**Méthodes d’optimisation pour l’aide à la décision**

**TD1**

**Exercice 1 : Planification de Production dans une Petite Entreprise**

Supposons que vous possédiez une petite entreprise de fabrication de meubles en bois, et que vous deviez planifier la production quotidienne de deux types de meubles : des chaises et des tables. Vous avez une capacité de production limitée et vous souhaitez maximiser votre bénéfice quotidien.

**Données :**

* Le bénéfice par unité vendue de chaise est de 10 euros.
* Le bénéfice par unité vendue de table est de 20 euros.
* Pour produire une chaise, vous avez besoin de 2 heures de travail et 3 planches de bois.
* Pour produire une table, vous avez besoin de 4 heures de travail et 5 planches de bois.
* Vous disposez de 8 heures de travail par jour.
* Vous avez 15 planches de bois disponibles.

**Objectif :** Maximiser le bénéfice quotidien de votre entreprise.

**Questions :**

1. Identifier la fonction objectif et les contraintes.
2. Représenter graphiquement les contraintes sur un graphique en 2D.
3. Trouver la région réalisable (ensemble des solutions admissibles).
4. Calculer la valeur de la fonction objectif aux sommets de la région réalisable.
5. Sélectionner le sommet qui maximise la fonction objectif. C'est la solution optimale.
6. Interpréter la solution en termes de quantités de chaises et de tables à produire.
7. Vérifier que la solution respecte toutes les contraintes.
8. Le propriétaire de l’entreprise exige maintenant un taux de production journalier de 5 tables. Que change dans la formulation du problème ?
9. Résoudre ce nouveau problème et donner la solution optimale.

**Exercice 2 : Allocation de Serveurs dans un Centre de Données**

Imaginez un centre de données avec plusieurs serveurs, chacun ayant une capacité de traitement différente. Le centre de données doit allouer des tâches de calcul à ces serveurs de manière à minimiser la consommation d'énergie tout en respectant les contraintes de capacité.

**Données :**

* Il y a 4 serveurs différents, notés de A à D, avec les capacités de traitement suivantes :
  + Serveur A : 100 unités de traitement.
  + Serveur B : 150 unités de traitement.
  + Serveur C : 120 unités de traitement.
  + Serveur D : 200 unités de traitement.
* Il y a 5 tâches de calcul différentes, notées de 1 à 5, avec des besoins en capacité de traitement différents :
  + Tâche 1 : 30 unités de traitement.
  + Tâche 2 : 40 unités de traitement.
  + Tâche 3 : 20 unités de traitement.
  + Tâche 4 : 60 unités de traitement.
  + Tâche 5 : 50 unités de traitement.
* Chaque serveur a une consommation d'énergie spécifique par unité de traitement :
  + Serveur A : 2 watts par unité de traitement.
  + Serveur B : 2.5 watts par unité de traitement.
  + Serveur C : 2 watts par unité de traitement.
  + Serveur D : 3 watts par unité de traitement.
* La consommation d'énergie totale est mesurée en watts-heures (Wh).

**Objectif :** Minimiser la consommation totale d'énergie du centre de données tout en attribuant des tâches aux serveurs de manière à satisfaire leurs capacités de traitement.

**Questions :**

1. Formuler ce problème sous la forme d’un programme linéaire
2. Ecrire un programme en python permettant de résoudre ce problème et donner la solution optimale si elle existe.

**Exercice 3 : Sélection de Projets**

Une petite entreprise dispose d'un budget limité et doit décider quels projets elle peut entreprendre pour maximiser son profit. Chaque projet a un coût et un profit associés, et l'entreprise souhaite choisir les projets qui maximisent le profit tout en respectant la contrainte budgétaire.

**Données :**

* L'entreprise dispose d'un budget de 10 000 euros.
* Il y a 5 projets différents, notés de 1 à 5.
* Chaque projet a un coût et un profit comme suit :

| **Projet** | **Coût (en euros)** | **Profit (en euros)** |
| --- | --- | --- |
| 1 | 2,000 | 5,000 |
| 2 | 3,500 | 8,000 |
| 3 | 1,200 | 3,000 |
| 4 | 4,000 | 9,000 |
| 5 | 2,800 | 7,000 |

**Objectif :** Sélectionner les projets à entreprendre pour maximiser le profit total, tout en respectant la contrainte budgétaire.

**Questions :**

1. Quel est le type des variables de décisions de ce problème
2. Formuler le problème sous la forme d’un programme linéaire
3. Ecrivez un programme python qui utilise l’algorithme Branch and Bound pour résoudre ce problème et donner la solution optimale si elle existe.

**Exercice 4 : Planification de la Livraison de Colis**

Une entreprise de livraison doit planifier la livraison de colis à partir de son entrepôt central vers plusieurs clients. Chaque client a une demande de colis spécifique, et l'entreprise souhaite minimiser la distance totale parcourue tout en satisfaisant toutes les demandes.

**Données :**

* L'entrepôt central est situé en un point A.
* Il y a 5 clients différents, notés de B à F, chacun ayant une demande de colis différente.
* Les distances entre les clients sont les suivantes (en kilomètres) :
  + A à B : 10 km
  + A à C : 15 km
  + A à D : 20 km
  + A à E : 25 km
  + A à F : 30 km
  + B à C : 8 km
  + B à D : 12 km
  + B à E : 16 km
  + B à F : 20 km
  + C à D : 10 km
  + C à E : 14 km
  + C à F : 18 km
  + D à E : 6 km
  + D à F : 10 km
  + E à F : 4 km
* La demande de colis de chaque client est la suivante :
  + B : 5 colis
  + C : 10 colis
  + D : 8 colis
  + E : 12 colis
  + F : 15 colis

**Objectif :** Minimiser la distance totale parcourue par les véhicules de livraison tout en livrant tous les colis à leurs destinataires.

**Questions :**

1. Quel est le type des variables de décisions de ce problème
2. Formuler le problème sous la forme d’un programme linéaire
3. Ecrivez un programme python qui utilise l’algorithme Branch and Bound pour résoudre ce problème et donner la solution optimale si elle existe.

**Exercice 5 : Dualité de PL**

Considérons le programme linaire suivant :

Une image contenant texte, Police, écriture manuscrite, diagramme

Description générée automatiquement

**Questions :**

1. Trouvez la solution optimale graphiquement en utilisant geogebra.org
2. Donnez la formulation du PL Dual à ce programme
3. Donnez sa solution optimale
4. Comparez les deux solutions et interpréter

**Exercice 6 : Dualité de PL**

Considérons le programme linaire suivant :

Une image contenant texte, Police, écriture manuscrite, blanc

Description générée automatiquement

**Questions :**

1. Trouvez la solution optimale en utilisant simplex en ligne
2. Donnez la formulation du PL Dual à ce programme
3. Donnez sa solution optimale
4. Comparez les deux solutions et interpréter