béton de construction et de l'herbe verte. La simulation a été réalisée à l'aide de $L = 276$ bandes spectrales, du visible au proche infrarouge. Le pixel synthétique à analyser a été créé à partir du modèle NCM en prenant $\alpha^+ = [0.3 \ 0.7]^T$ et $\sigma^2 = 0.01$ (SNR = 18dB). La figure 1 montre les lois *a posteriori* des divers paramètres inconnus estimées à l'aide des vecteurs générés par l'échantillonneur de Gibbs. Ces lois *a posteriori* sont clairement en accord avec les valeurs réelles de ces paramètres.

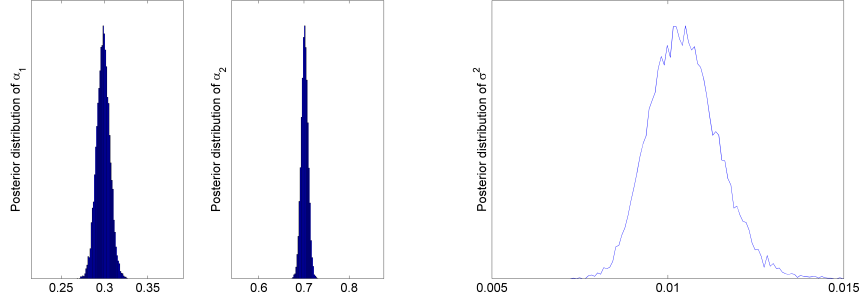


FIG. 1 – Lois *a posteriori* de : α_r (à gauche), σ^2 (à droite).

Les performances du modèle NCM ont ensuite été comparées avec celles du modèle MML (à spectres déterministes). Pour effectuer cette comparaison, nous avons estimé les spectres du mélange à l'aide de l'algorithme VCA. Pour le modèle MML, nous supposons que les observations sont un mélange de ces spectres auquel se rajoute un bruit additif blanc Gaussien. Plusieurs algorithmes d'estimation des abondances sont alors disponibles dans la littérature pour ce modèle. Nous nous sommes concentrés sur l'algorithme FCLS (« Fully constrained Least Squares ») étudié dans [6] et un algorithme Bayésien récemment publié dans [7]. Pour le modèle NCM, nous supposons que les spectres issus de l'algorithme VCA sont les vecteurs moyennes des vecteurs aléatoires \mathcal{E}_r pour $r = 1, \dots, R$. Les coefficients du mélange sont alors estimés à l'aide de l'algorithme proposé dans cet article. Les simulations ont été effectuées avec $P = 625$ pixels contenant $R = 6$ spectres (avec $L = 276$ bandes spectrales). L'erreur quadratique moyenne (MSE) des vecteurs d'abondance déterminée pour chacun des algorithmes est donnée dans le tableau ci-dessous. Ces résultats indiquent que le modèle NCM donne de meilleurs résultats que le modèle MML pour cette simulation. Ceci peut s'expliquer par le fait que l'image considérée ici contient peu de pixels purs. Ce point sera illustré dans la version finale de l'article.

TAB. 1 – Erreur quadratique moyenne des vecteurs d'abondances.

	Modèle MML		Modèle NCM
	Estimation Bayésienne	FCLS	Estimation Bayésienne
MSE ²	8.91×10^{-2}	6.10×10^{-2}	5.51×10^{-2}

4 Conclusions

Cet article présente un algorithme Bayésien hiérarchique pour un modèle de mélange de spectres aléatoires proposé initialement dans [4]. L'algorithme permet d'estimer la loi *a posteriori* des coefficients de ce mélange et de la variance des spectres du mélange. Cette loi peut ensuite être utilisée pour estimer les paramètres inconnus du modèle et déterminer des mesures d'incertitude associées à ces estimations (par exemple des intervalles de confiance). Les simulations effectuées dans cet article montrent que le modèle proposé est plus robuste à l'absence de pixels purs dans l'image que le modèle de mélange linéaire classiquement utilisé. Des simulations obtenues à partir d'une image réelle étudiée dans [7] seront ajoutées dans la version finale de l'article.

Références

- [1] N. Keshava and J. Mustard, "Spectral unmixing," *IEEE Signal Processing Magazine*, vol. 19, no. 1, pp. 44–56, Jan. 2002.
- [2] M. E. Winter, "Fast autonomous spectral end-member determination in hyperspectral data," in *Proc. 13th Int. Conf. on Applied Geologic Remote Sensing*, vol. 2, Vancouver, April 1999, pp. 337–344.
- [3] J. M. Nascimento and J. M. Bioucas-Dias, "Vertex component analysis : a fast algorithm to unmix hyperspectral data," *IEEE Trans. Geosci. and Remote Sensing*, vol. 43, no. 4, pp. 898–910, April 2005.
- [4] M. T. Eismann and D. Stein, "Stochastic mixture modeling," in *Hyperspectral Data Exploitation : Theory and Applications*, C.-I. Chang, Ed. Wiley, 2007, ch. 5.
- [5] RSI (Research Systems Inc.), *ENVI User's guide Version 4.0*, Boulder, CO 80301 USA, Sept. 2003.
- [6] D. C. Heinz and C.-I. Chang, "Fully constrained least squares linear spectral mixture analysis method for material quantification in hyperspectral imagery," *IEEE Trans. Geosci. and Remote Sensing*, vol. 39, no. 3, pp. 529–545, March 2001.
- [7] N. Dobigeon, J.-Y. Tournet, and C.-I. Chang, "Semi-supervised linear spectral using a hierarchical Bayesian model for hyperspectral imagery," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 56, no. 7, pp. 2684–2696, July 2008.