

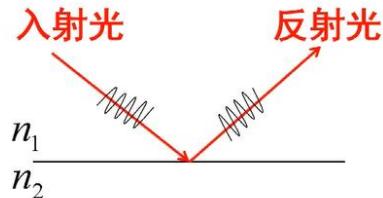
薄膜干涉

前置知识：半波损失（上学期学过）

回顾——半波损失

光疏介质：折射率n较小

光密介质：折射率n较大



- 若 $n_1 < n_2 \rightarrow$ 从光疏到光密 反射光有半波损失

即反射光在分界面上的该点处相位突变 π (光程差多或少 $\lambda/2$)

- 若 $n_1 > n_2 \rightarrow$ 从光密到光疏 反射光无半波损失

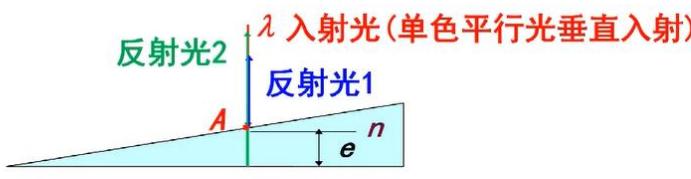
即反射光在分界面上的该点处相位与入射波相同

简单来说，就是光从波疏到波密再反射，光程差就要加上（减去） $\frac{\lambda}{2}$

一、介质劈尖、空气劈尖

首先来看介质劈尖

考虑光垂直入射



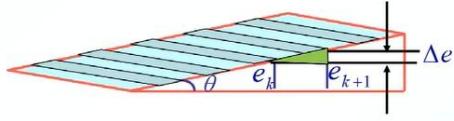
$$\text{光程差 } \delta = 2ne + \frac{\lambda}{2} \begin{cases} = k\lambda & k = 1, 2, \dots \text{ 干涉极大} \\ = (2k+1)\frac{\lambda}{2} & k = 0, 1, 2, \dots \text{ 干涉极小} \end{cases}$$

解释一下：由于反射光1是从空气（波疏）到介质（波密）就会有半波损失，但是反射光2是从介质（波密）到空气（波疏），抵消不了反射光1的半波损失，所以中央条纹是暗条纹

条纹分布特点

$$2ne + \frac{\lambda}{2} = k\lambda \quad k = 1, 2, \dots$$

$$2ne + \frac{\lambda}{2} = (2k+1)\frac{\lambda}{2} \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

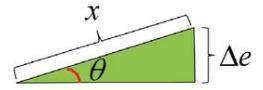


1. 条纹级次 k 随着劈尖的厚度而变化，因此这种干涉称为**等厚干涉**。条纹为一组平行于棱边的平行线。

2. 由于存在半波损失，**劈尖处为零级暗纹**。

3. 条纹间距：**等间距分布**

相邻条纹所对应的厚度差： $\Delta e = e_{k+1} - e_k = \frac{\lambda}{2n}$



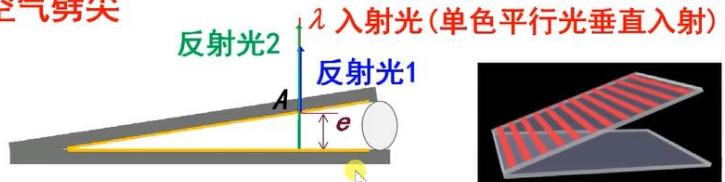
条纹间距： $x = \frac{\Delta e}{\sin \theta} \approx \frac{\Delta e}{\theta} = \frac{\lambda}{2n\theta}$

推导一下 Δe

由 $2ne + \frac{\lambda}{2} = k\lambda$ 可得 $e_k = \frac{k\lambda - \lambda/2}{2n}$ 可以看出， e_k 是一个公差为 $\frac{\lambda}{2n}$ 的等差数列，那么 $e_{k+1} - e_k$ 就是公差 $\frac{\lambda}{2n}$

下面简单介绍一下空气劈尖

二、等厚干涉——空气劈尖



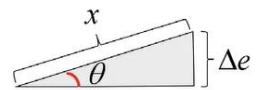
光程差

$$\delta = 2e + \frac{\lambda}{2} \begin{cases} = k\lambda & k = 1, 2, \dots \text{ 亮纹} \\ = (2k+1)\frac{\lambda}{2} & k = 0, 1, 2, \dots \text{ 暗纹} \end{cases}$$

1. 劈尖处为零级暗纹。

2. 条纹**等间距**

条纹间距： $x = \frac{\Delta e}{\sin \theta} \approx \frac{\Delta e}{\theta} = \frac{\lambda}{2\theta} \Rightarrow \theta \uparrow \rightarrow \text{间距} \downarrow$



虽然二者有很大的相似性，但分析半波损失这块却不一样

对于反射光 1，他是在上面玻璃的下表面即空气劈尖的上表面发生反射，

光从玻璃（波密）到空气（波疏），没有半波损失

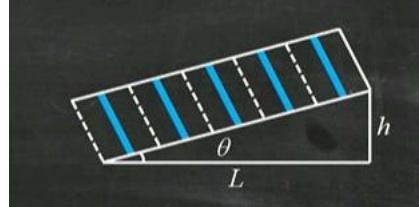
对于反射光 2, 他是在下面玻璃的上表面即空气劈尖的下表面发生反射,

光从空气 (波疏) 到玻璃 (波密), 有半波损失

下面来看一道例题

两块长度为 $L = 7\text{cm}$ 的平板玻璃, 一端互相接触(称为棱边), 另一端被高 $h = 2.8 \times 10^{-4}\text{cm}$ 的金属膜隔开形成空气劈尖。用波长 $\lambda = 600\text{nm}$ 的平行光照射, 求:

- (1) 此空气劈尖的劈尖角 θ (2) 相邻明纹的间距 l (3) 棱边处为明纹还是暗纹;
(4) 棱边数起第 2 条明纹距离棱边的距离 L_2 , (5) 玻璃上可以看到的明纹数和暗纹数。



$$(1) \quad \theta \approx \tan\theta = \frac{h}{L} = 4 \times 10^{-5}\text{rad}$$

$$(2) \quad l = \frac{\lambda}{2\theta} = 7.5 \times 10^{-3}\text{m}$$

(3) 暗纹

$$(4) \quad \text{由 } \delta = 2e_2 + \frac{\lambda}{2} = 2\lambda \quad \text{解得 } e_2 = \frac{3}{4}\lambda$$

$$L_2 = \frac{e_2}{\sin\theta} = \frac{e_2}{\theta} = 1.125 \times 10^{-2}\text{m}$$

(5) 明纹:

$$\text{由 } \delta = 2e_k + \frac{\lambda}{2} = k\lambda \quad \text{解得 } e_k = \frac{k-0.5}{2}\lambda$$

$$\text{由几何关系可得 } \frac{e_k}{\sin\theta} \leq L$$

下取整, 解得 $k=9$

暗纹:

$$\text{由 } \delta = 2e_k + \frac{\lambda}{2} = (2k+1) \frac{\lambda}{2} \quad \text{解得 } e_k = \frac{k}{2}\lambda$$

$$\text{由几何关系可得 } \frac{e_k}{\sin\theta} \leq L$$

下取整, 解得 $k=9$

但是由于第 0 条是暗纹, 还要加 1

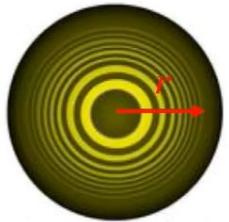
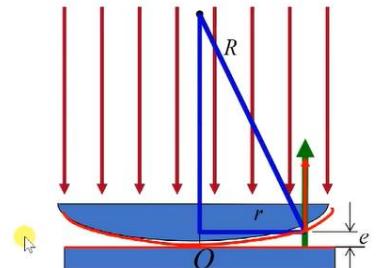
所以暗纹有 10 条

二、牛顿环

三. 等厚干涉——牛顿环

$$2e + \frac{\lambda}{2} = k\lambda \quad \text{明纹} \quad k = 1, 2, \dots$$

$$2e + \frac{\lambda}{2} = (2k+1)\frac{\lambda}{2} \quad \text{暗纹} \quad k = 0, 1, 2, \dots$$



解释一下中心处是暗纹的原因，由于光从空气（光疏）射向玻璃（光密），有半波损失，而从空气薄膜上表面（玻璃 - 空气界面）反射的光不会发生半波损失。（可以类比空气劈尖）

下面推导某一级明（暗）纹对应的半径

如上图中的蓝色直角三角形所示，

$$\begin{aligned} \text{由几何关系, } r^2 &= R^2 - (R - r)^2 = R^2 - (R^2 + e^2 - 2Re) = 2Re - e^2 \\ &\approx 2eR \end{aligned}$$

所以 对于第 k 级明纹：

$$r_k = \sqrt{2e_k R} = \sqrt{\left(k\lambda - \frac{\lambda}{2}\right)R}, \quad (k=1, 2, \dots)$$

对于第 k 级暗纹：

$$r_k = \sqrt{2e_k R} = \sqrt{kR\lambda}, \quad (k = 0, 1, 2, \dots)$$

明纹半径: $r = \sqrt{\frac{R\lambda}{2}}$, $r = \sqrt{\frac{3R\lambda}{2}}$, $r = \sqrt{\frac{5R\lambda}{2}} \dots$

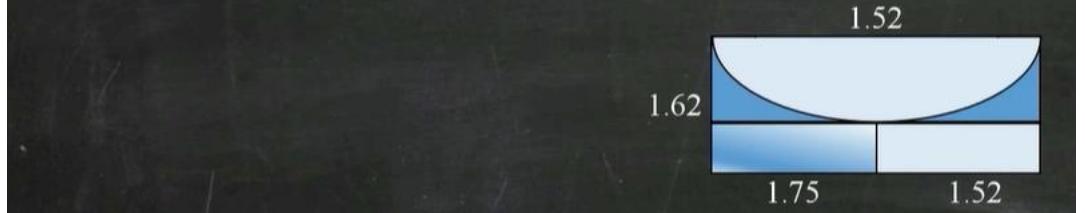
暗纹半径: $r = \sqrt{R\lambda}$, $r = \sqrt{2R\lambda}$, $r = \sqrt{3R\lambda} \dots$

1. k越大，相邻明（暗）纹间距越小，条纹分布非均匀。
2. 由于存在半波损失，反射式牛顿环中心为暗纹。

下面来看 2 道例题

题1. 在图示三种透明材料构成的牛顿环装置上，用单色光垂直照射，在反射光中看到干涉条纹，则在接触点处形成的圆斑为（ ）。

- A. 全明 B. 左半部暗，右半部明 C. 全暗 D. 左半部明，右半部暗



左边: 从 1.52 -> 1.62, 有半波损失, 从 1.62 -> 1.75 有半波损失,

二者相互抵消, 在接触点(中央) 处形成亮条纹

右边: 从 1.52 -> 1.62, 有半波损失, 从 1.62 -> 1.52 无半波损失,

在接触点(中央) 处形成暗条纹

所以是左明右暗, 选 D

题3. 用紫色光观察牛顿环时, 测得第 k 级暗环的半径 $r_k = 4\text{mm}$; 第 $k+5$ 级暗环的半径 $r_{k+5} = 6\text{mm}$; 所用平凸透镜的曲率半径 $R = 10\text{m}$, 求紫光的波长和级数 k 。

由题意可列出方程:

$$r_k = \sqrt{kR\lambda} = 4\text{mm}$$

$$r_{k+5} = \sqrt{(k+5)R\lambda} = 6\text{mm}$$

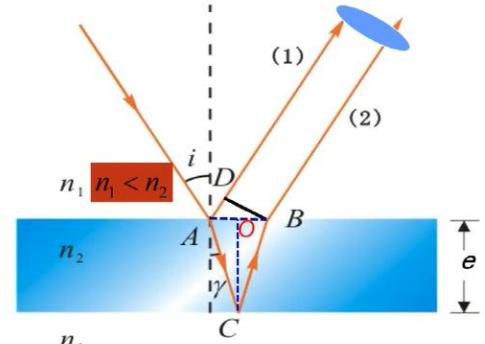
$$\text{带入 } R = 10\text{m}, \text{ 解得 } \lambda = 4 \times 10^{-7}\text{m}, k = 4$$

三、等倾干涉

四、薄膜的等倾干涉

光程差: $\delta = n_2(\overline{AC} + \overline{BC}) - n_1\overline{AD} + \frac{\lambda}{2}$

$$\begin{aligned} \overline{AD} &= \overline{AB} \sin i \\ &= 2e \tan \gamma \sin i \\ \overline{AC} = \overline{BC} &= \frac{e}{\cos \gamma} \\ &= \frac{2e}{\cos \gamma} (n_2 - n_1 \sin \gamma \sin i) + \frac{\lambda}{2} \\ \because n_1 \sin i &= n_2 \sin \gamma \\ &= 2n_2 e \cos \gamma + \frac{\lambda}{2} \end{aligned}$$



解释下半波损失, 光从介质 1 到介质 2, ($n_1 < n_2$), 有半波损失

光从介质 2 到介质 1, ($n_1 > n_2$), 无半波损失

最终光程差要加上 $\frac{\lambda}{2}$

数学推导在途中已经很详细了, 这里不作过多解释

条纹分布：

$$\delta = 2n_2 e \cos \gamma + \frac{\lambda}{2} = \begin{cases} = k\lambda & \text{明条纹} \\ = (2k+1)\frac{\lambda}{2} & \text{暗条纹} \end{cases}$$

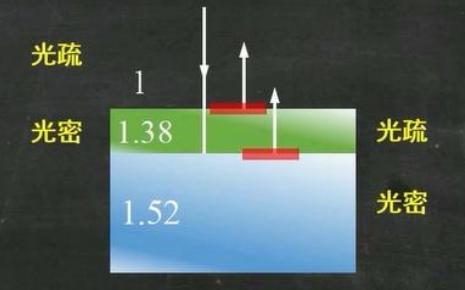
1. 薄膜厚度 e 一定，条纹级次 k 随着入射倾角而变化，因此这种干涉称为等倾干涉。
2. 光程差随 γ 的变化而变化， $\gamma=0$, $\cos \gamma=1$ ，此时光程差最大，即条纹级数最大，等倾干涉条纹是一组同心圆环，越向内，级次越高。

提醒一下，等倾干涉的条纹级次是由内到外一次减少的，需要区别于上面三种干涉模型

下面来看一个题：

题3. 在照相机镜头表面镀一层折射率为1.38的增透膜，可以使太阳光的中心波长为550nm的透射光增强。若镜头玻璃的折射率为1.52，则所镀薄膜的厚度至少为_____nm。

解：透射增强 \Leftrightarrow 反射相消



透射光增强 \Leftrightarrow 反射相消 \Leftrightarrow 干涉减弱

再分析一下半波损失

光从空气（光疏）到增透膜（光密），有半波损失

再从增透膜（光疏）到玻璃（光密），有半波损失

两种相互抵消

$$\text{最终光程差 } \delta = 2ne\cos 0^\circ = (2k + 1) \frac{\lambda}{2}$$

要使 e 最小，则 k 得取最小值 0，解得 $e = 99.6\text{nm}$