

## מבוא לבינה מלאכותית 67594, תרגיל 4

אופק אבידן 318879574

ליאורה וסנובטי 211491014

### שאלה 13:

#### Question 13 - max level and level sum (3 points) - Understanding Question

In this question we will compare different heuristics we can derive from a planning graph, theoretically and empirically. We will focus on the max level and level sum heuristics.

Note: In this question we talk about the case where we use forward A\* tree search to solve the planning problem, guided by a heuristic derived from the planning graph. In particular, here when we talk about optimality we refer to the question of whether the search algorithm finds the shortest plan possible.

Note: In all the questions, if you claim a property of an heuristic explain why this property holds, even if we stated it in class. We expect explanations, no formal proofs required.

### אופטימליות:

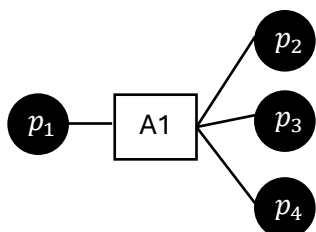
1. Theoretically, for each of the heuristics - is its optimality guaranteed?

1. ראינו בתרגול 2 ש  $A^*$  מבטיח אופטימליות בחיפוש על עץ כשההיוריסטיקה אדמיסבילית. ההיוריסטיקת הnull היא אדמיסבילית מאחר שמאופן הגדרתה היא לא מעריכה יתר על המידה (מחזירה תמיד 0) ולכן אופטימלית. נראה שההיוריסטיקת ה  $max - level$  היא אדמיסבילית וההיוריסטיקת ה  $level - sum$  לא אדמיסבילית.

- ההיוריסטיקת ה  $max - level$  מחזירה את מספר הרמות ב  $GraphPlan$  שהרחבנו עד שהגענו לראשונה לרמה שמכילה את כל קודקודי המטרה. כלומר אם נסתכל על הבעיה כבעיית חיפוש בעץ, ההיוריסטיקה מחזירה את מספר הרמות בעץ שיש להתקדם מההתחלה עד שנגיע (לראשונה) לרמה שמכילה את כל קודקודי המטרה. מהגדרה, ההיוריסטיקה הזו לעולם לא תחזיר מספר שגדול מאורך המסלול הקצר ביותר (כי היא מחזירה את מספר הרמות שיש להתקדם עד שמגיעים לרמה שמכילה את כל המטרות לראשונה) ולכן היא אדמיסבילית ומכאן שהיא אופטימלית.

- ההיוריסטיקת ה  $level - sum$  סוכמת כל רמה בה נתקלנו לראשונה בכל אחד ממצבי המטרה ומחזירה את סכום הרמות האלו. ההיוריסטיקה הזו סוכמת את הרמות של המטרות הבודדות מבלי להתחשב בכך שאולי ניתן להשיג מספר מטרות במקביל. ניתן דוגמה נגדית לכך שההיוריסטיקה מקיימת אדמיסביליות:

נגדיר:



Propositions:  $\{p_1, p_2, p_3, p_4\}$   
Actions:  $\{(Name: A_1, pre: p_1, add: p_2, p_3, p_4, delete: p_1)\}$   
Initial State:  $p_1$ , Goal State:  $p_2, p_3, p_4$

עבור בעיה זו, ההיוריסטיקה תחזיר 3, שכן לאחר שהיא תבצע  $expend$  לגרף היא תיתקל לראשונה במצבים  $p_2, p_3, p_4$ , תוסיף 1 עבור כל אחד מהם ותסיים שכן, היא הגיעה למצב המטרה הרצוי (כל מצבי המטרה נמצאים ברמה זו) ותחזיר 3. אך זוהי הערכת יתר- התשובה האופטימלית היא 1. ומכאן שהיא לא בהכרח אדמיסבילית ולכן לא בהכרח אופטימלית.

2. Empirically, what are the lengths of the plans you found for the DWR problem (in questions 11 and 12) with each of the heuristics? Include also the null heuristic results in your comparison. For each of these - is it an optimal plan?

2. נציג את תוצאות ההיוריסטיקות השונות שקיבלנו עבור בעיית DWR:

Heuristic	Null	Max Level	Level Sum
Number of actions	6	6	6
Nodes expended	47	28	9
Time	0.00 s	0.05 s	0.02 s

ניתן לראות שכל ההיוריסטיקות החזירו plan באורך 6. זוהי אכן הדרך הקצרה ביותר, שכן בבעיית DWR יש שני מיקומים 1-2. במיקום 1 יש את רובוט r ואת מכולה a ובמיקום 2 יש את רובוט q ואת מכולה b כך ששני הרובוטים לא מחזיקים את המכולות והמטרה היא להגיע למצב בו מכולה a נמצאת במיקום 2 ומכולה b נמצאת במיקום 1. על מנת לעשות זאת, נצטרך ראשית שלכל מכולה יהיה רובוט שירים אותה, יזוז למיקום הרצוי ויורד אותה – סה"כ 3 פעולות לפחות לכל מכולה. מאחר שכל רובוט יכול להחזיק רק מכולה אחת בכל רגע נתון, נצטרך סה"כ 6 פעולות לפחות.

נשים לב, שמספר nodes שנפתחו שונה בין ההיוריסטיקות- בהיוריסטיקת האפס פתחנו הכי הרבה, ב max level צמצמנו את מספר ה nodes הפתוחים, ו level sum אנו פותחים הכי פחות קודקודים.

3. Are the theoretical and empirical results consistent with each other? If so, explain. If not, explain how this is possible.

3. התוצאות האמפיריות שקיבלנו תואמות את התוצאות שציפינו לקבל תיאורטית. תיאורטית, ציפינו ש level sum לא בהכרח תהיה אופטימלית. בתוצאות האמפיריות, level sum החזיר מסלול באורך אופטימלי. כלומר, ידענו כי היורסטיקה זו לפעמים כן תצליח להחזיר פתרון אופטימלי, אך זה לא מובטח. ואכן, עבור בעיה ספציפית זו, קיבלנו פתרון אופטימלי, ואין כאן סתירה לציפיות התיאורטיות שלנו.

עבור היוריסטיקת max level והיוריסטיקת null ציפינו שהן יהיו אופטימליות ואכן קיבלנו תוצאה אופטימלית כפי שציפינו.

זמן ריצה:

1. Theoretically, can we claim that one of the heuristics is guaranteed to expand less-or-equal nodes than the other heuristic (in the general case)?

1. ניתן לטעון שהיוריסטיקת האפס תפתח יותר nodes (או את אותו מספר nodes) מהיוריסטיקת max level:

$$\text{nullHeuristic}(v) \leq \text{maxLevel}(v) \quad \forall v \in V$$

שתי ההיוריסטיקות אדמיסביליות- הוכחנו בסעיף 1. היוריסטיקת maxLevel תחזיר לפחות 0 אך לא יותר מהערך האופטימלי האמיתי. כלומר, maxLevel נותנת הערכה טובה יותר מהיוריסטיקת null שנותנת לכל מצב את אותו ערך-0, ולכן היא עשויה לפתוח פחות קודקודים מהיוריסטיקת null.

לעומתן, היוריסטיקת levelSum אינה אדמיסבילית. ראינו בתרגול שבפועל, היוריסטיקה זו עשויה לעבוד בצורה אופטימלית עבור חלק מהבעיות, אך באופן כללי, ההיוריסטיקה אינה אדמיסבילית, ולכן לא בהכרח אופטימלית. בחלק מהמקרים, ההיוריסטיקה עשויה לפתוח פחות nodes מההיוריסטיקות האחרות (כמו שראינו עבור בעיית DWR) אך למקרה הכללי, לא נוכל לקבוע לגבי מספר הnodes שהיא מרחיבה ביחס להיוריסטיקות האחרות.

2. Empirically, how many search nodes were expanded with each one of the heuristics? So which one was more efficient in this case?

2. נציג את תוצאות ההיוריסטיקות:

Heuristic	Null	Max Level	Level Sum
Number of actions	6	6	6
Nodes expanded	47	28	9
Time	0.00 s	0.05 s	0.02 s

ניתן לראות כי היוריסטיקת האפס הרחיבה 47 קודקודים, היוריסטיקת max level הרחיבה 28 קודקודים, היוריסטיקת level sum הרחיבה 9 קודקודים. אז מבחינה זו, היוריסטיקת level sum הכי יעילה.

## שאלה 14:

### Question 14 - set level (3 points) - Understanding Question

In this question we will consider theoretically a heuristic you do not implement in the exercise - the set level heuristic.

Reminder: the set-level heuristic returns the level at which all the propositions in the goal appear in the planning graph without mutex between any pair of them.

Just like in the previous question, we will consider the case of using this heuristic to guide an A\* search.

1. Is the optimality of this heuristic (in the same sense as in the previous question) guaranteed?

1. היוריסטיקת set level היא אדמיסבילית. היוריסטיקה זו, מחזירה את הרמה בגרף שמכילה את כל קודקודי המטרה ואין מיוטקס בין אף זוג מבין קודקודי המטרה. נשים לב שהיוריסטיקה זו היא רלקסציה של הבעיה האמיתית- אנו מחפשים רמה בה אין מיוטקסים בין אף תת קבוצה של קודקודי המטרה (ולא רק זוגות מהם). לכן, מתקיים  $setLevl(v) \leq optimal(v)$  ומכאן שהיוריסטיקה זו לא תעריך יתר על המידה את אורך המסלול הקצר ביותר.

2. What is the relation between this heuristic and the max level heuristic in terms of number of nodes expanded?

2. נשים לב שהיוריסטיקת setLevel פועלת כמו היוריסטיקת maxLevel אך היא מוסיפה אילוץ נוסף- היא בודקת שלא קיים מיוטקס בין אף זוג מקודקודי המטרה. אילוץ זה גורם להיוריסטיקה זו להיות יותר קרובה למסלול האופטימלי. כלומר

יתקיים לכל קודקוד  $v \in V$ :  $maxLevel(v) \leq setLevel(v)$  וכך  $setLevel$  תפתח פחות קודקודים מ  $maxLevel$  ומכאן שהיא תהיה יעילה יותר.

3. Is this heuristic perfect in the sense that it always returns the precise distance to the goal?

3. היוריסטיקה זו לא מחזירה את המספר המדויק למטרה.  
היוריסטיקת  $setLevel$  בודקת את התנאי ש  $maxLevel$  בודקת אך היא מוסיפה עוד אילוץ- היא דורשת שלא יהיה זוג בין קודקודי המטרה שיש ביניהם מיוטקס.  
כך, היא עשויה לפתוח פחות קודקודים ולהוות חסם יותר קרוב למרחק האופטימלי.  
אך, ההיוריסטיקה הזו מתעלמת מהאילוץ שלא יהיה מיוטקס בין אף תת קבוצה של קודקודי המטרה (שלשות, רביעיות וכו'). בכך היא כן מפספסת מקרים ולא מחזירה את המרחק המדויק האופטימלי האמיתי, אך היא עדיין יותר קרובה מ  $maxLevel$  (וגם כמובן מהיוריסטיקת האפס).