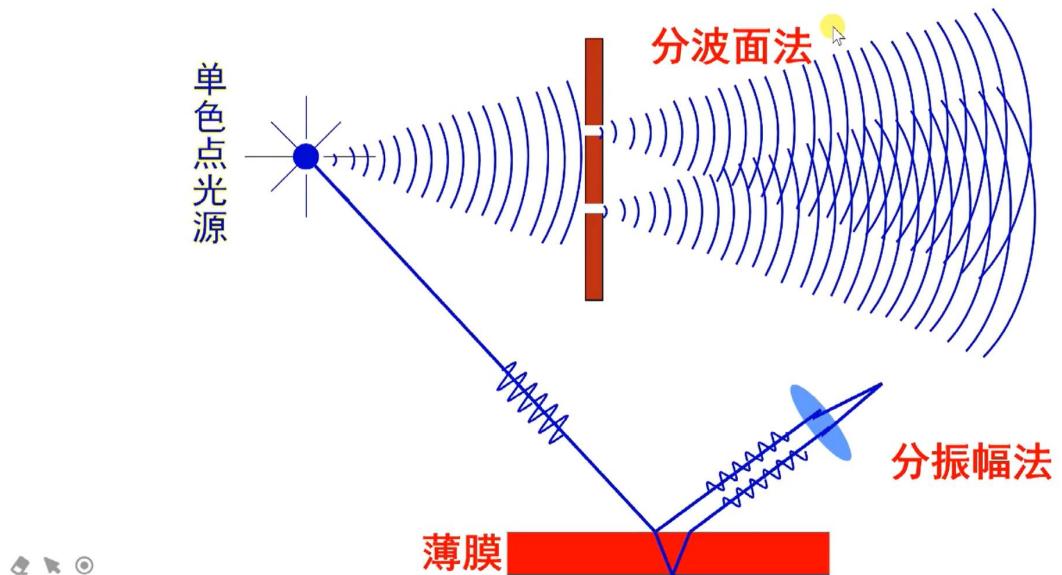


# 双缝干涉

## 一、相关光

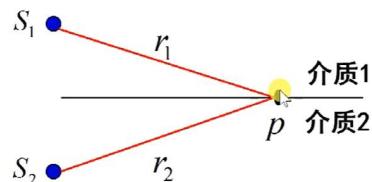
1. 获得相干光的两种方法是 分波阵面法, 分振幅法。

### 获得相干光的方法——两种方法



## 二、光程差

1. 光程差的定义



$$S_1: E_1 = E_{10} \cos(\omega t + \varphi) \quad (\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi)$$
$$S_2: E_2 = E_{20} \cos(\omega t + \varphi)$$

图中黑线是两个介质的分界面，考虑两个相关光源  $S_1, S_2$ ，并且为了方便起见，令  $\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi$ ，在介质 1 中对应的光速为  $u_1$ ，在介质 2 中对应的光速为  $u_2$ ，讨论  $p$  点的干涉情况

回答干涉问题，首先要考虑相位差

光源  $S_1$  引起  $p$  点的震动方程是  $E_{1p} = E_{10} \cos[(\omega(t - \frac{r_1}{u_1}) + \varphi)]$

光源  $S_2$  引起  $p$  点的震动方程是  $E_{2p} = E_{20} \cos[(\omega(t - \frac{r_2}{u_2}) + \varphi)]$

此时对应的相位差 $\Delta\varphi = \omega(\frac{r_2 - r_1}{u_2} - \frac{r_1}{u_1})$

介质的折射率与介质中所对应的光速的关系是  $n = \frac{c}{u}$

经过一系列化简，可以得到 $\Delta\varphi = \frac{\omega}{c}(n_2 r_2 - n_1 r_1) = \frac{2\pi}{cT}(n_2 r_2 - n_1 r_1) = \frac{2\pi}{\lambda}(n_2 r_2 - n_1 r_1)$ ，其中 $\lambda$ 是光在真空中的波长

相位差： $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(n_2 r_2 - n_1 r_1)$

我们把  $nr$  定义为光程 $\Delta$

光在介质 1 中： $\Delta 1 = n_1 r_1 = \frac{c}{u_1} r_1 = c t_1$

光在介质 2 中： $\Delta 2 = n_2 r_2 = \frac{c}{u_2} r_2 = c t_2$

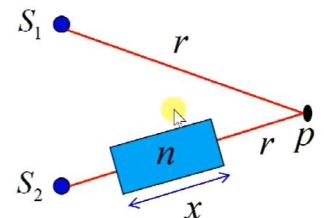
其中  $t_1, t_2$  为光在对应介质中走的时间

光程差： $\delta = \Delta 2 - \Delta 1$

因此相位差 $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\delta$  (当 $\varphi_1 = \varphi_2$  时)

**例.** 两相干光源  $S_1, S_2$ ，设  $\varphi_1 = \varphi_2$

求光程差



$$\delta = \Delta 2 - \Delta 1$$

$$\Delta 1 = r \quad \Delta 2 = r - x + nx$$

$$\text{则 } \delta = (n - 1)x$$

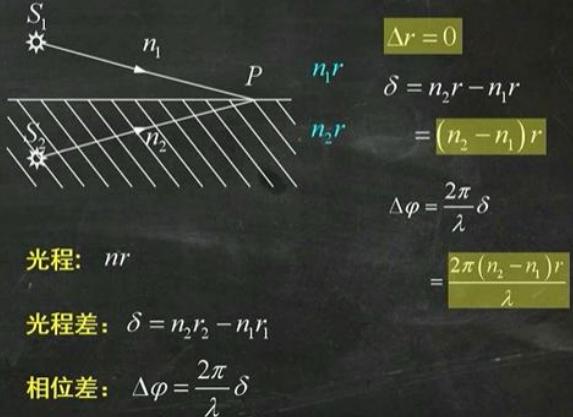
如图所示，两光源  $S_1, S_2$ ，发出波长为  $\lambda$  的单色光，分别通过两种介质（折射率分别为  $n_1$  和  $n_2$ ）射到介质的分界面上的  $P$  点，已知  $S_1P = S_2P = r$ ，则这两条光的几何路程  $\Delta r$ ，光程差  $\delta$  和相位差  $\Delta\varphi$  分别是：( )

A.  $\Delta r = 0, \delta = 0, \Delta\varphi = 0$

B.  $\Delta r = (n_2 - n_1)r, \delta = (n_2 - n_1)r, \Delta\varphi = \frac{2\pi(n_2 - n_1)}{\lambda}r$

C.  $\Delta r = 0, \delta = (n_2 - n_1)r, \Delta\varphi = 2\pi(n_2 - n_1)r$

D.  $\checkmark \Delta r = 0, \delta = (n_2 - n_1)r, \Delta\varphi = \frac{2\pi(n_2 - n_1)r}{\lambda}$



两道题类似

### 三、杨氏双缝干涉

由于  $S_1, S_2$  由同一波阵面分解出来，因此  $\varphi_1 = \varphi_2$ 。

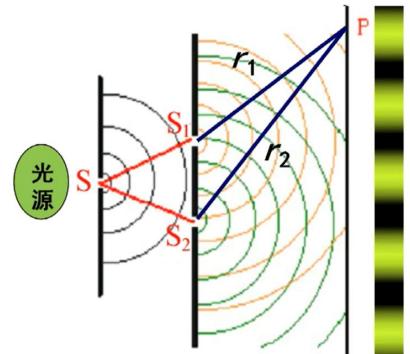
$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \delta \quad (\text{当 } \varphi_1 = \varphi_2 \text{ 时})$$

$$\delta = r_2 - r_1 = \pm k\lambda \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

**干涉极大（明）**

$$\delta = r_2 - r_1 = \pm (2k - 1) \frac{\lambda}{2} \quad k = 1, 2, 3, \dots$$

**干涉极小（暗）**



**杨氏双缝干涉问题的关键在于计算光程差。**

解释一下

当  $\delta = \pm k\lambda$  时， $\Delta\varphi = \pm 2k\pi$  是干涉加强点

当  $\delta = \pm (2k - 1) \frac{\lambda}{2}$  时， $\Delta\varphi = \pm (2k - 1)\pi$  是干涉减弱点

由于没有半波损失，中央条纹是亮条纹，所以干涉加强点的  $k$  可以从

0 开始取，中央明条纹叫做第 0 条亮条纹

## 杨氏双缝光程差

$D \gg d, \theta$  角小

$$\delta = r_2 - r_1 \approx S_2 M = d \sin \theta$$

$$\sin \theta \approx \tan \theta = \frac{x}{D}$$

### 干涉条件

$$\delta = d \frac{x}{D} = \pm k \lambda \quad (k=0,1,2,\dots) \quad \text{明纹} \rightarrow \text{明条纹位置}$$

$$\delta = d \frac{x}{D} = \pm (2k-1) \frac{\lambda}{2} \quad (k=1,2,3,\dots) \quad \text{暗纹} \rightarrow \text{暗条纹位置}$$

### 干涉条纹在屏幕上的分布

$$1. \text{明纹: } x = \pm k \frac{D\lambda}{d} \quad (k=0,1,2,\dots)$$

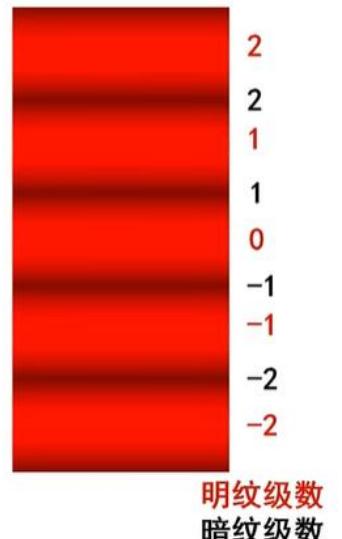
$$2. \text{暗纹: } x = \pm (2k-1) \frac{D\lambda}{2d} \quad (k=1,2,3,\dots)$$

其中  $k$  称为条纹的级次

屏幕中央 ( $k=0$ ) 为中央明纹

3. 相邻明纹或暗纹的间距  $\Delta x$

$$\Delta x = x_{k+1} - x_k = \frac{D}{d} \lambda \quad \text{条纹为等间距分布}$$



总结:

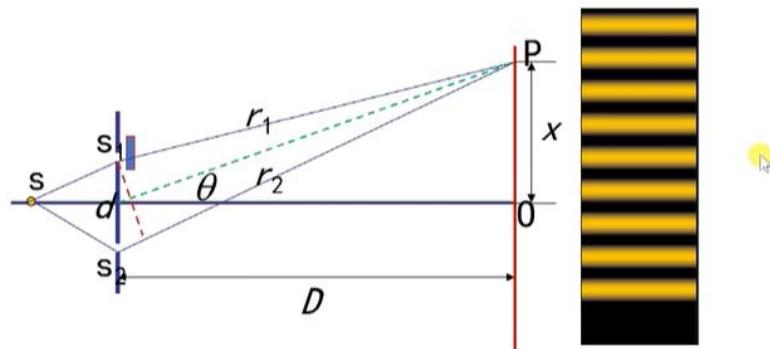
光程差:  $\delta = \frac{d}{D} x$ ,  $x$  是选取的点到中央明条纹之间的距离

相邻明(暗)条纹间距:  $\Delta x = \frac{D}{d} \lambda$

第  $k$  条明纹位置:  $x = \pm k \frac{D}{d} \lambda$

第  $k$  条暗纹位置:  $x = \pm (2k-1) \frac{D}{2d} \lambda$

思考1：在缝后加一薄玻璃片，盖住上缝，观察条纹的移动情况



可以定性分析一下，由前面可知相邻明(暗)条纹间距： $\Delta x = \frac{D}{d} \lambda$

由于  $D$ ,  $d$ ,  $\lambda$  并未发生改变，所以相邻明(暗)条纹间距不变

但是光程差改变了，所以 p 点对应的条纹级次会发生变化

假设 p 点在加玻璃片前后均是明条纹，我们来比较加玻璃片前后这条明纹级次变化

不加：

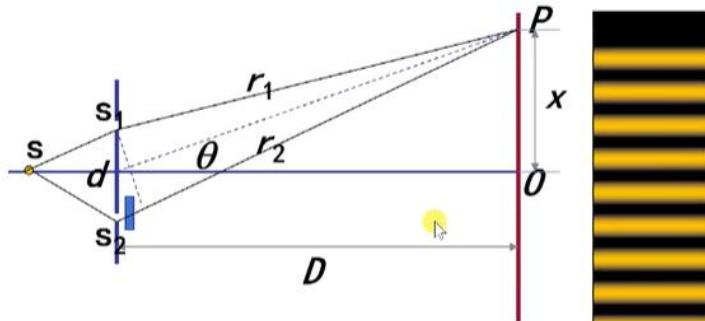
$$\delta = r_2 - r_1 = k \lambda$$

加了：

$$\delta' = r_2 - [(r_1 - e) + ne] = r_2 - r_1 - (n - 1)e = k' \lambda$$

由此可知  $k' < k$  中央明纹上移

思考11: 在缝后加一薄玻璃片, 盖住下缝, 观察条纹的移动情况



$$\delta = r_2 - r_1 = k\lambda$$

$$\delta' = (r_2 - e + ne) - r_1 = k'\lambda$$

$k' > k$  中央明纹下移

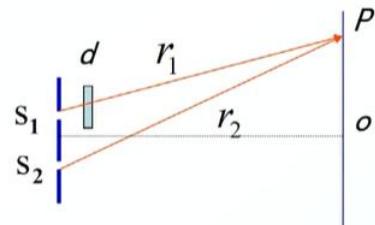
下面来看两道例题

**例** 用薄云母片 ( $n=1.58$ ) 覆盖在杨氏双缝的其中一条缝上, 这时屏上的零级明纹移到原来的第七级明纹处。如果入射光波长为550nm, 问云母片的厚度为多少?

**解:** 原七级明纹  $P$  点处

$$r_2 - r_1 = 7\lambda$$

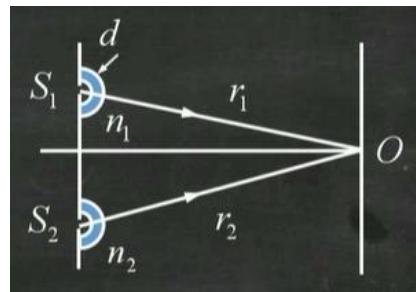
插入云母片后,  $P$  点为零级明纹



$$r_2 - (r_1 - d + nd) = 0 \therefore 7\lambda = d(n - 1)$$

$$d = \frac{7\lambda}{n-1} = \frac{7 \times 550 \times 10^{-9}}{1.58 - 1} \text{ m} = 6.64 \times 10^{-6} \text{ m}$$

在图示的双缝干涉实验中，若用半圆筒形的薄玻璃片（折射率  $n_1=1.4$ ）覆盖缝  $S_1$ ，用同样厚度的玻璃片（折射率  $n_2=1.7$ ）覆盖缝  $S_2$ ，将使屏上原来未放玻璃时的中央明纹所在处变为第五级明纹，设单色光波长  $\lambda = 480\text{nm}$  求玻璃片的厚度  $d$ 。



未覆盖前：

$$\delta = r_2 - r_1 = 0$$

覆盖后：

$$\delta = r_2 + (n_2 - 1) d - r_1 - (n_1 - 1) d = 5\lambda$$

$$\text{解得 } d = 8 \times 10^{-6}\text{m}$$