

# Statistička teorija telekomunikacija

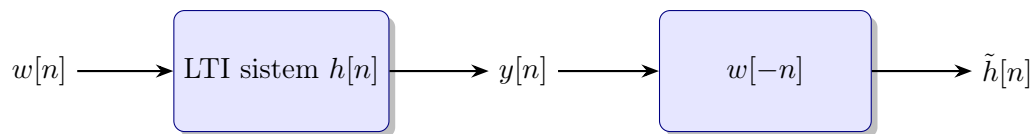
## ZADAĆA 2

Eldar Osmanović  
24.06.2025.

### 1 Uvod

Cilj ove zadaće je estimacija impulsnog odziva diskretnog LTI (linearnog vremenski invarijantnog) sistema korištenjem bijelog Gaussovog šuma (AWGN) kao pobude. Proces estimacije se zasniva na svojstvima korelacije i konvolucije, uz korištenje poznate činjenice da je autokorelacija bijelog Gaussovog šuma proporcionalna Diracovoj delta funkciji.

Ulazni signal u sistem predstavlja bijeli Gaussov šum srednje vrijednosti nula i određene varijanse  $\sigma^2$ , dok se izlaz sistema dobija konvolucijom tog šuma sa impulsnim odzivom sistema  $h[n]$ . Impulsni odziv se zatim procjenjuje korištenjem metoda kroskorelacije između izlaza sistema  $y[n]$  i obrnutog ulaza  $w[-n]$ , kako je prikazano na blok shemi.



Slika 1: Blok shema estimacije impulsnog odziva

Za generisanje stvarnog impulsnog odziva koristi se FIR filter dobijen funkcijom `firwin`, što omogućava jednostavnu kontrolu broja koeficijenata i frekvencijske karakteristike sistema.

Zadatak ima za cilj demonstraciju jedne od osnovnih metoda identifikacije sistema pomoću statističkih svojstava ulaza i izlaza, što predstavlja važan aspekt u obradi signala.

### Zadatak 1.1

Implementacija algoritma za estimaciju impulsnog odziva zasniva se na teorijskim osnovama korelacije i konvolucije. U kodu se prvo generiše referentni impulsni odziv FIR filtera  $h[n]$  korištenjem funkcije `firwin` sa 111 koeficijenata i graničnom frekvencijom od 0.3. Ovaj filter predstavlja nepoznati sistem čiji impulsni odziv želimo da estimiramo. To je postignuto linijom

```
h = firwin(111, 0.3);
```

Kao pobuda sistema koristi se bijeli Gaussov šum  $w[n]$  srednje vrijednosti 0 i standardne devijacije 1, generisan sa `length = 512` uzoraka:

```
w = np.random.normal(0, 1, length);
```

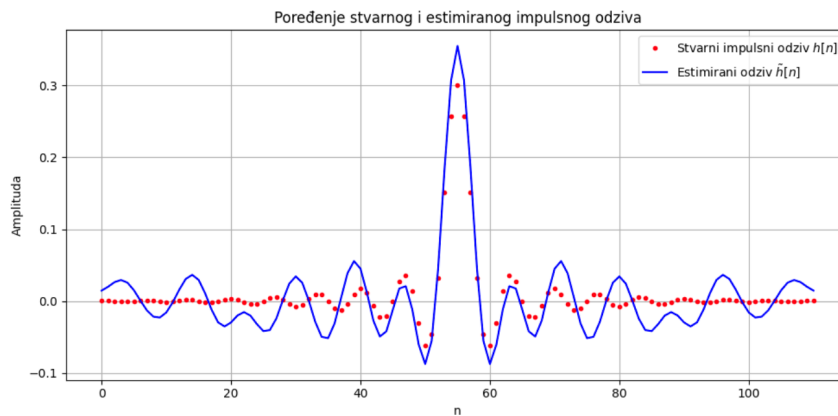
Izlazni signal  $y[n]$  se dobija konvolucijom pobude sa impulsnim odzivom sistema:  $y[n] = h[n] * w[n]$ :

$$y = \text{convolve}(h, w);$$

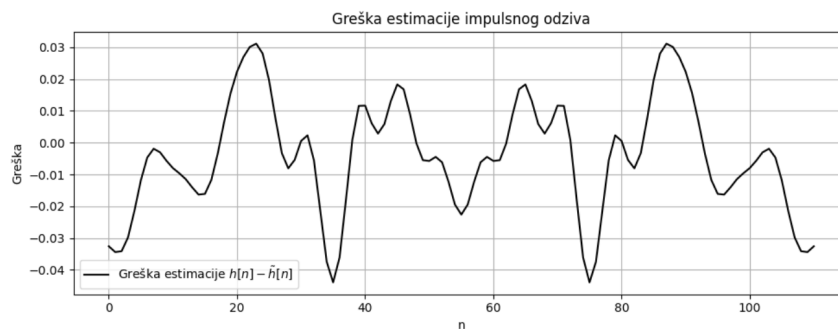
Estimacija impulsnog odziva izvršava se kroskorelacijom između izlaznog signala  $y[n]$  i vremenski obrnutog ulaznog signala  $w[-n]$ . Ova operacija je implementirana kao konvolucija  $y[n] * w[-n]$  koja se zatim normalizuje brojem uzoraka šuma. Teorijski, ova operacija daje estimaciju impulsnog odziva zbog svojstva da je autokorelacija bijelog šuma proporcionalna Diracovoj delta funkciji. Navedene operacije su izvedene sljedećim kodom:

```
w_ = w[::-1];
h_est = convolve(y, w_) / length;
```

Iz pune estimirane sekvence izdvaja se segment koji odgovara dužini originalnog impulsnog odziva, počevši od pozicije  $N - 1$  gdje je  $N$  dužina šuma. Rezultati se prikazuju kroz dva grafika: prvi poredi stvarni i estimirani impulsni odziv, dok drugi prikazuje grešku estimacije. Kvaliteta estimacije zavisi od dužine šuma i njegove varijanse, pri čemu duži šum obično daje bolju estimaciju.



Slika 2: Poređenje stvarnog i estimiranog odziva



Slika 3: Greška estimacije impulsnog odziva

Na slici (2) je prikazano poređenje stvarnog i estimiranog odziva koje je dobijeno napisanim kodom a na slici (3) greška estimacije impulsnog odziva.

## Zaključak

Rezultati dobijeni ovom implementacijom pokazuju da se impulsni odziv nepoznatog LTI sistema može uspješno estimirati korištenjem metoda kroskorelacije sa bijelim Gaussovim šumom kao pobudom. Ključna prednost ovog metoda leži u statističkim svojstvima bijelog šuma, čija je autokorelacija proporcionalna Diracovoj delta funkciji, što omogućava da se impulsni odziv izdvoji iz izlaznog signala.

Grafički prikaz potvrđuje dobru podudarnost između stvarnog i estimiranog odziva, a analizom greške vidi se da su odstupanja mala i glatka, što ukazuje na stabilnost metoda. Važno je naglasiti da preciznost estimacije zavisi od dužine i kvaliteta pobudnog signala: veći broj uzoraka šuma obično vodi ka smanjenju varijanse procjene.

Ovaj pristup, iako jednostavan za implementaciju, daje vrlo intuitivne i korisne rezultate u analizi i identifikaciji diskretnih LTI sistema, posebno u situacijama kada impulsni odziv nije direktno poznat.

Kompletna kod se može pronaći na GitHub linku: <https://github.com/oeldar/Statisticka-teorija-telekomunikacija>