



# BÚSQUEDA

Vicente Martínez Orga

[vicente.martinez@upm.es](mailto:vicente.martinez@upm.es)

Departamento de Inteligencia Artificial  
Facultad de Informática  
Universidad Politécnica de Madrid  
Campus de Montegancedo sn,  
28660 Boadilla del Monte, Madrid, Spain

LA BÚSQUEDA APARECE EN TODOS  
LOS TIPOS DE PROBLEMAS EN DONDE  
LA ADQUISICIÓN O RECUPERACIÓN DE  
INFORMACIÓN Y/O CONOCIMIENTOS  
CONSTITUYE UNA PARTE DE LOS  
MISMOS

# BÚSQUEDA EN ESPACIO DE ESTADOS

CONSISTE EN DADO UN ESTADO INICIAL ALCANZAR UN ESTADO META PARA LO CUAL, ES NECESARIO APLICAR UNAS ACCIONES QUE NOS HAGAN TRANSITAR DE UN ESTADO A OTRO

# EJEMPLO

Dados dos recipientes A y B, con capacidades respectivas de 4 y 3 litros, los cuales no poseen marcas de medida, disponiendo de un grifo sin límite de líquido a usar en el llenado. Construir un SP que deje 2 litros en el recipiente A

# BASE DE HECHOS

## CONSTANTES

- A** capacidad del recipiente A
- B** capacidad del recipiente B
- C** valor meta

## VARIABLES

- X** contenido del recipiente A
- Y** contenido del recipiente B

# BASE DE REGLAS

- 1)  $(X, Y / X < 4) \rightarrow (4, Y)$  llenar A
- 2)  $(X, Y / Y < 3) \rightarrow (X, 3)$  llenar B
- 3)  $(X, Y / X > 0) \rightarrow (0, Y)$  vaciar A
- 4)  $(X, Y / Y > 0) \rightarrow (X, 0)$  vaciar B
- 5)  $(X, Y / X + Y \geq 4 \cap Y > 0) \rightarrow (4, Y - (4 - X))$  pasar de B a A, hasta llenar A
- 6)  $(X, Y / X + Y \geq 3 \cap X > 0) \rightarrow (X - (3 - Y), 3)$  pasar de A a B, hasta llenar B
- 7)  $(X, Y / X + Y \leq 4 \cap Y > 0) \rightarrow (X + Y, 0)$  volcar B en A
- 8)  $(X, Y / X + Y \leq 3 \cap X > 0) \rightarrow (0, Y + X)$  volcar A en B

**A**

**B**

**regla**

1)	0	0	1
2)	4	0	6
3)	1	3	4
4)	1	0	8
5)	0	1	1
6)	4	1	6
7)	2	3	

**A**

**B**

**regla**

1)	0	0	2
2)	0	3	7
3)	3	0	2
4)	3	3	5
5)	4	2	3
6)	0	2	7
7)	2	0	



# GRAFO

CONJUNTO DE NODOS QUE REPRESENTAN  
ESTADOS O SITUACIONES, CONECTADOS A  
TRAVÉS DE ARCOS

AL NÚMERO DE SUCESTORES DE UN NODO SE  
LE DENOMINA FACTOR DE RAMIFICACIÓN

# ARBOL

ES UN GRAFO EN EL QUE CADA NODO, EXCEPTO EL NODO INICIAL, LLAMADO RAIZ, TIENE UN SOLO ANTECEDENTE

CUANDO UN NODO NO TIENE SUCESTORES, SE LE LLAMA HOJA

A LOS NODOS SE LES SUELE ASOCIAR UN VALOR DENOMINADO “PESO”, QUE REPRESENTA UN COSTE ASOCIADO

A UNA SECUENCIA DE NODOS DONDE  $n$  ES SECUENCIA DE  $n - 1$ , SE LE DENOMINA CAMINO DE TAMAÑO  $m$

COSTE DE UN CAMINO ES LA SUMA DE LOS COSTES DE TODOS LOS ARCOS DE ESTE CAMINO

A CADA ARCO QUE CONECTA DOS NODOS SE LE ASOCIA UN DIRECCIONADOR QUE NOS INDICA DE QUIEN ES DESCENDIENTE

# LISTA

LISTA (O PILA) ES UN ELEMENTO QUE NOS PERMITE ALMACENAR LOS NODOS QUE SE VAN DESARROLLANDO EN UN ARBOL O GRAFO DE EXPLORACIÓN AL OBJETO DE PODER ESTABLECER EL RESULTADO FINAL DESPUES DEL PROCESO DE BÚSQUEDA

ALGUNAS VECES SE USAN DOS LISTAS (SE DENOMINAN ABIERTA Y CERRADA), EN OTRAS OCASIONES SOLO SE UTILIZA UNA (SE DENOMINA ABIERTA)

# CLASES DE NODOS

- a) NODOS QUE HAN SIDO DESARROLLADOS  
(CERRADOS)
- b) NODOS QUE HAN SIDO EXPLORADOS  
PERO NO DESARROLLADOS
- c) NODOS GENERADOS Y NO EXPLORADOS  
(ABIERTOS)
- d) NODOS QUE AUN NO HAN SIDO  
GENERADOS

# BÚSQUEDA EN PROFUNDIDAD

ESTA BÚSQUEDA DA PRIORIDAD A LOS NODOS DE NIVELES MAS PROFUNDOS EN EL GRAFO DE BÚSQUEDA

EL ALGORITMO QUE DESARROLLA ESTA BÚSQUEDA ES:

# BÚSQUEDA EN PROFUNDIDAD

1. PONER EL NODO RAIZ EN LA LISTA ABIERTA. DEFINIR UN LÍMITE DE PROFUNDIDAD

2. SI LA LISTA ABIERTA ESTA VACIA, SALIR CON FRACASO. EN CASO CONTRARIO CONTINUAR

# BÚSQUEDA EN PROFUNDIDAD

3. ELIMINAR EL NODO DE LA CIMA DE LA PILA ABIERTA Y PASARLO A CERRADA. LLAMAR A ESTE NODO  $n$
4. SI EL NIVEL DE  $n$  ES IGUAL AL LIMITE DE NIVEL, IR AL PUNTO 2. EN CASO CONTRARIO CONTINUAR

# BÚSQUEDA EN PROFUNDIDAD

5. DESARROLLAR  $n$ , GENERANDO TODOS SUS SUCESTORES. COLOCAR ESTOS SUCESTORES, SIN NINGÚN ORDEN ESPECIAL, EN LA CIMA DE LA LISTA ABIERTA Y ASIGNAR A CADA UNO UN DIRECCIONADOR HACIA ATRÁS A  $n$



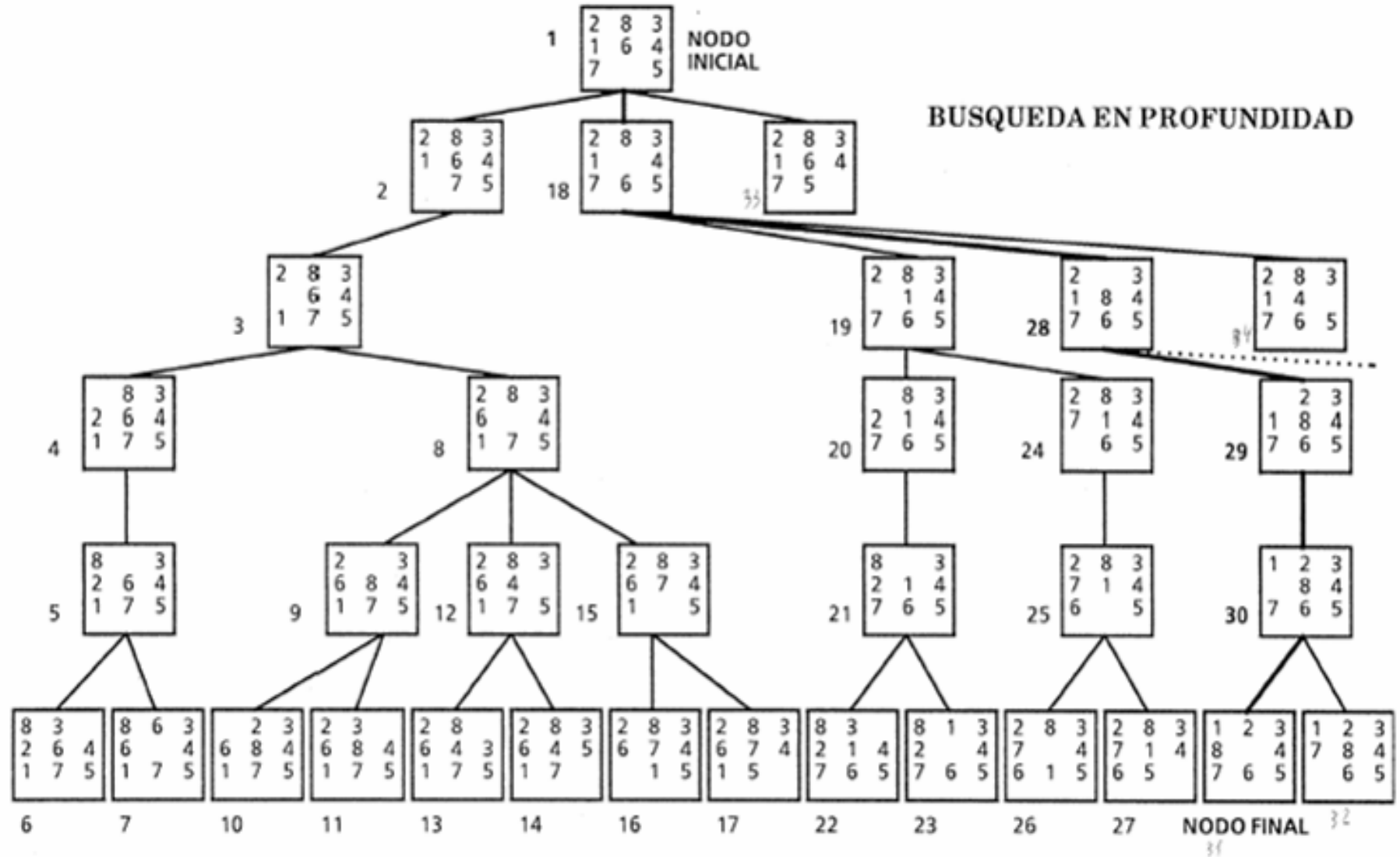
# BÚSQUEDA EN PROFUNDIDAD

6. SI CUALQUIERA DE ESTOS  
SUCESORES ES UN NODO META,  
FINALIZAR CON LA SOLUCIÓN OBTENIDA  
RETROCEDIENDO A TRAVÉS DE SUS  
DIRECCIONADORES EN CASO CONTRARIO  
CONTINUAR

# BÚSQUEDA EN PROFUNDIDAD

7. SI CUALQUIERA DE ESTOS  
SUCESOES ES FINAL SIN ÉXITO,  
ELIMINARLO DE LA LISTA ABIERTA

8. IR AL PUNTO 2



# BÚSQUEDA CON RETROCESO

CONSISTE EN QUE CUANDO UN NODO SE SELECCIONA PARA LA EXPLORACIÓN, SOLO SE GENERA UNO DE SUS SUCESORES Y ESTE NODO GENERADO, A MENOS QUE SEA TERMINAL O FINAL SIN ÉXITO SE SOMETE DE NUEVO PARA LA EXPLORACIÓN

# BÚSQUEDA CON RETROCESO

SI EL NODO GENERADO CUMPLE ALGÚN  
CRITERIO DE PARADA, EL PROGRAMA  
RETROCEDE AL ANTECESOR MAS CERCANO  
INEXPLORADO

# BÚSQUEDA CON RETROCESO

EL ALGORÍTMO QUE DESARROLLA ESTA BÚSQUEDA ES:

1. COLOCAR EL NODO INICIAL EN LA LISTA ABIERTA

2. SI LA LISTA ABIERTA ESTA VACIA, SALIR CON FRACASO, EN OTRO CASO CONTINUAR

# BÚSQUEDA CON RETROCESO

3. EXAMINAR EL NODO SUPERIOR DE LA LISTA ABIERTA Y LLAMARLO  $n$

4. SI EL NIVEL DE  $n$  ES IGUAL AL LÍMITE DE NIVEL, O SI TODAS LAS RAMAS QUE PARTEN DE  $n$  HAN SIDO ATRAVESADAS, ELIMINAR  $n$  DE ABIERTA E IR AL PUNTO 2, EN OTRO CASO CONTINUAR

# BÚSQUEDA CON RETROCESO

5. GENERAR UN NUEVO SUCESOR DE  $n$ , LLAMANDOLO  $n'$ , PONER  $n'$  EN LA CIMA DE LA LISTA ABIERTA Y PROPORCIONAR UN DIRECCIONADOR QUE RETROCEDA A  $n$

6. MARCAR  $n$  PARA INDICAR QUE LA RAMA  $(n, n')$  SE HA ATRAVESADO



# BÚSQUEDA CON RETROCESO

7. SI  $n'$  ES EL NODO META, SALIR CON LA SOLUCIÓN OBTENIDA RETROCEDIENDO A TRAVÉS DE LOS DIRECCIONADORES, EN OTRO CASO CONTINUAR

8. SI  $n'$  ES FINAL SIN ÉXITO, ELIMINARLO DE LA LISTA ABIERTA

9. IR AL PUNTO 2

# BÚSQUEDA CON RETROCESO

DESARROLLAR UN SP PARA  
COLOCAR 4 REINAS EN UN  
TABLERO DE 4 x 4 DE FORMA  
QUE NO PUEDAN CAPTURARSE  
ENTRE SI, USANDO COMO  
ESTRATEGIA DEL CONJUNTO  
CONFLICTO LA BÚSQUEDA CON  
RETROCESO

# BÚSQUEDA CON RETROCESO

BASE DE DATOS:

[ i = 1,				
]				

# BÚSQUEDA CON RETROCESO

## BASE DE REGLAS:

$R_{1j}: i = 1 \rightarrow (\text{PONER REINA EN FILA 1, COL, } j) (i = 2)$

$R_{2j}: i = 2 \rightarrow (\text{PONER REINA EN FILA 2, COL, } j) (i = 3)$

$R_{3j}: i = 3 \rightarrow (\text{PONER REINA EN FILA 3, COL, } j) (i = 4)$

$R_{4j}: i = 4 \rightarrow (\text{PONER REINA EN FILA 4, COL, } j) (i = 5)$

$R_5: i = 5 \rightarrow \text{fin}$

# BÚSQUEDA CON RETROCESO

CRITERIO DE SELECCIÓN DE LAS REGLAS:  
SELECCIONAR LA REGLA CON MENOR  
DIAGONAL (ij)

ASI PARA LA FILA 1:

DIAGONAL (1,1) = 4      DIAGONAL (1,3) = 3

DIAGONAL (1,2) = 3      DIAGONAL (1,4) = 4

# BÚSQUEDA CON RETROCESO

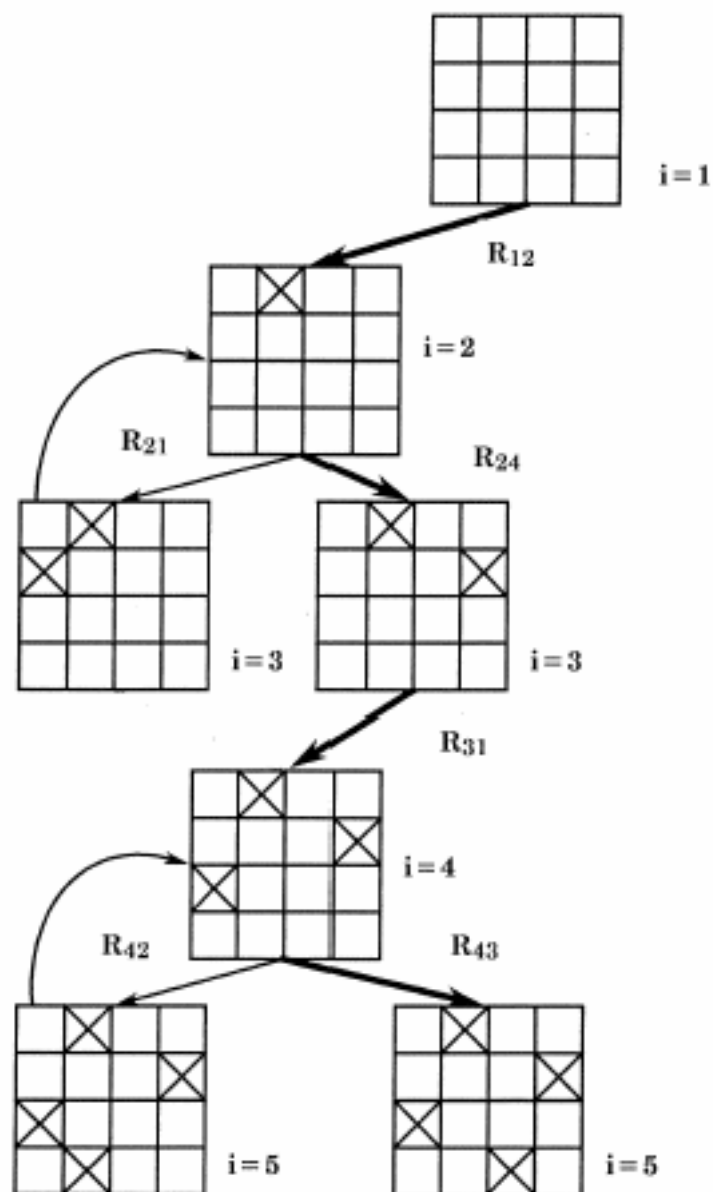
DE ACUERDO CON ESTE CRITERIO, LA ORDENACIÓN DE LAS REGLAS QUEDA:

(R12,R13,R11,R14)

(R21,R24,R22,R23)

(R31,R34,R32,R33)

(R42,R43,R41,R44)



# BÚSQUEDA EN ESCALADA

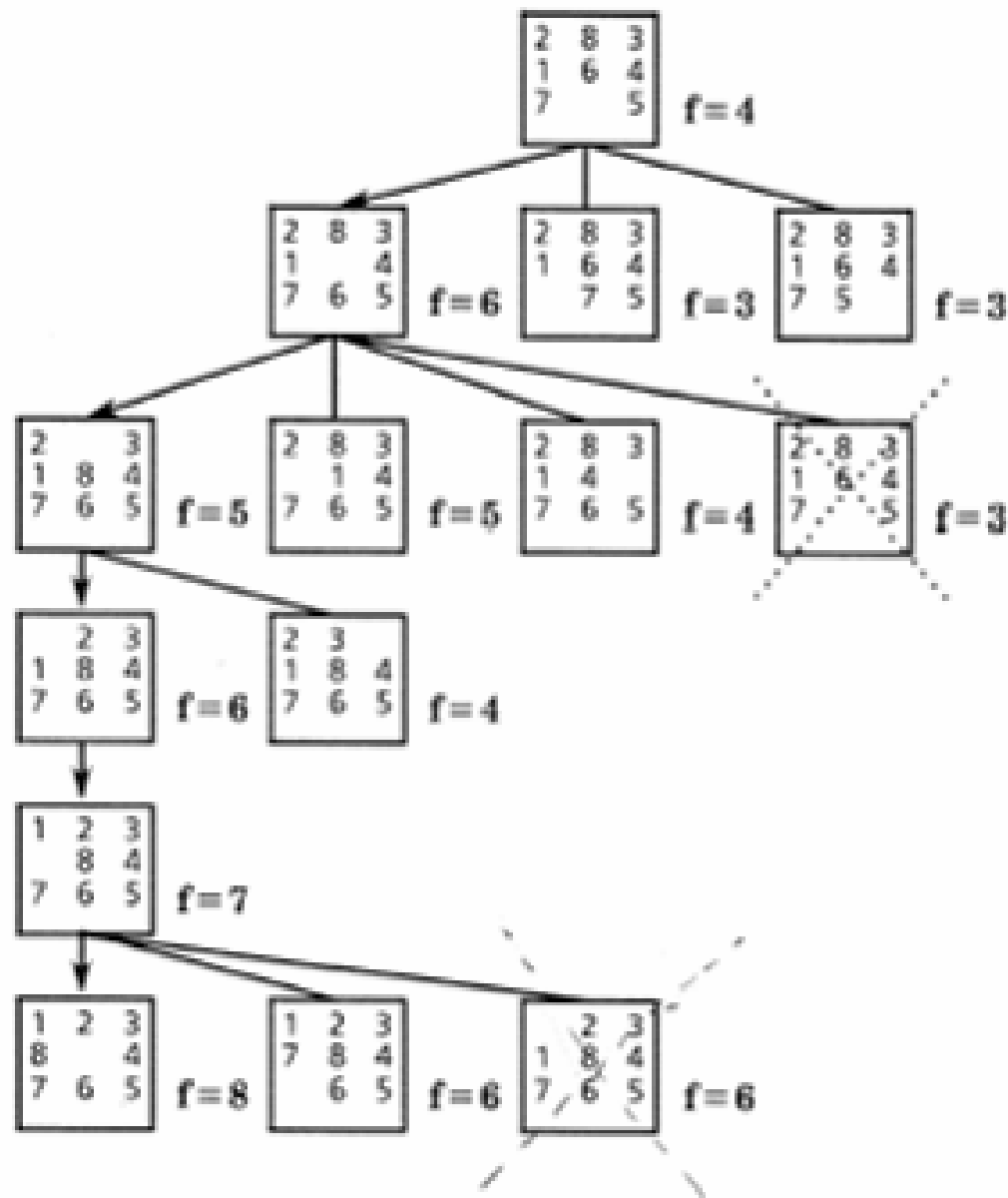
ESTA BÚSQUEDA PERMITE REDUCIR EL  
NÚMERO DE SECUENCIAS DE ACCIONES  
QUE DEBEN REALIZARSE ANTES DE  
ALCANZAR UNA SOLUCIÓN



# DIFICULTADES DE LA BÚSQUEDA EN ESCALADA

MAXIMOS LOCALES: ES UN ESTADO MEJOR QUE LOS VECINOS PERO PEOR QUE OTROS MÁS ALEJADOS

ALTIPLANICIES: ES UN ÁREA “LLANA” DEL ESPACIO DE BÚSQUEDA POR LO QUE EXISTE UN CONJUNTO COMPLETO DE ESTADOS VECINOS QUE TIENEN EL MISMO VALOR



**BUSQUEDA MEDIANTE  
ESCALADA**

# BÚSQUEDA EN AMPLITUD

ESTA BÚSQUEDA DA PRIORIDAD A LOS NODOS DE NIVELES MÁS PRÓXIMOS AL NODO INICIAL EN EL GRAFO DE BÚSQUEDA

EL ALGORITMO QUE DESARROLLA ESTA BÚSQUEDA ES:

# BÚSQUEDA EN AMPLITUD

1. PONER EL NODO RAIZ EN LA LISTA ABIERTA
2. SI LA LISTA ABIERTA ESTA VACIA, SALIR CON FRACASO; EN OTRO CASO CONTINUAR

# BÚSQUEDA EN AMPLITUD

3. ELIMINAR EL PRIMER NODO EN LA LISTA ABIERTA Y PASARLO A LA LISTA CERRADA. LLAMAR A ESTE NODO  $n$

# BÚSQUEDA EN AMPLITUD

4. DESARROLLAR  $n$ , GENERANDO TODOS SUS SUCESORES, ASIGNAR A CADA UNO UN DIRECCIONADOR HACIA ATRÁS A  $n$ .

5. AÑADIR DICHOS SUCESORES A CONTINUACIÓN EN ABIERTA

# BÚSQUEDA EN AMPLITUD

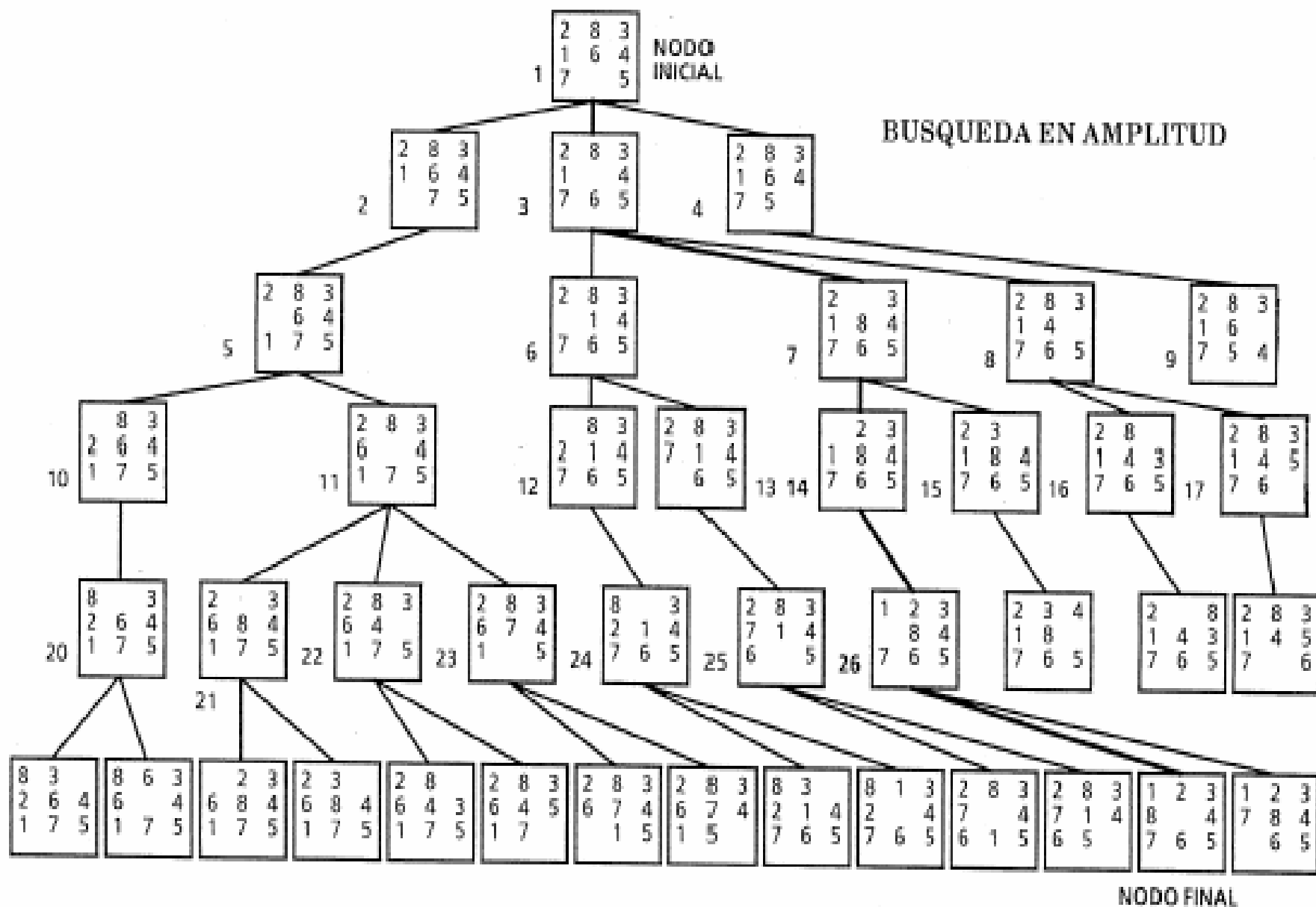
6. SI EL PRIMER NODO DE LA LISTA ABIERTA ES EL NODO META, SALIR CON LA SOLUCIÓN OBTENIDA RETROCEDIENDO A TRAVÉS DE LOS DIRECCIONADORES. EN CASO CONTRARIO, CONTINUAR

# BÚSQUEDA EN AMPLITUD

7. SI EL PRIMER NODO EN ABIERTA ES FINAL SIN ÉXITO, ELIMINARLO DE LA LISTA ABIERTA

8. IR A 2



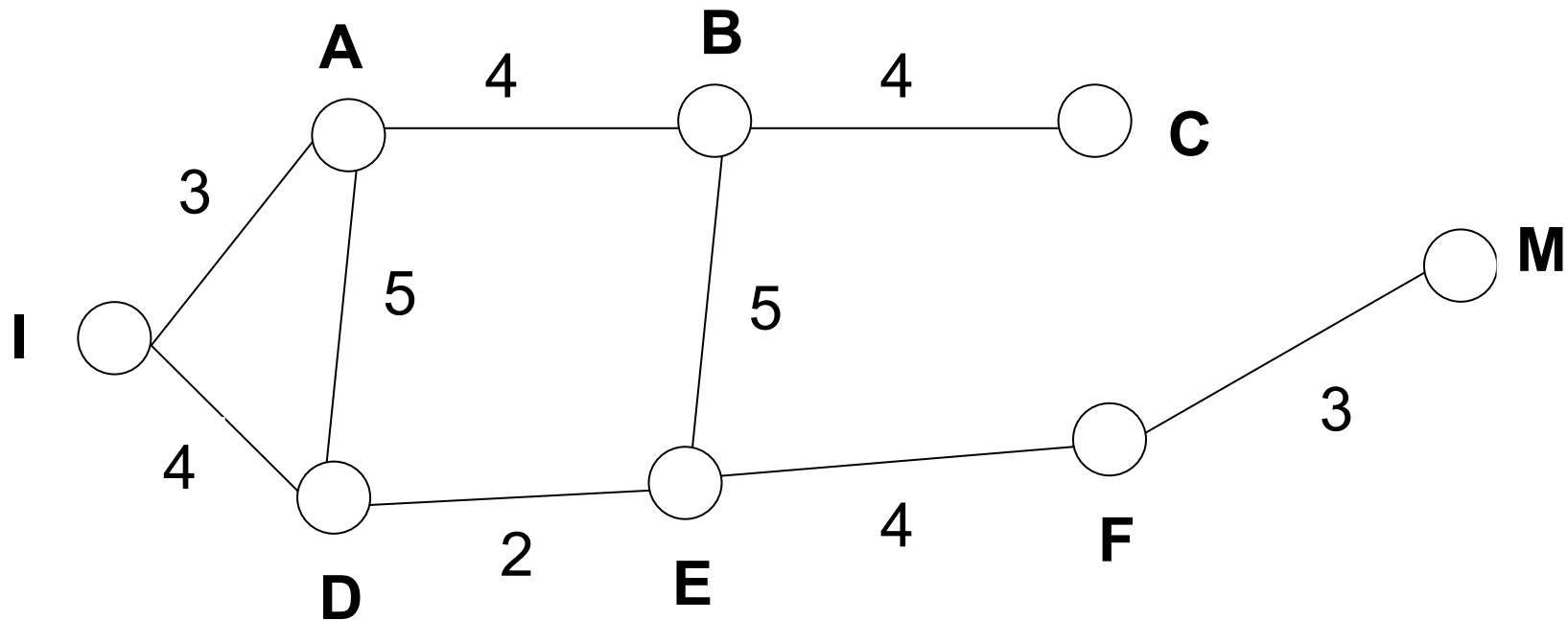


# BÚSQUEDA DIRIGIDA

ES SIMILAR A LA BÚSQUEDA EN AMPLITUD PORQUE PROGRESA NIVEL POR NIVEL, PERO SE DIFERENCIAN EN QUE EN ESTE CASO SOLO SE DESARROLLAN LOS NODOS MEJORES (QUE SE ESTABLEZCAN) PARA CADA NIVEL

## **EJEMPLO**

**El mapa de carreteras siguiente comunica una ciudad de partida  $I$  con una ciudad meta  $M$ , cada vector de conexión nos indica la distancia entre esos dos nodos, debajo se nos indica la distancia aérea que existe entre cada ciudad (a excepción de la ciudad  $C$  que es un nodo hoja no meta) y la meta  $M$**



$$A = 10'4$$

$$D = 8'9$$

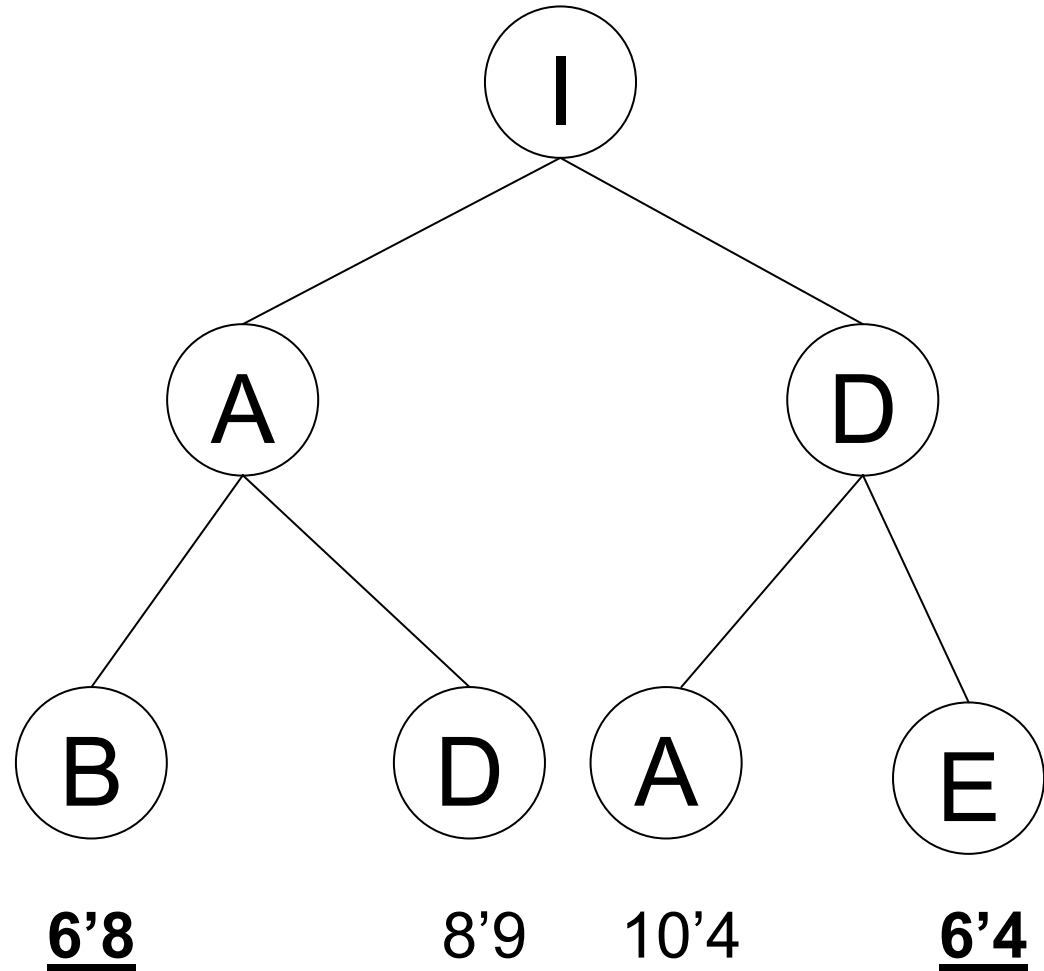
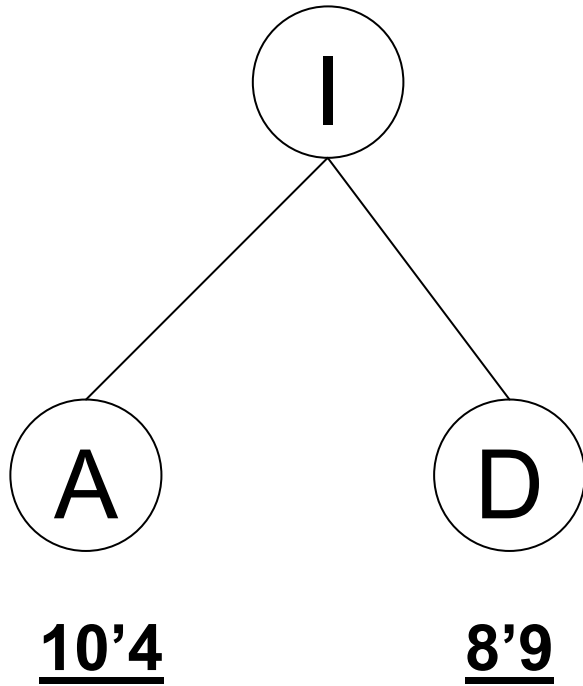
$$B = 6'8$$

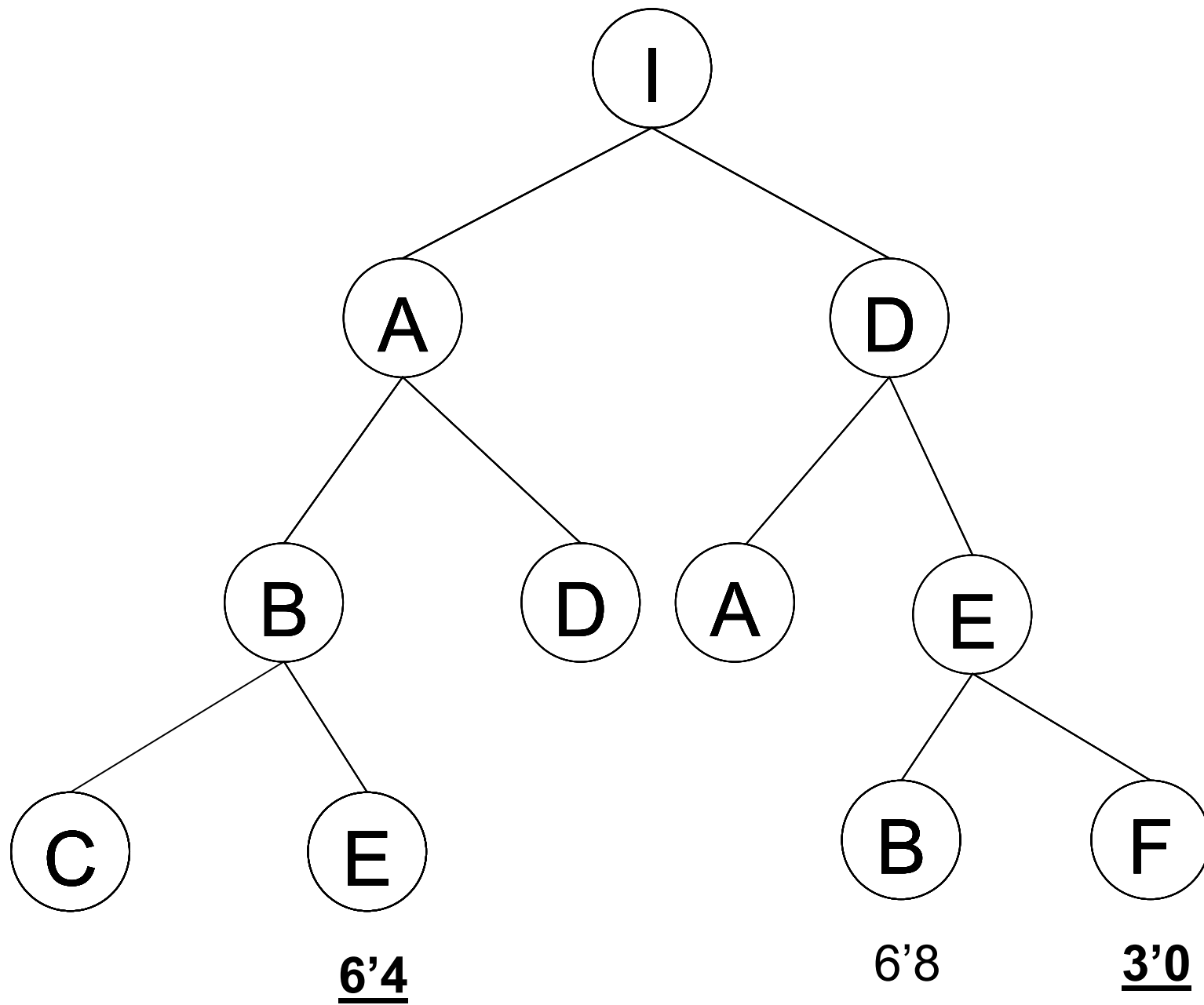
$$E = 6'4$$

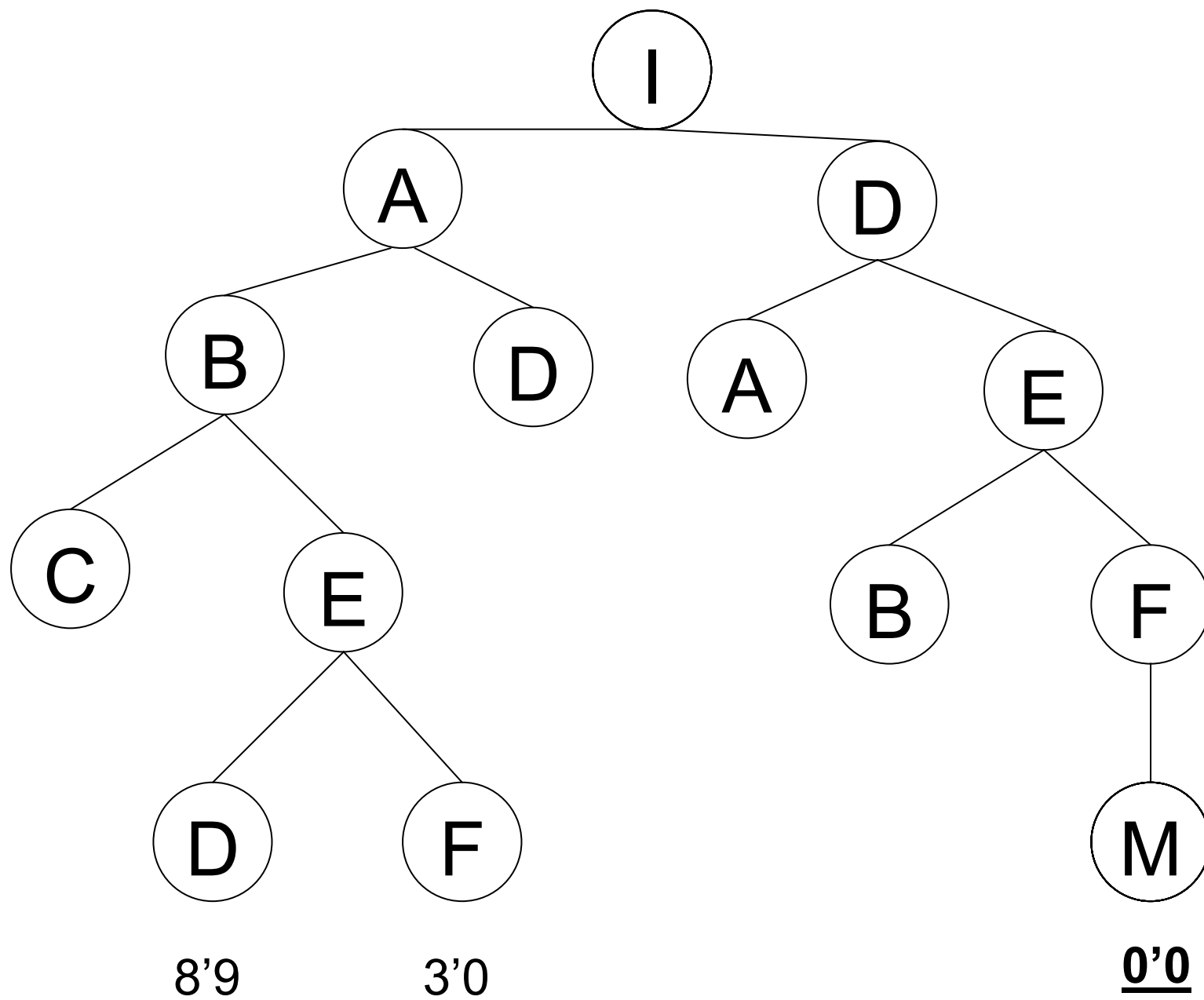
$$C = \text{----}$$

$$F = 3'0$$

SUPONGAMOS QUE PARA EL EJEMPLO ANTERIOR  
FIJAMOS EL NÚMERO DE NODOS POR NIVEL EN 2







# BÚSQUEDA EN AMPLITUD Y PROFUNDIDAD

EL ALGORITMO QUE DESARROLLA ESTA BÚSQUEDA ES:

1. PONER EL NODO RAIZ EN LA LISTA ABIERTA

2. SI LA LISTA ABIERTA ESTA VACIA, SALIR CON FRACASO, EN OTRO CASO CONTINUAR



# BÚSQUEDA EN AMPLITUD Y PROFUNDIDAD

3. ELIMINAR EL PRIMER NODO DE LA LISTA ABIERTA Y PASARLO A LA LISTA CERRADA, LLAMAR A ESE NODO  $n$
4. DESARROLLAR  $n$  GENERANDO TODOS SUS SUCESTORES, ASIGNAR A CADA UNO UN DIRECCIONADOR HACIA ATRÁS A  $n$

# BÚSQUEDA EN AMPLITUD Y PROFUNDIDAD

5. AÑADIR DICHOS SUCESOES EN LA LISTA ABIERTA; ORDENAR LOS NODOS DE LA LISTA ABIERTA SEGÚN EL COSTE ACUMULADO HASTA EL MOMENTO, DEJANDO AL FRENTE AQUELLOS DE MENOR COSTE

# BÚSQUEDA EN AMPLITUD Y PROFUNDIDAD

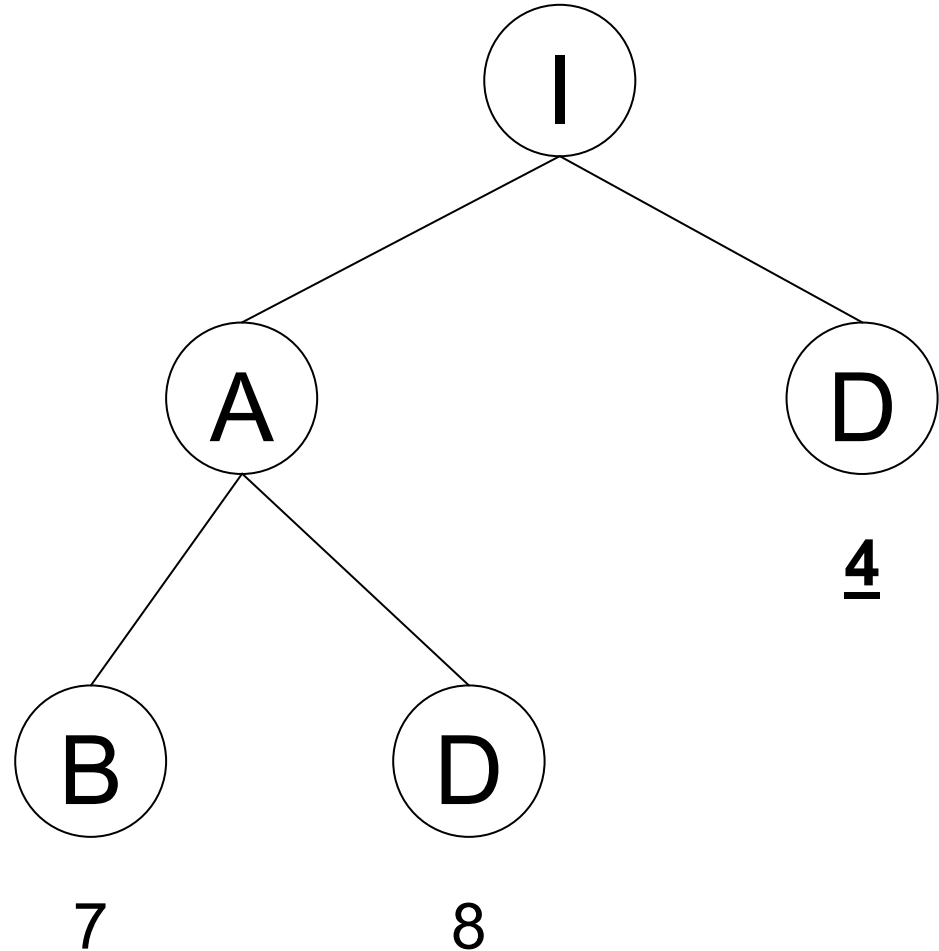
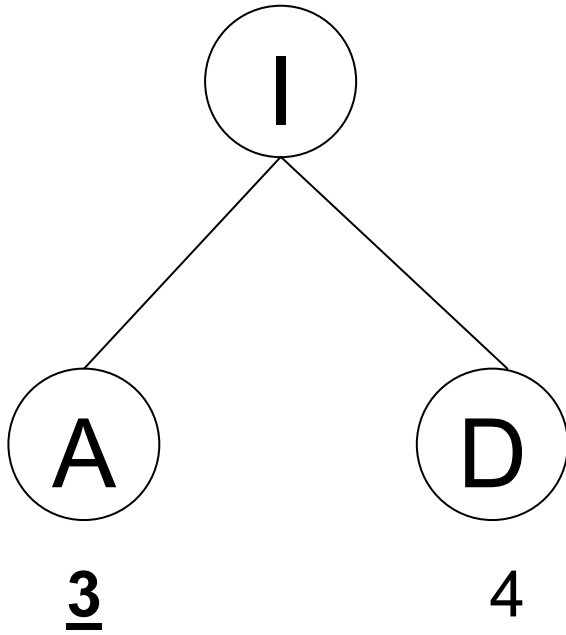
6. SI EL PRIMER NODO DE LA LISTA ABIERTA ES EL NODO META, SALIR CON LA SOLUCIÓN OBTENIDA RETROCEDIENDO A TRAVÉS DE LOS DIRECCIONADORES. EN CASO CONTRARIO CONTINUAR

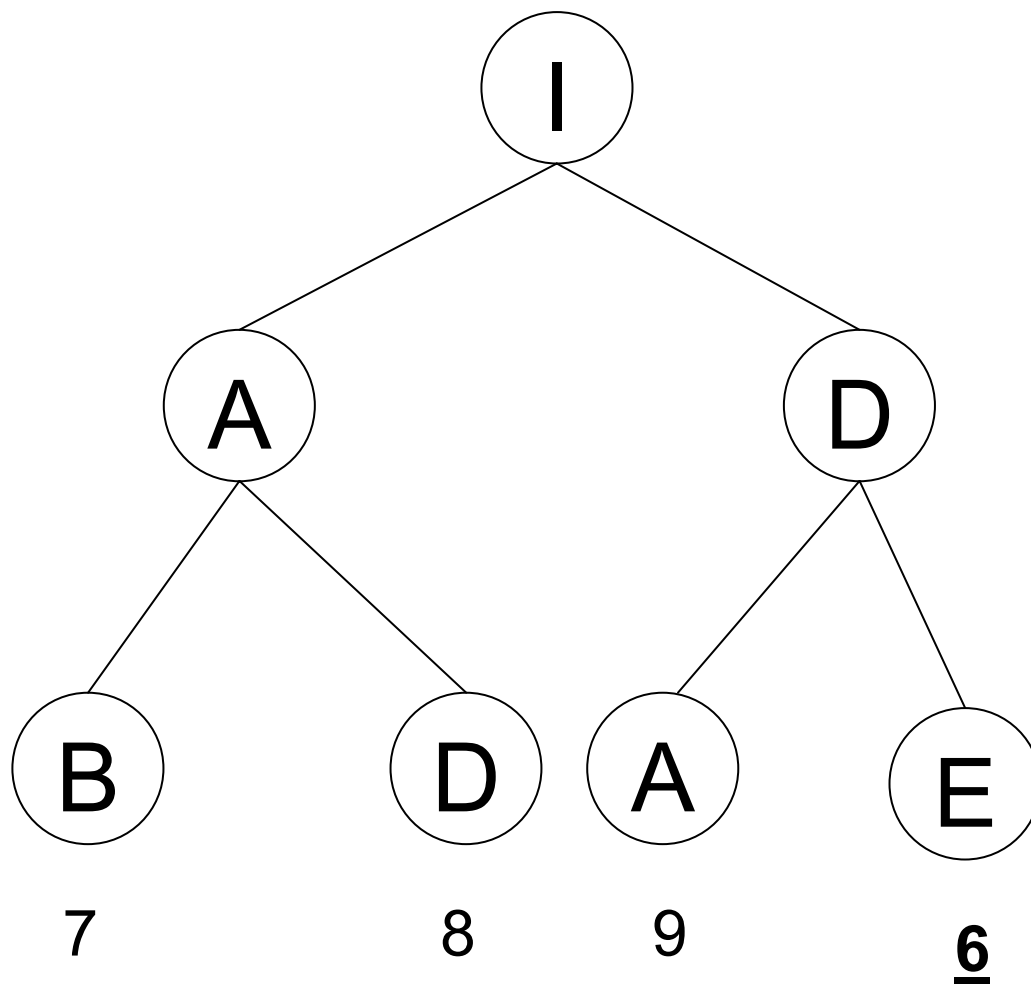
# BÚSQUEDA EN AMPLITUD Y PROFUNDIDAD

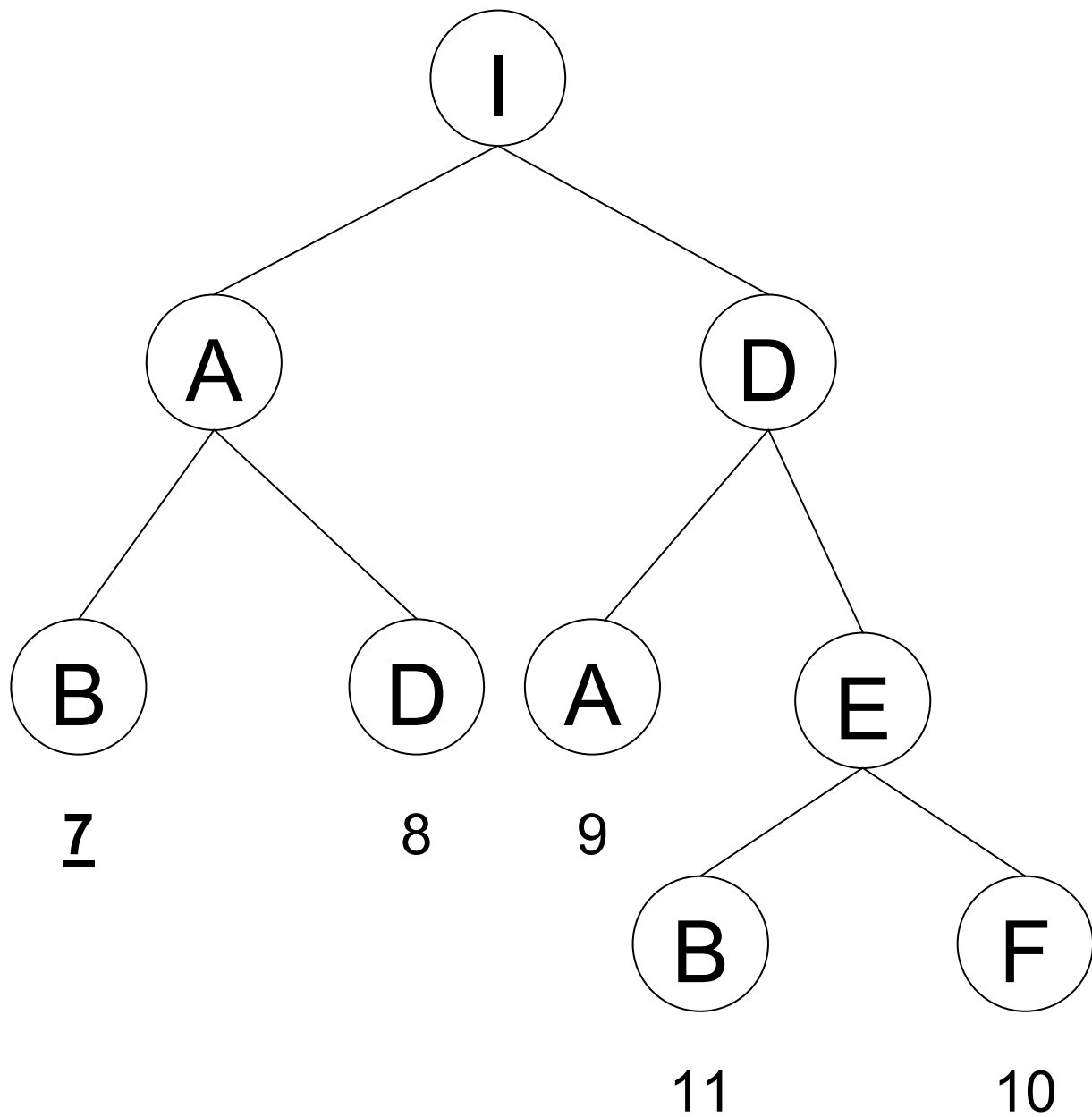
7. SI EL PRIMER NODO EN LA LISTA ABIERTA ES FINAL SIN ÉXITO, ELIMINARLO DE LA LISTA ABIERTA

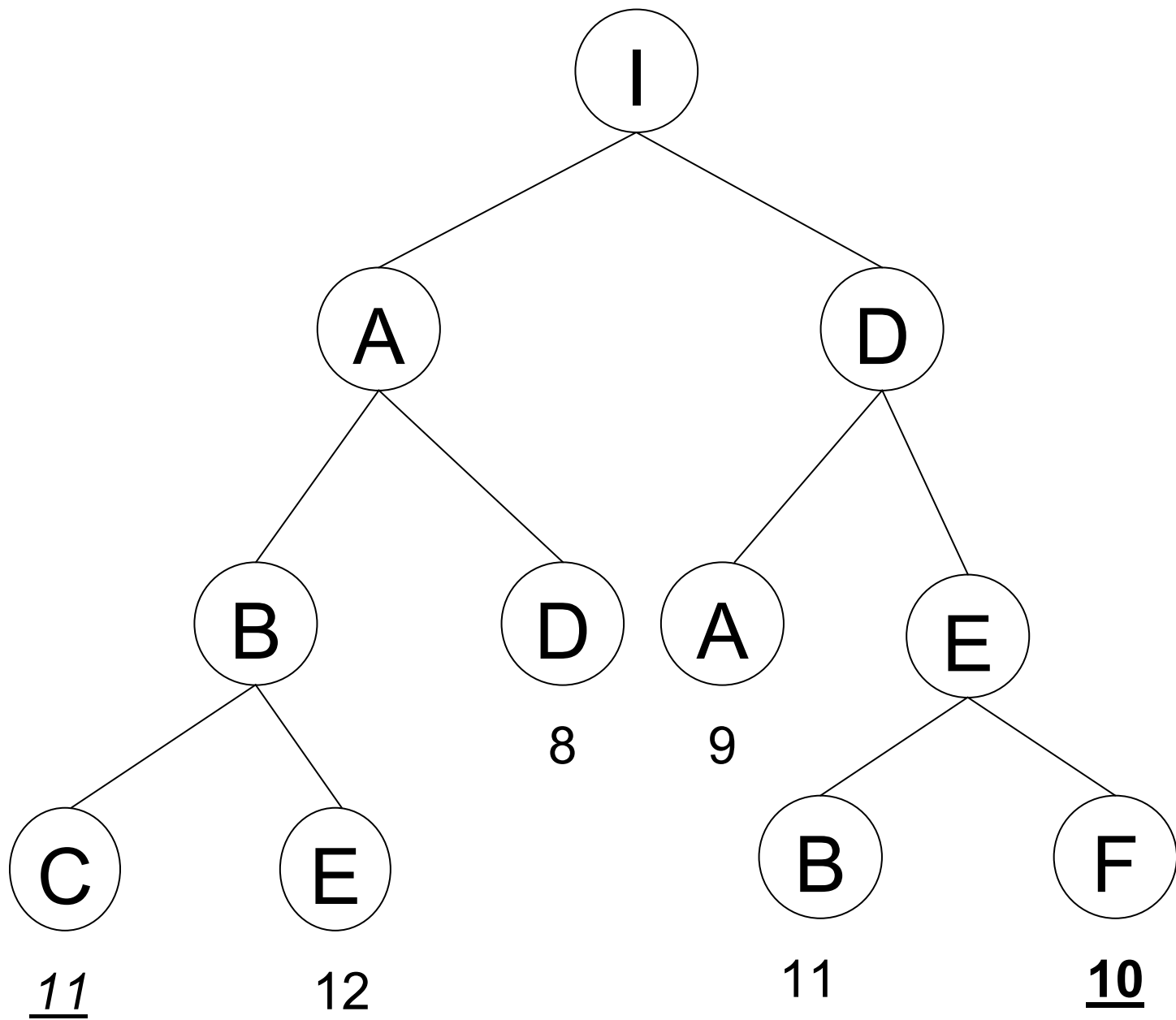
8. IR A 2

En el ejemplo del mapa anterior





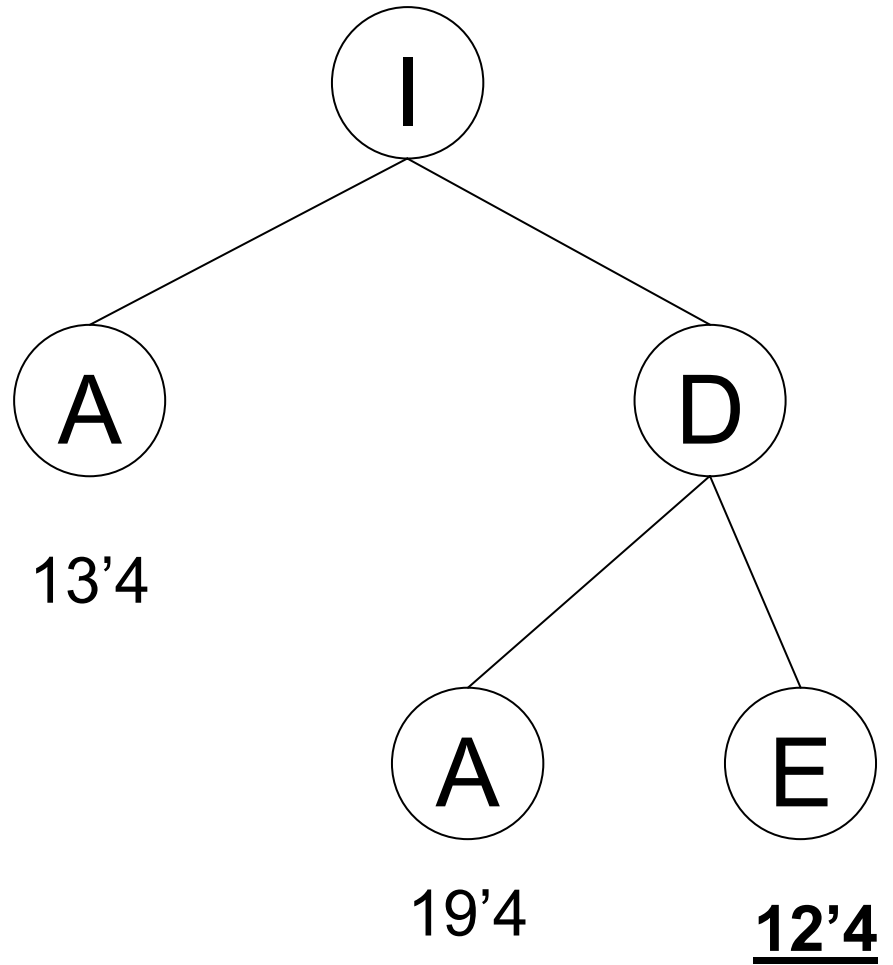
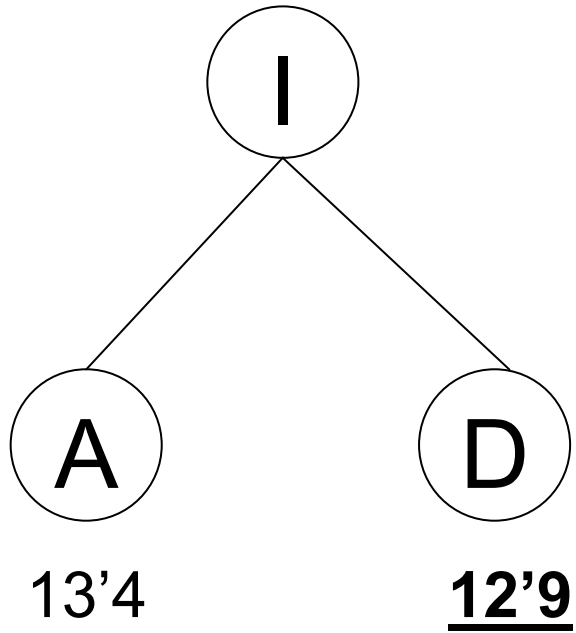


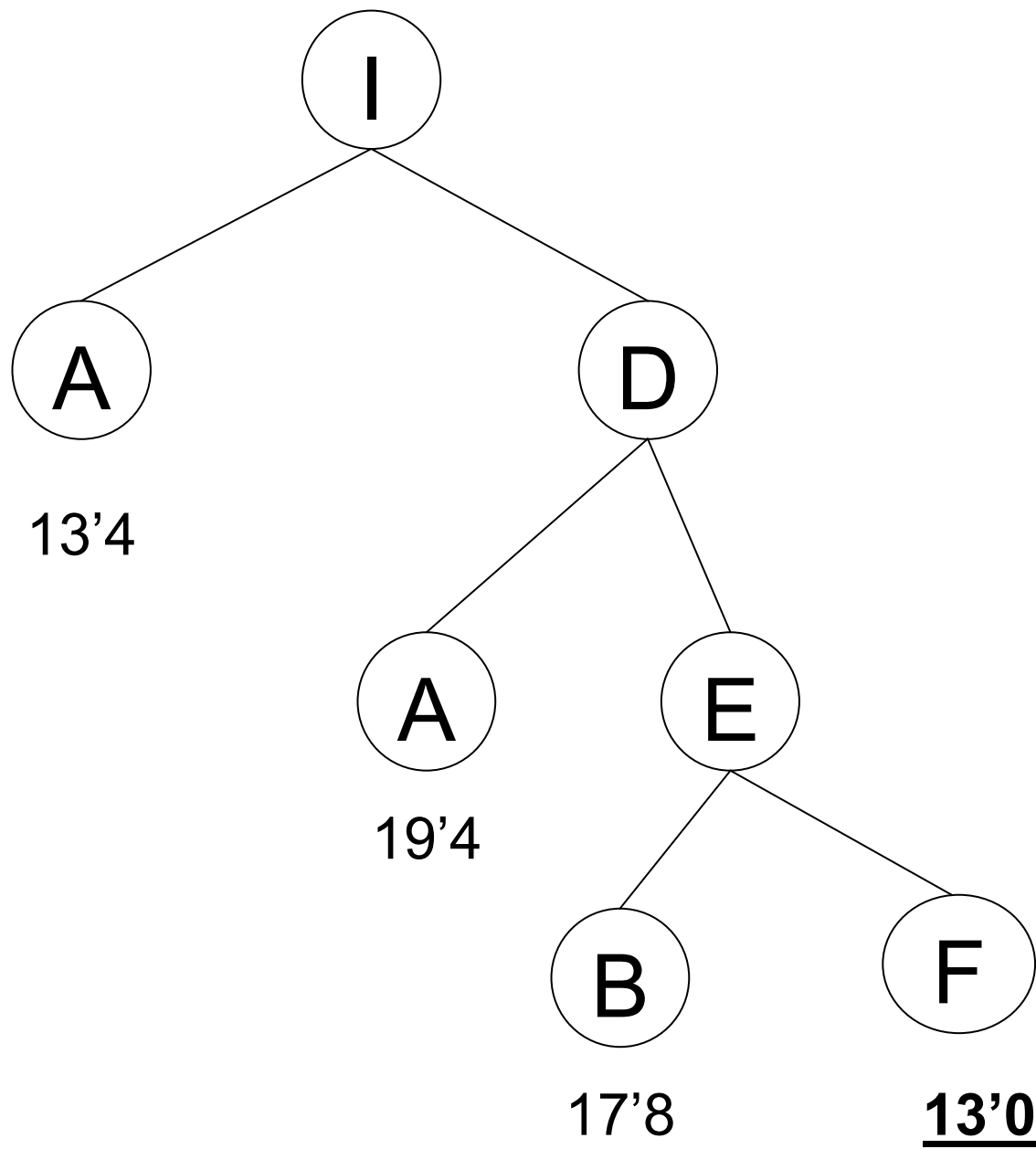


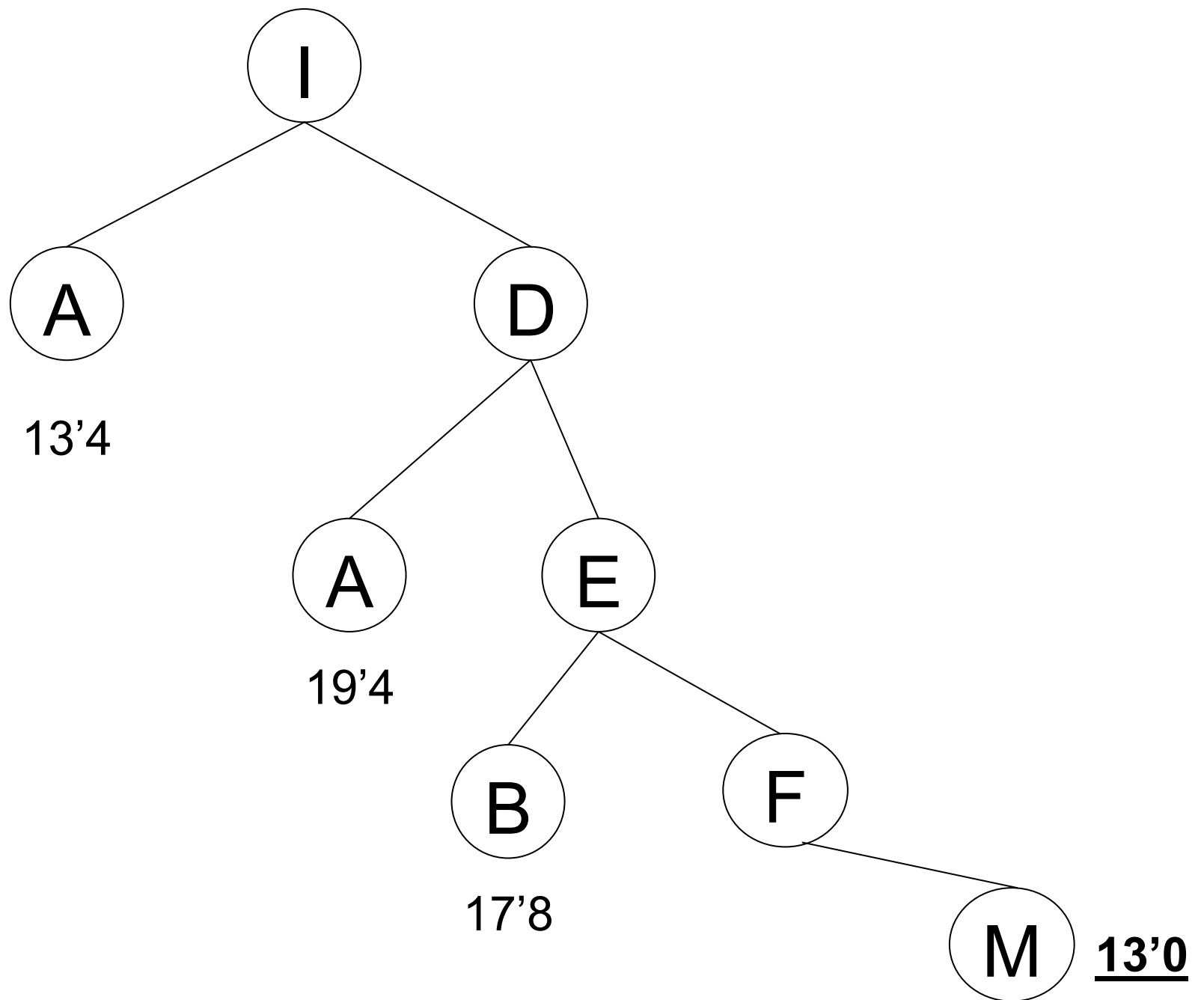


ALGUNAS VECES, PUEDE MEJORARSE  
LA BÚSQUEDA DE AMPLITUD Y  
PROFUNDIDAD, REALIZANDO UNA  
ESTIMACIÓN SOBRE LAS DISTANCIAS  
RESTANTES Y TENIENDO DATOS DE LAS  
DISTANCIAS YA ACUMULADAS

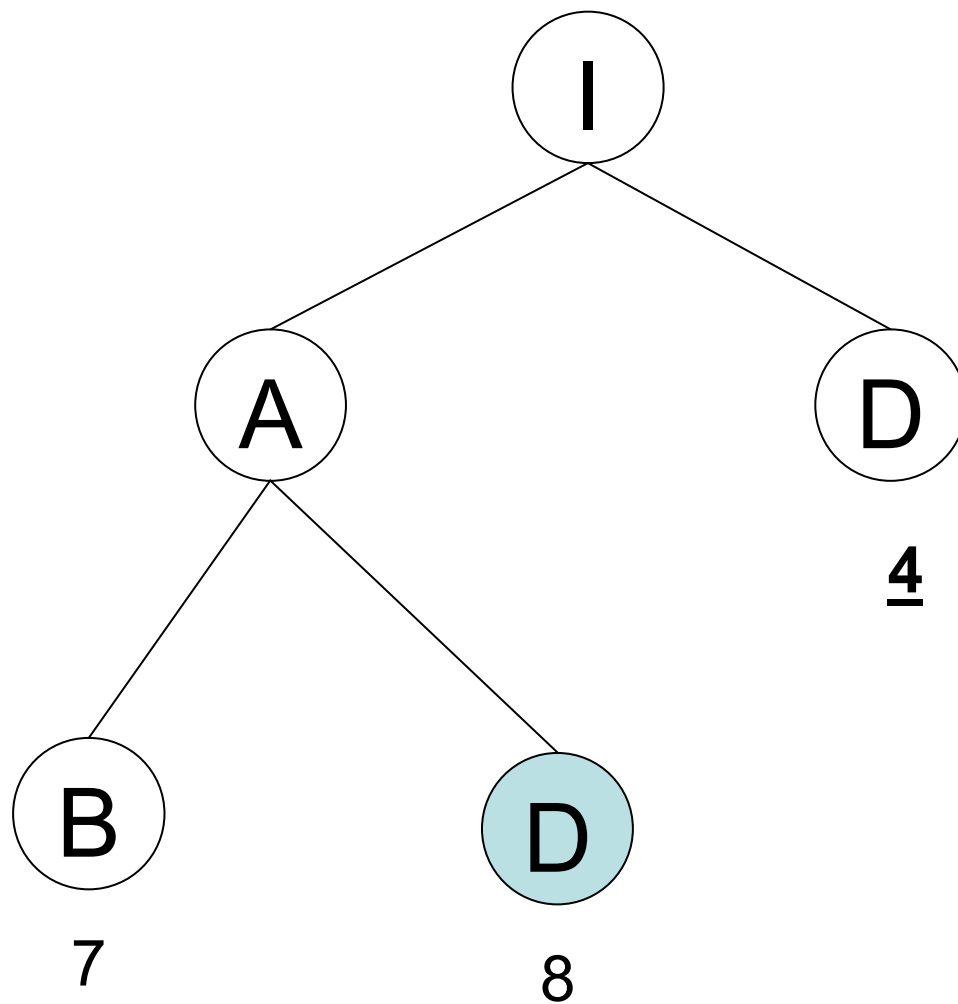
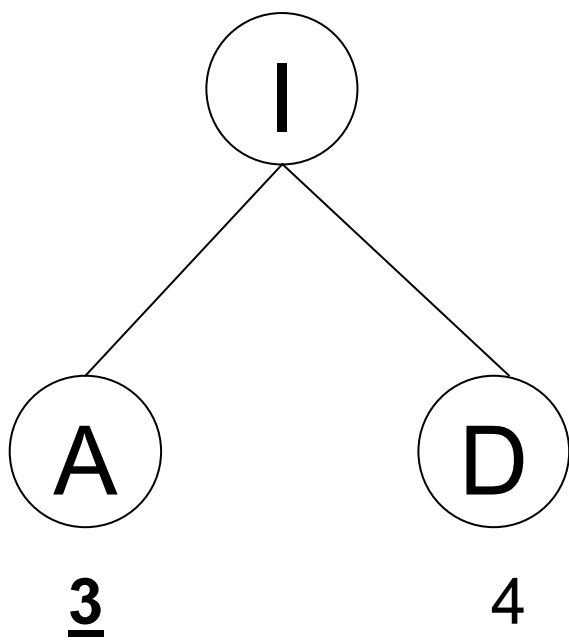
En el ejemplo del mapa anterior

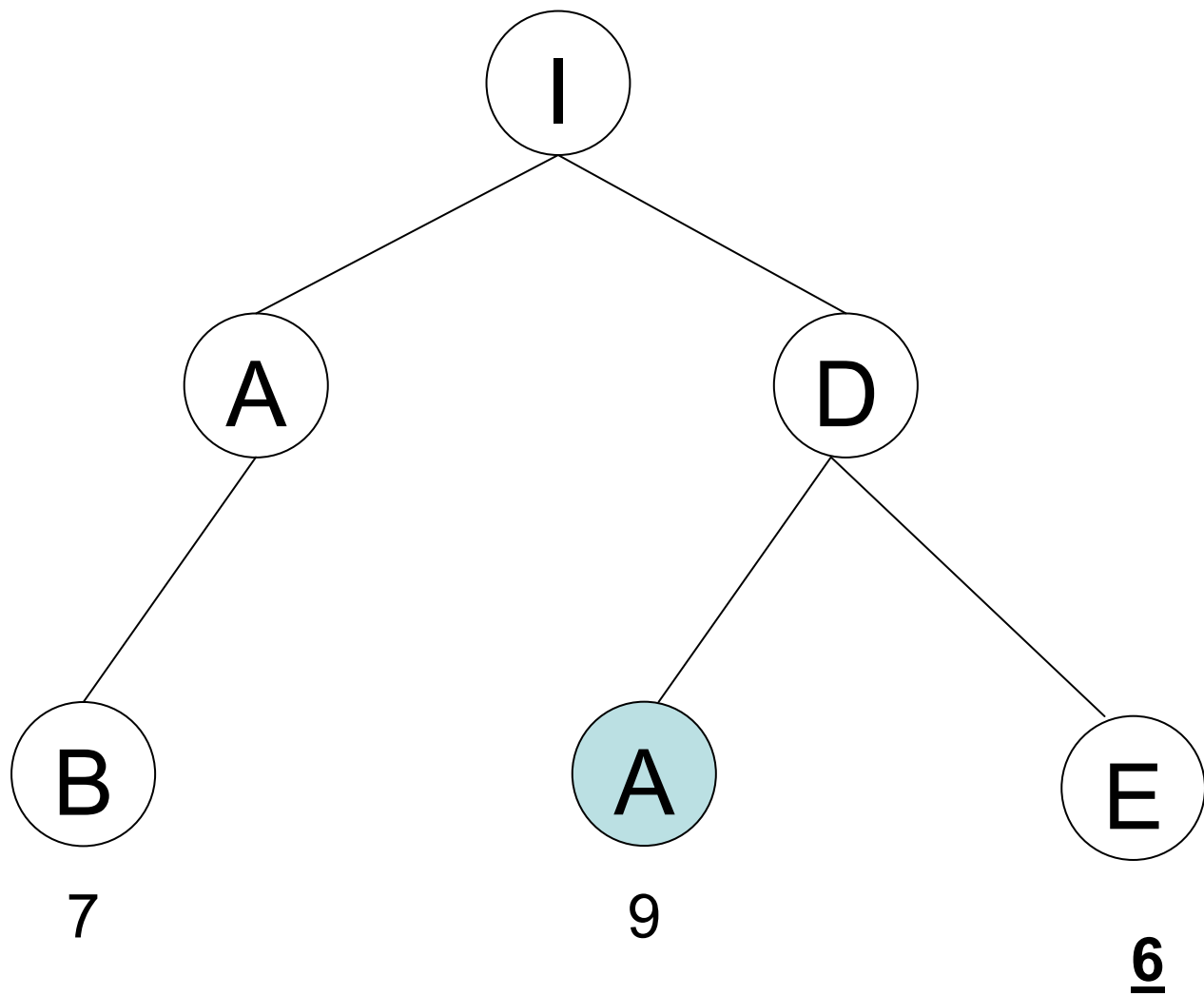


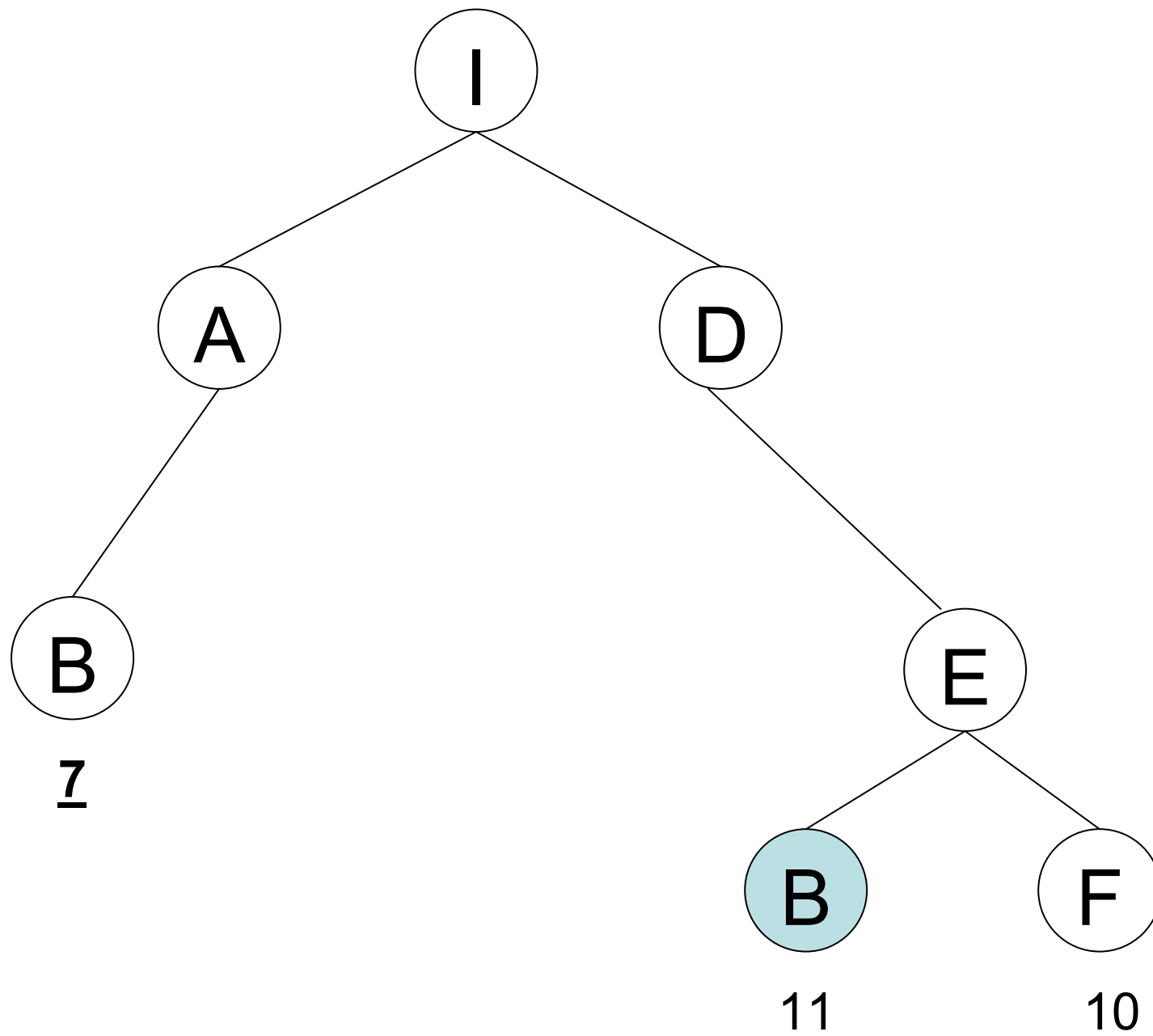




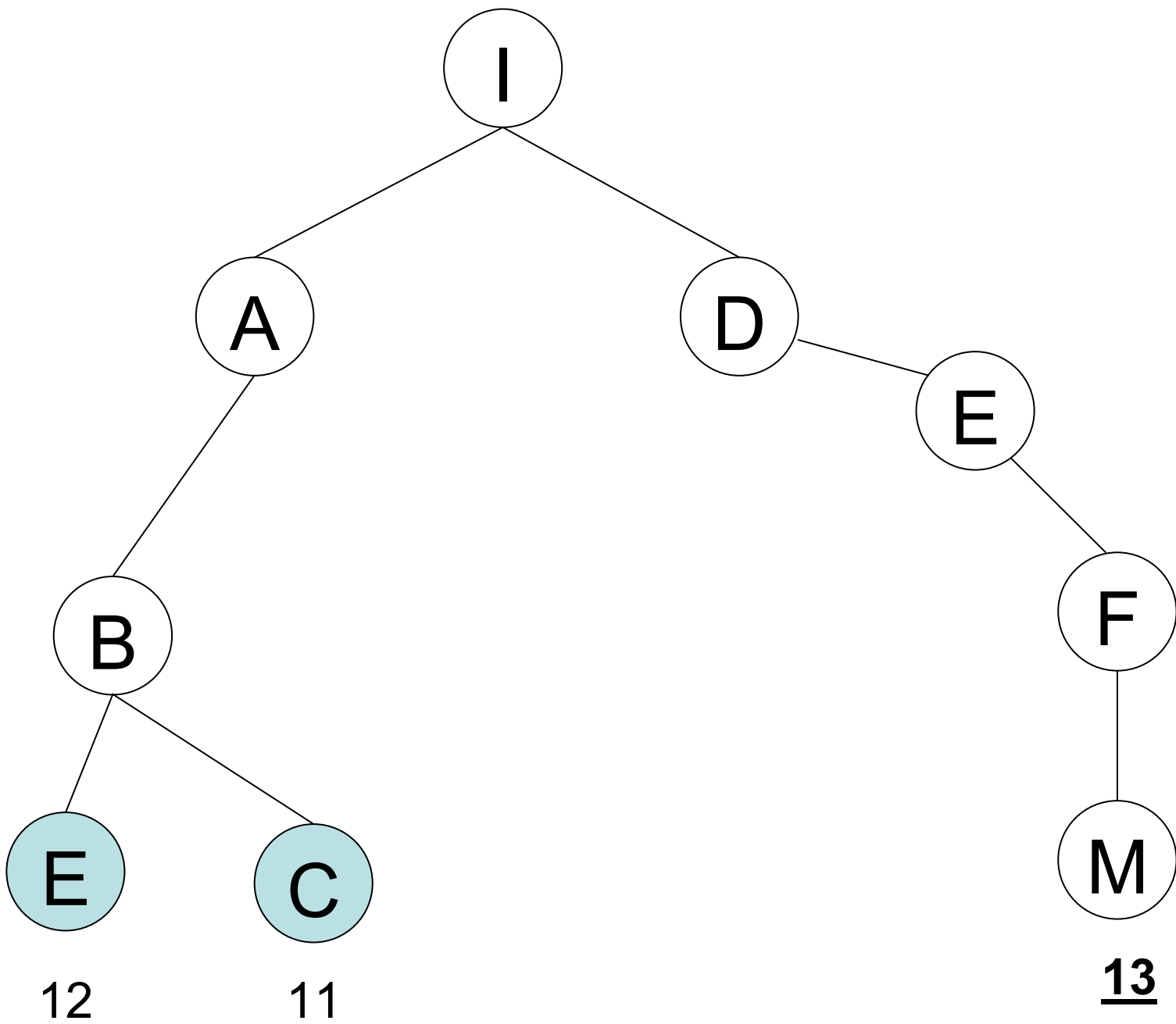
EXISTE OTRA FORMA DE PERFECCIONAR LA BÚSQUEDA DE AMPLITUD Y PROFUNDIDAD, POR EJEMPLO EN EL MAPA DE CARRETERAS, SERÍA (no contemplando aquellos nodos que aparecen con mayor valor del que tienen ese nodo en el árbol):











# PROCEDIMIENTO GENERAL DE BÚSQUEDA EN GRAFOS

1. CREAR UN GRAFO DE BÚSQUEDA CONSISTENTE ÚNICAMENTE DEL NODO INICIAL
2. CREAR LA LISTA CERRADA QUE INICIALMENTE ESTARA VACIA

# PROCEDIMIENTO GENERAL DE BÚSQUEDA EN GRAFOS

3. SI LA LISTA ABIERTA ESTA VACIA,  
SALIR CON FRACASO

4. SELECCIONAR EL PRIMER NODO DE  
LA LISTA ABIERTA Y PASARLO A LA  
LISTA CERRADA, LLAMANDOLO  $n$

# PROCEDIMIENTO GENERAL DE BÚSQUEDA EN GRAFOS

5. SI  $n$  ES UN NODO META TERMINAR  
OBTENIENDO LA SOLUCIÓN A TRAVÉS  
DE LOS PUNTEROS DESDE  $n$  HASTA EL  
NODO INICIAL

6. EXPANDIR  $n$  GENERANDO EL  
CONJUNTO  $m$  DE SUS SUCESORES  
QUE NO SON ANTECEDORES DE  $n$

# PROCEDIMIENTO GENERAL DE BÚSQUEDA EN GRAFOS

7. PONER UN PUNTERO HACIA  $n$  DESDE  
AQUELLOS ELEMENTOS DE  $m$  QUE NO  
ESTUVIESEN ANTERIORMENTE EN EL  
GRAFO AÑADIRLOS A ABIERTA

# PROCEDIMIENTO GENERAL DE BÚSQUEDA EN GRAFOS

PARA CADA ELEMENTO DE  $m$  QUE  
ESTUVIESE ANTERIORMENTE EN  
ABIERTA O EN CERRADA, DECIDIR SI SE  
REDIRIGE O NO SU PUNTERO HACIA  $n$

# PROCEDIMIENTO GENERAL DE BÚSQUEDA EN GRAFOS

PARA CADA ELEMENTO DE  $m$  QUE  
ESTUVIESE ANTERIORMENTE EN  
CERRADA, DECIDIR PARA CADA UNO  
DE SUS DESCENDIENTES SI SE  
REDIRIGEN O NO SUS PUNTEROS

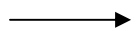
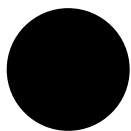
# PROCEDIMIENTO GENERAL DE BÚSQUEDA EN GRAFOS

8. REORDENAR LA LISTA ABIERTA DE  
ACUERDO A UN ESQUEMA ARBITRARIO  
O A UN MÉRITO HEURÍSTICO

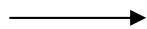
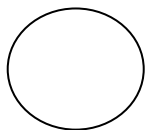
9. IR A 3



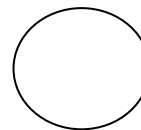
# EJEMPLO:



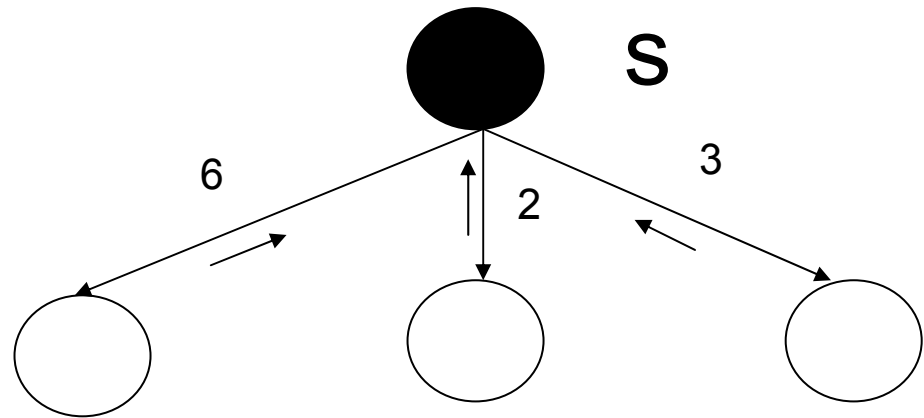
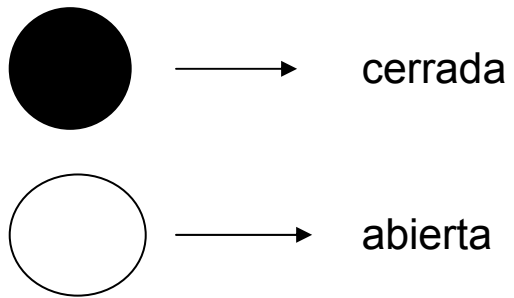
cerrada

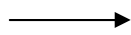
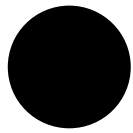


abierta

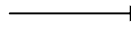
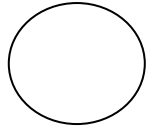


**S**

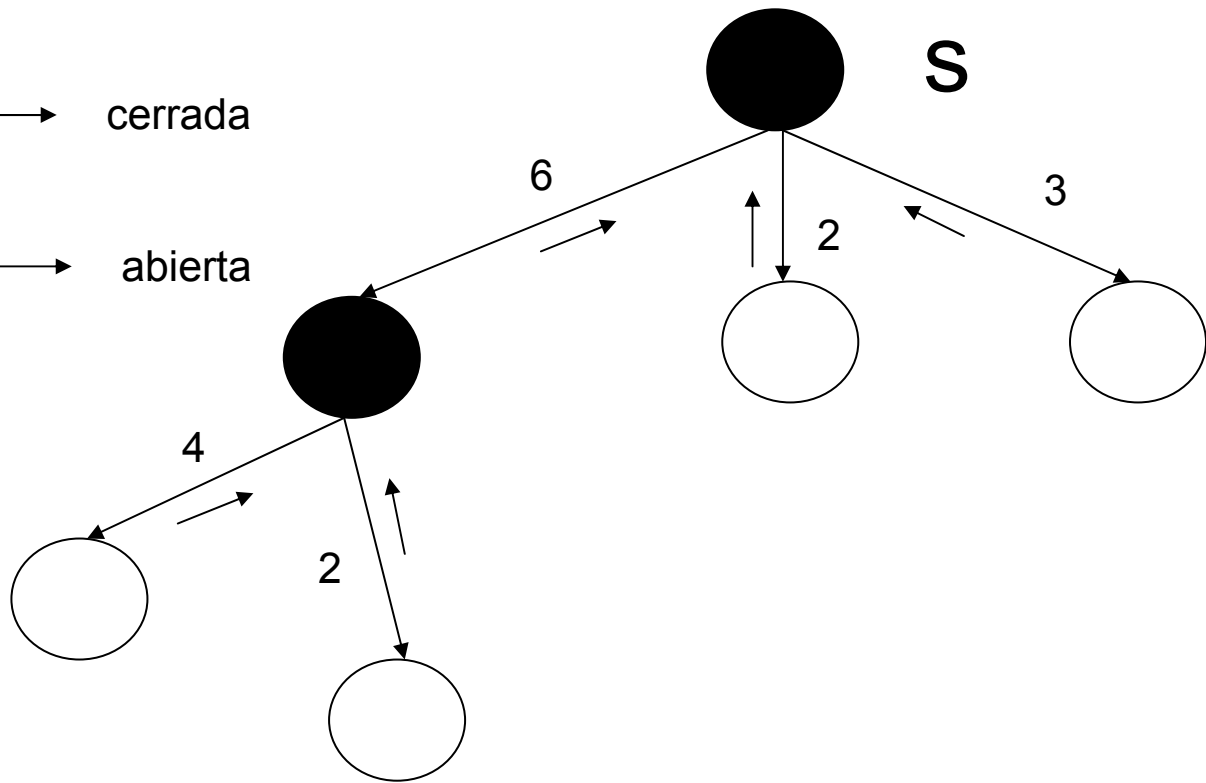


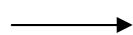
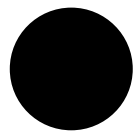


cerrada

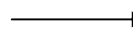
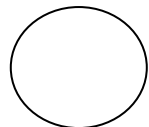


abierta

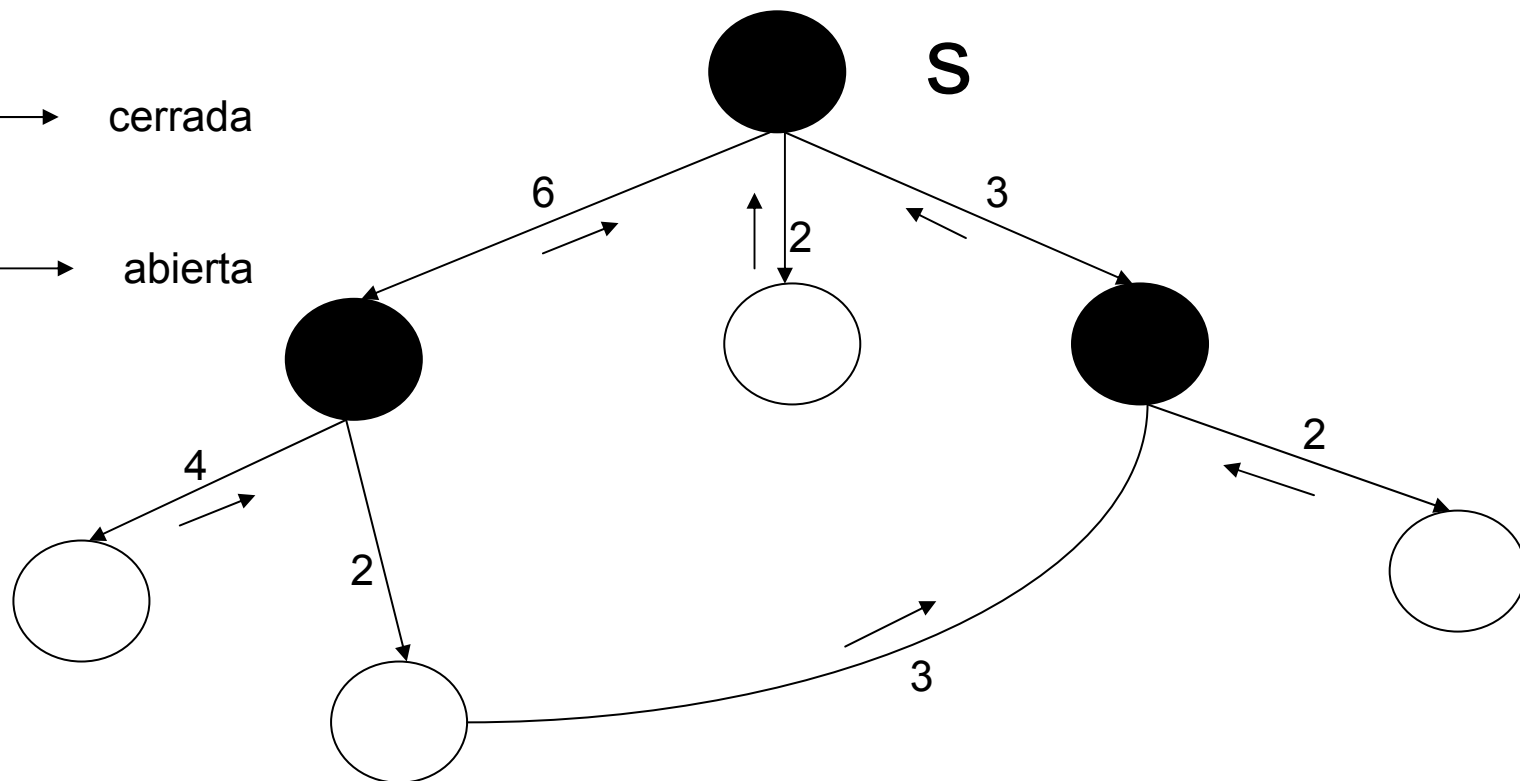


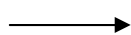
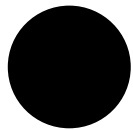


cerrada

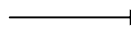
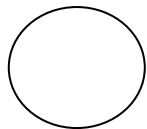


abierta

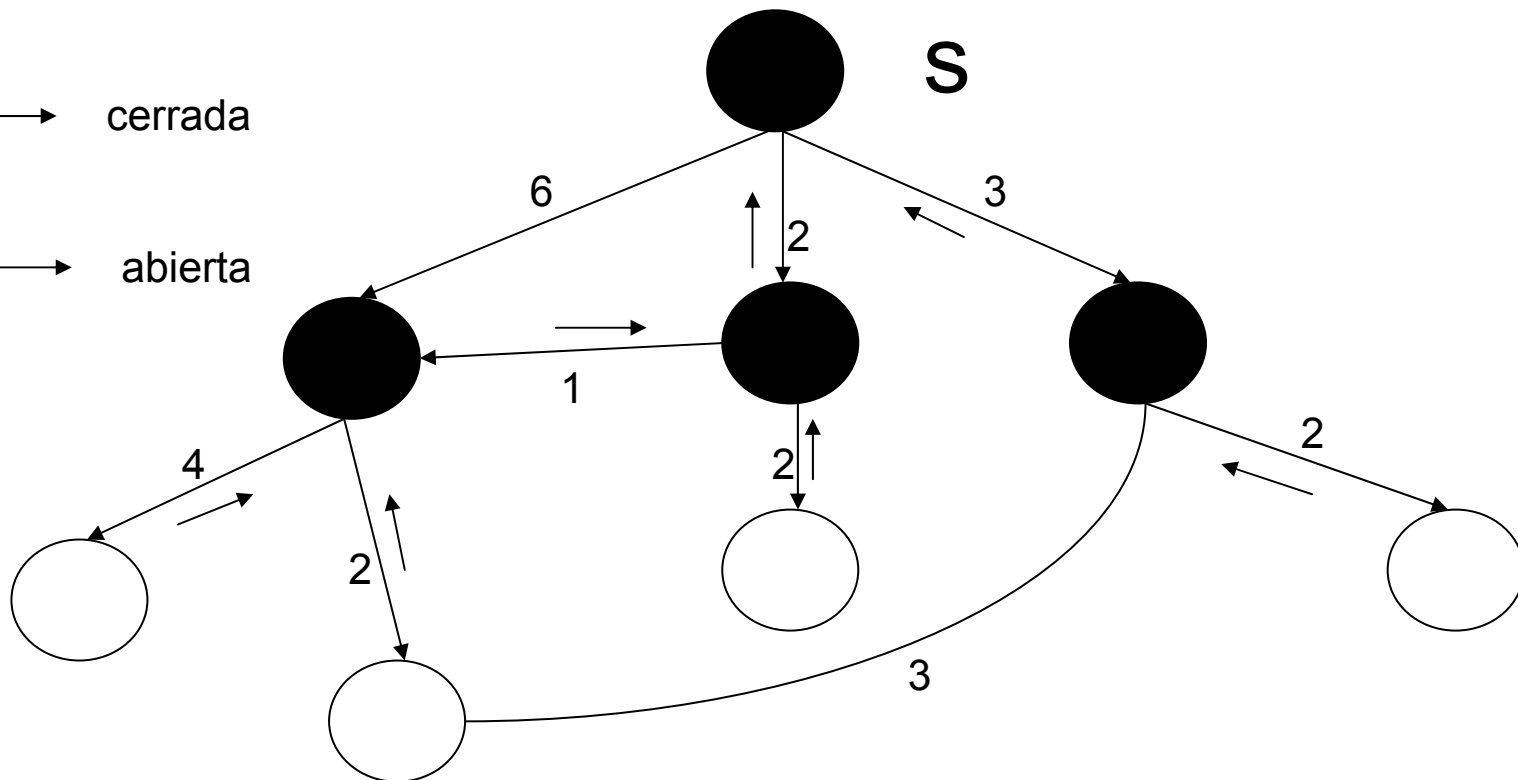




cerrada

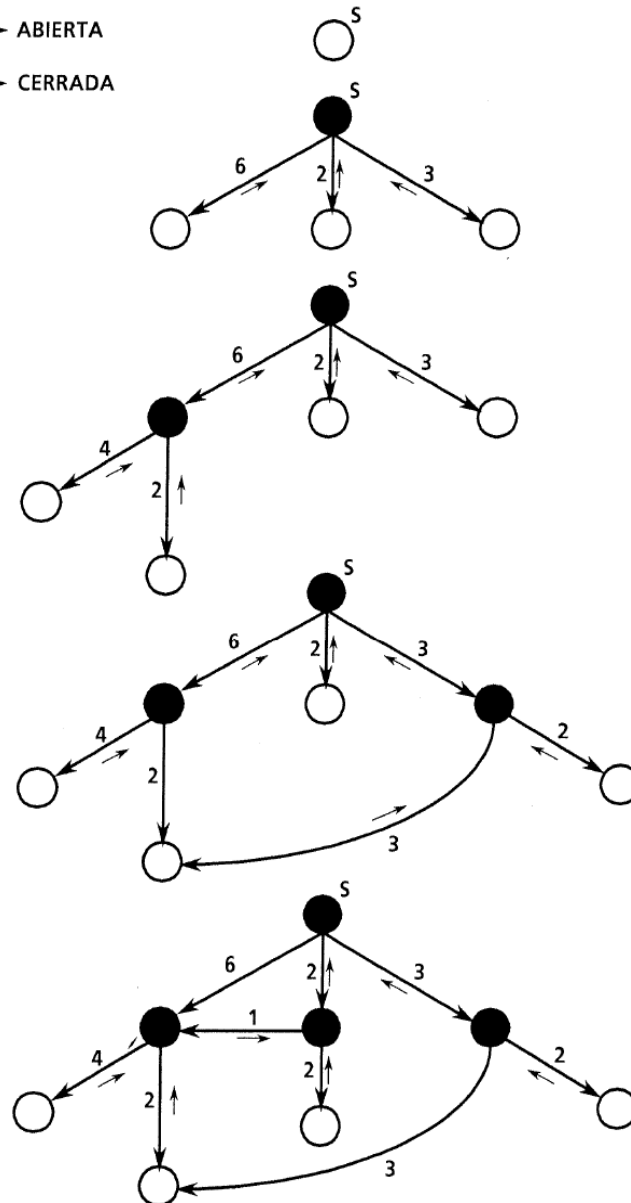


abierta



# EJEMPLO:

○ → ABIERTA  
● → CERRADA



En el primer instante se ha creado el nodo inicial representado en la lista cerrada por su núcleo en blanco, al pasarlo a cerrada se ha puesto su núcleo en negro, se ha desarrollado aleatoriamente uno de los nodos (al lado de cada arco figura su coste de acceso) y se han colocado los direccionadores a su antecesor, a continuación se ha desarrollado otro nodo (aleatoriamente) y se han añadido al grafo sus dos descendientes (que son nuevos), nuevo

desarrollo de otro nodo el cual, en este caso, genera dos descendientes, uno nuevo y otro viejo (esta en la lista abierta), para este último se estudia si se redirige o no su puntero, resultando que si, a continuación otro nodo de abierta es desarrollado y genera un sucesor nuevo y otro viejo (este esta en cerrada) por lo que es necesario decidir si se regirige su puntero y los de sus descendientes



# EL MEJOR PRIMERO

EN ESTE PROCEDIMIENTO SE ESCOGE PARA SU DESARROLLO EL NODO MAS PROMETEDOR, PARA ELLO ES NECESARIO ASIGNAR A CADA NODO DEL ARBOL UN VALOR EN BASE A UNA FUNCIÓN HEURÍSTICA

# ALGORITMO A

EL ALGORITMO **A** ES EL PROCEDIMIENTO  
GENERAL DE BÚSQUEDA EN GRAFOS  
UTILIZANDO UNA FUNCIÓN PARA  
REALIZAR LA REORDENACIÓN DE LOS  
NODOS EN LA LISTA ABIERTA

# ALGORITMO A

$$f^*(n) = g^*(n) + h^*(n)$$

$f^*(n)$  ES EL COSTE REAL DE UN CAMINO ÓPTIMO DESDE EL NODO INICIAL **s** A UN NODO META, RESTRINGIDO A QUE DICHO NODO PASE POR EL NODO **n**

# ALGORITMO A

SE DEFINE UNA FUNCIÓN  $f$  QUE SEA UN ESTIMADOR DE  $f^*$  DE LA SIGUIENTE FORMA:

$$f(n) = g(n) + h(n)$$

$g$  ES UN ESTIMADOR DE  $g^*$

$h$  ES UN ESTIAMDOR DE  $h^*$

# ALGORITMO A

$g$  SE DEFINE COMO EL COSTE DEL CAMINO QUE VA DESDE EL NODO INICIAL  $s$  AL NODO  $n$  EN EL ARBOL DE BÚSQUEDA, ESTE CAMINO ES EL DE COSTE MÁS BAJO ENCONTRADO HASTA EL MOMENTO

$h$  ES UNA FUNCIÓN HEURÍSTICA

# ALGORITMO A

EL ALGORÍTMO **A** SELECCIONA PARA SER EXPANDIDO EL NODO EN ABIERTA QUE TIENE UN VALOR MÁS PEQUEÑO DE LA FUNCIÓN **f**

# ALGORITMO $A^*$

SI  $h(n)$  ES MENOR O IGUAL QUE  $h^*(n)$   
PARA TODO  $n$  ENTONCES EL  
ALGORITMO **A** SE LLAMA  **$A^*$**

# PROPIEDADES DE A\*

A) COMPLETUD. Un algoritmo es completo si termina con una solución si ésta existe



# PROPIEDADES DE $A^*$

B) ADMISIBILIDAD. Un algoritmo es admisible si asegura encontrar una solución óptima, si esta existe.  
 $A^*$  es admisible

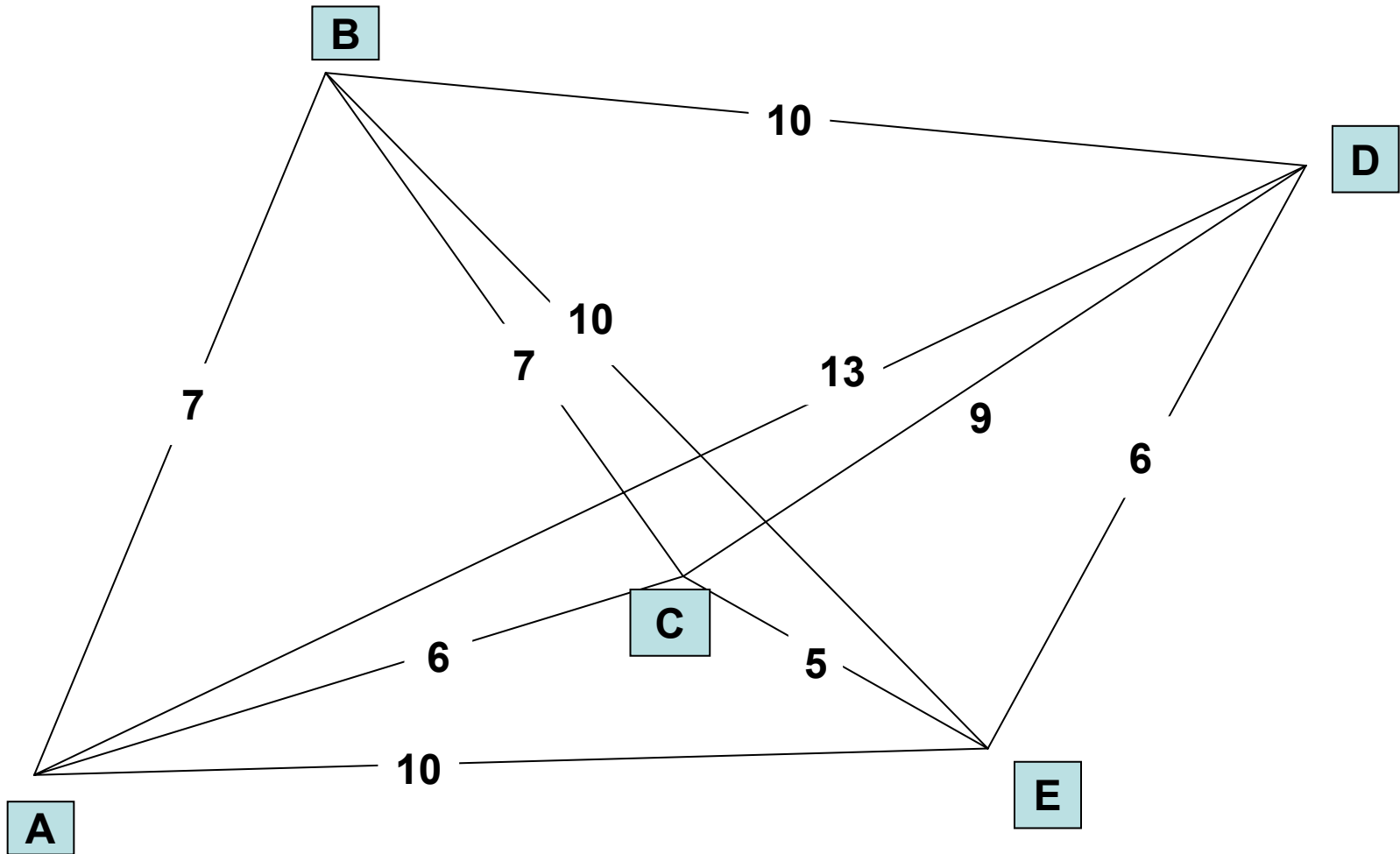
# PROPIEDADES DE A\*

C) EFICIENCIA. Un algoritmo A1 es más eficiente que otro A2 si A1 está más informado que A2, así cada nodo desarrollado por A1 también es desarrollado por A2. A2 desarrolla, al menos tantos nodos como A1

# PROPIEDADES DE A\*

D) OPTIMIDAD. Un procedimiento es óptimo, dentro de un conjunto de procedimientos, si es más eficiente que todos los elementos de dicho conjunto

# ALGORITMO A\*



# ALGORÍTMO A\*

Un vendedor tiene que visitar cada una de las cinco ciudades de la figura anterior, una sola vez cada una, a excepción de la ciudad de partida que es A a la que tenemos que regresar después de haber visitado el resto de las ciudades

# ALGORÍTMO A\*

Desarrollar un Sistema de Producción que resuelva el ejercicio anterior, usando el algoritmo A\* para resolver el conjunto conflicto, como estrategia de control.

# ALGORÍTMO A\*

## BASE DE HECHOS

La ciudad A

# ALGORÍTMO A\*

## BASE DE REGLAS

R1.  $\sim(\$B\$) \rightarrow (\$B)$

R2.  $\sim(\$C\$) \rightarrow (\$C)$

R3.  $\sim(\$D\$) \rightarrow (\$D)$

R4.  $\sim(\$E\$) \rightarrow (\$E)$

R5.  $(\$B\$), (\$C\$), (\$D\$), (\$E\$), \sim(A\$A) \rightarrow (\$A)$

R6.  $(A\$A) \rightarrow \text{FIN}$



# ALGORÍTMO A\*

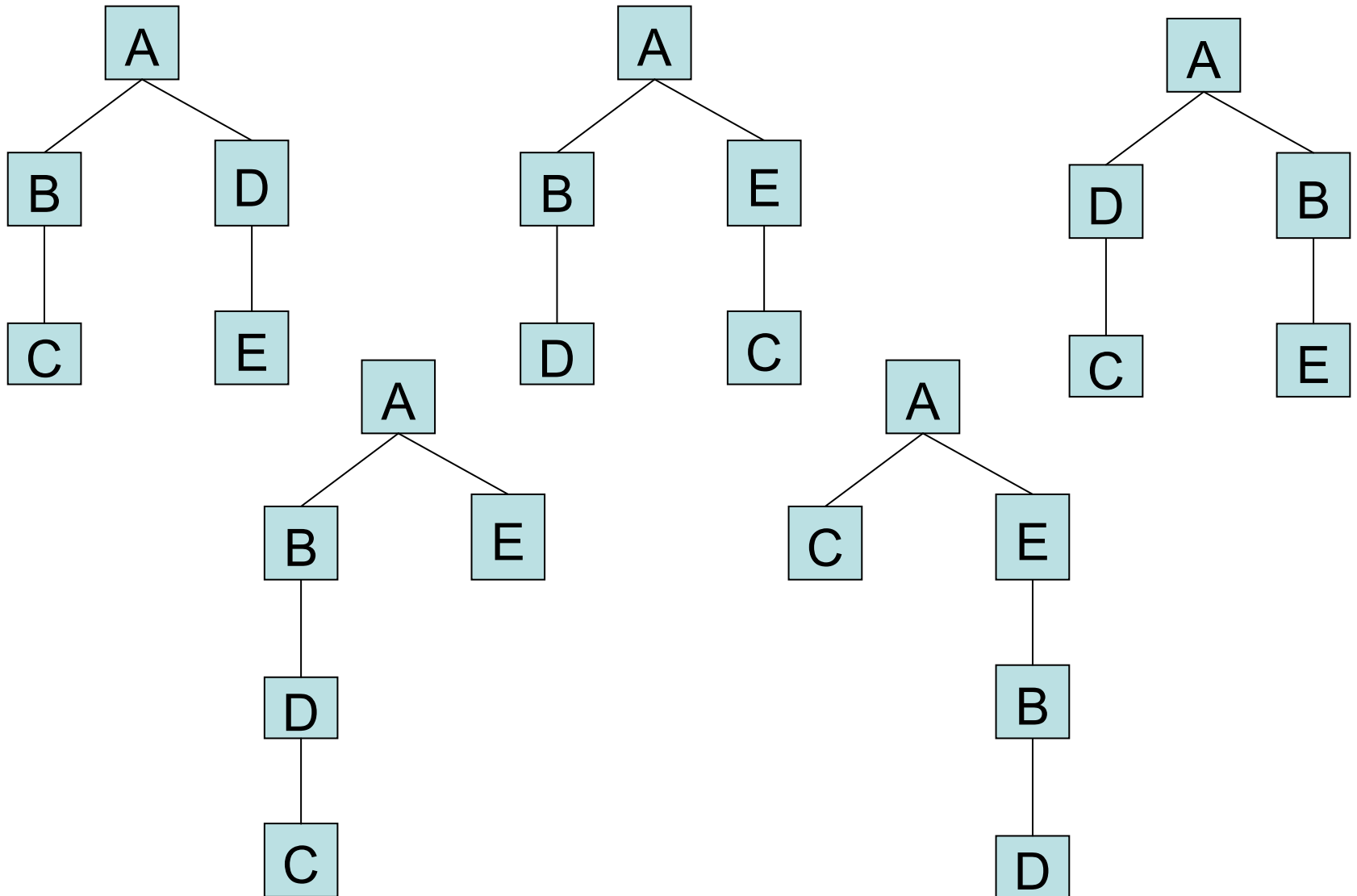
CADA VEZ QUE TENGAMOS QUE  
RESOLVER EL CONJUNTO  
CONFLICTO LO HAREMOS A  
TRAVÉS DEL ARBOL DE MÁXIMO  
ALCANCE

# ALGORÍTMO A\*

EL ARBOL DE MÁXIMO ALCANCE CONSISTE EN PARTIENDO DEL NODO **A** CREAR UN ARBOL, DE COSTE MÍNIMO, QUE VISITE TODOS LOS NODOS (NO SE CONTEMPLAN LAS CIUDADES QUE SE ENCUENTRAN EN EL CAMINO RECORRIDO, A EXCEPCIÓN DEL NODO FINAL (HOJA) DE ESE CAMINO), Y QUE UNO DE SUS NODOS HOJA SEA EL ÚLTIMO NODO DEL CAMINO RECORRIDO

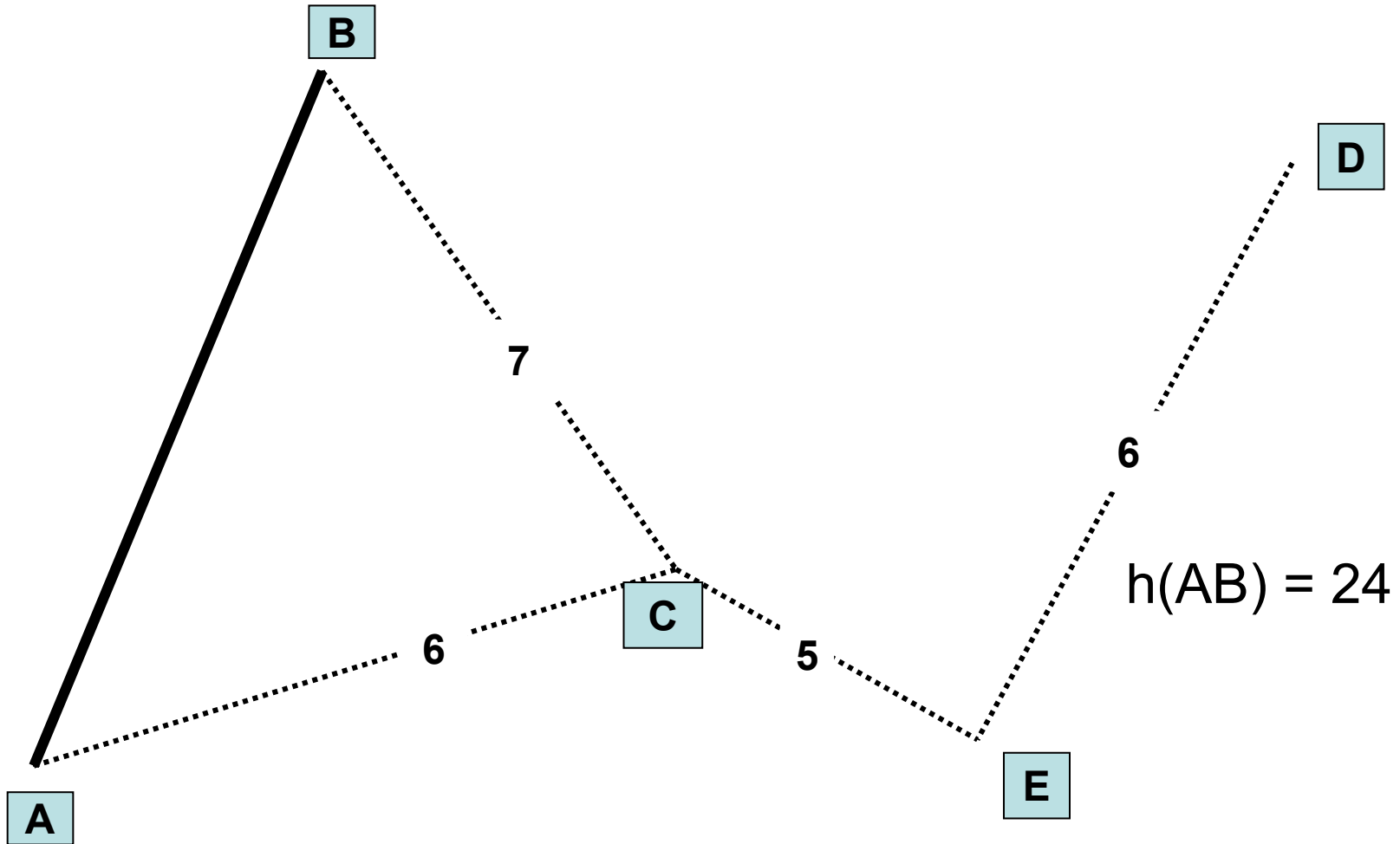
Por ejemplo si decidiéramos visitar C, en el primer instante, algunos de los árboles que cumplen la condición de máximo alcance son:

# ALGORÍTMO A\*

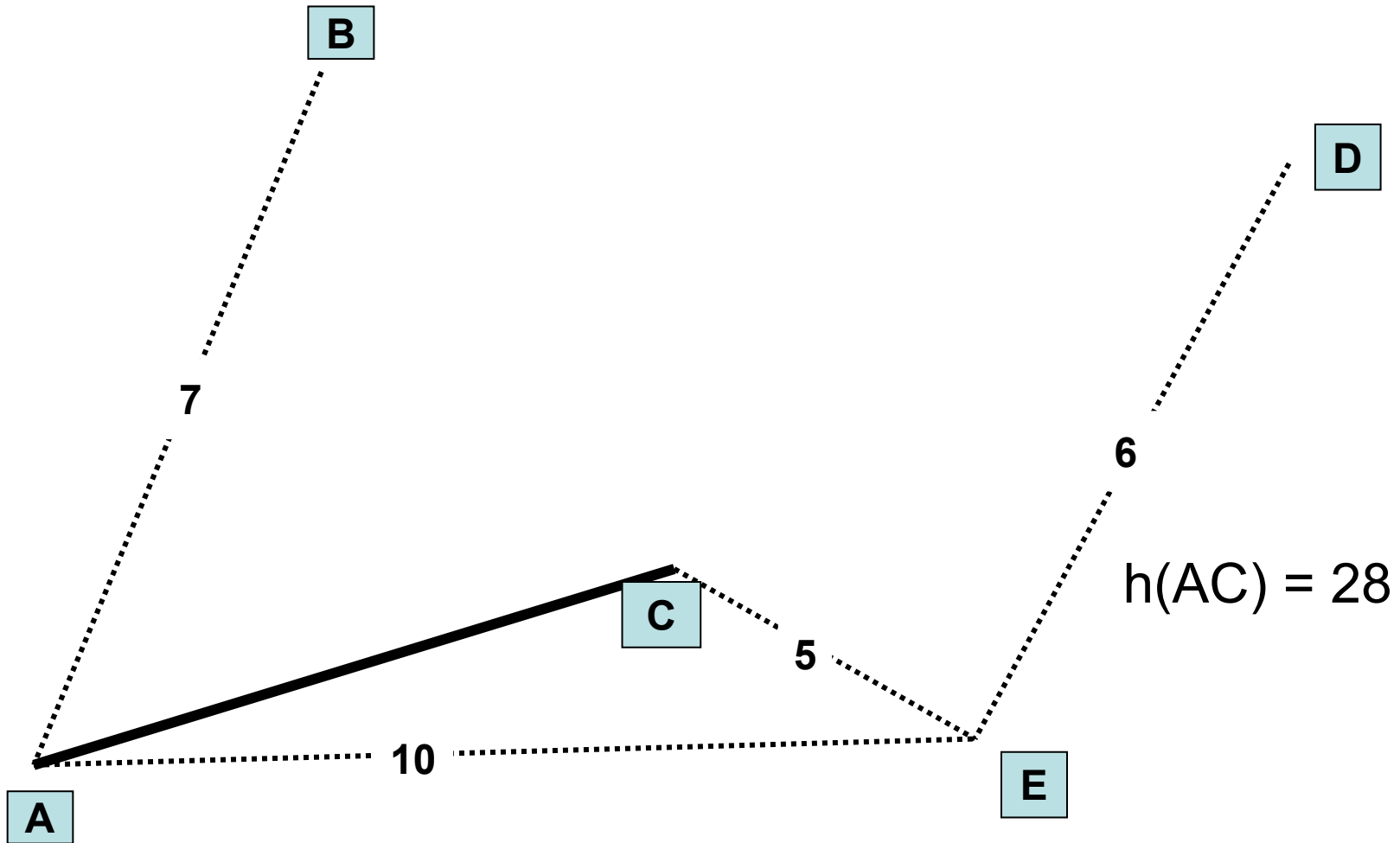


Los árboles de máximo alcance para cada una de las posibilidades existentes son:

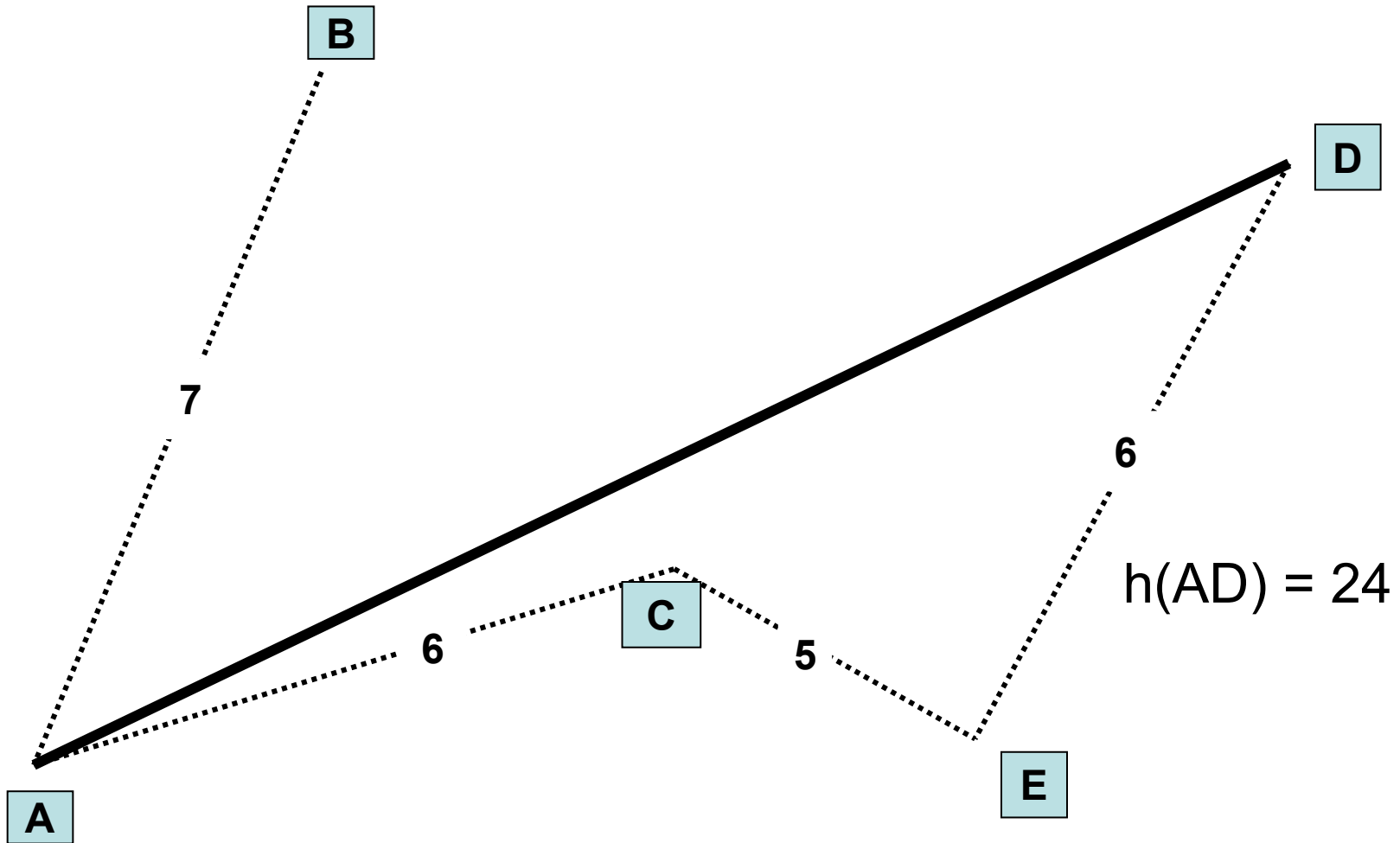
# ALGORITMO A\*



# ALGORITMO A\*

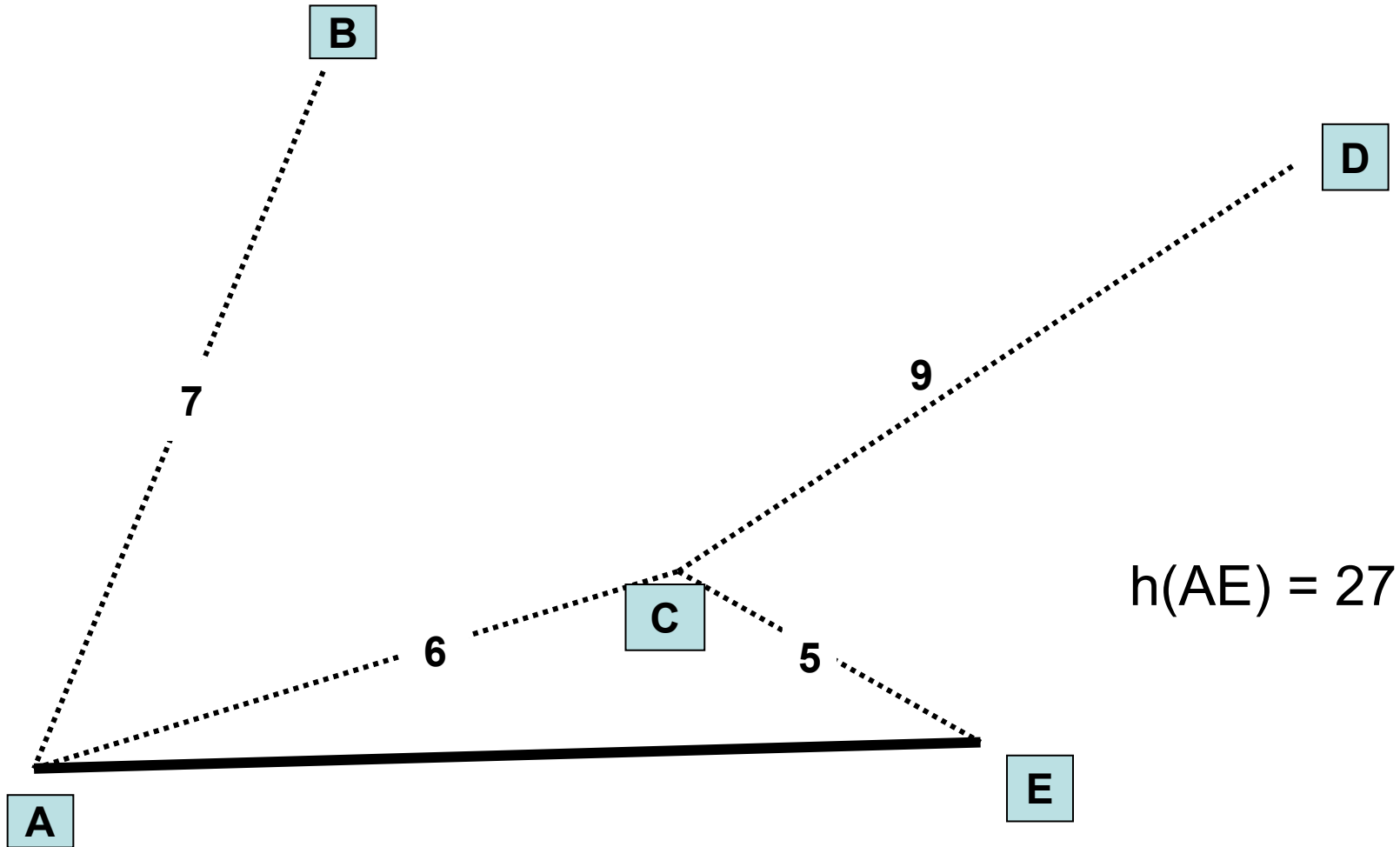


# ALGORITMO A\*





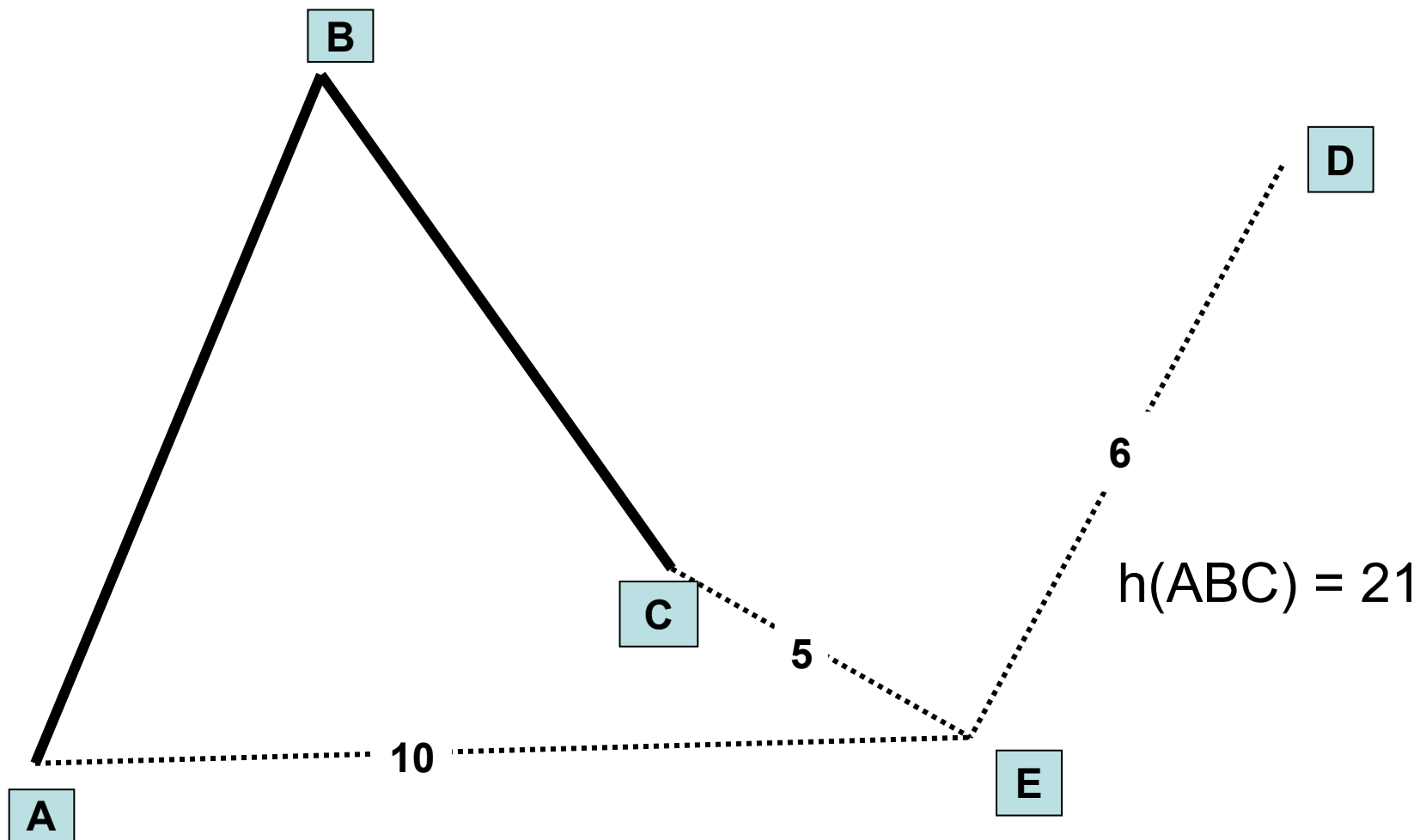
# ALGORITMO A\*



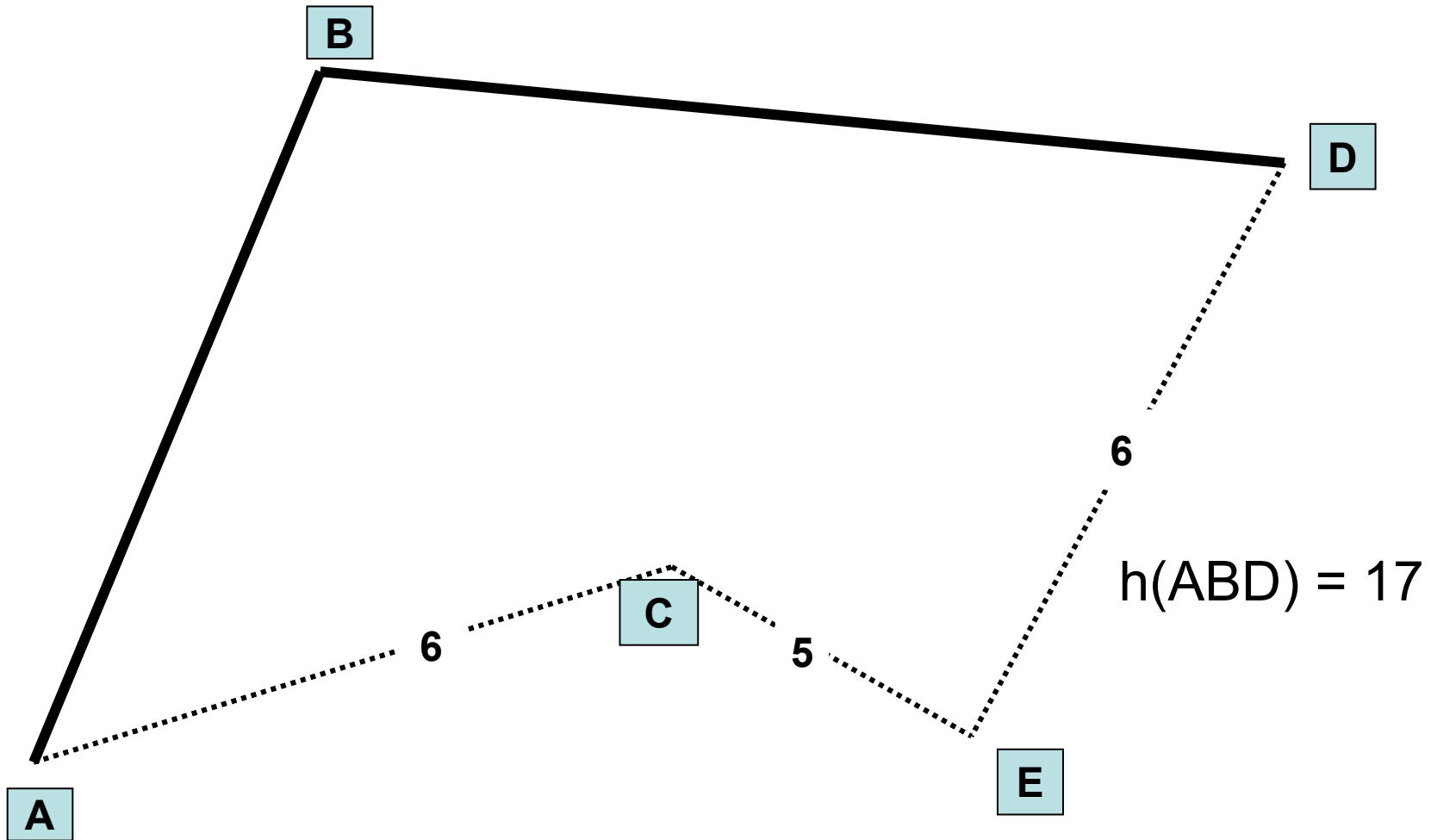
Sumando los valores encontrados ( $h$ ) al coste de  $g$ , escogemos el de menor coste que, corresponde al desplazamiento **AB**

Ahora volvemos a calcular el árbol de máximo alcance para el resto de posibilidades que nos quedan

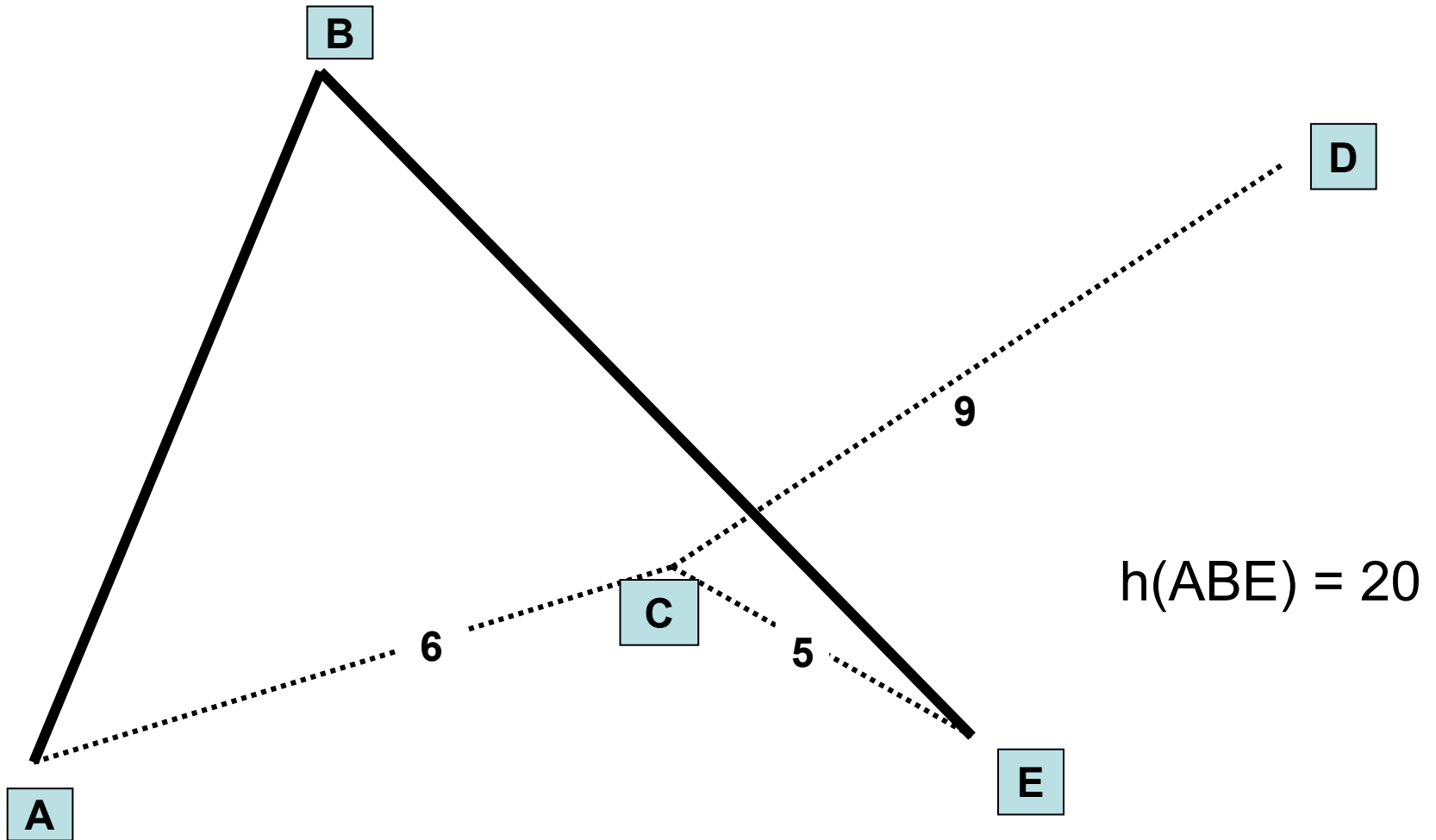
# ALGORITMO A\*



# ALGORITMO A\*



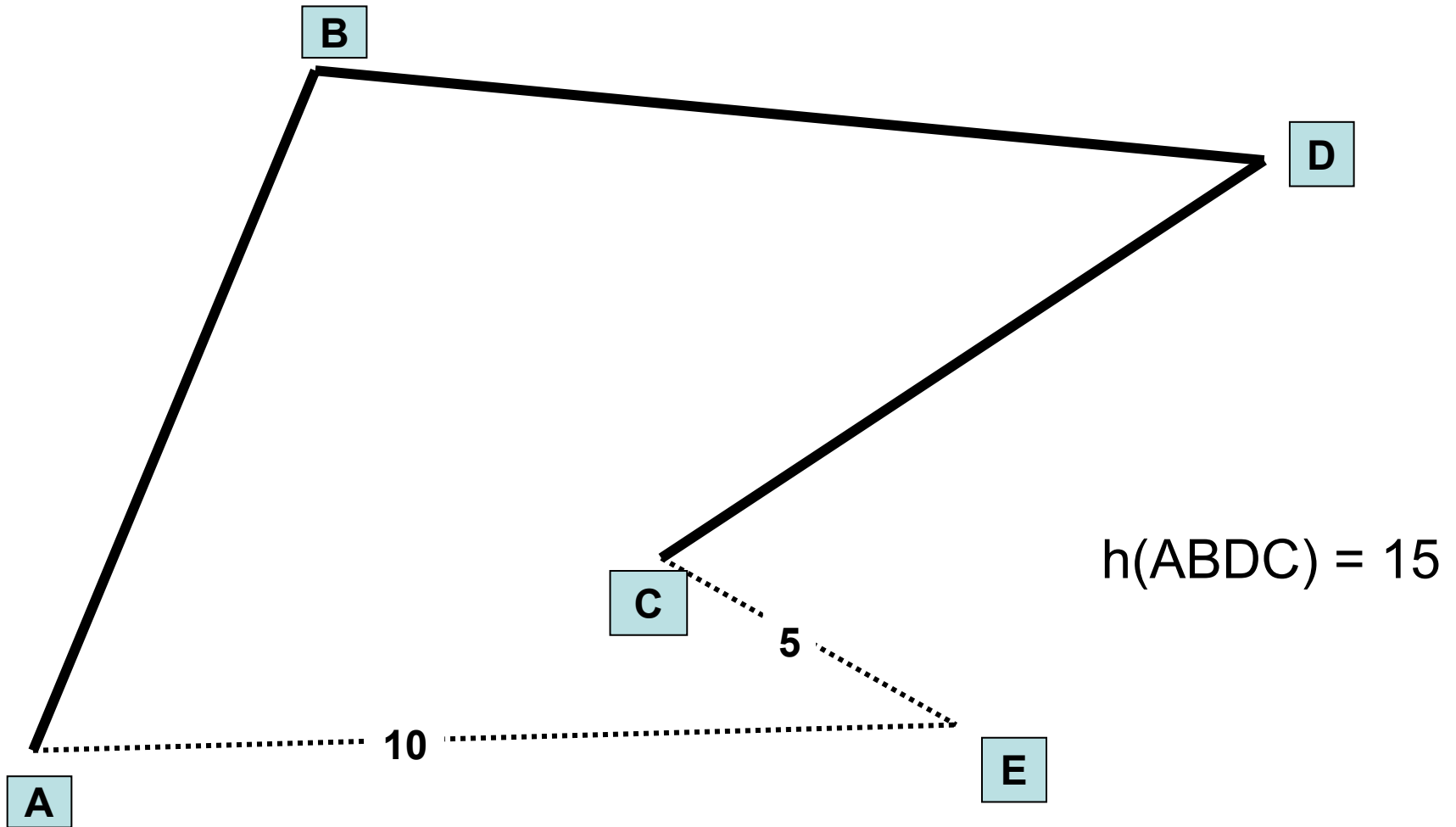
# ALGORITMO A\*



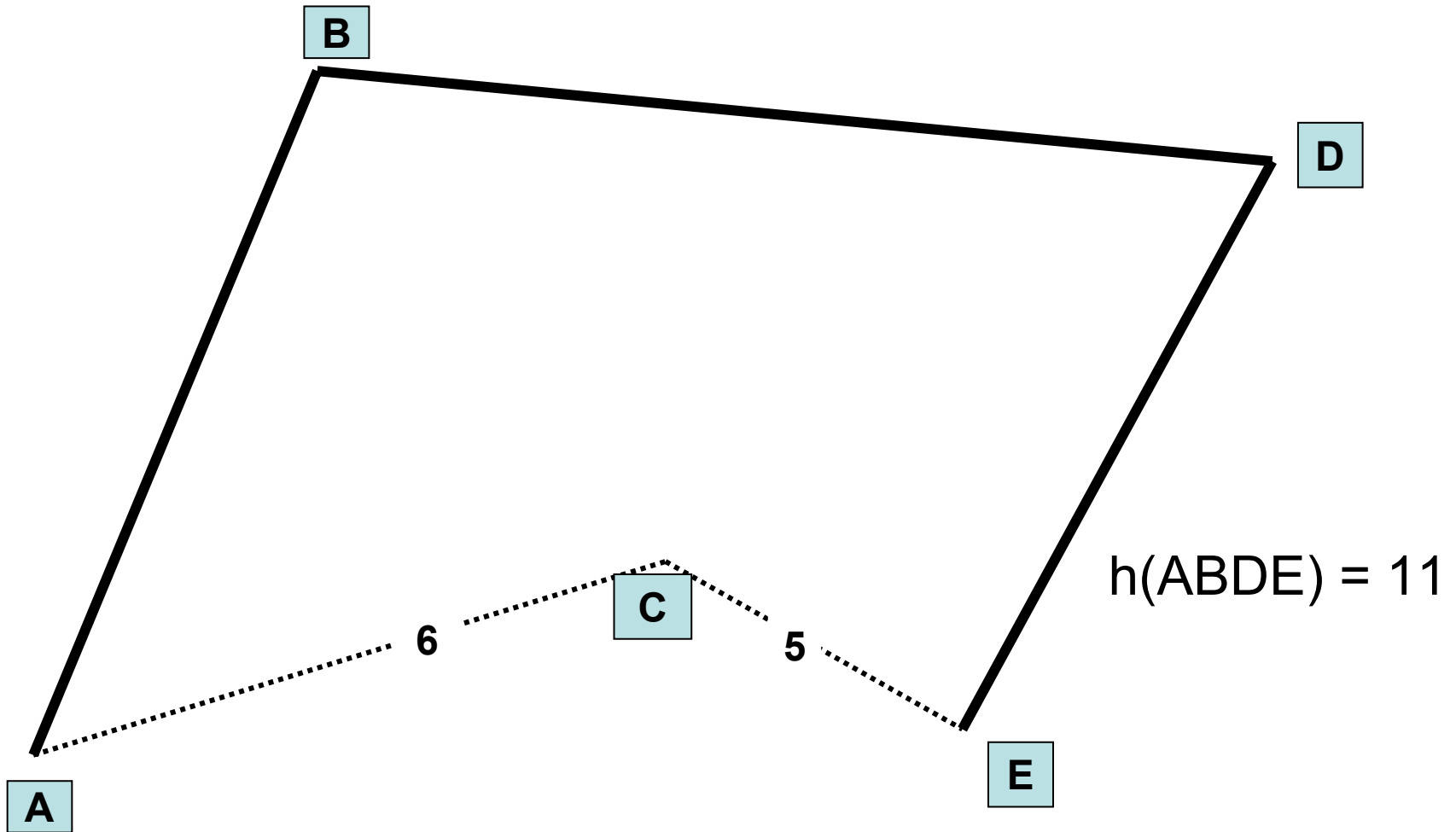
Sumando los valores encontrados ( $h$ ) al coste de  $g$ , escogemos el de menor coste que, corresponde al desplazamiento **ABD**

Ahora volvemos a calcular el árbol de máximo alcance para el resto de posibilidades que nos quedan

# ALGORITMO A\*



# ALGORITMO A\*





Sumando los valores encontrados (h) al coste de g, escogemos el de menor coste que, corresponde al desplazamiento **ABDE**

Ya no queda otra posibilidad que visitar la ciudad **C** antes de volver a la ciudad inicial **A**

# PROFUNDIZACIÓN ITERATIVA

CONSISTE EN REALIZAR SUCEсивAS  
BÚSQUEDAS, PRIMERO EN  
PROFUNDIDAD, AUMENTANDO EN  
CADA PASO LA PROFUNDIDAD  
LÍMITE, HASTA QUE SE ENCUENTRE  
EL NODO OBJETIVO

# PROFUNDIZACIÓN ITERATIVA A\* (IDA\*)

CONSISTE EN UNA BÚSQUEDA EN PROFUNDIDAD MIENTRAS LA FUNCIÓN  $f$  DE LOS NODOS EXPANDIDOS SEA MENOR O IGUAL (SI SE ESTA MINIMIZANDO), O MAYOR O IGUAL (SI SE ESTA MAXIMIZANDO), DE UN UMBRAL ( $H$ )

# PROFUNDIZACIÓN ITERATIVA A\* (IDA\*)

EN LA PRIMERA BÚSQUEDA,  
ESTABLECEMOS EL UMBRAL (H)  
IGUAL A  $f(n) = g(n) + h(n) = h(n)$ ,  
DONDE  $n$  ES EL NODO INICIAL

# PROFUNDIZACIÓN ITERATIVA A\* (IDA\*)

EXPANDIMOS NODOS EN  
PROFUNDIDAD CON VUELTA ATRÁS  
SIEMPRE QUE EL VALOR  $f$  DE UN  
SUCESOR DE UN NODO EXPANDIDO  
EXCEDA DEL VALOR DEL UMBRAL ( $H$ )

# PROFUNDIZACIÓN ITERATIVA A\* (IDA\*)

SI ESTA BÚSQUEDA EN PROFUNDIDAD TERMINA EN UN NODO META, ES OBVIO QUE HEMOS ENCONTRADO UN CAMINO DE COSTE MÍNIMO A LA META. EN OTRO CASO EL COSTE DE UN CAMINO ÓPTIMO DEBE SER MAYOR QUE EL VALOR DEL UMBRAL (H)

# PROFUNDIZACIÓN ITERATIVA A\* (IDA\*)

ASÍ, INCREMENTAMOS EL VALOR DEL UMBRAL (H) Y EMPEZAMOS DE NUEVO, ESTE VALOR (H) SERA EL MENOR DE LOS VALORES DE  $f$  PARA LOS NODOS VISITADOS (PERO NO EXPANDIDOS) EN EL PROCESO DE BÚSQUEDA, Y ASÍ SUCESIVAMENTE

# BIDA\*

SE REALIZA UNA BÚSQUEDA EN AMPLITUD DESDE EL NODO FINAL PARA LA CONSTITUCIÓN DE UN CONJUNTO DE NODOS DENOMINADO PERÍMETRO, DESPUES, UNA BÚSQUEDA HACIA DELANTE, A PARTIR DEL NODO INICIAL, QUE SE DETENDRÁ CUANDO SE ALCANCE ALGUNO DE LOS NODOS DEL PERÍMETRO



# BIDA\*

PARA LA CREACIÓN DEL PERÍMETRO SE CREA EL CONJUNTO  $A_d$  QUE CONTIENE TODOS LOS NODOS QUE ESTÁN A UNA DISTANCIA MENOR O IGUAL QUE  $d$  DEL NODO FINAL  $t$

# BIDA\*

EL PERÍMETRO  $P_d$  CONSISTE ENTONCES EN TODOS LOS NODOS DE  $A_d$  QUE TIENEN SUCESOES FUERA DE ÉL, ES DECIR, QUE SON DIRECTAMENTE ALCANZABLES DESDE OTROS NODOS QUE NO PERTENECEN AL CONJUNTO  $A_d$  (POR LO TANTO,  $P_d \subseteq A_d$ )

# BIDA\*

EVIDENTEMENTE, EL TAMAÑO DE  $P_d$  CRECE EXPONENCIALMENTE CON LA DISTANCIA  $d$ .

PARA CADA UNO DE LOS NODOS  $m$  DEL PERÍMETRO, SE ALMACENA SU DISTANCIA AL NODO FINAL  $h^*(m)$ , Y EL RECORRIDO ÓPTIMO HASTA ESE NODO  $m$ .

# BIDA\*

A CONTINUACIÓN SE REALIZA LA SEGUNDA BÚSQUEDA A PARTIR DEL NODO INICIAL  $s$ .

ESTA BÚSQUEDA PODRÍA REALIZARSE CON CUALQUIER ALGORÍTMO PERO EN EL BIDA\*, SERÁ EL IDA\* CON LA FUNCIÓN HEURÍSTICA

$$h_d(n) = \min_{m \in P_d} \{ h(n,m) + h^*(m,t) \}$$

Así la función que se aplica es:

$$f_d(n) = g(n) + h_d(n)$$

# ÁRBOLES ALTERNADOS

ESTOS ÁRBOLES SE APLICAN  
GENERALMENTE A JUEGOS DE  
ANTAGONISMO, EN LOS QUE CADA  
JUGADOR TIENE LA INFORMACIÓN  
TOTAL SOBRE EL JUEGO, NO  
EXISTIENDO EL AZAR

# ÁRBOLES ALTERNADOS

CADA NODO DE ESTOS ÁRBOLES REPRESENTA UNA POSICIÓN. LOS CONSECUENTES DE UN NODO PROPORCIONAN LAS POSICIONES A LAS QUE SE PUEDE ACCEDER, USANDO EL CONJUNTO DE REGLAS PERMITIDO, A PARTIR DE LA POSICIÓN QUE REPRESENTA ESTE NODO

# ÁRBOLES ALTERNADOS

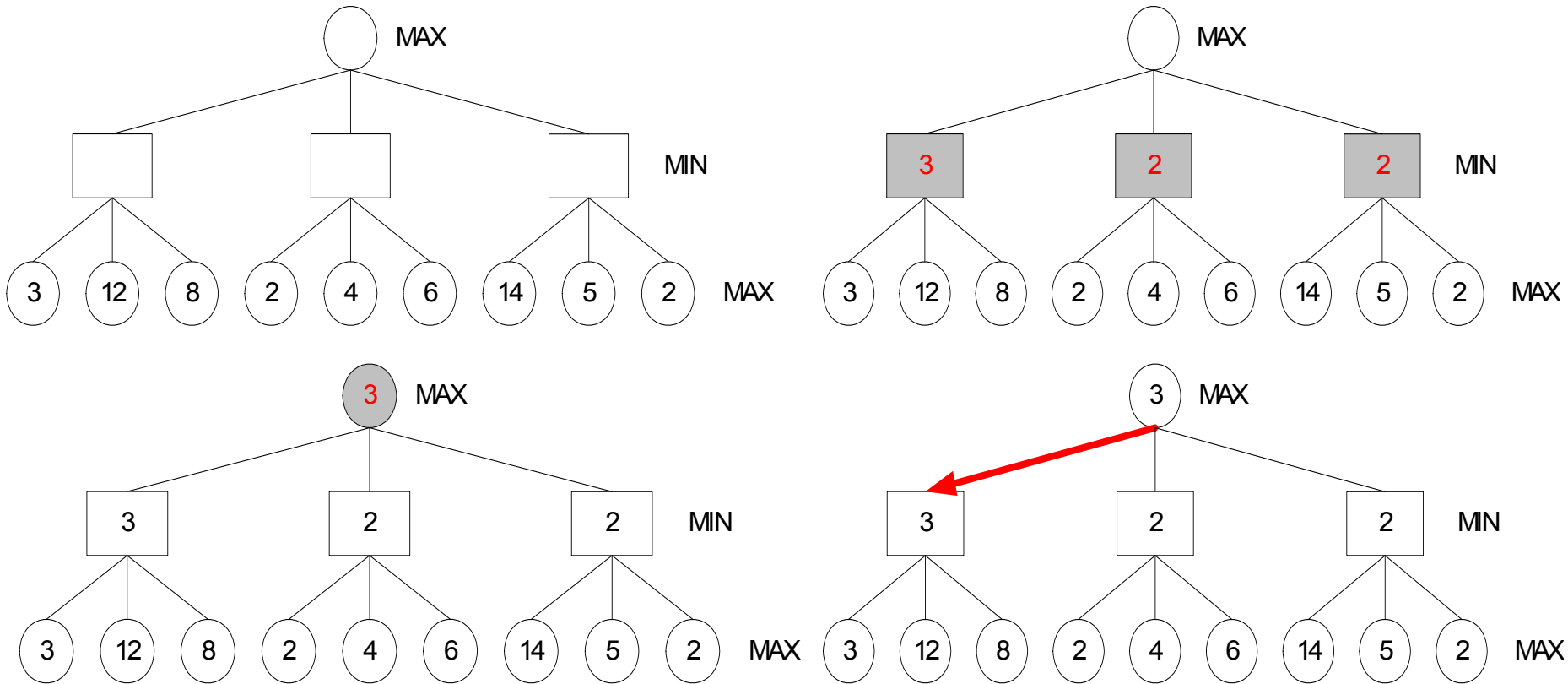
CADA NIVEL DEL ÁRBOL CONTIENE LAS  
CONDICIONES POSIBLES PARA UNO DE  
LOS ANTAGONISTAS



# MÉTODO MINIMAX

EL PROCEDIMIENTO CONSISTE EN, DEFINIENDO UNA FUNCIÓN DE EVALUACIÓN PARA LOS JUGADORES, DESCENDER POR EL ÁRBOL DE JUEGO, UN NÚMERO DE NIVELES, CALCULANDO ESTA FUNCIÓN, Y RETROCEDIENDO CON EL VALOR SUPERIOR OBTENIDO PARA EL JUGADOR QUE REALIZA EL PRIMER MOVIMIENTO, SIENDO ESTE **MAX** Y SU Oponente **MIN**

# Minimax: ejemplo



- La decisión minimax del jugador MAX es elegir la jugada correspondiente a la rama izquierda.
- Por muy bien que juegue MIN, MAX obtiene un nodo objetivo con valoración de 3.

# ALGORITMO DE PODA ALFA-BETA

EN ESTE PROCEDIMIENTO LOS NODOS SE  
VAN EVALUANDO SEGÚN SON  
GENERADOS.

# ALGORITMO DE PODA ALFA-BETA

LA PODA ALFA-BETA PUEDE EXPLICARSE SIMPLEMENTE COMO UNA TECNICA CONSISTENTE EN NO EXPLORAR AQUELLAS RAMAS DE UN ARBOL DE EXPLORACIÓN QUE EL ANÁLISIS, AL LLEGAR A CIERTO PUNTO, INDIQUE NO SER DE MAYOR INTERÉS PARA EL JUGADOR QUE LLEVA A CABO EL ANÁLISIS O PARA SU ADVERSARIO

# ALGORITMO DE PODA ALFA-BETA

LOS VALORES DE ALFA Y BETA, SE CALCULAN COMO SIGUE:

- EL VALOR ALFA DE UN NODO **MAX** SE HACE IGUAL AL MÁS ALTO, HASTA EL MOMENTO, DE LOS VALORES FINALES, CALCULADOS HACIA ATRÁS, DE SUS SUCESTORES.

- EL VALOR BETA DE UN NODO **MIN** SE HACE IGUAL AL MENOR, HASTA EL MOMENTO, DE LOS VALORES FINALES, CALCULADOS HACIA ATRÁS, PARA SUS SUCESTORES.

# ALGORITMO DE PODA ALFA-BETA

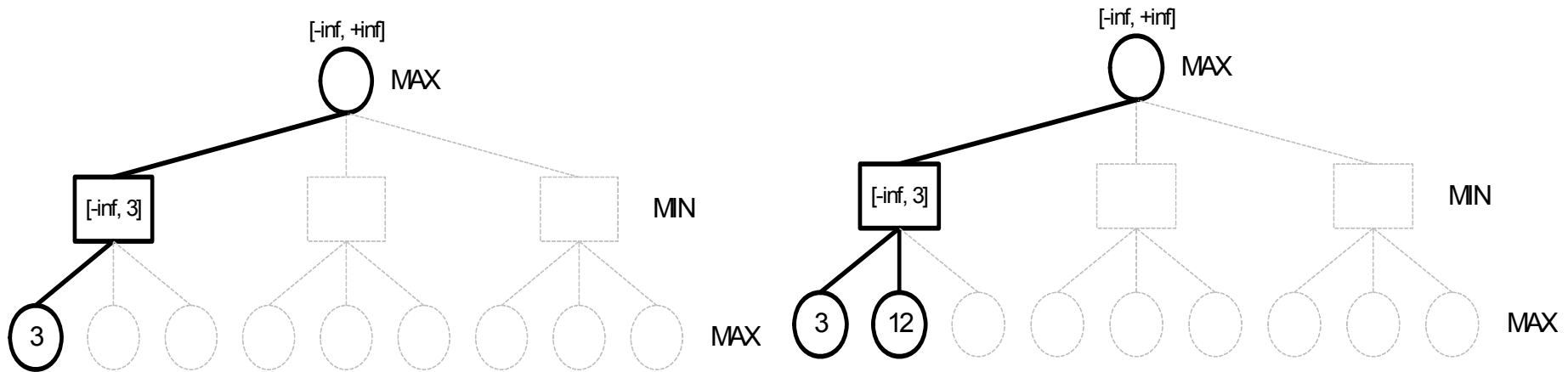
- LOS VALORES ALFA DE LOS NODOS ***MAX*** (INCLUYENDO EL INICIAL) NUNCA PUEDEN DECRECER.
- LOS VALORES BETA DE LOS NODOS ***MIN*** NUNCA PUEDEN CRECER.

# ALGORITMO DE PODA ALFA-BETA

PUEDE SUSPENDERSE LA EXPLORACIÓN POR DEBAJO DE:

- CUALQUIER NODO **MIN** QUE TENGA VALOR BETA MENOR O IGUAL QUE EL VALOR ALFA DE CUALQUIERA DE SUS NODOS **MAX** ASCENDIENTES SUYOS.
- CUALQUIER NODO **MAX** QUE TENGA UN VALOR ALFA MAYOR O IGUAL AL VALOR BETA DE SUS NODOS **MIN** ASCENDIENTES.

# ALGORITMO DE PODA ALFA-BETA



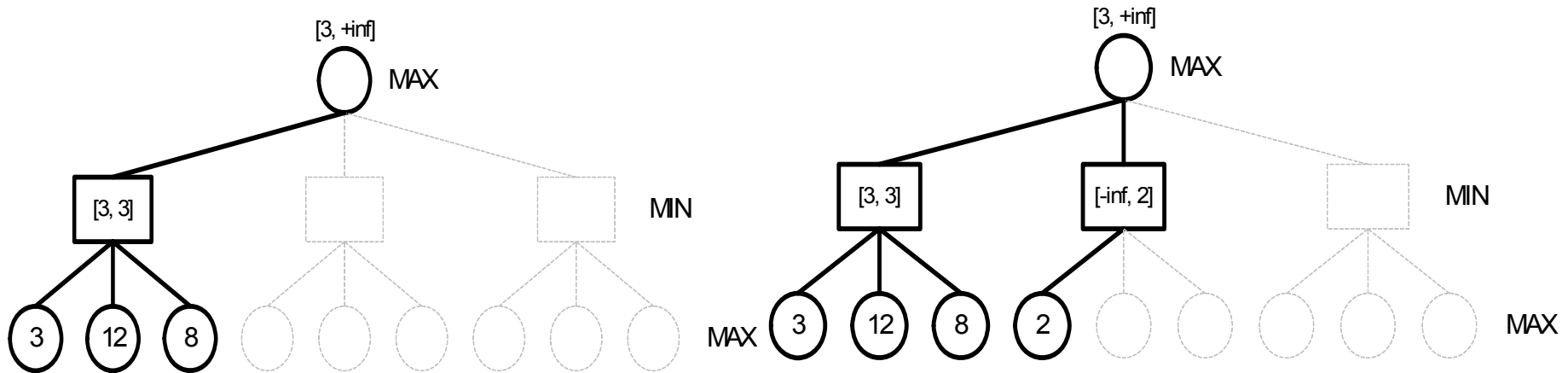
$[-inf, 3]$  es el valor que puede tomar MIN hasta el momento.

-inf: puesto que MIN elige el mínimo valor de sus hijos, le queda una alternativa para elegir un valor más bajo que 3.

3: nunca MIN elegirá un valor superior a 3, que es el más pequeño encontrado hasta el momento.



# ALGORITMO DE PODA ALFA-BETA



$[3, +\infty]$  es el valor que puede tomar MAX hasta el momento.

$+\infty$ : puesto que MAX elige el máximo valor de sus hijos, le quedan dos alternativas para elegir un valor más alto que 3.

3: nunca MAX elegirá un valor inferior a 3, que es el más alto encontrado hasta el momento.

# ALGORITMO DE PODA ALFA-BETA

El problema de la decisión minimax es que el número de nodos a explorar es exponencial.

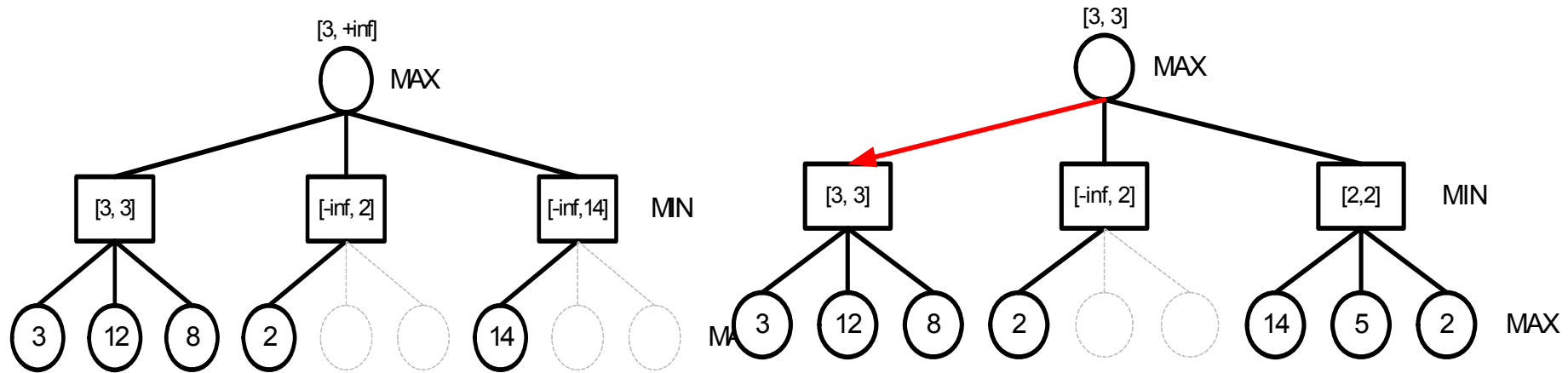
Es posible podar el árbol del juego y obtener una estrategia óptima: poda alfa-beta.

Con esta poda, la decisión minimax es independiente de los valores de las ramas podadas.

$\alpha$  es el valor de la mejor opción para MAX (valor más alto)

$\beta$  es el valor de la mejor opción para MIN (valor más pequeño)

# ALGORITMO DE PODA ALFA-BETA



Es posible podar dos nodos, debido a que el máximo valor que se puede obtener en la rama central (2), no supera al actual de MAX (3), por lo que nunca se elegirá esa opción.

La decisión minimax después de la poda es la misma.

# Características de alfa-beta

Realiza una exploración en profundidad, lo que ahorra memoria.

El rendimiento es dependiente del orden en que se eximan los sucesores.

No se puede ordenar el árbol: genera el mismo coste que hacer una exploración exhaustiva.

# ALGORITMO AO\*

1. Crear un grafo de búsqueda  $G$  que contenga el nodo inicial  $i$

Asociar a  $i$  un coste  $g(i) = h(i)$

si  $i$  es nodo terminal etiquetar como RESUELTO

2. Hasta que  $i$  esté etiquetado como RESUELTO

# ALGORITMO AO\*

3. Calcular un grafo parcial  $G'$ , con los arcos que parten de  $\underline{i}$
4. Seleccionar cualquier nodo hoja, no terminal de  $G'$ , llamarlo  $\underline{n}$
5. Desarrollar  $\underline{n}$  generando todos sus sucesores y colocarlos en  $G$  como sucesores de  $\underline{n}$   
A cada sucesor de  $\underline{n}$ , que no este en  $G$ , asociarle el valor  $\underline{h}$  que le corresponda  
Etiquetar como RESUELTO cualquiera de estos sucesores que sean nodos terminales

# ALGORITMO AO\*

6. Crear un conjunto de nodos simples,  $C$ ,  
conteniendo sólo el nodo  $\underline{n}$
7. Hasta que  $C$  esté vacío, hacer:
8. Eliminar de  $C$  un nodo  $\underline{m}$  tal que no tenga  
sucesores en  $G$  que aparezcan en  $C$

# ALGORITMO AO\*

9. Revisar el coste  $g(m)$  del siguiente modo: Para cada arco dirigido desde  $\underline{m}$  a un conjunto de nodos  $(n_1, \dots, n_n)$ , calcular  $g_i(m) = c_i(n_{1i}) + \dots + g(n_{mi})$ .

El valor de  $g(n_{ji})$  ha sido calculado en un paso previo en este ciclo o, si está en el primer paso, fue calculado en el paso 6. Colocar  $g(m)$  en el mínimo de todos los arcos de salida de  $g_i(m)$  y marcar el arco a través de los que se alcanza este mínimo, borrando las marcas previas si son diferentes.



# ALGORITMO AO\*

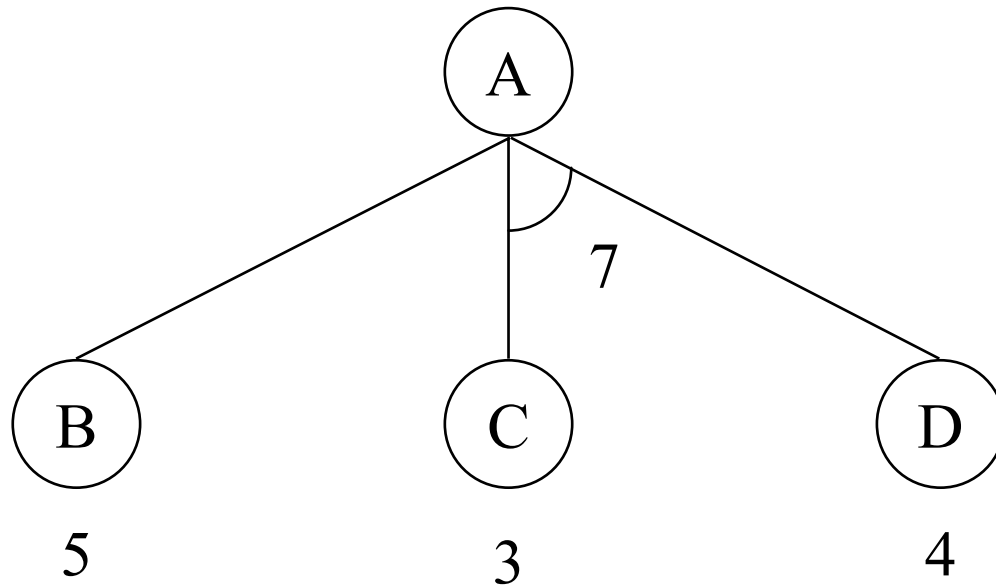
Si todos los nodos sucesores a través de este arco se etiquetan RESUELTOS, entonces el nodo  $m$  está RESUELTO

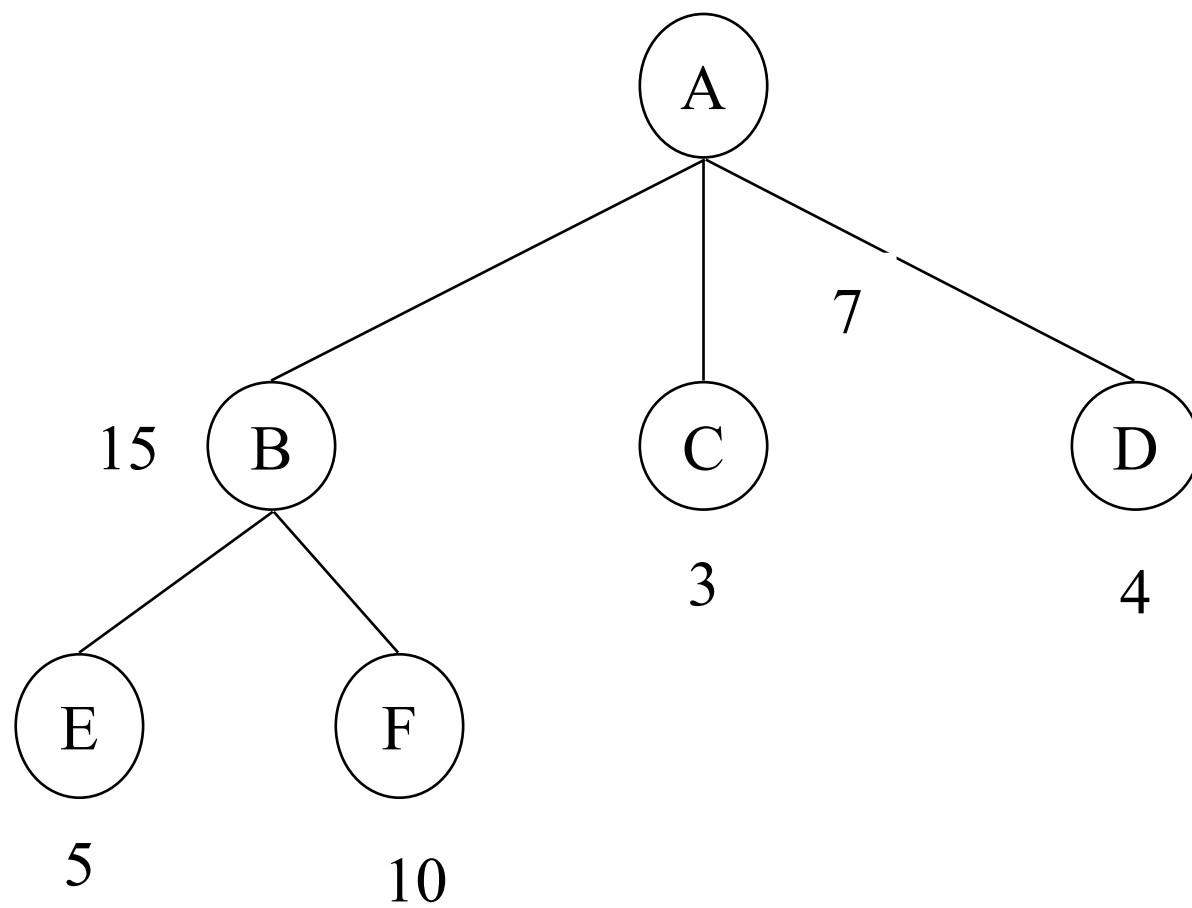
10. Si  $m$  ha sido etiquetado como RESUELTO o si el coste revisado de  $m$  es distinto de su coste previo, entonces añadir a  $C$  todos aquellos predecesores de  $m$  tales que  $m$  es uno de sus sucesores a través del arco marcado

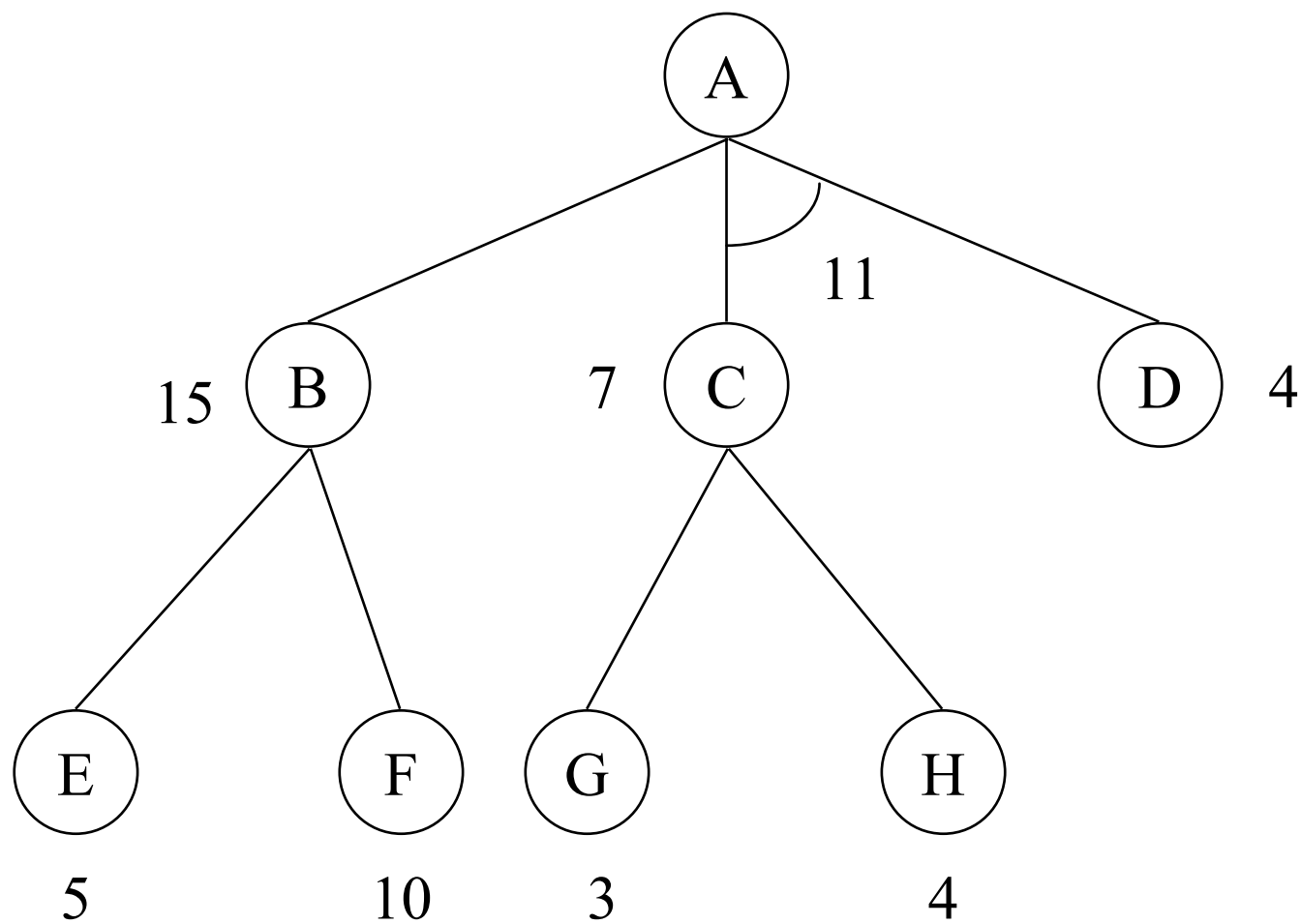
11. FIN

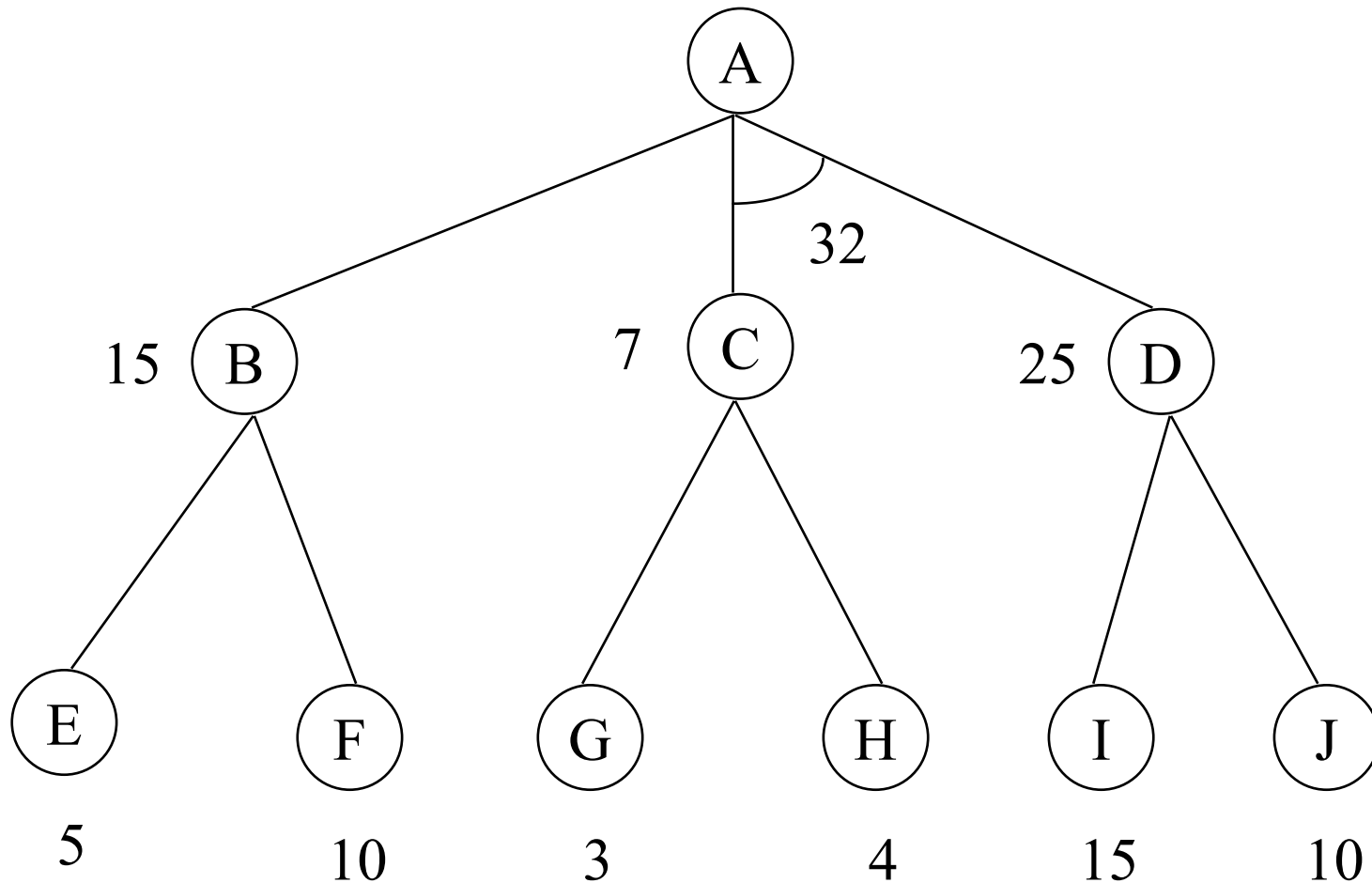
# Grafos Y - O (diferencias con los grafos O)

I)



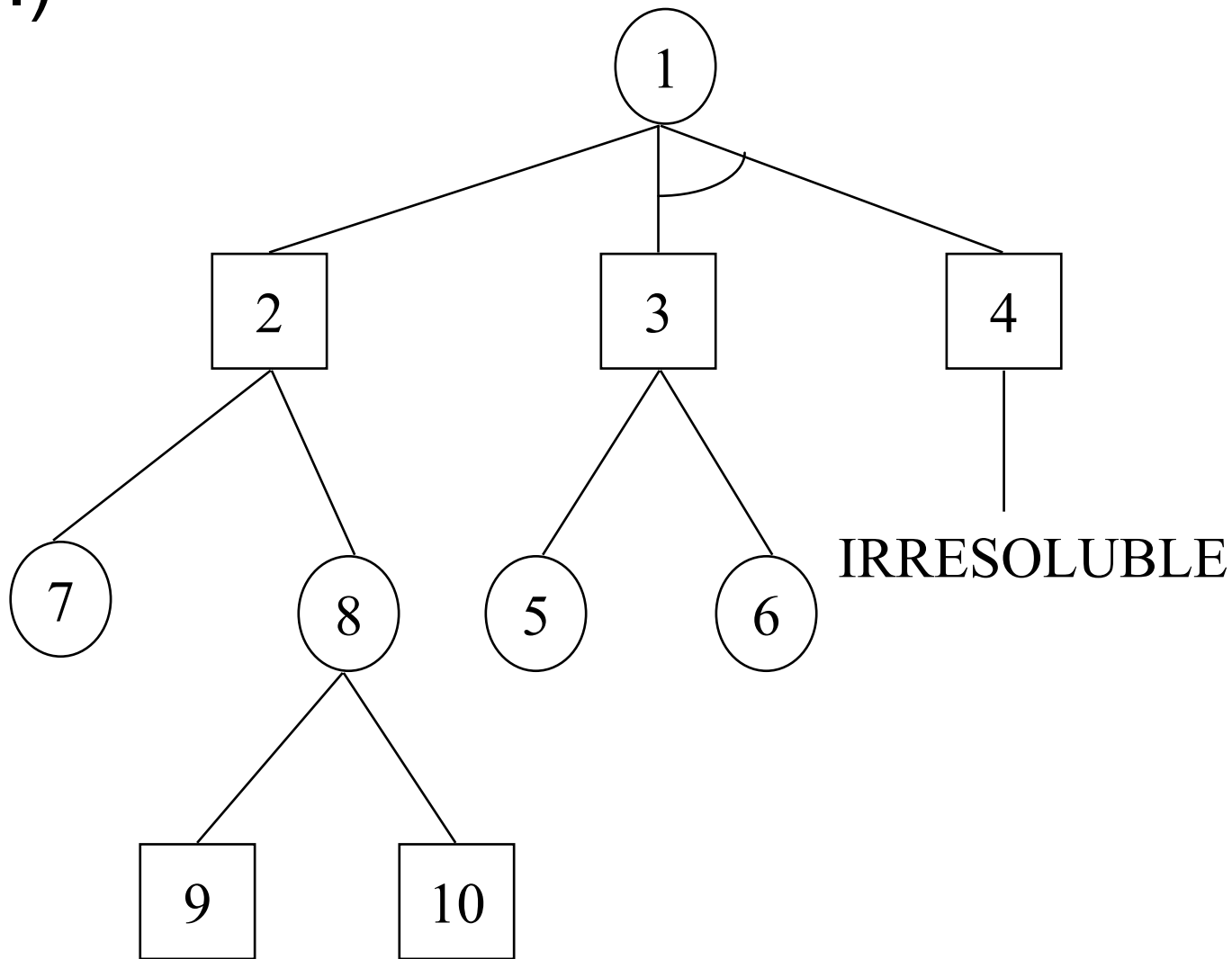


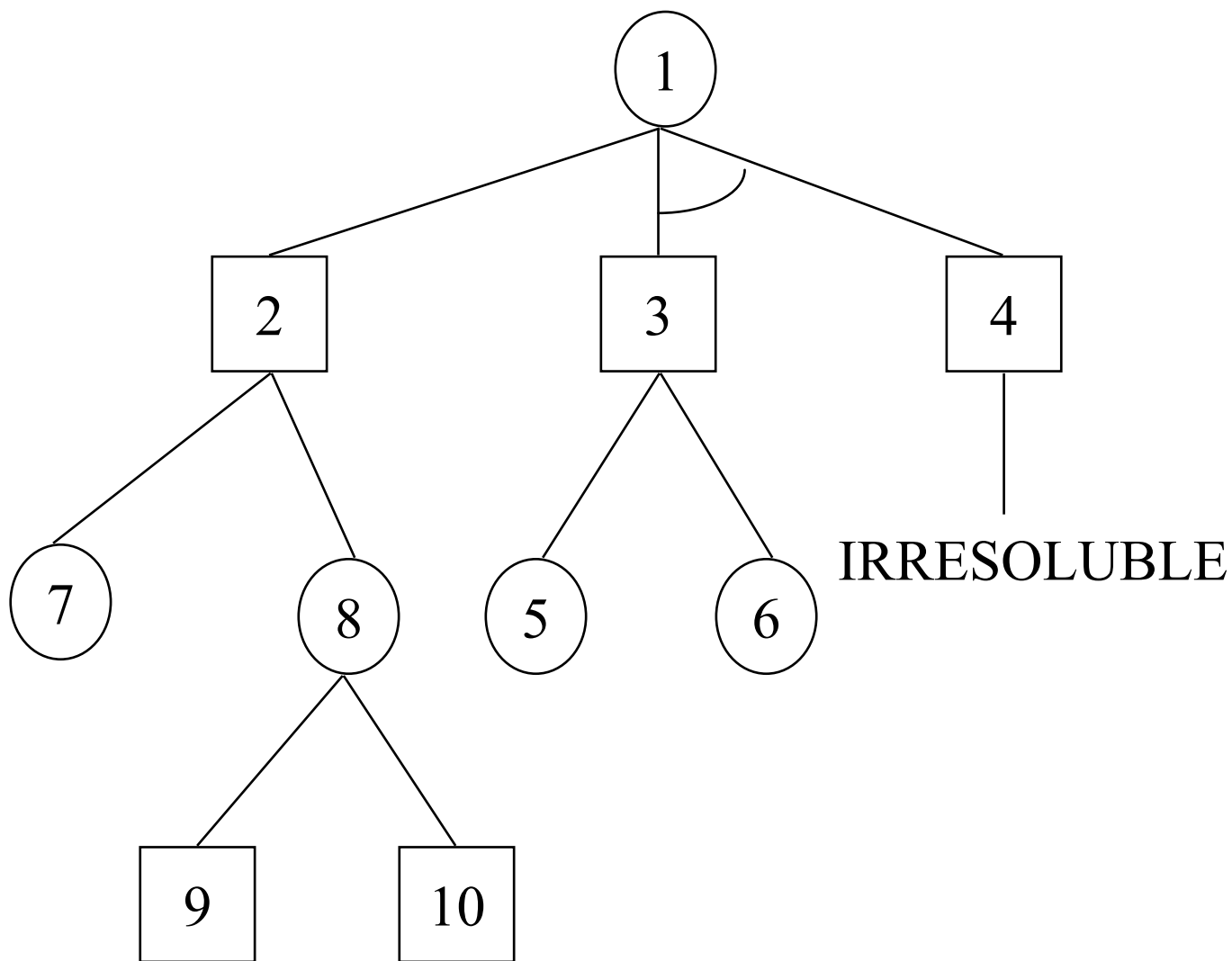




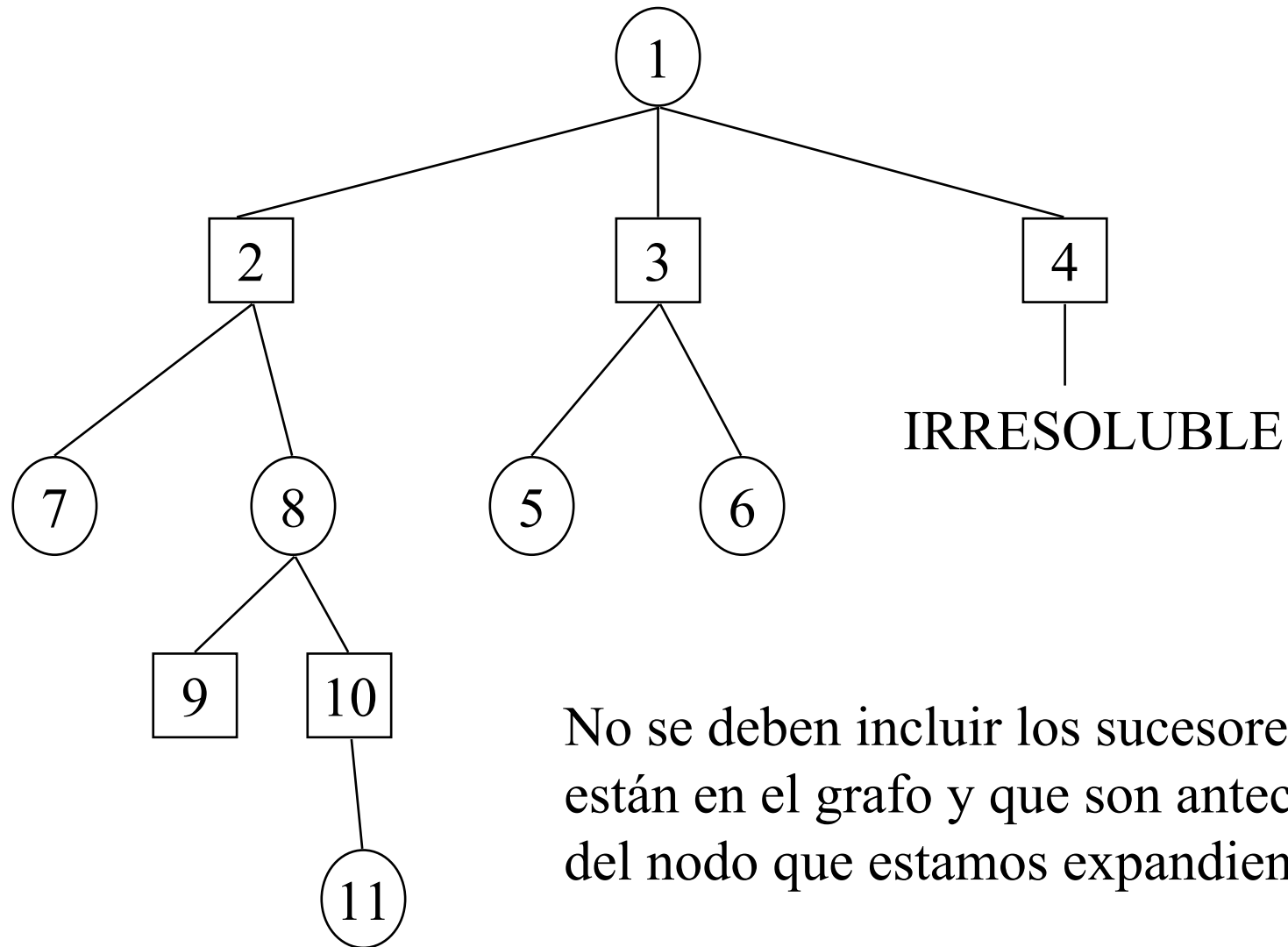
Aunque G sea el de menor valor se desarrolla E o F que están en un camino más prometedor (15 frente a 32)

II)





### III) actúa sobre grafos no cíclicos





## Procedimiento de búsqueda en espacio de estados (SSS\*)

Un estado del SSS\* tiene la estructura  $(n, e, h)$

$n$  = nodo evaluado

$e$  = estado nodo (activado/estudiado)

$h$  = función heurística para el nodo  $n$

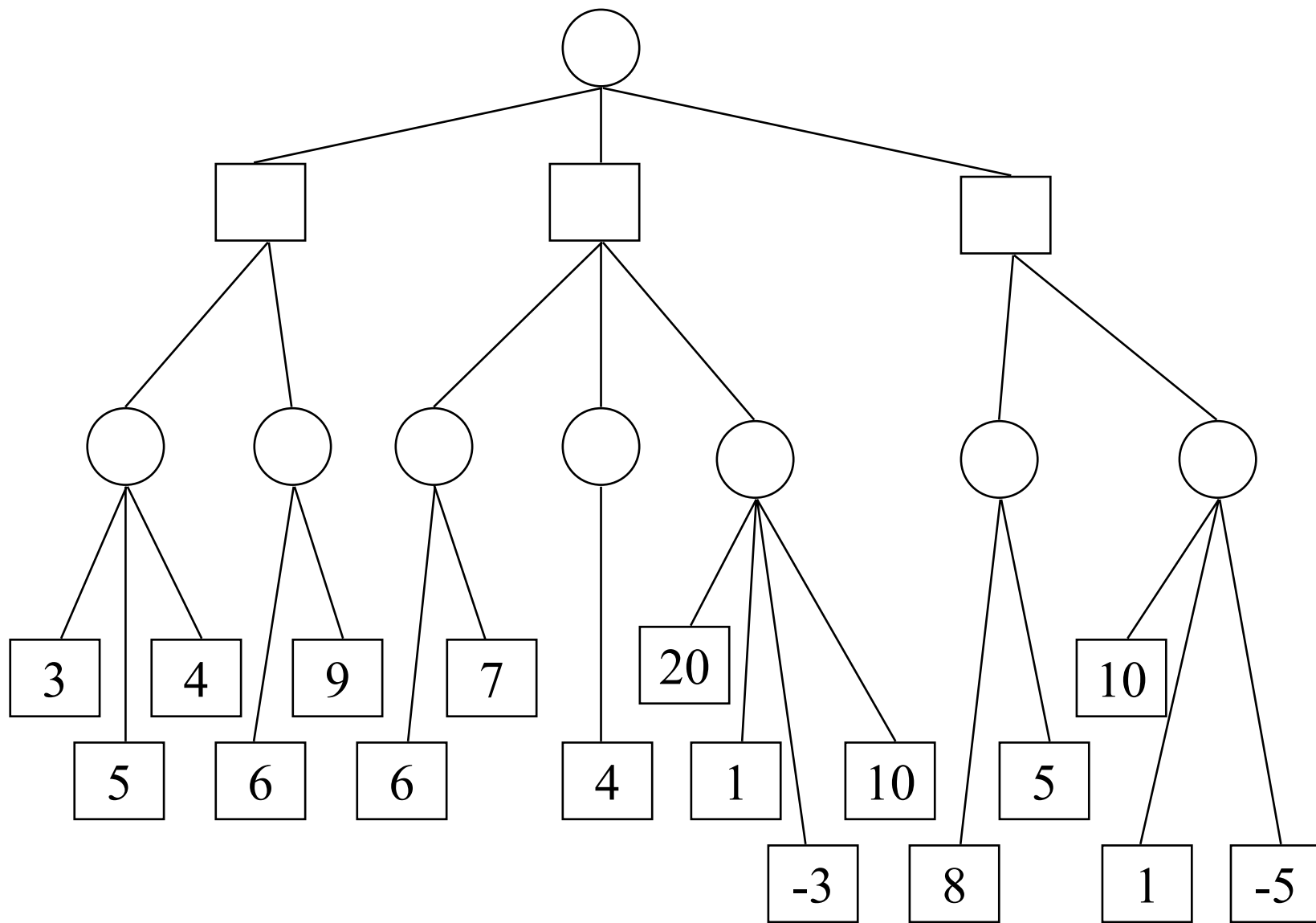
## **Algoritmo SSS\***

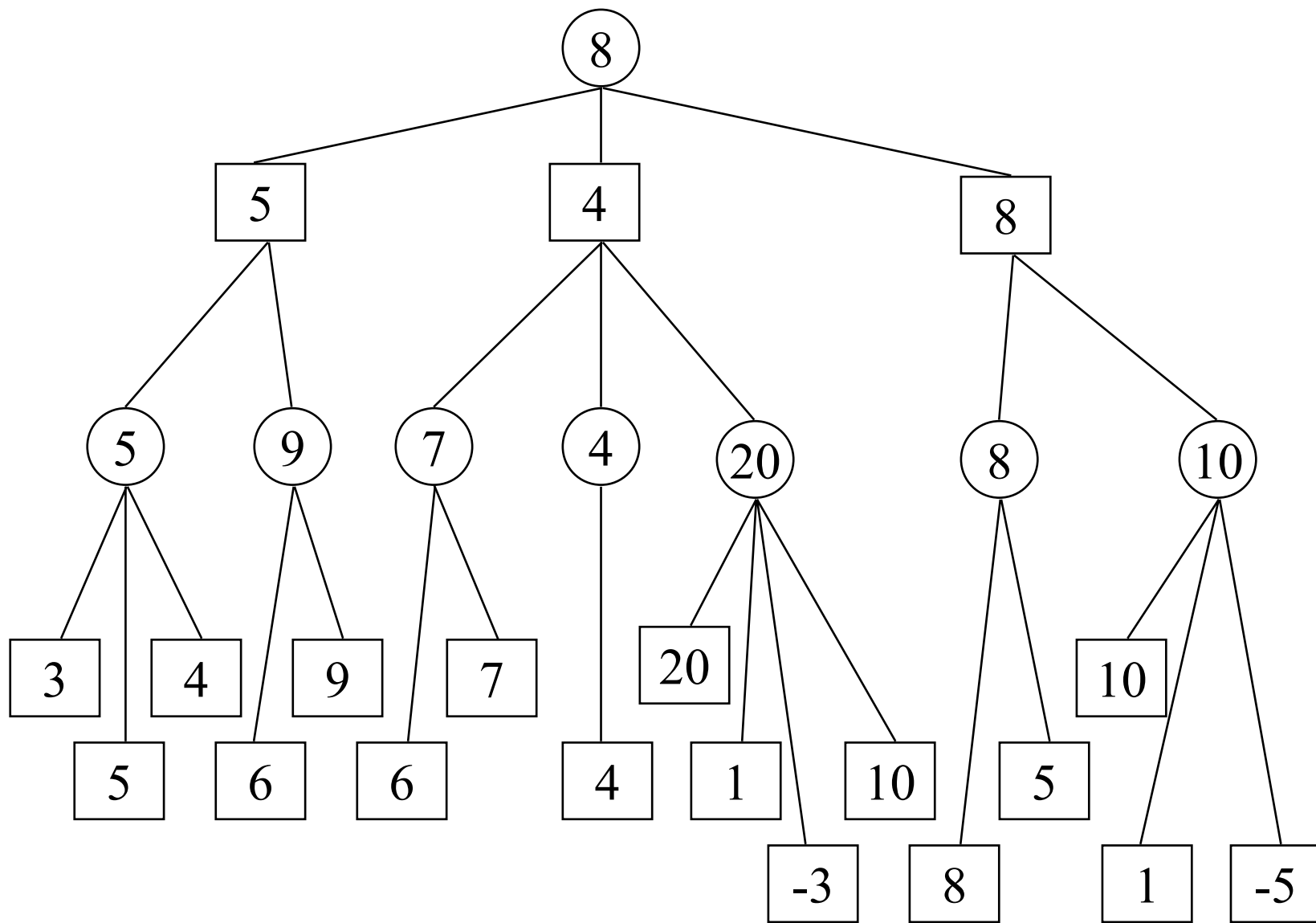
1. Introducir en ABIERTA el estado inicial  
( $n = i$ ,  $e = \text{activo}$ ,  $h = +\infty$ )
2. Eliminar el primer estado de ABIERTA (el de mayor  $h$ ) ( $p = (n, e, h)$ )
3. Si  $n = i$  y  $e = \text{estudiado}$ , terminar con  $h = \text{valor minimax del juego}$
4. Sino, expandir el nodo  $p$ , aplicando un operador del espacio de estados  $\Gamma$  como se indica en la tabla SSS\*
5. Ir a 2

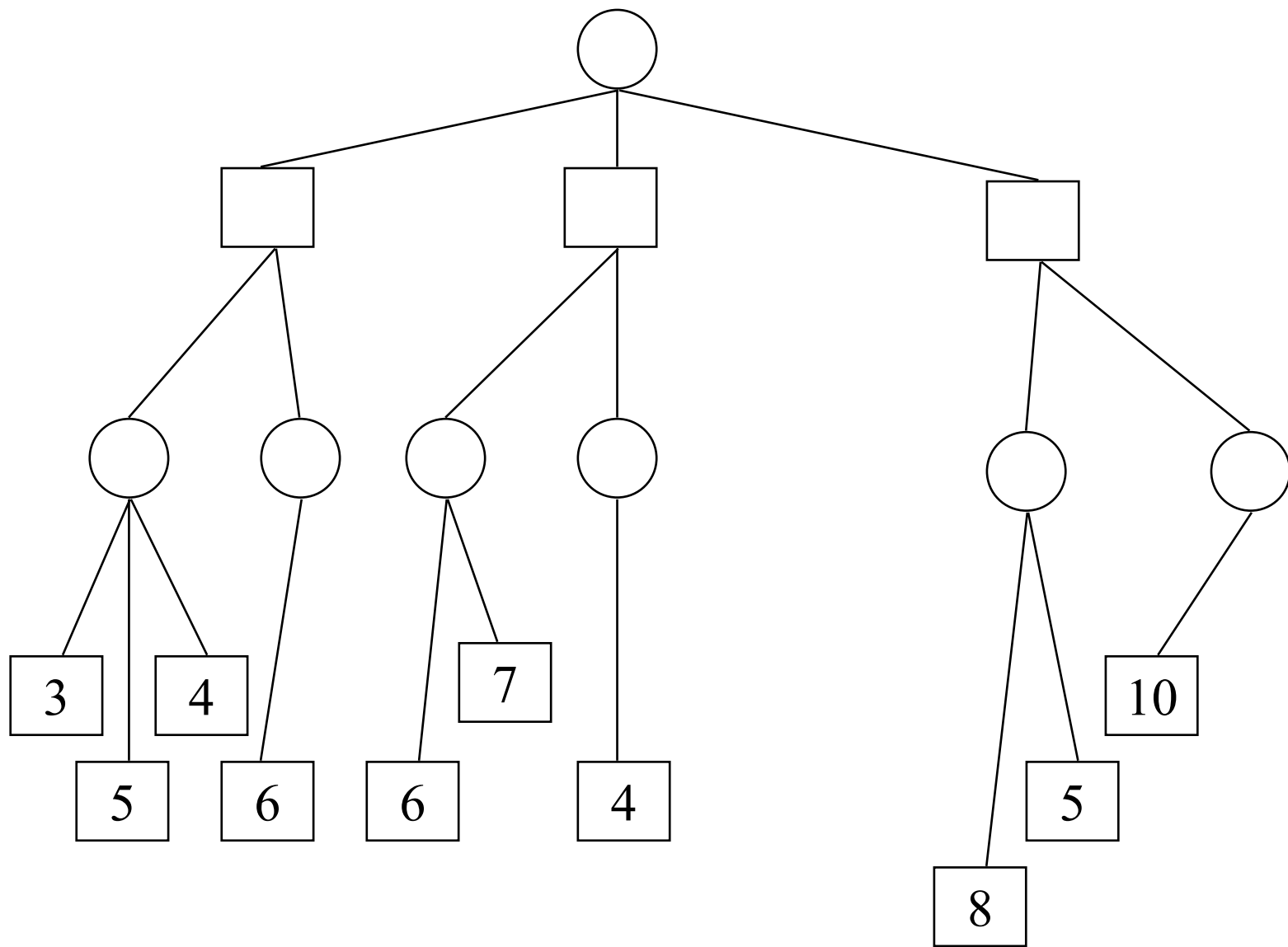
Caso de $\Gamma$	Condiciones satisfechas por el estado (n,s,h)	Acción de $\Gamma$
1	Si $s = \text{ACTIVO}$ y $n = \text{MAX}$ no terminal	<p>Añadir al principio de ABIERTA los sucesores de <math>n</math> (<math>n, \text{ACTIVO}, h</math>) y BORRAR <math>n</math></p> <p><math>h(\text{padre}) = h(\text{hijos})</math></p>
2	Si $s = \text{ACTIVO}$ y $n = \text{MIN}$ no terminal	<p>Añadir al principio de ABIERTA el 1er. Sucesor de <math>n</math> (<math>n, \text{ACTIVADO}, h</math>) y BORRAR <math>n</math></p> <p><math>h(\text{padre}) = h(\text{hijo})</math></p>

Caso de $\Gamma$	Condiciones satisfechas por el estado (n,s,h)	Acción de $\Gamma$
3	Si $s = \text{ACTIVO}$ y $n$ es un nodo terminal	Introducir $n$ delante de todos los estados <b>ESTUDIADOS</b> de <b>ABIERTA</b> con menor $h$ ( $n, \text{ESTUDIADO}, \min\{h, f(n)\}$ ). Si existen empates se ordenan de izquierda a derecha como aparecen en el árbol
4	Si $s = \text{ESTUDIADO}$ , $n = \text{MAX}$ y $n$ tiene hermanos sin estudiar	Añadir al principio de <b>ABIERTA</b> el siguiente hermano de $n$ ( $n_{i+1}, \text{ACTIVADO}, h$ ) con $h(n_i) = h(n_{i+1})$ y <b>BORRAR</b> $n$

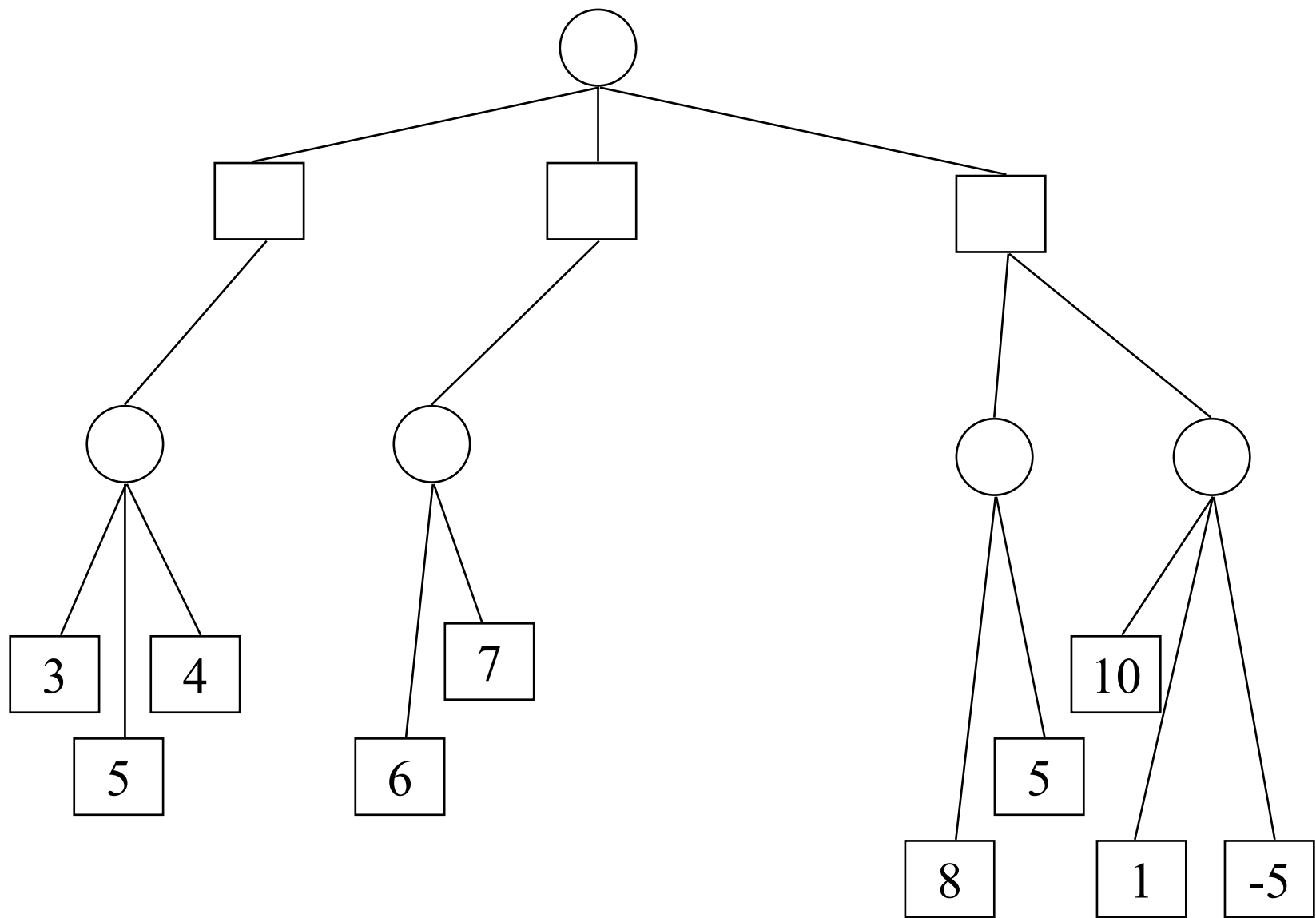
Caso de $\Gamma$	Condiciones satisfechas por el estado (n,s,h)	Acción de $\Gamma$
5	Si $s = \text{ESTUDIADO}$ , $n = \text{MAX}$ y $n$ no tiene hermanos sin estudiar	Añadir al principio de ABIERTA el padre de $n$ ( $\text{padre}(n)$ , $\text{ESTUDIADO}$ , $h$ ) con $h(\text{hijo}) = h(\text{padre})$ y BORRAR $n$
6	Si $s = \text{ESTUDIADO}$ , y $n = \text{MIN}$	Añadir al principio de ABIERTA el padre de $n$ ( $\text{padre}(n)$ , $\text{ESTUDIADO}$ , $h$ ) con $h(\text{hijo}) = h(\text{padre})$ , BORRAR $n$ y todos los sucesores de $\text{padre}(n)$



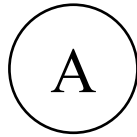




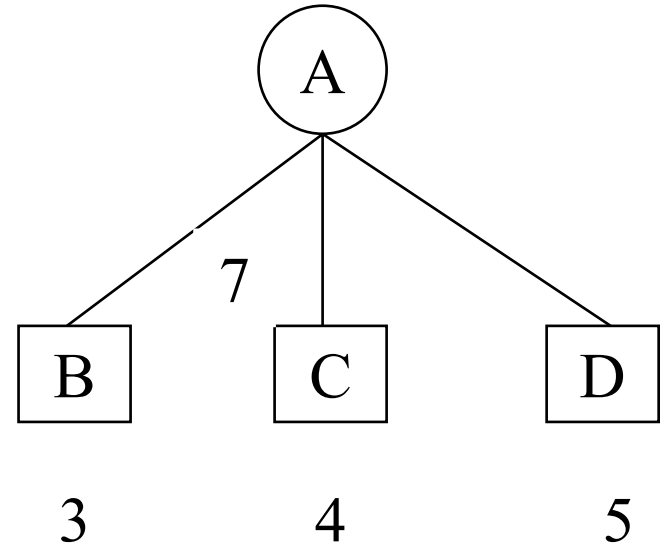




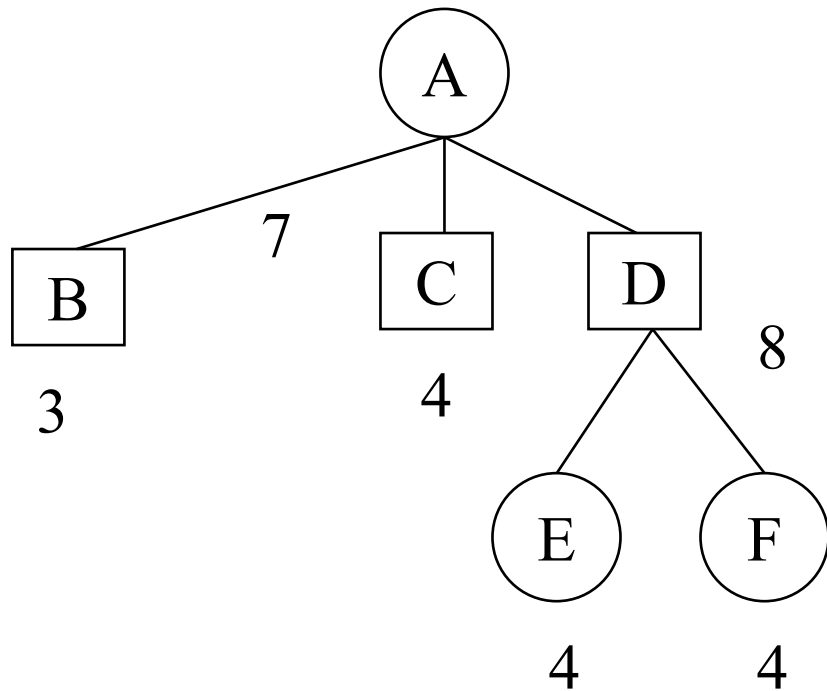
PASO 1



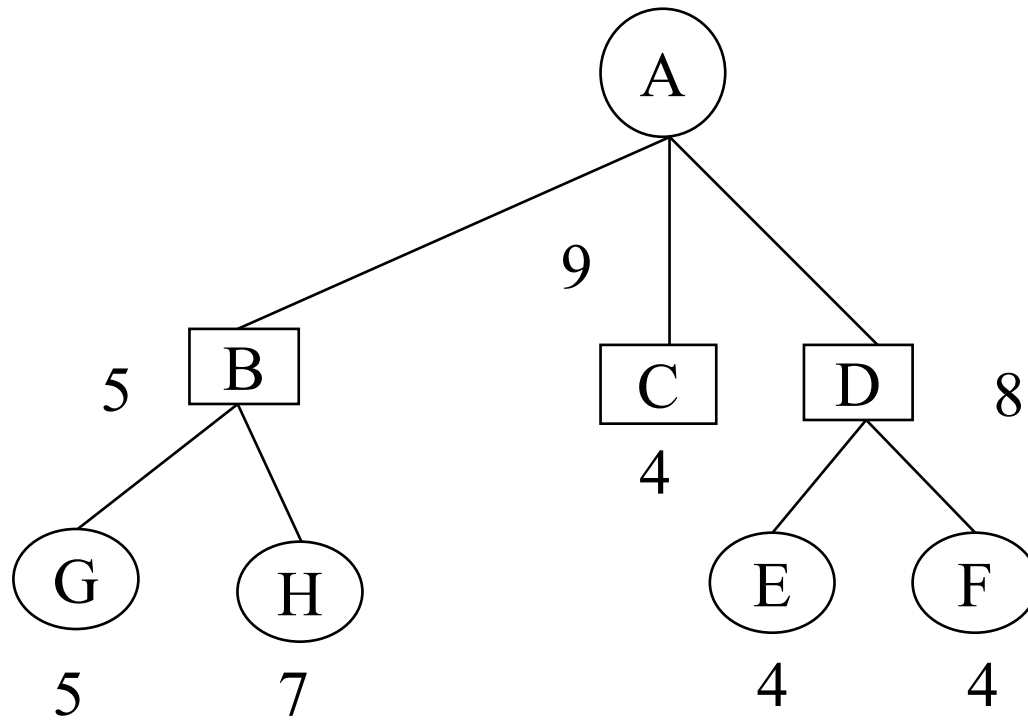
PASO 2



PASO 3



## PASO 4



# Algunas cuestiones sobre Alfa-Beta

Efecto horizonte.-

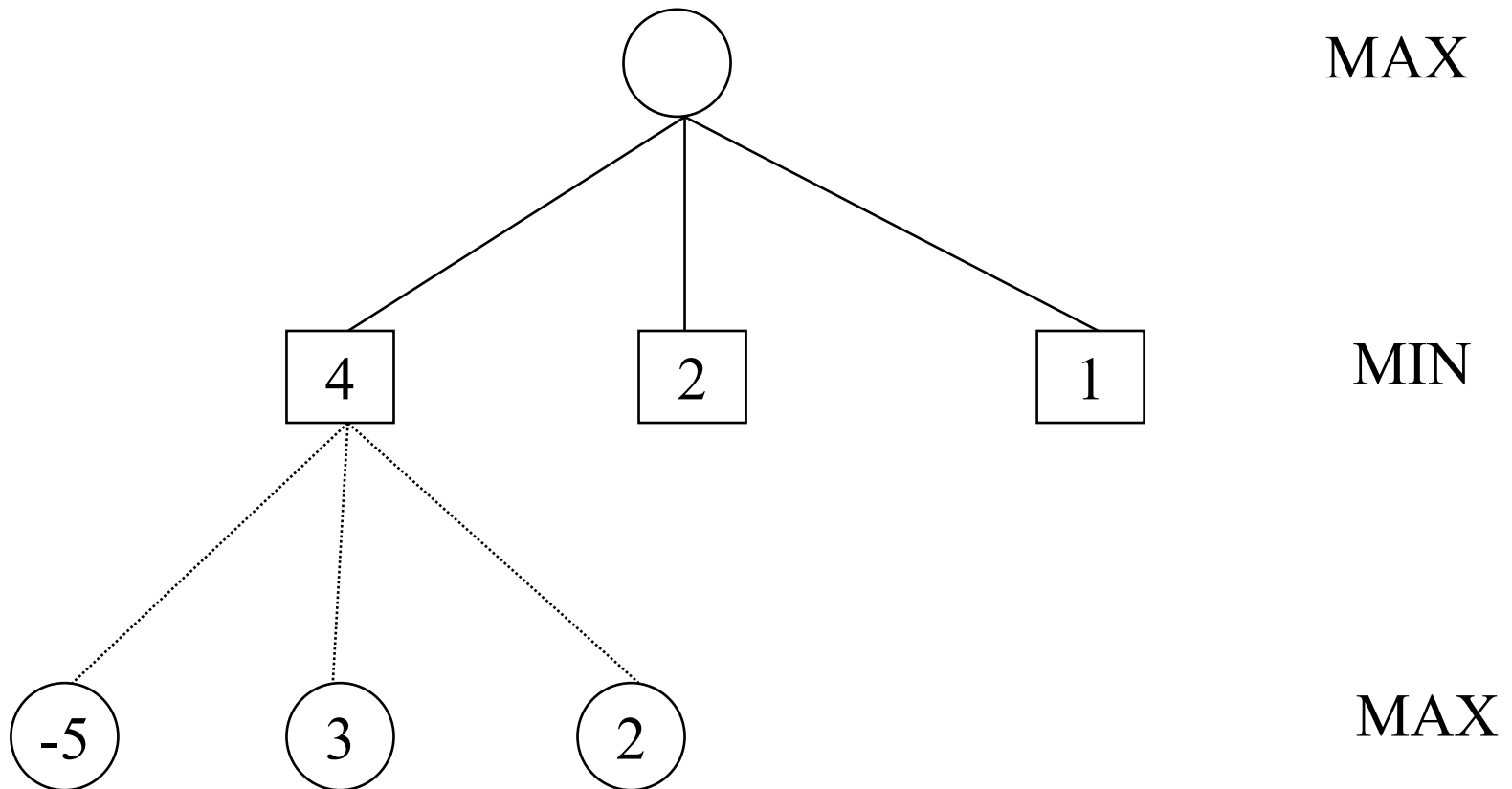
Problema: Establecer una profundidad fija

Solución: Profundidad variable

## Equilibrio.-

Problema: Establecer una profundidad fija

Solución: Profundidad variable



## Búsqueda secundaria o de profundidad variable.-

En este tipo de búsqueda la profundidad es variable

*Extensiones selectivas:* nodos que se estudian a una profundidad superior a la establecida

*Extensiones singulares:* cuando un nodo devuelve un valor mucho mayor que sus hermanos

## Profundizamiento iterativo o progresivo.-

Estudiar hasta un nivel, si hay más tiempo seguir otro nivel, y así sucesivamente

## Movimiento nulo.-

En los nodos MAX cuando mover es la peor jugada, devolverá un límite inferior, y

permitirá podar apartir de él si su valor es mayor o igual a  $\beta$  del nodo antecesor

## Movimiento asesino.-

Si en un nodo  $S_i$  su mejor sucesor ha sido  $S_{ik}$ , un nodo hermano de  $S_i$ , debe intentar estudiar primero la jugada correspondiente a  $S_{ik}$

## Ventana.-

En lugar de empezar con  $+\infty$  y  $-\infty$ , comenzar con una cota más pequeña



## Sugerencia de Berliner.-

Si se va a perder una partida, hacer la jugada que, sin ser la mejor, le deja a uno en mejor posición si el contrario comete un error, para ello se hace que los dos niveles más altos del árbol sean nodos MAX

## Orden de generación de jugadas.-

*Sin orden:* las jugadas se generan al azar

*Con orden:* Es necesario un orden, se suele emplear un  $h'(n)$  más sencilla que  $h(n)$ ; no se efectúa en los niveles más profundos. Se establece una “profundidad de cambio”, que establece a que profundidad no se ordenan las jugadas

Este orden puede ser:

*Orden estático:* las jugadas siempre se ordenan de la misma forma y no se cambia el orden mientras que se estudian los nodos sucesores

*Orden dinámico:* Las jugadas se ordenan, se van estudiando una a una y si alguna devuelve un valor completamente diferente al esperado, y no se han estudiado todas las jugadas, se estudia si se reordenan o no todas las jugadas no exploradas.

## Reglas de recuperación de valores.-

Son las que regulan la obtención del valor de un nodo a partir de los valores conocidos de sus nodos sucesores. Las más utilizadas son:

minimax:

negamax: es una forma de implementar el minimax sólo con nodos MAX. Consiste en negar el valor  $f(n)$  de todos los nodos sucesores de cada nodo y calcular el máximo en todos los niveles.

M y N: devuelve una función de los M mejores sucesores para los nodos MAX y una función de los N peores sucesores (valores más bajos de los sucesores) para los nodos MIN

Producto: Devuelve funciones del producto de los valores de los nodos sucesores (basada en la teoría de las probabilidades)

Media: el valor del padre viene dado en función de la media de los valores de los hijos

Medias generalizadas: utiliza las medias generalizadas para calcular el valor del nodo

Ballard-Slagle: es una combinación de la idea de no seleccionar la mejor jugada (posible fallo del contrario) y de la “M y N”